



**CREACIÓN DE PORTAFOLIOS CON MEDIA, VARIANZA, SESGO Y ENTROPÍA**

**AUTOR**

**SAMUEL DAVID GÓMEZ SALAZAR**

**DIRECTOR DEL PROYECTO**

**YENY ESPERANZA RODRIGUEZ R.**

**UNIVERSIDAD ICESI**

**FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS**

**ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS**

**SANTIAGO DE CALI**

**2017**

## Tabla de contenido

INTRODUCCIÓN .....	5
1. REVISIÓN DE LITERATURA.....	6
2. METODOLOGÍA.....	17
3. RESULTADOS .....	36
4. CONCLUSIÓN.....	43
5. BIBLIOGRAFÍA .....	45

## Listado de tablas y gráficos

<b>TABLA 1: ESTADÍSTICAS BÁSICAS DE LAS 10 ACCIONES ANALIZADAS PARA EL PERIODO 2013-2016 .....</b>	<b>30</b>
<b>TABLA 2: RETORNO PROMEDIO VARIANZA Y ASIGNACIÓN DE PORCENTAJES DE PARTICIPACIÓN POR ACCIÓN DE LA FRONTERA EFICIENTE - MÉTODO MARKOWITZ .....</b>	<b>36</b>
<b>TABLA 3: RETORNO PROMEDIO Y VARIANZA DE LA FRONTERA EFICIENTE - MEDIA-VARIANZA-SESGO .....</b>	<b>39</b>
<b>GRÁFICO 1: FRONTERAS EFICIENTES HALLADAS POR LOS MÉTODOS MEDIA, VARIANZA Y MEDIA, VARIANZA Y SESGO .....</b>	<b>42</b>

**Resumen:**

El presente documento pretende contrastar dos formas de evaluar la conformación de portafolios de inversión como lo son las teorías de Markowitz y de Media-Varianza-Sesgo, tomando como referencia un total de diez acciones, nacionales y extranjeras. Así, se busca mostrar que no existe un método supremo que brinde un mejor resultado, sino que, de acuerdo a la personalidad de cada inversor, hay una teoría que satisface sus necesidades. Adicionalmente, se plasma que, en el mercado de valores existe una incertidumbre que puede llegar a ser reducida por los métodos expuestos, pero que nunca llegará a ser cero, dado que los ejercicios como los realizados en esta investigación, se basan en especulación y probabilidades.

**Palabras clave:** Portafolio, Media, Varianza, Maximización, Sesgo.

**Resume:**

The following document pretends a comparison between two ways to evaluate the conformation of investment portfolios, like the Markowitz and Mean-Variance-Skewness theories, taking as a reference ten actions from the national and foreign markets. So, it seeks to show that there is not a supreme method that give the best result, but, taking in consideration the personaliy from each investor, there is a theory that satisfy their needs. In addition, it says that there is some kind of uncertainly in the values market that can be reduced, but it will never be zero, because the exercises like the theories that were used in this investigation are based on especulation and probabilities.

**Key words:** Portfolio, Mean, Variance, Maximization, Skewness.

## **Introducción**

A lo largo de la historia, la economía ha jugado un papel de suma importancia en el mundo y en relación con la civilización humana, pues por esta se mueven y administran los recursos que, desde el origen de los tiempos, han servido para su supervivencia e interacción.

Dado lo dicho anteriormente, el objetivo primordial con estos ha sido su maximización, lo cual ha dado lugar a la conformación de diversos mercados y entornos comprometidos con este fin. Parte de estos son los mercados financieros, los cuales propician que estos recursos roten entre diversas organizaciones y personas, creando una dinámica que causa su crecimiento.

En la búsqueda de lograr este objetivo de una manera más efectiva, diversas personalidades respetadas en este entorno, buscaron teorías basadas en sus ciencias, abarcando herramientas que ayudan a medir eficiencia y otros asuntos primordiales, como el promedio, la moda y la varianza. Entre estos se destaca el nombre de Henry Markowitz, el cual propuso una de las teorías más usadas en este mercado.

El presente documento ofrece una indagación en la comparación de dos teorías propuestas para hallar portafolios óptimos, capaces de maximizar de una mejor manera una cierta inversión dado un conjunto de elementos del mercado referido anteriormente.

# 1. Revisión de literatura

Esta sección presenta una descripción del contexto financiero mundial, resaltando las bolsas de valores más importantes para luego ahondar en el colombiano, segundo, se describen los métodos existentes para hallar portafolios eficientes, que luego se usarán como herramienta fundamental en este análisis.

## 1.1. El mercado de Valores.

El mercado de valores se compone por diferentes participantes, como las empresas, el gobierno e inversionistas, los cuales, regidos por ciertas normas “(inversionistas, empresas y gobierno), realizan la emisión, colocación, distribución e intermediación de los valores inscritos en el Registro Nacional de Valores.” (DE, R. & ADMINISTRADORAS, 2004. P.19). Así, buscan financiarse y abrirse a inversión externa, ya sea para iniciar proyectos o expansiones de sus negocios, o para capitalizarse.

Estos mercados se manejan mediante bolsas de valores, las cuales son lugares físicos, constituidos como organizaciones privadas, en los que se contactan y encuentran ofertantes y demandantes, con el fin de negociar y efectuar las respectivas operaciones.

Actualmente, estas compañías están presentes en los cinco continentes del mundo, y son clasificadas según su relevancia financiera, medida en la cantidad de dinero y operaciones que transan y efectúan, o dicho de otro modo, según la capitalización de su mercado. Así, entre las más importantes se pueden encontrar:

- Bolsa de Valores de New York:

Ubicada en la Calle "Wall Street", esta bolsa es la más importante e influyente a nivel mundial dada su capitalización bursátil, que se registra alrededor de 19,223 billones de dólares. Tiene inscritas alrededor de 2.400 empresas públicas (Insider Pro, 2017), y su índice, el Dow Jones, contiene las 30 organizaciones más importantes y solventes de Estados Unidos inscritas en ella misma y en NASDAQ, a excepción de aquellas pertenecientes a los sectores de servicios públicos y transportes (Pymex, 2017).

- NASDAQ:

La "National Association of Securities Dealers Automated Quotation" es la bolsa electrónica más grande existente en el territorio estadounidense. Dicha compañía tiene una capitalización de 6,831 billones de dólares, y más de 3.058 compañías públicas inscritas pertenecientes al sector tecnológico y de comunicaciones (Insider Pro, 2017). Su índice, llamado NASDAQ 100 está conformado por las 100 mayores empresas que cotizan en ella (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015).

- Bolsa de Londres:

Fundada en 1801, la bolsa de Londres es una de las más antiguas e importantes a nivel mundial, teniendo una capitalización bursátil de 6,187 billones de dólares (Insider Pro, 2017). Su índice, el FTSE 100, está compuesto por los 100 principales valores en su haber (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015).

- Bolsa de Tokio:

Con una capitalización de 4,485 billones de dólares y 2.292 empresas públicas inscritas, es la bolsa de valores más importante de los mercados asiáticos (Insider Pro, 2017). Su índice, el nikkei 225 cuenta con 225 de las empresas con más volumen que están inscritas en ella (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015).

- Bolsa de Shanghai:

Es la segunda bolsa de valores más importante de Asia, y a diferencia de sus homónimas asiáticas, no está abierta exclusivamente a inversión extranjera, por lo cual maneja controles más rigurosos a sus inversionistas. Cuenta con una capitalización de U\$ 3,986 billones, y con un número de 1.041 empresas públicas inscritas (Insider Pro, 2017). Su índice, el SSE Composite, está compuesto por las 50 empresas más importantes inscritas en ella como Petrochina y Industrial and Comercial Bank Of China. Cabe



mencionar que esta bolsa no está del todo abierta a inversiones extranjeras, debido a sus rigurosos controles (ADVFN, 2008).

- Bolsa de Hong Kong:

Es una de las bolsas de valores más importantes de Asia, contando con una capitalización de 3,325 billones de dólares, y con un aproximado de 1.886 empresas públicas inscritas (Insider Pro, 2017). Maneja un índice llamado Hang Seng que reúne los 33 valores sobresalientes del total de inscritos (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015), y opera de forma independiente dentro de la república de China (ADVFN, 2008).

- Euronext:

Es la séptima bolsa de valores más importante del mundo, en cuanto a capitalización, la cual se ubica en 3,321 billones de dólares. Adicionalmente, tiene un total de 1.299 empresas públicas inscritas, un número elevado, si se tiene en cuenta que lleva 16 años de fundada (Insider Pro, 2017). Tiene sede en Francia, y su índice, el CAC 40, contiene los 40 valores más importantes de este país (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015).

- Bolsa de Toronto:

Está ubicada en Canadá, y se considera como una de las más importantes de Norteamérica, contando con 1.524 empresas públicas inscritas, y una

capitalización de 2,781 billones de dólares (Insider Pro, 2017). Pertenece al grupo TMX, y maneja tres índices principales. El primero es el S&P/TSX60, el cual contiene sesenta de las compañías más relevantes inscritas en ella. El segundo, el S&P/TSX Composite Index, mide a las 250 organizaciones con mayor capitalización de su mercado. Por otro lado, el S&P/TSX Completion Index, compone el resto de acciones no incluidas en el primero de estos (ADVFN, 2014).

- Bolsa de Shenzhen:

Con sede en Shenzhen, China, cuenta con una capitalización bursátil del orden de 2,285 billones de dólares y con un total de 1.420 empresas inscritas, números que la han ubicado como la cuarta más representativa e importante del continente asiático (Insider Pro, 2017). Su índice, el CSI 300 es compartido con la bolsa de Shanghai. En él se incluyen a 300 empresas de las más importantes inscritas en ellas (Banco BBVA, 2015).

- Bolsa de Frankfurt:

La bolsa de valores de Frankfurt cierra esta lista, ubicándose como una de las más importantes en Europa. Tiene una capitalización bursátil de 1,766 billones de dólares y 3.769 compañías públicas inscritas (Insider Pro, 2017). Su índice, el DAX 30, está conformado por las 30 empresas más capitalizadas en Alemania (Instituto Superior de Empresas y Finanzas, 2015).

En Colombia, este mercado financiero es manejado, principalmente por la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), una compañía privada que se ha convertido en “el principal foro de negociación y registro de operaciones sobre valores” (EIEmpleo.Com, 2017).

Así, la actividad que se realiza en dicha bolsa es reflejada por los distintos índices a los cuales pertenece, como lo son el COLCAP, COLEQTY, COLSC y COLIR.

Dado que esta organización es considerada como un foro de negociación, las empresas que se quieran financiar por medio de acciones, bonos, etc., se deben inscribir, y así, se contactan con los inversionistas, por lo cual, ya cuenta con más de 190, entre las cuales se encuentran Avianca, Ecopetrol, BBVA, y las compañías que emiten las acciones que son objeto de estudio de este documento.

Existen dos mercados accionarios: mercado de renta fija y mercado renta variable.

- **Mercado de renta fija**

El mercado de renta fija está compuesto por títulos valores de deudas, que dan al inversor el derecho a unos intereses fijos, como resultado de su inversión, pero no representan propiedad alguna sobre la empresa que los emite (Paris P. & Zuluaga E., 1984). Dentro de este, se cotizan títulos a corto plazo, como letras del tesoro y pagarés de empresas y a mediano y largo plazo como lo son los bonos y obligaciones privados y del estado (Bolsa de Valores de Colombia, 2008).

Dentro de los papeles que se negocian en este tipo de mercado, se pueden resaltar dos que son: los papeles con interés y los papeles con descuento. Estos primeros ofrecen, como su nombre lo dice, un tipo de interés a sus compradores, en el cual se debe pactar el periodo de pago. Los segundos, en cambio, no ofrecen interés alguno, por lo cual su rendimiento debe calcularse mediante “la diferencia entre su valor de adquisición y su valor nominal” (Finanzas Personales, 2011).

En la BVC, este tipo de valores pueden ser adquiridos en el momento en que se emiten, mediante el mercado primario, o transándolos con otros inversores, en el mercado secundario, mediante el MEC Plus o Mercado Electrónico de Colombia, “que comprende el sistema centralizado de operaciones de negociación y registro” (Bolsa de Valores de Colombia, 2008).

Para poder participar, se debe ser una persona jurídica o natural, que quiera invertir. También se debe realizar mediante alguna compañía comisionista de bolsa y bajo un contrato de comisión (Bolsa de Valores de Colombia, 2008).

- **Mercado de renta variable**

El mercado de renta variable está compuesto por valores como acciones, certificados de cambio y títulos canjeables, en los cuales el inversor tiene cierto poder sobre una parte de los activos y dividendos de una compañía (Paris P. &

Zuluaga E., 1984). Como estos títulos representan un capital, están inmersos a las variaciones de este, motivo por el cual no se puede garantizar un monto fijo de ganancias a aquellos que decidan invertir en estos (ValorAlta Asesorías e Inversiones, 2017).

La Bolsa de Valores de Colombia canjea en este mercado compraventas y repos<sup>1</sup> de acciones, transferencia temporal de valores, y compraventas y simultáneas de Boceas<sup>2</sup>, contando con 37 organizaciones que cotizan en ella a diario (Bolsa de Valores de Colombia, 2017).

## **1.2. Métodos de análisis de portafolio**

La asignación de portafolio eficiente consiste en encontrar la manera óptima de invertir una cierta cantidad de dinero repartida en un cierto número de activos.

A lo largo de la historia y como resultado de la investigación, han surgido métodos convencionales como lo es la de media varianza planteada por Markowitz (1972), el cual ha permitido la entrada a teorías no convencionales las cuales involucran momentos superiores de las variables como el sesgo. A continuación, se presenta la descripción de dichas teorías.

---

<sup>1</sup> <http://www.elespectador.com/noticias/economia/un-repo-articulo-385796>

<sup>2</sup> Los Boceas son bonos susceptibles de convertir en acciones. Para mayor información, visitar: <http://bu.com.co/docs/public/ebooks/guia-del-mercado-de-valores/files/assets/basic-html/page52.html>

- **Método de Media Varianza**

El método de Media Varianza fue planteado por Henry Markowitz, un economista nacido en la ciudad de Chicago, Illinois, en el año de 1927, estudiado en la universidad de Chicago, y ganador del premio Nobel de economía en el año 1990 (Nobel Media AB, 2014).

Por medio de este método, Markowitz intentó reunir y plasmar “la conducta racional del inversor, consistente en buscar aquella composición de la cartera que haga máxima la rentabilidad para un determinado nivel de riesgo, o bien, un mínimo el riesgo para una rentabilidad dada”.

Este método exige hallar medidas básicas estadísticas como la media y la desviación estándar que mide el riesgo, dado que representa la variabilidad que el retorno de un activo puede tener. Así, se plantea elegir una frontera eficiente constituida por los portafolios óptimos que tienen como objetivo maximizar el retorno promedio sujeto a un riesgo fijado. Lo dicho anteriormente se logra mediante cambios en la combinación de los pesos. Antes de proseguir con el método, se formularán algunas medidas básicas que se utilizarán en dicho proceso.

En primera instancia, se tiene el vector de los pesos del portafolio,  $x = (x_1, \dots, x_n)^t$ , donde  $x_i$  es el peso de el i-avo activo del portafolio, el cual varía entre 0 y 1, dando

a entender este primer valor que no se invertirá en aquel activo, y el siguiente que si se invertirá ( $x_i \in (0,1)$ ). Estos pesos satisfacen  $\sum_{i=1}^j x_i = x^t 1 = 1$ , donde 1 es un vector  $n \times 1$  de unos, y el símbolo  $t$  significa que el vector  $x$  se debe transponer.

De esta misma forma, la matriz de varianza covarianza de  $n \times n$  es  $v = E[R - E(R)]^2$ , la cual consiste de elementos de  $\sigma_{ij} = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])]$ , que reflejan la covarianza entre los dos activos  $i$  y  $j$ , para  $\forall(i, j) \in [1, \dots, n]$ . Igualmente, la matriz de retornos es  $R = (R_1, R_2, \dots, R_n)^t$ . El vector de retornos promedio es  $E[R] = M = (m_1, m_2, \dots, m_n)^t$ , donde  $m_i = E[R_i]$ , y  $E$  denota el operador de esperanza.

Una vez definido esto, se prosigue a plantear el problema de maximización del retorno del portafolio.

$$\text{Max } x^t M$$

Sujeto a  $x^T V x = \theta, x^t 1 = 1, y x_i \geq 0$ . para  $i = 1, \dots, n$

Donde el símbolo  $\theta$  representa el riesgo objetivo esperado y predeterminado para el portafolio.

- **Métodos que involucran Sesgo**

En el método de Media, Varianza y Sesgo, se adiciona una medida estadística con el fin de tratar de optimizar y mejorar el análisis, la cual es el sesgo. Esta mide el grado de simetría o asimetría de una distribución, es decir las desviaciones con

respecto al retorno del portafolio. Por esto, se busca una frontera eficiente de portafolios óptimos por medio de la maximización de dicha medida, sujeto a que el retorno tenga igual valor que el maximizado con el método de Media Varianza.

Antes de continuar, se definirán algunas medidas que se incluyeron en este método.

La matriz de sesgo cosesgo de los retornos es  $S = E[R - E[R]]^3$ . Esta contiene elementos de  $s_{ijk} = E[(R_i - E[R_i])(R_j - E[R_j])(R_k - E[R_k])]$ , la cual muestra el cosesgo entre los retornos de activos  $i, j$  y  $k$  para  $\forall(i, j, k) \in [1, \dots, n]$ . El símbolo  $\otimes$  representa la operación de producto Kronecker entre dos matrices.

$$\text{Maximizar } x^t S (x \otimes x)$$

$$\text{Sujeto a } x^t M = \mu m, x^t 1 = 1, \text{ y } x_i \geq 0. \text{ para } i = 1, \dots, n$$

El símbolo  $\mu m$  representa el retorno maximizado en el método anterior de markowitz.



## **2. Metodología**

Esta sección está compuesta por: 1) la descripción de la muestra de acciones, 2) descripción del retorno utilizado, 3) análisis estadístico de los retornos, y 4) conformación del portafolio.

### **2.1. Descripción de la muestra**

Para el siguiente trabajo de investigación se tomaron diez acciones, ocho de ellas nacionales (Éxito, ETB, EEB, Celsia, Aval, Cemargos, Nutresa y Bancolombia) y 2 extranjeras, más exactamente pertenecientes a la bolsa de New York (Apple y Monsanto). Así, se averiguó su precio en un lapso de tres años (19 de agosto del 2013 al 19 de septiembre de 2016).

A continuación, se describirán cada una de las organizaciones que ofrecen las acciones estudiadas, y se presentarán hechos históricos relevantes que pudieron haber afectado el comportamiento de los precios de estas.

- **Éxito**

Grupo éxito es una compañía presente en Latinoamérica, que se ha consolidado como líder en el negocio al detal. Así, está presente en distintos países como Brasil, Uruguay, Argentina, etc. Dentro de su portafolio, se encuentran diferentes almacenes como Éxito, Carulla, Súper Inter, Surtimax y SurtiMayorista. Su fundación data del año 1905 cuando José Carulla Vidal crea su línea de

almacenes, que llevarían su segundo nombre. Luego, en 1922, Luis Eduardo Yepes funda almacenes Ley en Barranquilla, y Gustavo Toro la cadena Éxito en Medellín en el 1949. Por el año 1994, decide ser parte de la bolsa de valores, adquiriendo así esta forma de financiación (Grupo Éxito, 2017).

Su acción tuvo un comportamiento desfavorable durante los años de estudio de esta investigación, al pasar de \$32.960 a \$15.200. Esto se debió a muchos factores. El primero de ellos estuvo presente en el año 2015, en donde se planteó realizar una gran inversión para incursionar aún más en Brasil y Argentina, dos naciones que, por ese tiempo, estaban envueltas en escándalos de corrupción y altas inflaciones. Este proyecto consistió en que el grupo Casino les vendiera su participación dentro de las multinacionales “Paõ de Açucar” (Brasil), y Libertad (Argentina), las cuales eran del 50% y 100% respectivamente (Dinero, 2015).

De esto mismo se desarrolló otro factor, y era la dependencia a partir de ese momento en ventas de Brasil, que estaba en 75%. De esta misma manera, a los inversionistas les preocupó que del total de la inversión nombrada, 4,2 billones de pesos fueran adquiridos mediante una deuda, ya que el dólar mantenía una tendencia alcista que podría multiplicar el monto prestado (El Colombiano, 2015).

Adicionalmente, para el año 2017, se espera que sea la acción que más promete, puesto que la economía brasileña, la más representativa en sus mercados, está en ascenso (El Espectador, 2016).

- **ETB**

La Empresa de Telecomunicaciones de Bogotá nació en el año 1844, y ofrece, como su nombre lo dice, diferentes soluciones de telecomunicaciones. Ha sabido mantenerse a lo largo del tiempo gracias a la diversificación y actualización de su portafolio, el cual siempre va acorde con el entorno cambiante. Está capitalizada por medio de acciones, entre las cuales, el 88,396% son públicas, y el 11,60% privadas (ETB, 2017).

Su acción es la segunda que mayor retorno ofrece de las ocho que se escogieron para esta investigación de la bolsa de valores de Colombia, ubicándose en 0,05%, lo que demuestra que durante este periodo, su precio subió de \$398 a \$598. Esto se debió principalmente al auge de la implementación de fibra óptica a los hogares, y de la gran alza en ventas de televisión digital, la cual es una de las más sofisticadas en Latinoamérica (El Tiempo, 2016). Por otro lado, situaciones jurídicas con sus competidores, ambientes tensos entre el sindicato de trabajadores y los altos ejecutivos, y la problemática de que rondó alrededor de la destitución del alcalde Gustavo Petro no permitieron que creciera aún más, ya que se debe tener en cuenta que el Distrito Capital es su mayor accionista (Portafolio, 2014).

- **EEB:**

La Empresa de Energía de Bogotá es la encargada de manejar el área de transmisión de energía y de administrar el portafolio de inversiones del Grupo de Energía de Bogotá. Con un 12,5% de participación en el mercado de transmisión

de energía, es la segunda más importante a nivel Colombia. Su principal accionista es el Distrito Capital, y sus acciones son muy bien valoradas por empresas calificadoras de riesgo como Standard & Poor's, Moody's, entre otras, debido a su poco costo de endeudamiento, lo cual hace que sus proyectos de inversión sean competitivos (Empresa de Energía de Bogotá, 2017).

Su acción durante el tiempo de la investigación realizada, fue rentable, elevando su precio desde \$1570 hasta \$1780. Esto se vio reflejado en los dividendos históricos que pudo proporcionarles a sus accionistas, que estuvieron en el orden de los \$1,1 billones en el 2014. Todo esto demostró la solidez económica que alcanzó dicha compañía, gracias a sus buenas decisiones en cuanto a inversión y estrategia, como el ser accionista mayoritaria de TGA S.A, la mayor empresa transportadora de gas natural del país, y el tener infraestructura de 3.957 km de gasoductos para así atender a las zonas con mayor población en el país, como Medellín, Bucaramanga, Bogotá, entre otras (Empresa de Energía de Bogotá, 2014).

Por otro lado, sufrió contratiempos como el hecho de que Ecopetrol vendiera su participación, que era del orden de 6,87%, debido a una corta temporada de decrementos que causó que perdieran parte de su dinero (El Tiempo, 2014).

Para el año 2017, se espera que la acción siga ofreciendo ganancias a sus inversores con bajos niveles de riesgo, teniendo en cuenta que los contratos que esta organización firma, y de la cual se desprenden sus ganancias son a largo

plazo con precios fijos, lo cual asegura que estos no son afectados por la inflación ni probables problemas económicos que lleven a una desaceleración. (Finanzas Personales, 2016).

- **Celsia:**

Celsia es una empresa de energía perteneciente al Grupo Argos. Tienen presencia en Panamá, Costa Rica y Colombia, en esta última con dos empresas como son EPSA E.S.P, y CETSA E.S.P, a través de las cuales brinda este servicio al Valle del Cauca, Tolima, Cauca y el Pacífico (Celsia E.S.P, 2017). Su historia inició en 1919 con el nacimiento de Col tabaco, la cual, en el año 2001, dividió sus inversiones para así dar paso a la creación de Col inversiones S.A E.S.P. Así, a partir del 2007, deciden incursionar en el mercado energético, adquiriendo las compañías mencionadas anteriormente, y creando en el 2012 CELSIA E.S.P (Celsia E.S.P, 2017).

Durante los años investigados, la acción de Celsia tuvo un comportamiento descendente, al pasar de \$5.800 a \$4.180. A pesar de que, hasta el mes de octubre del año 2013 tuvo un aumento, en el cual su precio alcanzó los \$6.360, y mostró signos de recuperación durante el 2014, gracias a su diversificación en cuanto a su portafolio de generación de energía, su participación en todas las fases del proceso eléctrico mediante EPSA E.P.S, y el apoyo de su más grande inversionista llamado Grupo Argos, en el lapso restante, no pudo mantener esta tendencia (Dinero, 2013).

Fundamentalmente, esta caída se debió a problemas y contratiempos ocasionados por la intromisión de la organización en proyectos como la construcción de la planta en Tuluá, la cual arrojó sobrecostos atribuidos a ataques guerrilleros. De igual manera, se debe tener en cuenta la migración de inversiones hacia otros mercados y economías, y el no cupo de los fondos de pensiones para invertir (El Colombiano, 2015).

Finalmente, en el año 2017, se espera que la acción siga recuperándose como estaba pasando en el año inmediatamente anterior, en el cual fue de \$2.805 a \$4.180 (El Colombiano, 2017).

- **Aval:**

Grupo Aval (Acciones y Valores S.A) “es el conglomerado financiero más grande de Colombia” (Grupo Aval, 2017), y uno de los más influyentes a nivel Latinoamérica. Actualmente cuenta con cuatro bancos en el territorio nacional, como son Banco de Occidente, a través del cual se supo entrometer en el mercado financiero en el año 1976, Banco Popular, Banco de Bogotá y Banco AV Villas, y se ha sabido posicionar a través de Corficolombiana y Porvenir como líder de la banca de inversión y de la administración privada de pensiones y cesantías, respectivamente (Grupo Aval, 2017).

Su acción disminuyó en el periodo 2013 – 2016, desde \$1.380 y hasta \$1.200. Principalmente, se debió a la desconfianza generada por casos como el de Ecopetrol, en el cual sus acciones tuvieron un decremento pronunciado causado,

especialmente, por la caída del precio del petróleo. Esto hizo que creciera la incertidumbre de los colombianos, los cuales dejaron de realizar transacciones en el mercado de valores, al mismo tiempo en que los inversionistas institucionales decidieron invertir en el exterior y no exponerse más a las fluctuaciones del mercado global en su intento por asegurar rentabilidad a sus clientes (Semana, 2015).

A pesar de las valorizaciones registradas en el año 2014, y la inscripción a la bolsa de valores de Nueva York, no se pudo contrarrestar del todo el efecto adverso descrito anteriormente (El Espectador, 2014).

Por otro lado, en el año 2017, se tiene a esta acción como una de las que va a repuntar, como sucedió en los últimos días de marzo, en los que se incrementó en un 2,20% (La República, 2017).

- **Cemargos:**

Argos es una compañía fabricante de Cemento y concreto, presente en Colombia, como la líder de su mercado, en Estados Unidos como la segunda más grande del sureste, y considerada como la quinta más grande de América Latina. Tiene una capacidad instalada de 21 millones de toneladas de cemento y 18 millones de metros cúbicos de concreto al año (Cementos Argos, 2017). Fue fundada en el año 1934, más exactamente el 2 de enero (Cementos Argos, 2017).

Su acción, durante el periodo de la investigación, se incrementó de \$9.050 a \$11.540. Esto se debió a la solidez que mostró en estos años, traducida en el crecimiento de sus utilidades en 41% en el año 2016, con respecto al 2015. Además, quiso implementar un proyecto estratégico en el que acompañó su crecimiento con inversiones en los países donde está presente. Todo lo anterior no afectó su liquidez, y optó por financiarse a través de distintos canales, obteniendo así buenas calificaciones de riesgo (El Tiempo, 2017).

Según informes, la elección de Donald Trump como presidente hará que sus acciones se coticen en el 2017, al crecer el sector construcción mediante el incremento de proyectos de infraestructura (El Colombiano, 2017).

- **Nutresa:**

Nutresa es la organización líder en el mercado de alimentos procesados en Colombia (60% de participación en dicho mercado), con relevancia en América Latina. Cuenta con ocho unidades de negocio, por medio de las cuales ha podido alcanzar dicho posicionamiento, las cuales son chocolates, galletas, café, helados, pastas, cárnicos, alimentos al consumidor y Tresmontes Lucchetti. Fue fundada en el año 1920 bajo el nombre de Compañía Nacional de Chocolates Cruz Roja, en el marco del desarrollo industrial en Colombia. Así, tiene presencia en 14 países, en los que cuenta con 46 plantas de producción, y sus productos alcanzan a cobijar a 72 países alrededor del mundo (Nutresa, 2017).



Su acción tuvo un rendimiento negativo, al pasar de \$26.680 a \$26.300 en estos tres años evaluados. Esto se explica por el comportamiento de su utilidad neta, el cual se mostrará a continuación.

En el año 2015, la acción tuvo una caída que fue desde \$28.000 a \$22.620, esto debido a que, aunque hubo incremento en ventas en Colombia, impulsadas por sus líneas de galletas, cárnicos y chocolates, que fue del orden de 22,6%, y por el hecho de que las ventas en el exterior incrementaron su valor, gracias a la subida del precio del dólar, lo cual hizo que el dinero ingresado aumentara, sus utilidades cayeron en un 27% gracias a un ajuste en las normas internacionales que “obligó a registrar como ingresos un cambio en los impuestos del año anterior” (Dinero, 2016)

En el año 2016, puntualmente siguió el crecimiento de ventas en los planos nacionales e internacionales, aunque hubo un decremento de su utilidad, explicado por las tasas altas de inflación, la devaluación de la moneda y el fenómeno del niño, que obligó a usar “una gestión de precios responsable con protección de los volúmenes, con una visión de largo plazo” (DataiFX, 2017). Esto explica su recuperación durante este.

- **Bancolombia:**

Bancolombia es un grupo financiero, nacido en Colombia en el año de 1875 bajo el nombre de Banco de Colombia. En el año de 1945, funda el Banco Industrial Colombiano, entidad con la cual en el 1995 se convierte en la primera empresa

nacional en estar registrada en la bolsa de New York. Con presencia en los países de Perú, Panamá, Puerto Rico, Islas Caimán, Guatemala y el Salvador, busca consolidarse como líder de su mercado, ofreciendo además innovación en cuanto a su relación con los clientes (Bancolombia, 2017).

Su acción, en el periodo evaluado, sufrió una disminución en su precio, yendo de \$26.700 a \$25.980. Esto se debió a decrementos en su utilidad, como los registrados en el 2013, en donde, pese a que sus activos y pasivos crecieron por la adquisición de una filial en Panamá (HSBC), los títulos perdieron valor, debido a las expectativas de corte de estímulos monetarios en EE.UU (Dinero, 2014). En los años posteriores, tuvo una mejoría, llegando a ser parte y a subir su participación, en el 2014, en distintos índices como el Standard & Poor's Mila 40, el Dow Jones Sustain Emerging Markets y el ColCap, lo cual permitió que su rendimiento aumentara. En el año 2015, fue considerada como una acción atractiva junto a Cemargos, en el que su nivel de operaciones fue de \$327.647 millones (Portafolio, 2014).

En el año 2017, se esperan buenos rendimientos de esta acción, teniendo en cuenta los decrementos de las tasas de interés, lo que debería causar una mejora en el comportamiento de los créditos (El Espectador, 2016).

- **Apple:**

Apple es una multinacional estadounidense, inmersa en el mercado tecnológico. Fundada por Steve Jobs y Steve Wozniack en el año de 1976, es líder de su

mercado, gracias a conceptos claves como la innovación y autenticidad (Universia, 2013). Su sede principal está en Cupertino, California, y sus productos están presentes en casi todos los países del mundo (BBC Mundo, 2013).

Su acción en el periodo evaluado, ascendió de U\$71,76 a U\$114,92. Esto debido a múltiples razones. Una de ellas, y la más reciente fue los inconvenientes de su competidor, la marca japonesa Samsung, lo cual lo hizo partícipe de un mayor porcentaje de su mercado (El Financiero, 2016). Se debe saber que este valor venía de tocar un valor mínimo en el 2013 que causó pérdidas, lo cual lo coloca en un contexto de resurrección. Para superar esta pequeña crisis bursátil, la organización decidió dividir cada una de sus acciones en siete, con el objetivo de volver a atraer el interés de los pequeños inversores, para los cuales era excesivo su antiguo precio (El País, 2014). Así mismo, el lanzamiento de sus nuevos productos ocasionó un repunte de ventas y cambio de perspectiva de los inversores (Apple, 2014).

- **Monsanto:**

Monsanto es una compañía multinacional que se dedica a la producción de agroquímicos y biotecnología, con el objetivo de encaminarlos hacia la agricultura (EuroNews, 2016). Fue fundada en 1901 en San Luis, Missouri, EE.UU., por John F. Queeny, y en 1960 se establece la división agrícola. Tiene presencia en 37 países en los 5 continentes alrededor del mundo (Monsanto, 2017).

Su acción, en el periodo 2013 – 2016, tuvo un ascenso de su precio desde U\$ 94,99 a U\$ 103,45, tocando puntos altos como U\$126,73 y bajos como U\$ 84,51. Estas variaciones se debieron a incrementos en sus ventas, como las registradas en el 2015, impulsadas por las semillas de soja, maíz y el herbicida Roundup. De igual manera, los acuerdos tecnológicos firmados y licencias comerciales, como el hecho con Scotts Miracle-Gro por U\$ 300 millones, ayudaron a aumentarlo (Forbes Mexico, 2015). Por otro lado, también se presentaron bajas en sus ganancias, como las registradas en 2014, que estuvieron alrededor del 6% (El Financiero, 2014), y las del 2016, las cuales obligaron a usar estrategias defensivas como recortes de personal (El Financiero, 2016). En este último año, se vio una recuperación de su precio, gracias a rumores que luego serían realidad sobre una compra de Bayer a Monsanto (El Financiero, 2016).

En el 2017, se prevé que la compra de esta organización ocasione subidas en sus ganancias, como las vistas hasta el mes de abril, superando las expectativas fijadas (Reuters, 2017).

## **2.2. Descripción del retorno utilizado**

Con base en estos precios, se hallaron los retornos diarios dentro de este periodo de tiempo, para posteriormente hallar los retornos promedio por acción, y su respectiva varianza y desviación estándar.

$$\text{Retorno promedio} = \ln(P_t/P_{t-1})$$

El retorno que se utilizó para este fin es denominado retorno logarítmico, o retorno compuesto, en donde  $P$  representa el precio de una acción cualquiera en el tiempo  $t$ , y  $P_{t-1}$ , en el tiempo inmediatamente anterior, el cual depende de la unidad de tiempo con que se le esté midiendo (horas, días, semanas, meses, años).

Se decidió usar este tipo de retorno debido a sus propiedades, las cuales se nombrarán a continuación.

Como primera propiedad, se tiene que estos son continuos en el tiempo, lo cual permite que se puedan adicionar fácilmente, teniendo en cuenta que el retorno de varios periodos continuamente compuesto es la suma de retornos de un solo periodo continuamente compuestos. En segundo lugar, estos siguen una distribución log-normal. En este ítem, se debe recordar que el método de Markowitz asume que los retornos están distribuidos normalmente. Como una tercer y última ventaja, se tiene el hecho de que estos no permiten que los precios medidos se conviertan en valores negativos (Hudson & Gregoriou, 2010).

### **2.3. Análisis descriptivo de los retornos**

En esta subsección se analizarán detenidamente los retornos que cada una de las acciones que se tomaron en cuenta para esta investigación develaron, mediante instrumentos estadísticos que permiten observar un panorama más amplio, como lo son el promedio, los puntos máximos y mínimos y la desviación estándar.

A continuación, se presentará la **tabla 1**, la cual contiene las medidas nombradas anteriormente para cada acción.

**Tabla 1.** Estadísticas básicas de las 10 acciones analizadas para el periodo 2013-2016

Acciones	Monsanto	Apple	Celsia	EEB	ETB	Aval	Cemargos	Nutresa	Bancolombia	Éxito
<b>Retorno promedio</b>	0,0110%	0,0606%	0,0422%	0,0162%	0,0524%	0,0180%	0,0313%	0,0018%	-0,0035%	-0,0996%
<b>Máximo retorno</b>	8,2191%	7,8794%	9,5310%	6,9184%	8,5360%	7,5424%	6,5541%	4,2762%	7,2321%	8,0281%
<b>Mínimo retorno</b>	-8,0926%	8,3304%	8,7011%	7,2601%	20,7382%	8,9345%	-10,4479%	4,9861%	-7,1843%	11,9545%
<b>Varianza</b>	0,0187%	0,0240%	0,0278%	0,0187%	0,0259%	0,0195%	0,0299%	0,0132%	0,0238%	0,0375%
<b>Desviación Estándar</b>	1,3657%	1,5482%	1,6681%	1,3658%	1,6091%	1,3950%	1,7283%	1,1498%	1,5438%	1,9360%

**Fuente:** Elaboración propia a partir de la información de la Bolsa de Valores de Colombia.

Se puede ver que Apple fue la acción que ofreció mayor rentabilidad en el periodo evaluado, con un retorno del orden de 0,0606%. También, se puede detallar que este alcanzó a tocar su pico más alto en el valor de 8,2191%, y el más bajo en -8,0926%. Adicionalmente, se evidencia una desviación estándar de 1,5482%, la quinta más alta de las diez acciones evaluadas. Esto deja entrever una acción que, aunque varía con una frecuencia relativamente importante, deja retornos importantes para aquel que decida invertir en ella.

Siguiendo en el orden de mayor retorno, ETB ofreció una rentabilidad alta, situada en 0.0524%, tocando su pico más alto en 8,5360% y el más bajo en -20,7382%,

con una desviación estándar de 1,6091%, la cuarta mayor, lo que refleja cierto nivel alto de riesgo. En resumen, el perfil de esta acción es de alta rentabilidad, sujeta a alto riesgo, tomándose en cuenta que el pico bajo es el más bajo alcanzado por alguna de las acciones evaluadas, y el alto el segundo mayor.

Así mismo, se tiene a Cemargos, que ofreció la tercer rentabilidad más alta del grupo de acciones evaluadas con un 0.0313%, teniendo como su pico más alto el valor de 6,5541% y más bajo -10,4479%. Adicionalmente, registró una desviación estándar del orden de 1,7283%, la segunda más alta, lo cual la convierte en una acción riesgosa. Se debe resaltar que el nivel más alto de retorno es el segundo más bajo alcanzado, y el más bajo es el tercer menor valor.

EEB registró el cuarto mayor retorno, con un 0,0162%, mostrando una mejoría pronunciada en el periodo evaluado. A esto se le suma una desviación estándar de 1,3658%, la segunda más baja de las acciones evaluadas, lo cual la convierte en una opción ideal para inversionistas que busquen cierto nivel de rentabilidad con bajo riesgo, es decir, inversiones conservadoras.

El quinto mayor nivel de rentabilidad, y el último de los positivos, lo mostró Monsanto, con un retorno de 0,0110%, el cual es medianamente favorable si se compara con los demás. A esto se le adiciona una desviación estándar de 1,3657%, la cual es la más segunda más baja considerada en la investigación. Esta acción muestra un comportamiento en el que se ofrece un rendimiento positivo a un muy bajo riesgo.

La acción que presenta el sexto mayor rendimiento es Nutresa, la cual reportó un retorno medio negativo situado en  $-0,0018\%$ , con su pico más alto ubicado en  $4,2762\%$  y el más bajo en  $-4,9861\%$ . Su desviación estándar estuvo en el orden de  $1,1498\%$ , siendo la más baja registrada. Todo esto muestra una acción que, a cambio de tener el menor riesgo, ofrece un rendimiento negativo.

Bancolombia se ubica como la séptima acción con mayor rendimiento, con un retorno negativo que estuvo en  $-0,0035\%$ , con un pico alto que se ubicó en  $7,2321\%$ , y el bajo en  $-7,1843\%$ . Así, su desviación estándar fue de  $1,5438\%$ , ubicándose como la cuarta más alta.

En el octavo lugar, se ubica Grupo Aval, con un rendimiento negativo del orden de  $-0,0180\%$ . El pico más alto que este alcanzó fue de  $7,5424\%$ , el más bajo de  $-8,9345\%$ , y contó con una desviación estándar de  $1,3950\%$ , la cual representa un riesgo no muy alto, teniendo en cuenta los demás valores. Cabe mencionar que los picos altos y bajos de esta empresa no son tan altos como en las demás.

La penúltima acción es la de Celsia, la cual tuvo un retorno promedio negativo de  $-0,0422\%$ , con un pico máximo de  $9,5310\%$  y mínimo de  $.8,7011\%$ . Su desviación estándar, fue la tercera mayor, con un valor de  $1,6681\%$ . Un ítem para apuntar es que este pico alto es el más alto de las diez acciones evaluadas, lo cual se traduce en que esta compañía alcanzó la variación positiva diaria de precio más alta en el periodo tenido en cuenta.



La acción que ofrece el menor rendimiento se llama Éxito, y se ubicó alrededor de -0,0996%, con un pico máximo de 8,0281% y mínimo de -11,9545%. Su desviación estándar es la más grande de todas las acciones contenidas en este estudio, con un valor de 1,9360%. En cuanto a los picos, se debe saber que el máximo es el cuarto mayor de esta lista, y el mínimo es el segundo menor.

En términos generales, las acciones que se eligieron para componer los portafolios que se definieron por los respectivos métodos son muy variadas, y dirigidas a diferentes tipos de accionistas. En primer lugar, se tienen acciones como Apple y ETB, que con un alto rendimiento no ofrece un gran riesgo, sino uno moderado, la acción por naturaleza para accionistas medianamente tolerantes al riesgo. También, se encuentran aquellas como EEB, que brindan seguridad y un retorno medio positivo, la perfecta opción para inversionistas conservadores, y aversos a arriesgarse. Por otro lado, acciones como Nutresa se erigen como opciones de acciones muy seguras que, aunque ofrecen un rendimiento negativo, aunque casi insignificante, tiene un valor alto, permitiendo así que la inversión que se realice, se recupere con mayor facilidad que en otras. Por último, acciones como Éxito aparecen, la cual ofrece el mayor nivel de riesgo a la menor rentabilidad, pero a un precio alto.

## 2.4. Análisis de portafolio

Una vez hallados estos retornos, se prosiguió a definir dos fronteras eficientes: i) media varianza y ii) media-varianza-sesgo.

La frontera de media-varianza se construyó a base de la herramienta Solver, encontrada en Microsoft Excel, la cual permite fijar una función con la que se requiera llegar a un objetivo, como maximizarla, minimizarla o que se convierta en un valor en específico, cambiando un grupo de valores que estén involucrados en ella, y sujetándola a una serie de límites o restricciones. A continuación, se explicará de una manera más detallada el método utilizado para este fin.

En primera medida, se halló un portafolio en el que el riesgo fuera mínimo sin tener en cuenta el valor de su rentabilidad, permitiendo que el porcentaje de peso de cada acción variara. Acto seguido, se encontró otro portafolio de inversión que maximizara su retorno sin estar sujeto a un valor específico de volatilidad. Teniendo estos dos valores de desviación estándar como referencia, se prosiguió a calcular el total que cada valor de riesgo debería variar al pasar por cada punto integrante de esta frontera eficiente. Así, los portafolios restantes se construyeron con el fin de brindar rentabilidad máxima sujeta a un riesgo específico.

Por otro lado, la frontera eficiente de media, varianza y sesgo se determinó usando esta misma herramienta, pero con un enfoque diferente, el cual se detallará a continuación.

Este nuevo grupo de portafolios eficientes se hallaron partiendo de determinar una restricción que consistió en que el retorno promedio de cada uno de estos debía ser el mismo que los encontrados con el método anterior. Así, se definió una nueva función objetivo, que consistió en la maximización del sesgo. El resultado final fueron portafolios que ofrecían sesgo mayor, retornos iguales y riesgos un poco más altos en algunos casos que los brindados con el método de Markowitz.

### 3. Resultados

En esta sección se mostrará todo lo hallado durante la investigación, comparando ambos métodos usados anteriormente.

Al realizar el método de Markowitz, se llegó a una serie de quince puntos, en los que cada uno representa un respectivo portafolio potencial para invertir y obtener el máximo retorno, teniendo solo en cuenta el riesgo. Estos puntos se verán a continuación en la **tabla 2**.

**Tabla 2.** Retorno promedio, varianza y asignación de porcentajes de participación por acción de la frontera eficiente – Método Markowitz

Portafolios	Riesgo	Retorno Promedio	Porcentaje de participación por acción									
			Monsanto	Apple	Celsia	EEB	ETB	Aval	Cemargos	Nutresa	Bancolombia	Éxito
1	0,6947%	0,0127%	17%	10%	2%	19%	12%	12%	3%	17%	7%	2%
2	0,7556%	0,0308%	12%	22%	0%	20%	21%	2%	8%	11%	4%	0%
3	0,8166%	0,0376%	10%	29%	0%	20%	25%	0%	10%	6%	1%	0%
4	0,8776%	0,0427%	7%	34%	0%	19%	28%	0%	12%	0%	0%	0%
5	0,9385%	0,0469%	1%	40%	0%	16%	31%	0%	12%	0%	0%	0%
6	0,9995%	0,0503%	0%	45%	0%	10%	34%	0%	10%	0%	0%	0%
7	1,0605%	0,0531%	0%	50%	0%	4%	37%	0%	9%	0%	0%	0%
8	1,1215%	0,0555%	0%	55%	0%	0%	39%	0%	6%	0%	0%	0%
9	1,1824%	0,0575%	0%	62%	0%	0%	38%	0%	0%	0%	0%	0%
10	1,2434%	0,0584%	0%	73%	0%	0%	27%	0%	0%	0%	0%	0%
11	1,3044%	0,0589%	0%	80%	0%	0%	20%	0%	0%	0%	0%	0%
12	1,3653%	0,0594%	0%	86%	0%	0%	14%	0%	0%	0%	0%	0%
13	1,4263%	0,0598%	0%	91%	0%	0%	9%	0%	0%	0%	0%	0%
14	1,4873%	0,0602%	0%	96%	0%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	0%
15	1,5482%	0,0606%	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%

**Fuente:** Elaboración propia a partir de los estudios realizados en la investigación.

En esta frontera eficiente, se puede detallar la manera en como el retorno promedio y el riesgo varían de forma ascendente hasta el último portafolio, denotándose una relación directa, la cual traduce, en términos financieros, que si se buscan rendimientos mayores, se debe estar dispuesto a incurrir en niveles de riesgo cada vez más elevados.

Por otro lado, se puede observar que el primer portafolio busca un riesgo mínimo, por lo que asigna los pesos relevantes a acciones con desviaciones estándar bajas, y que ofrecen, teniendo en cuenta esto, el mayor retorno posible, Este es el caso de EEB, Monsanto y Nutresa, con pesos de 19%, 17% y 17% respectivamente. Estas acciones tienen riesgos bajos, y en el caso de EEB y Monsanto, ofrecen retornos medios positivos. Nutresa, por su parte, es la primera, de aquellas que ofrecen rendimientos negativos, es decir, es la que menos rendimientos negativos ofrece.

En un segundo plano se encuentra Apple, ETB, Aval y Bancolombia, con participaciones de 10%, 12%, 12% y 7% respectivamente. Si se examinan sus rendimientos, se encuentra que, aunque Apple y ETB son las acciones que más rendimientos presentan, tienen una desviación relativamente alta, lo cual hace que no sean las primeras ni las mayores opciones de este portafolio. Aval y Bancolombia, por su parte, demuestran rendimientos negativos, pero cuentan con riesgos bajo, lo cual los ubica como ítems medianamente importantes. Adicionalmente, acciones como Cemargos, Celsia y Éxito comparten baja relevancia, ubicándose con pesos de 3%, 2% y 2% respectivamente, debido a la

alta desviación estándar que poseen, y en Celsia y Éxito, resaltada con los muy bajos niveles de rentabilidad.

A medida que avanzan los distintos portafolios, acciones como Apple, ETB y EEB toman protagonismo, dado a que la condición de la conformación de estos cambia, al procurar cada vez mayores rendimientos, dejando de lado la condición de minimizar el riesgo. La primera de estas crece hasta que llega a adquirir el 100% de peso en el último portafolio, el cual se preocupa netamente por maximizar el retorno. La segunda, en cambio alcanza su punto más alto en el portafolio ocho, con un 39% de participación, y deja de participar únicamente en el último. La tercera deja de aparecer en el portafolio siete, alcanzando sus puntos más altos en los portafolios dos y tres con un 20%.

Por otra parte, acciones como Monsanto, Aval, Nutresa y Bancolombia, van perdiendo rápidamente protagonismo, dejando de participar en el sexto, tercer y cuarto portafolio respectivamente.

A continuación se presentará la **tabla 3**, que devela información pertinente de la frontera eficiente determinada por el método de media, varianza y sesgo.

**Tabla 3.** Retorno promedio y varianza de la frontera eficiente – Media, Varianza y Sesgo.

Portafolio	Retorno				Porcentaje de participación por acción										
	Riesgo	Promedio	Entropía	Sesgo	Monsanto	Apple	Celsia	EEB	ETB	Aval	Cemargos	Nutresa	Bancolombia	Éxito	
1	0,7070%	0,0128%	8,628	1,53E-24	19%	10%	7%	14%	11%	11%	6%	12%	9%	0%	
2	0,7659%	0,0309%	5,476	2,19E-24	20%	20%	0%	19%	22%	2%	8%	8%	0%	0%	
3	0,8204%	0,0376%	4,603	2,66E-24	13%	25%	0%	20%	27%	0%	11%	4%	0%	0%	
4	0,8942%	0,0427%	3,482	-7,27E-25	12%	40%	0%	15%	21%	0%	11%	0%	0%	0%	
5	0,9774%	0,0469%	3,331	-7,4E-24	8%	37%	0%	2%	31%	0%	23%	0%	0%	0%	
6	1,0017%	0,0503%	2,575	2,35E-25	0%	48%	0%	11%	31%	0%	10%	0%	0%	0%	
7	1,0701%	0,0531%	2,535	2,83E-24	0%	45%	0%	0%	41%	0%	14%	0%	0%	0%	
8	1,1417%	0,0555%	1,854	8,98E-24	0%	63%	0%	3%	29%	0%	5%	0%	0%	0%	
9	1,2099%	0,0576%	1,645	1,57E-24	0%	69%	0%	0%	28%	0%	3%	0%	0%	0%	
10	1,2464%	0,0584%	1,527	6,78E-25	0%	73%	0%	0%	27%	0%	0%	0%	0%	0%	
11	1,3044%	0,0589%	1,335	-2,9E-24	0%	80%	0%	0%	20%	0%	0%	0%	0%	0%	
12	1,3653%	0,0594%	1,197	5,24E-24	0%	86%	0%	0%	14%	0%	0%	0%	0%	0%	
13	1,4313%	0,0599%	1,097	-6,1E-21	0%	91%	0%	0%	9%	0%	0%	0%	0%	0%	
14	1,4873%	0,0602%	1,041	-2,68E-23	0%	96%	0%	0%	4%	0%	0%	0%	0%	0%	
15	1,5482%	0,0606%	1,000	0	0%	100%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	0%	

**Fuente:** Elaboración propia a partir de los datos proporcionados en la Bolsa de Valores de Colombia.

En este nuevo conjunto de portafolios, se puede observar que el retorno y el riesgo tienen la misma relación directa mostrada en la tabla anterior. Por su parte, la entropía disminuye a medida que se avanza por los distintos puntos, mostrando una relación inversa con el retorno, lo cual significa que si se quiere buscar niveles mayores de retorno, se deberá contar con portafolios cada vez menos diversificados, lo cual tiene coherencia, pues uno de los factores que se utilizan para disminuir el riesgo de inversión es diversificación en instrumentos accionarios.

Por otra parte, si se observa detenidamente los datos mostrados anteriormente, se puede ver que el primero de estos portafolios resalta a Monsanto, con un 19% de participación (2% más que el método de Markowitz), seguido de EEB con un 14%. En un segundo plano se encuentran Nutresa, Aval, ETB y Apple, con porcentajes de participación del 12%, 11%, 11% y 10% respectivamente. Por último, aparecen acciones como Bancolombia, Celsia y Cemargos con participación del orden de 9%, 7% y 6% en el mismo orden. Este cambio leve de porcentajes se debió al aumento del riesgo del portafolio, el cual se ubicó en 0,7070%

A medida que se van fijando nuevos objetivos para diferentes portafolios, las acciones de Monsanto, EEB, Nutresa, Aval, y Cemargos, van perdiendo importancia, participando hasta el quinto, octavo, tercero, segundo y noveno portafolio respectivamente, y presentándose comportamientos resaltables como el hecho de que EEB deje de participar en el séptimo portafolio, y en el octavo vuelva



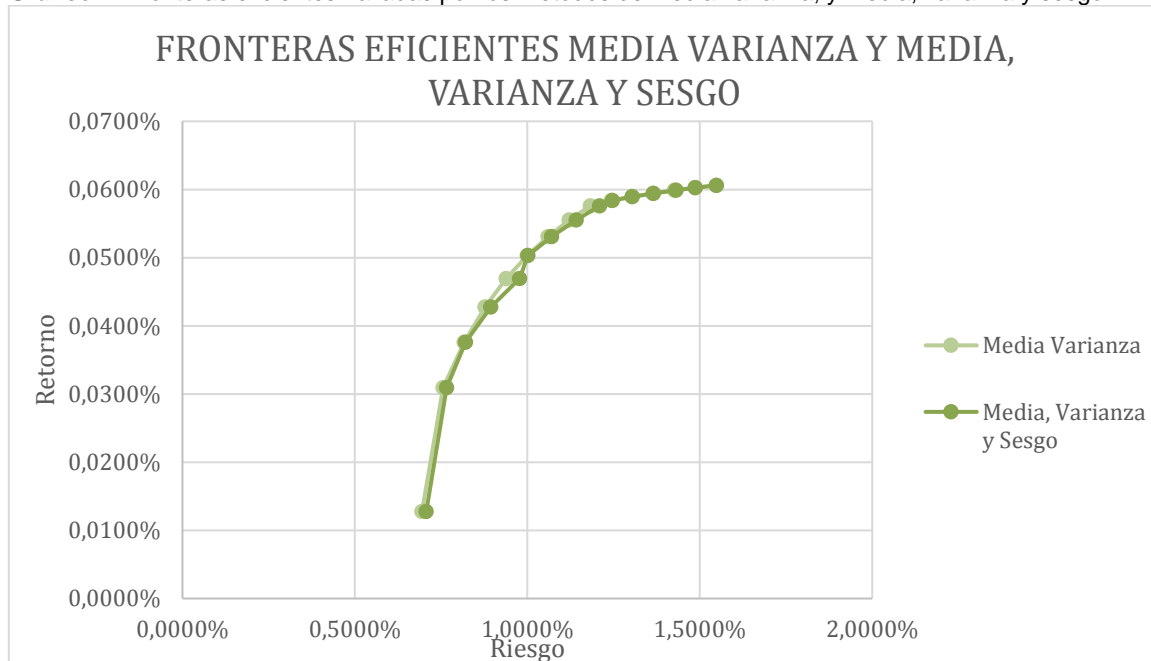
con un 3% de relevancia. Esto se debió en al aumento de su riesgo, comparado con los datos obtenidos con el método anterior.

Por otro lado, acciones como Bancolombia solo participan de la primera de estas agrupaciones de inversiones, pasando de 9% a 0%, dada su resaltada conducta, en la que ofrece un retorno negativo y niveles de riesgo medio altos.

Para finalizar, se debe incluir el hecho de que Éxito no sumó participación alguna en ninguno de los portafolios definidos anteriormente. Esto gracias al alto riesgo y bajo retorno que dicha acción exhibió.

Para entender y facilitar el proceso de comparación entre los métodos mostrados, posteriormente se presentará el **gráfico 1**, en el que se develarán sus comportamientos medidos en el eje de las ordenadas por los retornos, y en el de las abcisas por el riesgo.

**Gráfico 1.** Fronteras eficientes halladas por los métodos de media varianza, y media, varianza y sesgo.



**Fuente:** Elaboración propia a partir de los datos proporcionados en la Bolsa de Valores de Colombia.

Al ver este gráfico, se puede rescatar en primera instancia, que ambas fronteras tienen formas muy parecidas, siendo cóncavas hacia abajo, lo que demuestra que cada una trata de dar un retorno elevado a un riesgo dado. De igual manera, se ve que a medida que se avanza en la gráfica, ambas fronteras tienden a aplanarse, reflejando esto que la rentabilidad va aumentando cada vez en menor medida, tendiendo a convertirse al final en una constante.

Si se detalla con mayor precisión, se puede notar que en algunos puntos, la recta de los portafolios fijados por el método de media varianza está por encima de su homónima, reflejando esto que en niveles de retorno fijados, ofrece riesgos menores.

## 4. Conclusión

El mercado accionario en Colombia, comparado con otros países, es muy pequeño y está en una fase de consolidación y crecimiento. Se debe observar que de las 8 acciones escogidas pertenecientes a este mercado, solamente tres presentaron rendimientos positivos, lo cual permite entrever que el periodo elegido para el estudio no fue el mejor para la BVC. La bolsa de New York, por otro lado, aportó dos acciones rentables, las cuales ofrecieron retornos positivos.

Entre las empresas estudiadas, cabe destacar la labor de ETB, una empresa con más de cien años de fundada, que ha sabido adaptarse a las necesidades de sus consumidores, ofreciendo servicios acordes con la tecnología del momento. Estas buenas estrategias se pudieron ver en su nivel de retornos, el cual fue el segundo mejor, solamente detrás de Apple, la gran multinacional estadounidense. Por otro lado, también cabe mencionar a empresas como Bancolombia y Grupo Aval, que decidieron entrar a negociar a la bolsa de valores de New York, en donde la primera de estas ya pertenece a diversos índices, una decisión pretenciosa que da señales de la consolidación y desarrollo de la banca privada colombiana.

Teniendo en cuenta el análisis realizado anteriormente, se pueden concluir distintos asuntos. El primero de estos es que no hay una frontera eficiente que sea mejor que otra, dado que cada una ofrece una ventaja en cierta área que, dependiendo del inversionista, puede resultar más o menos conveniente. Así, el primer conjunto de portafolios cumple con la orden de maximizar el retorno a cierto

nivel de riesgo previamente seleccionado, lo cual, en últimas, se traduce en un menor riesgo. Los portafolios de inversión determinados con el método de media, varianza y sesgo cumplen con brindar el mismo nivel de retornos máximos fijados, con la diferencia de brindar un mayor riesgo. El plus de estos consiste en que le brindan al inversor un mayor nivel de sesgo hacia la derecha, lo cual garantiza retornos que tiendan a ser mayores que la media.

Igualmente, se debe mencionar que las finanzas y la economía son un mundo, en donde cantidad de variables interactúan con el fin de brindar a inversionistas la mejor opción para invertir de acuerdo a su personalidad y características puntuales. Es tan complejo e interesante este mundo, que ha logrado unir a personas de todas las latitudes de este planeta para hablar un solo lenguaje, el cual se ha convertido en universal.

Para finalizar, se debe afirmar que el mercado de valores de renta variable tiene un nivel de incertidumbre que, si bien los métodos expuestos en esta investigación contribuyen a que se minimice hasta cierto punto, nunca va a llegar a ser igual a cero. Esto se debe a que su negociación toma en cuenta el futuro, lo cual hace necesario recurrir a la especulación y predicción de ciertas variables, en algunos casos incontrolables.

## 5. Bibliografía

- ADVFN. (2008). *Bolsa de Valores de Shanghái*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://mx.advfn.com/bolsa-de-valores/shanghai>
- ADVFN. (2014). *Toronto Stock Exchange*. Recuperado el 15 de Mayo de 2017, de <https://mx.advfn.com/bolsa-de-valores/TSX>
- Apple. (22 de Septiembre de 2014). *Las ventas de iPhone el primer fin de semana alcanzan los 10 millones de unidades, estableciendo un nuevo récord*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.apple.com/es/pr/library/2014/09/22First-Weekend-iPhone-Sales-Top-10-Million-Set-New-Record.html>
- Banco BBVA. (24 de Marzo de 2015). *Los principales índices bursátiles asiáticos*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.bbva.com/es/noticias/economia/bancos/renta-variable/los-principales-indices-bursatiles-asiaticos-2/>
- Bancolombia. (2017). *¿Quiénes Somos?* Recuperado el 10 de Abril de 2017, de <https://www.grupobancolombia.com/wps/portal/acerca-de/informacion-corporativa/quienes-somos/>
- BBC Mundo. (31 de Octubre de 2013). *La "nave espacial" de Apple ya puede aterrizar en Cupertino*. (J. González de Gispert, Ed.) Recuperado el 18 de Mayo de 2017, de [http://www.bbc.com/mundo/noticias/2013/10/131029\\_tecnologia\\_apple\\_california\\_cupertino\\_sede\\_nave\\_espacial\\_jg](http://www.bbc.com/mundo/noticias/2013/10/131029_tecnologia_apple_california_cupertino_sede_nave_espacial_jg)
- Bolsa de Valores de Colombia. (2008). *Guía colombiana del mercado de valores*.
- Bolsa de Valores de Colombia. (2008). *Mercado de Renta Fija*. Obtenido de <https://bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/descripciongeneral/rentafija>
- Bolsa de Valores de Colombia. (16 de Mayo de 2017). *Mercado de Renta Variable*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.bvc.com.co/pps/tibco/portalbvc/Home/Mercados/enlinea/acciones>
- Celsia E.S.P. (2017). *Historia*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.celsia.com/es/nuestra-empresa/historia>
- Celsia E.S.P. (2017). *Sobre Nosotros*. Recuperado el 15 de Abril de 2017, de <http://www.celsia.com/es/nuestra-empresa/sobre-nosotros>
- Cementos Argos. (2017). *Contexto*. Recuperado el 15 de Abril de 2017, de <https://www.argos.co/colombia/somos/contexto>
- Cementos Argos. (2017). *Historia*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.argos.co/colombia/somos/historia>
- Contreras, J., Rodriguez, Y. E., & Sosa, A. (2015). *Construction of an efficient portfolio of power purchase decisions*.
- DataiFX. (24 de Febrero de 2017). *En 2016 ventas de Nutresa crecieron pero utilidad cayó*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://dataifx.com/noticias/en-2016-ventas-de-nutresa-crecieron-pero-utilidad-cayo%C3%B3>

- Dinero. (28 de Septiembre de 2013). *Acción de Celsia, ¿una buena inversión?* Recuperado el 15 de Abril de 2017, de <http://www.dinero.com/inversionistas/articulo/accion-celsia-seria-buena-inversion/185112>
- Dinero. (02 de Marzo de 2014). *Cayeron utilidades del Grupo Bancolombia*. Recuperado el 10 de Marzo de 2017, de <http://www.dinero.com/empresas/articulo/utilidades-bancolombia-2013/191460>
- Dinero. (08 de Abril de 2015). *Tras el anuncio de posibles adquisiciones, la acción de Éxito se cae*. Obtenido de <http://www.dinero.com/inversionistas/articulo/analisis-sobre-precio-accion-del-exito-tras-anuncio-expansion-internacional/211859>
- Dinero. (26 de Febrero de 2016). *Nutresa gana \$428.152 millones: Inversionistas tendrían \$498 por acción*. Recuperado el 10 de Abril de 2017, de <http://www.dinero.com/inversionistas/articulo/dividendos-de-nutresa-para-2016-y-utilidades-de-2015/220783>
- El Colombiano. (04 de Agosto de 2015). *Acción del Éxito retrocedió 18% en tres días por compras en Brasil y Argentina*. (J. F. Sierra Suárez, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.elcolombiano.com/negocios/accion-del-exito-cayo-18-en-tres-dias-en-la-bvc-YF2474670>
- El Colombiano. (15 de Marzo de 2015). *Celsia: US\$700 millones para más compras en 2015*. (J. F. Rojas, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.elcolombiano.com/negocios/empresas/celsia-us-700-millones-para-mas-compras-en-2015-FD1500502>
- El Colombiano. (04 de Enero de 2017). *5 acciones para invertir en 2017*. (F. Arias Jimenez, Ed.) Recuperado el 10 de Marzo de 2017, de <http://m.elcolombiano.com/celsia-argos-y-exito-en-el-top-5-accionario-de-2017-EE5699677>
- El Colombiano. (28 de Febrero de 2017). *A Cementos Argos sí le conviene presidencia de Donald Trump*. (F. Arias Jiménez, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.elcolombiano.com/negocios/cementos-argos-crecera-con-planes-de-trump-LY6045805>
- El Espectador. (24 de Septiembre de 2014). *¿Por qué la acción del Grupo Aval subió en EE.UU y cayó en Colombia?* (C. Vega Barbosa, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.elespectador.com/noticias/economia/accion-del-grupo-aval-subio-eeuu-y-cayo-colombia-articulo-518447>
- El Espectador. (19 de Diciembre de 2016). *Estas son las acciones que más prometen en 2017*. (C. Vega Barbosa, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.elespectador.com/noticias/economia/estas-son-acciones-mas-prometen-2017-articulo-671186>
- El Financiero. (25 de Junio de 2014). *Acción de Monsanto sube 5.4%; mejora estimado de ganancias para este año*. Recuperado el 12 de Abril de 2017, de <http://www.elfinanciero.com.mx/mercados/accion-de-monsanto-sube-mejora-estimados-de-ganancias-para-este-ano.html>
- El Financiero. (23 de Agosto de 2016). *Acción de Monsanto repunta ante cercanía de un acuerdo con Bayer*. Recuperado el 12 de Mayo de 2017, de

- <http://www.elfinanciero.com.mx/mercados/acciones-de-monsanto-suben-con-fuerza-tras-reporte-sobre-cercano-acuerdo-con-bayer.html>
- El Financiero. (11 de Octubre de 2016). *Acciones de Apple se benefician del Galaxy Note 7*. Recuperado el 10 de Abril de 2017, de <http://www.elfinanciero.com.mx/mercados/acciones-de-apple-suben-en-bolsa-hasta-batir-records-en-2016.html>
- El Financiero. (05 de Octubre de 2016). *Ganancias de Monsanto 'florecen' tras plan de despidos*. Recuperado el 12 de Mayi de 2017, de <http://www.elfinanciero.com.mx/empresas/ganancias-de-monsanto-florecen-tras-plan-de-despidos.html>
- El País. (20 de Agosto de 2014). *Las acciones de Apple superan los 100 dólares y vuelven a niveles máximos*. (S. Pozzi, Ed.) Recuperado el 12 de Abril de 2017, de [http://economia.elpais.com/economia/2014/08/20/actualidad/1408534798\\_423990.html](http://economia.elpais.com/economia/2014/08/20/actualidad/1408534798_423990.html)
- El Tiempo. (03 de Septiembre de 2014). *Acción de EEB sufrió por salida de Ecopetrol*. Recuperado el 15 de Abril de 2017, de <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-14475656>
- El Tiempo. (25 de Mayo de 2016). *Acción de ETB se ha valorizado 18 % en los últimos tres meses*. Recuperado el 10 de Mayo de 2017, de <http://www.eltiempo.com/archivo/documento/CMS-16603110>
- El Tiempo. (21 de Febrero de 2017). *Cementos Argos casi dobló sus utilidades en 2016*. Recuperado el 10 de Abril de 2017, de <http://www.eltiempo.com/economia/empresas/cementos-argos-casi-doblo-sus-utilidades-en-2016-60800>
- El Empleo.Com. (2017). *¿Qué es la BVC?* Obtenido de <http://www.elempleo.com/sitios-empresariales/colombia/bvc/>
- Empresa de Energía de Bogotá. (23 de Diciembre de 2014). *EEB pagará dividendos históricos a sus accionistas por \$1,1 billones*. Recuperado el 15 de Abril de 2017, de EEB pagará dividendos históricos a sus accionistas por \$1,1 billones - See more at: <http://www.grupoenergiadebogota.com/eeb/index.php/sala-de-prensa/comunicados-de-prensa/2014/eeb-pagara-dividendos-historicos-a-sus-accionistas-por-1-1-billones#sthash.b0c21c7L.dpuf>
- Empresa de Energía de Bogotá. (2017). *¿Quiénes Somos?* Recuperado el 01 de Mayo de 2017, de <http://www.grupoenergiadebogota.com/eeb/index.php/empresa/quienes-somos>
- ETB. (2017). *Sobre ETB*. Obtenido de <https://www.etb.com/corporativo/Sobre-ETB#historia>
- EuroNews. (23 de Mayo de 2016). *¿Qué es Monsanto?* Recuperado el 01 de Abril de 2017, de <http://es.euronews.com/2016/05/23/que-es-monsanto>
- Finanzas Personales. (2011). *Papeles con Descuento*. Obtenido de Finanzas Personales: <http://www.finanzaspersonales.com.co/diccionario/termino/papeles-con-descuento/40881>
- Finanzas Personales. (Diciembre de 2016). *Acciones de EEB, una de las mejores opciones de inversión para 2017*. (C. Silva Jaramillo, Ed.) Obtenido de

- <http://www.finanzaspersonales.com.co/columnistas/articulo/acciones-de-eeb-como-invertir-en-acciones/67345>
- Forbes Mexico. (2 de Julio de 2015). *Ganancias de Monsanto superan expectativas trimestrales*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.forbes.com.mx/ganancias-de-monsanto-superan-expectativas-trimestrales/>
- Grupo Aval. (2017). *Nuestras Compañías*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.grupoaval.com/wps/portal/grupo-aval/aval/nuestras-companias>
- Grupo Éxito. (2017). *Nosotros*. Obtenido de <https://www.grupoexito.com.co/es/nosotros>
- Hudson, R. S., & Gregoriou, A. (07 de Febrero de 2010). Calculating and Comparing Security Returns is harder than you think: A Comparison between Logarithmic and Simple Returns.
- Insider Pro. (06 de Mayo de 2017). *Las principales Bolsas de valores del mundo*. Recuperado el 18 de Mayo de 2017, de <https://es.insider.pro/infographics/2017-05-06/las-principales-bolsas-de-valores-del-mundo/>
- Instituto Superior de Empresas y Finanzas. (28 de Mayo de 2015). *¿Cuáles son los principales índices bursátiles del mundo?* Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://isefi.es/cuales-son-los-principales-indices-bursatiles-del-mundo/>
- La República. (18 de Marzo de 2017). *Acción del Grupo Aval, la que más subió en la BVC*. (M. Chaves, Ed.) Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de [http://www.larepublica.co/acci%C3%B3n-del-grupo-aval-la-que-m%C3%A1s-subi%C3%B3-en-la-bvc\\_485646](http://www.larepublica.co/acci%C3%B3n-del-grupo-aval-la-que-m%C3%A1s-subi%C3%B3-en-la-bvc_485646)
- Monsanto. (2017). *Company History*. Recuperado el 15 de Mayo de 2017, de <http://www.monsanto.com/whoweare/pages/monsanto-history.aspx>
- Nobel Media AB. (2014). *Harry M. Markowitz - Biographical*. Recuperado el 15 de Marzo de 2017, de [nobelprize.org: http://www.nobelprize.org/nobel\\_prizes/economic-sciences/laureates/1990/markowitz-bio.html](http://www.nobelprize.org/nobel_prizes/economic-sciences/laureates/1990/markowitz-bio.html)
- Nutresa. (2017). *Quiénes Somos*. Recuperado el 13 de Abril de 2017, de <https://www.gruponutresa.com/quienes-somos/>
- Paris P., F., & Zuluaga E., O. (1984). *Portafolio de Acciones* (1ª Edición ed., Vol. I). Bogotá, Cundinamarca, Colombia: Biblioteca ANIF de Economía.
- Portafolio. (24 de Abril de 2014). *Acción de ETB enfrenta turbulencia en el mercado*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <http://www.portafolio.co/negocios/empresas/accion-etb-enfrenta-turbulencia-mercado-66768>
- Portafolio. (11 de Marzo de 2014). *Sin negociarse, acciones de Bancolombia ya rentan 10 %*. Recuperado el 13 de Abril de 2017, de <http://www.portafolio.co/negocios/empresas/negociarse-acciones-bancolombia-rentan-10-46366>
- Pymex. (17 de Abril de 2017). *¿Qué significa Dow Jones?* Recuperado el 18 de Mayo de 2017, de <https://pymex.pe/noticias/mundo/que-significa-dow-jones>



- Reuters. (05 de Abril de 2017). *Monsanto anota incremento en su ganancia mejor a lo previsto en segundo trimestre*. Recuperado el 12 de Mayo de 2017, de <http://lta.reuters.com/article/businessNews/idLTAKBN1771PB-OUSLB>
- Semana. (12 de Diciembre de 2015). *Acciones colombianas, entre las más desvalorizadas*. Recuperado el 10 de Marzo de 2017, de <http://www.semana.com/economia/articulo/acciones-colombianas-entre-las-mas-desvalorizadas/453455-3>
- Universia. (01 de Abril de 2013). *Fundación de la Apple Computer Company*. Recuperado el 09 de Abril de 2017, de <http://noticias.universia.net.mx/ciencia-nntt/noticia/2013/04/01/1013950/fundacion-apple-computer-company.html>
- Usta, I., & Kantar, Y. M. (2011). Mean-Variance-Skewness-Entropy Measures: A Multi-Objective Approach for Portfolio Selection. Department of Statistics, Science Faculty, Anadolu University.
- ValorAlta Asesorías e Inversiones. (2017). *RENTA FIJA Y ACCIONES*. Recuperado el 16 de Mayo de 2017, de <https://www.valoralta.com.co/productos/renta-fija-y-acciones>