



**Fortalecimiento del conocimiento didáctico del contenido a maestros de básica primaria focalizados por el programa todos a aprender desde una propuesta didáctica que aborde la multiplicación como producto de medidas**

Juan Carlos Cárdenas Martínez

María Cecilia Cepeda Alza

Universidad ICESI.

Escuela de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

2017

**Fortalecimiento del conocimiento didáctico del contenido a maestros de básica  
primaria focalizados por el programa todos a aprender desde una propuesta  
didáctica que aborde la multiplicación como producto de medidas**

Trabajo de grado

Juan Carlos Cárdenas Martínez

María Cecilia Cepeda Alza

Asesor de investigación

María Isabel Rivas

Universidad ICESI.

Escuela de Ciencias de la Educación

Maestría en Educación

2017

**CONTENIDO**

1.	Introducción .....	1
2.	Formulación del problema .....	3
2.1	Problema de investigación .....	3
2.2	Justificación.....	4
2.3	Objetivos .....	5
2.3.1	Objetivo general. ....	5
2.3.2	Objetivos específicos.....	6
3.	Antecedentes .....	7
3.1	Formación docente .....	7
3.2	Estructura Multiplicativa.....	8
4.	Marco teórico .....	16
4.1	Aspectos epistemológicos .....	16
4.2	Aspectos didácticos .....	19
4.2.1	La multiplicación.....	19
4.2.2	Estructura multiplicativa.....	22
4.2.3	Registros de representación semiótica.....	26
4.2.4	Situación didáctica.....	27
4.2.5	Programa Todos a Aprender (PTA).....	29
4.2.6	Conocimiento Didáctico del Contenido. ....	31
5.	Metodología .....	34
5.1	Enfoque 34	
5.2	Tipo de investigación .....	35

5.3	Diseño de investigación .....	36
5.4	Contexto .....	37
5.5	Selección de participantes .....	39
5.6	Diseño metodológico.....	39
5.7	Diseño de cuestionarios, desarrollo de formación y situaciones didácticas.....	42
5.7.1	Cuestionarios.....	42
5.7.2	Formación docente.....	47
5.7.3	Situaciones didácticas.....	51
5.8	Pilotaje	51
5.8.1	Diseño de cuestionarios.....	52
5.8.2	Diseño de situaciones didácticas .....	52
5.9	Aplicación de los cuestionarios y capacitación docente .....	52
5.10	Plan de procesamiento de análisis.....	53
5.10.1	Procesamiento de análisis de los cuestionarios .....	53
6.	Análisis y Resultados .....	55
6.1	Análisis cuantitativo.....	56
6.1.1	Caracterización de la población.....	56
6.1.2	Concepciones docentes y conocimientos docentes .....	59
6.1.3	Exprese con un ejemplo cómo aborda la multiplicación en clase (figura, esquema etc...) .....	71
6.1.4	Estrategias metodológicas empleadas en la enseñanza de la multiplicación..	74
6.1.5	En el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación .....	75
6.2	Análisis cualitativo .....	79

6.2.1	Categorías de análisis y codificación de datos .....	79
6.2.2	Categorización de los datos. ....	79
6.2.3	Descripción e interpretación de los resultados. ....	86
6.3	Evaluación de las situaciones didácticas y la propuesta de formación .....	95
6.3.1	Cambios de concepción en relación a los aspectos que se tienen en cuenta al enseñar la multiplicación .....	96
6.3.2	Cambio en relación al uso de los modelos que se tienen en cuenta para la enseñanza de la multiplicación. ....	97
6.3.3	Cambio en relación al uso problemas para la enseñanza de la multiplicación	98
6.4	Importancia de las situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación.	99
6.5	Evaluación de las situaciones didácticas empleadas en la formación docente..	100
6.6	Evaluación de la propuesta didáctica .....	104
7.	Conclusiones .....	107
8.	Lista de referencias.....	110

**Lista de tablas**

Tabla 1.....	44
Tabla 2.....	46
Tabla 3.....	47
Tabla 4.....	56
Tabla 5.....	57
Tabla 6.....	59
Tabla 7.....	63
Tabla 8.....	66
Tabla 9.....	69
Tabla 10.....	70
Tabla 11.....	72
Tabla 12.....	73
Tabla 13.....	79

## Lista de figuras

Figura 1. Representaciones semióticas del área de un rectángulo. ....	19
Figura 2. Multiplicación hindú.....	20
Figura 3. Correspondencia entre dos magnitudes en el isomorfismo de medidas. ....	24
Figura 4. Uso de diferentes representaciones semióticas para trabajar el producto cartesiano.....	27
Figura 5. Visión sistémica de las estrategias del PTA .....	29
Figura 6. Organización del PTA y textos de apoyo en el área de matemáticas .....	30
Figura 7. Modelo de razonamiento y acción Pedagógica según Lee S. Shulman (1987)	33
Figura 8. Relación entre las variables independiente y dependiente en un diseño experimental.....	37
Figura 9. Diseño metodológico de la investigación.....	39
Figura 10. Estructura de la tipología cuasi experimental aplicada llamada Serie Cronológica.....	41
Figura 11. Imagen de apoyo de Anexo 1 .....	43
Figura 12. Imagen de apoyo de Anexo 2 .....	45
Figura 13. Imagen de apoyo de Anexo 2 .....	46
Figura 14. Presentación de apoyo formación docente .....	47
Figura 15. Presentación dirigida a docentes.....	48
Figura 16. Presentación de estándares en la formación docente .....	49
Figura 17. Multiplicación en las matrices de referencia .....	49
Figura 18. Análisis de datos cuantitativos y cualitativos .....	53

Figura 19. Porcentaje de maestros pertenecientes a diferentes grados de básica primaria .....	57
Figura 20. Experiencia laboral en años de los docentes participantes. ....	58
Figura 21. Porcentaje de docentes que hacen énfasis en la enseñanza de las tablas de multiplicar .....	60
Figura 22. Porcentaje de docentes que hacen énfasis en la práctica de algoritmos. ....	61
Figura 23. Énfasis en la solución de problemas.....	62
Figura 24. Énfasis en representaciones semióticas. ....	62
Figura 25. Modelo de suma reiterada.....	64
Figura 26. Modelo de factor multiplicante.....	64
Figura 27. Modelo de razón- proporcionalidad directa.....	65
Figura 28. Modelo producto cartesiano – combinatoria. ....	66
Figura 29. Problemas multiplicativos de suma reiterada .....	67
Figura 30. Problemas multiplicativos de factor multiplicante. ....	68
Figura 31. Problemas multiplicativos de razón –proporcionalidad directa.....	68
Figura 32. Problemas multiplicativos de producto cartesiano - combinación. ....	69
Figura 33. Problemas multiplicativos de producto cartesiano - áreas.....	71
Figura 34. Estrategias metodológicas empleadas para la enseñanza de la multiplicación. .....	74
Figura 35. Fase de acción en el aula. ....	76
Figura 36. Fase de formulación en el aula. ....	76
Figura 37. Fase de validación en el aula. ....	77
Figura 38. Fase de institucionalización en el aula.....	78



Figura 39. Red de la categoría Conocimiento Didáctico del Contenido.....	85
Figura 40. Cambios de concepción en relación a los aspectos que se tienen en cuenta al enseñar la multiplicación.....	96
Figura 41. Cambio en relación al uso de los modelos que se tienen en cuenta para la enseñanza de la multiplicación.....	97
Figura 42. Cambio en relación al uso problemas para la enseñanza de la multiplicación	98
Figura 43. cambios presentados en función del Uso de situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación a través del producto de medidas .....	100
Figura 44. Uso de varios aspectos en las situaciones didácticas 1, 2 y 3 trabajadas con maestros.....	101
Figura 45. Aspectos observados en las situaciones didácticas abordadas. ....	102

## **Resumen**

Según Shulman, uno de los conocimientos base más importante que todo docente debe adquirir es el Conocimiento Didáctico del contenido (CDC), el cual se muestra como una amalgama perfecta entre el conocimiento de la materia y el conocimiento didáctico. La presente investigación tiene como objetivo principal brindar apoyo en la adquisición de Conocimiento didáctico del Contenido en el área de matemáticas a maestros de básica primaria de dos instituciones educativas públicas, beneficiarios del Programa Todos a Aprender (PTA), a partir de una revisión de las concepciones que tienen de la multiplicación , y de la forma como la enseñan, se ve la necesidad de hacer una intervención a través de una propuesta didáctica que aborde el aspecto de la formación docente, haciendo énfasis en el producto de medidas como parte importante del conocimiento de la estructura multiplicativa, al tiempo que se brinda como estrategia didáctica la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau (Conocimiento Didáctico).La estrategia se ve articulada, además, por la necesidad de utilizar diferentes registros semióticos para propender por un mejor aprendizaje del objeto matemático trabajado. La investigación es de tipo mixto, haciendo énfasis en la necesidad de intervenir como investigadores modificando la variable CDC que permita incidir en la practicas pedagógicas de los maestros participantes, constituyéndose en un estudio de tipo experimental.

Palabras claves: Conocimiento Didáctico del Contenido, Estructura Multiplicativa, Producto de Medidas, Semiosis, Situaciones didácticas.

## 1. Introducción

La enseñanza de la multiplicación a lo largo del siglo XX en Colombia sólo ha mostrado una arista de su significado: *como una suma abreviada de sumandos iguales*; definición que aparece en los textos escolares y guías didácticas que eran distribuidos por la Oficina Administrativa para Programas Educativos Conjuntos (OAPEC) a las Instituciones oficiales y no oficiales, reglamentado por el decreto 1710 de julio 25 de 1963. Se podría pensar que la situación debería haber cambiado para este punto, sin embargo Obando (2015a) ilustra que la situación persiste.

En la actualidad los documentos oficiales colombianos para la enseñanza de la matemática son los lineamientos curriculares, los estándares básicos de competencias, los derechos básicos de aprendizaje (DBA) y la matriz de referencia de las pruebas saber.

En ellos se presenta una diversidad de términos propios del saber matemático que no permiten a los docentes tener una idea clara para la enseñanza de la multiplicación, aspecto que plantea Obando al referirse a la falta de claridad en las orientaciones del proceso educativo sugerido los docentes.(Obando, 2015b)

En el caso de la enseñanza de la multiplicación, esta situación es muy evidente al encontrar diferencias en los términos empleados al referirse en los diferentes documentos oficiales en mención. En los lineamientos curriculares de matemáticas se plantea que la multiplicación debe ser abordada desde el producto cartesiano, razón, factor multiplicante y adición repetida(Ministerio de Educación Nacional [MEN], 1998, p. 51). En los estándares básicos de competencia se aborda como situaciones de

variación proporcional (MEN, 2006), en los DBA de grado 3° aparecen como una suma de sumandos iguales (MEN, 2015) y en la matriz de referencia de las pruebas Saber aparece que los aprendizajes a evaluar son la adición repetida y proporcionalidad directa para grado 3° y en grado 5° producto cartesiano, razón, factor multiplicante, adición repetida y proporcionalidad directa e inversa (Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior [ICFES], 2015).

En este momento se observa, que, si bien se deberían ver otros significados y contextos para la significación de la multiplicación, estos no se enseñan debido al desconocimiento por parte de los docentes. He aquí el foco de la investigación. Es necesario aportar a los maestros herramientas que les permita apropiarse de los conocimientos de origen matemático propios del objeto matemático multiplicación. Se ha querido brindar significado a la multiplicación desde el producto de medidas, siendo una categoría de lo que Vergnaud (1991) llama la estructura multiplicativa, ya que es poco conocida y por lo tanto casi no es abordada en el aula. Pero además de tener la intención de brindar soporte teórico al maestro, lo que Chevallard llama el saber sabio (Chevallard, 1998), y Shulman identifica como el conocimiento de la Materia (Shulman, 1987), se busca dar soporte al aspecto pedagógico, para promover que el maestro logre un Conocimiento Didáctico del Contenido (CDC). (Shulman, 1987)

En el camino para que el maestro construya en CDC que le permita enseñar la multiplicación en el aula se brinda, además, una herramienta de tipo didáctico como lo es la “Situación Didáctica”, estrategia que busca fortalecer el Conocimiento Didáctico del maestro.

## **2. Formulación del problema**

### **2.1 Problema de investigación**

La educación se ve permeada por diversos factores, tales como el nivel de acceso de los niños, las características de las poblaciones, ya sean rurales o urbanas, entre otros. Uno de los aspectos claves para el mejoramiento de la educación radica en la formación que los docentes tienen del área de conocimiento que enseñan según lo publicado en el documento del Ministerio de Educación Nacional, (2013) .

En la educación básica primaria del contexto colombiano se presenta una gran debilidad en el aspecto mencionado, ya que generalmente un docente debe enseñar todas las áreas, lo que lleva al maestro a enseñar con gran esfuerzo un poco de cada cosa. En el área de matemáticas se observa con gran preocupación que en la práctica docente se enseña de la misma manera en que se aprendió, lo cual conlleva a repetir los errores conceptuales que se aprendió de niño.

De esta manera se ve necesario brindar soporte en lo que Shulman llama el conocimiento base del docente, (Shulman, 1987) de tal manera que pueda mejorar sus prácticas de enseñanza. Se ha decidido apoyar el área de matemáticas, particularmente, la enseñanza de la multiplicación en básica primaria.

#### **Pregunta**

¿Cómo fortalecer el conocimiento didáctico del contenido a maestros de básica primaria focalizados por el programa todos a aprender desde una propuesta didáctica que aborde la multiplicación como producto de medidas?

## 2.2 Justificación

El presente trabajo de investigación se realiza con el fin de promover la construcción del Conocimiento Didáctico del Contenido en maestros de educación básica primaria en el área de Matemáticas, específicamente en la enseñanza de la estructura multiplicativa.

La Matemática debe pasar de ser una enseñanza de algoritmos a un desarrollo de los procesos matemáticos, es decir, para comunicar; razonar comparar, modelar, ejercitar procedimientos, formular y resolver problemas dentro de diferentes contextos, para que el estudiante tenga la capacidad de aplicar lo aprendido en su vida diaria y además elabore desde sus primeros años unas bases fuertes para poder desempeñarse académicamente en los grados superiores.

Ahora bien, la multiplicación no es un proceso inmediato, se requiere pasar del pensamiento aditivo al multiplicativo y para tal fin es necesario que el maestro brinde herramientas que faciliten estos procesos, pero esto no es claro para los docentes.

En diferentes capacitaciones que hemos realizado como tutores del programa Todos a aprender (PTA), sobre los procesos, competencias y conocimientos básicos planteados en los lineamientos curriculares y estándares básicos de competencia, los maestros expresan que los conocimientos básicos (pensamientos y sistemas) los enseñan de forma desarticulada y que en su mayoría priorizan en el desarrollo del pensamiento numérico y sistema numérico dejando de lado los pensamientos métrico, espacial, variacional y aleatorio. En el pensamiento numérico resuelven problemas descontextualizados y se centran en los algoritmos de las operaciones. Al profundizar

un poco en el manejo de la multiplicación la identifican como “adición repetida” desconociendo el factor multiplicante, razón o producto cartesiano. Aspectos que son resaltados en los lineamientos curriculares de matemática (MEN, 1998), donde se plantea que el uso de un solo modelo puede conllevar al estudiante a generalizaciones incorrectas, por ejemplo, que la multiplicación siempre transforma un número en otro más grande desconociendo que puede ser más pequeño, además el uso de varios modelos permite al estudiante relacionar la multiplicación en diferentes contextos.

Atendiendo a una de las líneas de acción del PTA se apunta a la formación docente, viendo en este aspecto una posibilidad de avance significativo en pro de la mejora de la calidad de la educación. El componente de formación que promueve el PTA hace énfasis en la construcción del Conocimiento Didáctico del Contenido, promoviendo un fortalecimiento directo del conocimiento teórico que debe tener un maestro de lo que enseña y un conocimiento Didáctico de cómo enseñar de la mejor manera.

## **2.3 Objetivos**

### **2.3.1 Objetivo general.**

Fortalecer el conocimiento didáctico del contenido en los docentes focalizados por el programa “todos a aprender”, a través de una propuesta didáctica que aborda la multiplicación como producto de medidas.

### **2.3.2 Objetivos específicos.**

- Caracterizar las concepciones de los docentes en relación a la enseñanza de la multiplicación.
- Caracterizar las estrategias de enseñanza y las prácticas de aula que privilegian los docentes participantes para abordar la enseñanza de la multiplicación.
- Modificar las concepciones que poseen los maestros acerca de la enseñanza de la multiplicación a través de una propuesta de formación docente que contemple la enseñanza de la multiplicación como producto de medidas.
- Implementar y evaluar situaciones didácticas como estrategia didáctica para la enseñanza de la multiplicación desde el producto de medidas.



### **3. Antecedentes**

En el desarrollo de este trabajo de maestría se revisaron investigaciones relacionadas con dos tópicos, los cuales son: formación docente y estructuras multiplicativas.

#### **3.1 Formación docente**

En la investigación realizada por Vaillant (2002) hace una revisión documental y una serie de entrevistas para establecer el estado del arte de la formación docente en América Latina. En aspectos como: la legislación educativa, el perfil y competencias docentes, el caso particular de Chile y Uruguay, estrategias para la formación inicial de docentes y docentes en ejercicio.

Entre los análisis realizados se establece la necesidad de iniciar procesos de formación docente que trabajen en pro de la formación pedagógica, la formación en contenidos disciplinares, el conocimiento didáctico del contenido a enseñar y el conocimiento del contexto.

“Cuando el formador no posee conocimientos adecuados de la estructura de la disciplina que está enseñando, puede representar erróneamente el contenido a los alumnos. El conocimiento que los formadores poseen del contenido a enseñar también influye en el qué y el cómo enseñan”

(Vaillant, 2002, p.22)

Lo anterior resalta la importancia de la formación docente en función de la formación disciplinar y el conocimiento didáctico del contenido como elementos relevantes para el desarrollo de la investigación a desarrollar.

Continuando con la búsqueda bibliográfica de investigaciones desarrolladas en el campo de la formación docente encontramos un diagnóstico de la formación de los docentes en Colombia en Calvo (2004) en el cual se hace un revisión histórica y establece el marco legal de la formación docente en el siglo XX. Además de las perspectivas de formación como: El papel de la investigación en la formación de futuros maestros, la reflexión sobre las prácticas y su papel como elemento transformador, los espacios enriquecedores, los colectivos docentes y la expedición pedagógica.

Este diagnóstico se realizó mediante revisión documental en diferentes universidades, escuelas normales y la legislación educativa vigente.

Es importante resaltar que entre los elementos más relevantes de esta investigación se retomaran los aspectos relacionados con la reflexión sobre la práctica pedagógica y su importancia para la transformación en el aula. En el documento se enfatiza que el docente que reflexiona su accionar desde papel de aprendiz es capaz de transformar su actuación en el aula.

### **3.2 Estructura Multiplicativa**

En relación a la formación docente en función de la enseñanza de la multiplicación y más específicamente en producto de medidas ha sido poco investigada. Existen numerosas investigaciones sobre el aprendizaje de la multiplicación en estudiantes de diferentes niveles educativos relacionados con: la resolución y planteamiento de problemas multiplicativos, la multiplicación como isomorfismo de medidas. A continuación, se describen cada una de las investigaciones revisadas pertenecientes a trabajos de maestría y doctorado.

A nivel internacional encontramos la investigación realizada por Bona (2012) se plantea la pregunta ¿el software construido para el desarrollo de la investigación con las diferentes categorías de situaciones –problema de la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, cuando lo utilizan los alumnos, puede contribuir al aprendizaje significativo de los conceptos de las estructuras aditivas y multiplicativas?, durante el desarrollo de la investigación realizada en instituciones privadas y oficiales de la ciudad de Rio Grande do Sul en Brasil con estudiantes de 2º a 5º grado de primaria. Durante el desarrollo de la investigación que duró seis años, se realizaron varias fases en las cuales se diseñó, implementó y evaluó un software que fue construido en tres versiones para el diseño final. Para el diseño del software se usó la teoría de los campos conceptuales de Vergnaud, la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel y la de aprendizaje significativo crítico de Moreira.

En la tercera versión llamada CIAMATE 2009-2011 que significa centro interactivo de actividades matemáticas se diseñaron situaciones –problemas relacionados con estructuras aditivas y multiplicativas. En las multiplicativas se usaron el isomorfismo de medidas y el producto de medidas desde organizaciones rectangulares y combinatorias.

Como metodología de investigación fue experimental de carácter mixto, en la que se trabajó con 8 grupos divididos cada uno en grupo control y experimental. Durante esta se aplicaron un pretest y un postest.

Entre los resultados obtenidos en la investigación se plantean en tres líneas: el impacto del software educativo, las dificultades presentadas por los estudiantes y sugerencias para el mejoramiento y desarrollo de futuras investigaciones.

Con relación a los estudiantes se encontró que los estudiantes que usaron el software mejoraron en la resolución de los problemas de tipo aditivo y multiplicativo. Los problemas en los que presentaron mayor dificultad al resolver situaciones son los de tipo multiplicativo especialmente los relacionados con el producto de medidas.

Aunque el uso de software facilita el proceso de aprendizaje, es vital la interacción del docente con los estudiantes y es a través de ella que se crean reflexiones que favorecen la construcción de los conocimientos matemáticos.

Es necesario trabajar con diferentes situaciones dentro del campo conceptual de las estructuras aditivas y multiplicativas, para posibilitar la comprensión de las operaciones en diferentes contextos, además el uso de diferentes representaciones semióticas facilita la comprensión de las situaciones problemas por parte de los estudiantes.

Para finalizar es importante resaltar que, aunque en la investigación se menciona el uso de situaciones relacionadas con arreglos rectangulares. En el pretest y posttest solo se evaluaron problemas relacionados con combinaciones.

La anterior reafirma la necesidad de realizar investigaciones que aborden la multiplicación como producto de medidas, además la importancia de las representaciones semióticas para comprensión de situaciones problemas.

A nivel nacional encontramos el trabajo realizado por Obando (2015b), quien orienta su investigación a partir de las preguntas de investigación ¿Qué sistemas de

prácticas matemáticas están presentes en las clases de matemáticas de los grados tercero y cuarto de la institución escolar estudiada? , ¿Qué configuraciones epistémicas sustentan tales sistemas de prácticas? Relacionadas con razón, proporción y proporcionalidad.

La investigación se realizó en los grados 3° y 4° de una institución educativa de la ciudad de Cali. El desarrollo metodológico es de carácter analítico, realizado en dos fases desarrolladas cronológicamente de forma paralela. La primera, la observación de la actividad matemática realizada por los estudiantes y la segunda un estudio epistemológico de la historia de los objetos de conocimiento: razón, proporción y proporcionalidad.

Durante el proceso desarrollado con los estudiantes se abordó la multiplicación como isomorfismo de medidas relacionado con los objetos matemáticos: razón, proporción.

Entre las conclusiones se resalta que la investigación descubre una nueva panorámica de la comprensión de problemas multiplicativos que orientan los procesos desarrollados por los estudiantes en relación a los objetos de estudio.

La revisión histórica realizada permite tener una visión amplia de los objetos de estudio y la relación con los procesos de enseñanza en relación con los procesos cognitivos, la estructura matemática y los aspectos antropológicos y semióticos.

En la caracterización de las prácticas matemáticas de las estudiantes relativas a las razones, las proporciones y la proporcionalidad se identificaron ideas relacionadas con la cantidad, su representación, la operación con las cantidades en función de los problemas a resolver.

La comprensión de las situaciones multiplicativas de proporcionalidad directa requiere: identificar los dos sistemas de cantidad que se correlacionan; las unidades de conteo, señalar la razón que gobierna el proceso de covariación entre las cantidades y definir un procedimiento que permita controlar y coordinar los dos procesos de variación de ambas cantidades.

La anterior investigación brinda aportes desde la perspectiva histórica, además incita a investigar la multiplicación desde otros contextos diferentes al isomorfismo de medidas.

De igual manera Torres (2013) desarrolló su investigación alrededor de la pregunta ¿Qué procesos, instrumentos y objetos de conocimientos están presentes en el tratamiento que los estudiantes de los grados de tercero y cuarto de primaria hacen en las situaciones de isomorfismo de medida, en términos del análisis relacional tipo función?, utilizando la metodología cualitativa, centrada en un estudio de caso y el diseño de situaciones problemas.

De los resultados obtenidos se concluyó que en la comparación de magnitudes durante las situaciones problemas, el uso de cuantificadores cualitativos facilitó a los estudiantes la comprensión la relación que estaban estableciendo para luego darle la cuantificación numérica a las cantidades de dos espacios de medida diferente.

Además, el uso de tablas de registro les facilita a los estudiantes la comprensión de situaciones problemas relacionadas con el isomorfismo de medidas.

De igual forma el investigador propone que se requiere el tratamiento de las situaciones multiplicativas de tipo producto de medida ya que el isomorfismo de no es suficiente para comprender la multiplicación en diferentes contextos.

Continuando con la revisión se mencionan los trabajos de investigación realizados en el departamento del Valle del Cauca como son el trabajo realizado por Echeverry (2013), quien se centró en la pregunta ¿Qué tipo de estrategias didácticas promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa por medio de la resolución de problemas en grado 5° de educación básica?. Esta investigación se realizó en la Institución Educativa Mercedes Abrego de la ciudad de Palmira, con la participación de 36 estudiantes de grado quinto.

Como metodología se usó el enfoque interpretativo, con carácter cualitativo como estudio de casos, para tal fin se diseñaron seis tareas desarrolladas mediante la estrategia didáctica de secuencia didáctica en la que usaron las fases presentación, comprensión, práctica y transferencia.

Como conclusiones se obtuvo que el trabajo colaborativo facilita a los estudiantes la resolución de problemas aritméticos verbales, el uso de operaciones básicas debe estar relacionado con situaciones la vida cotidiana de los estudiantes, además es necesario pasar de la enseñanza de algoritmos y multiplicación como suma repetida a la implementación de resolución de problemas donde se le permita al estudiante analizar, hacer hipótesis y argumentar sus conocimientos.

De igual manera López (2015) abordó la pregunta ¿Cuál es la incidencia del razonamiento matemático en la construcción y reflexión del conocimiento dirigido al campo multiplicativo de las matemáticas a través de la solución de situaciones problemas, en los estudiantes de grado cuarto de la educación básica primaria de la I.E. Semilla de la Esperanza, sede Vasco Núñez de Balboa? Mediante una metodología

mixta centrada en el estudio de casos, la cual la desarrollada en seis sesiones, en las que se aplicaron tareas relacionadas con el isomorfismo de medidas y el producto de medidas como área.

De los resultados obtenidos permitieron concluir que es la fundamentación teórica es vital para la construcción y comprensión de conceptos, además el uso de las tareas propuestas facilitó en los estudiantes la capacidad de analizar, interpretar, describir, plantear hipótesis y diseñar diferentes caminos para la solución de situaciones problema. Como la investigación es realizada con estudiantes de grado cuarto se enfatiza en la necesidad de abordar la multiplicación como isomorfismo de medidas y producto de medidas con situaciones problemas en grados inferiores a cuarto grado.

En el trabajo realizado por Ospina y Salgado (2016), se plantean la pregunta ¿Cuál trayectoria de aprendizaje permitirá tematizar de manera coherente y consistente el esquema de isomorfismo de medida en la enseñanza de la multiplicación para el grado sexto de una institución rural?. Esta investigación se realizó en la Institución Educativa El Palmar del municipio de Dagua. Se usó la metodología de experimentos de aula en tres fases, las fases de revisión e interpretación de fundamentos teóricos, refinamiento progresivo y análisis retrospectivo.

De acuerdo a los resultados obtenidos se concluyó que el análisis del discurso de la docente utilizados en el experimento de enseñanza y la sistematización de la experiencia permitió identificar las necesidades de articular los procesos desarrollados en la zona rural en relación a las metodologías utilizadas en primaria y básica secundaria.



Además, se propone como aspecto fundamental el análisis del discurso como elemento articulador entre los estudiantes y el docente para alcanzar la movilización del concepto de multiplicación.

De igual manera enfatiza que los módulos de escuela nueva realizan un acercamiento para la comprensión de la multiplicación, pero es necesaria la formación docente en función de la fundamentación teórica

A manera de propuesta las investigadoras establecen la necesidad de profundizar en la multiplicación como producto de medidas a partir de patrones métricos, sistema métrico decimal, diagramas de árbol y combinaciones.

Para finalizar la revisión de los antecedentes anteriores permite justificar la necesidad de abordar la formación docente en función de: el conocimiento didáctico del contenido de la multiplicación como producto de medidas, las representaciones semióticas para comprensión de situaciones problemas.

## 4. Marco teórico

### 4.1 Aspectos epistemológicos

El Programa de Transformación de la Calidad Educativa” Todos a Aprender” (PTA) del Ministerio de Educación Nacional (MEN) propone impactar en la educación Básica Primaria desde cuatro componentes: Pedagógico, Formación situada, Condiciones Básicas y Gestión Educativa. (MEN, 2012)

Cada uno de ellos relaciona aspectos claves en función del mejoramiento de la calidad de la educación en Básica Primaria, sin embargo, nuestra línea de investigación apunta a *“fortalecer el de formación situada, ya que se busca brindar apoyo al maestro centrándose en problemáticas específicas del aula en torno a los procesos de aprendizaje”*. (MEN, 2012, p.11)

Es necesario entonces partir de una problemática presente en el aula y desde una base filosófica que permita trabajar desde el aprendizaje. Como problemática específica se ha tomado el objeto matemático estructuras multiplicativas y se parte de una base filosófica **pragmática**. En primer lugar se parte desde una postura pragmática privilegiando una visión antropológica, es decir, centrando la atención en la relación personal con el saber, por encima del saber.(D’Amore, 2005) En el caso de la formación situada, se parte de una postura donde los docentes asuman como objetivo lograr que los niños comprendan las estructuras multiplicativas, para lo cual los niños deben construir sus propios aprendizajes en un uso contextualizado y no solo de forma mecanizada y algorítmica. *“No basta con que el maestro haya hecho las construcciones*

*mentales ;cada estudiante necesita a su vez realizarlas; en eso nada ni nadie lo puede reemplazar” (MEN, 1998, p.25)*

En la actualidad, la educación matemática pasó de centrarse del objeto del conocimiento al sujeto. Aspecto que es resaltado en los lineamientos curriculares de matemáticas:

*Es la actividad del sujeto la que resulta primordial: No hay “objeto de enseñanza” sino “objeto de aprendizaje” ; a partir de las estructuras que ya posee ,de sus concepciones previas, el sujeto construye nuevos significados del objeto de aprendizaje, los socializa, los contrasta con los significados de otros y con el conocimiento disciplinar socialmente aceptado.(MEN, 1998, p.31)*

Ya aclarada la postura epistémica del problema a tratar surge una nueva pregunta: ¿cómo el niño construye el concepto de estructuras multiplicativas? Esta pregunta nos lleva a tener en cuenta inicialmente, que un concepto se halla continuamente en fase de construcción, además “todo concepto matemático remite a “no-objetos” (...), se ve obligado a servirse de representaciones dado que no se dispone de “objetos” para exhibir en su lugar o en su evocación”. (D’Amore, 2005, p.22) De igual manera es necesario aclarar que según (D’Amore, 2005) en matemáticas se hace necesario hablar de “objetos matemáticos”, en vez de conceptos matemáticos. De esta manera, se habla de la necesidad de que los niños construyan el objeto matemático de las estructuras multiplicativas, lo cual se logra a través de registros de representaciones semióticas (mediador simbólico). Es necesario entonces valerse de la semiótica, como

representación realizada por medio de signos, para alcanzar la noética, vista como la adquisición conceptual de un objeto. (D'Amore, 2005)

En el caso de las estructuras multiplicativas, a los niños de básica primaria se les pide que sean capaces de resolver problemas en situaciones de tipo proporcional, que utilicen diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones multiplicativas, que reconozcan el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones multiplicativas al terminar grado tercero. (MEN, 2006) Sin embargo, se aprecia que difícilmente pueden los niños llegar a tales procesos, ya que las estructuras multiplicativas solamente se trabajan desde el lenguaje común (registro semiótico) donde sólo se habla de adición repetida y desde el lenguaje aritmético al introducir “las tablas de multiplicar” y el algoritmo formal de la multiplicación. Se desconocen otros registros de representaciones semióticas de las estructuras multiplicativas, los cuales son necesarios para caracterizarlas de manera adecuada, ya que no solamente se presentan bajo la figura de adición repetida.

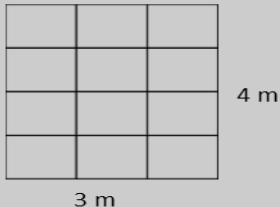
En Bonilla M, y otros. (1999) y Fernández Bravo(2007) plantean que presentar la multiplicación solo como una suma conlleva a los estudiantes a barreras epistemológicas.

En autores como Castro, Rico, & Castro (1995), Maza Gómez, (1991b, 1991a), Vergnaud, (1991) se aprecian varios tipos de problemas a partir de las estructuras multiplicativas: problemas de razón o proporcionalidad (o de isomorfismo de medidas), problemas de combinatoria (producto de medidas o producto cartesiano), y problemas de comparación (o producto escalar o factor multiplicante), los cuales necesitan que se

trabajen desde registros de tipo coloquial (lenguaje común), aritméticos, tabulares, pictóricos y gráficos.

De igual manera es necesario el movimiento entre diversas representaciones de tratamiento, que permitan identificar características de cada registro semiótico. Por ejemplo:

*Figura 1. Representaciones semióticas del área de un rectángulo.*

Lenguaje común	El área de un rectángulo de base 3 m y altura 4m se halla multiplicando la base por la altura
Lenguaje numérico	$(3m)(4m) = 12 \text{ m}^2$
Lenguaje algebraico	$A = b \times h$
Lenguaje gráfico	

La apropiación del objeto matemático denominado estructuras multiplicativas requiere un adecuado tránsito entre sus diferentes representaciones y modelos para no caer en generalizaciones incorrectas. “Una variedad de modelos tales como una recta numérica o un modelo de arreglo son útiles en la medida en que los niños ven la multiplicación en una variedad de contextos y modelos” (MEN, 1998, p.52).

## 4.2 Aspectos didácticos

### 4.2.1 La multiplicación.

Para lograr centrar el estudio en la estructura multiplicativa como objeto matemático de estudio se hace necesario iniciar el recorrido analizando la multiplicación en su aspecto histórico, definición en los números naturales, así como el pensamiento matemático al que pertenece y su vinculación en los referentes curriculares nacionales.

### Aspecto histórico

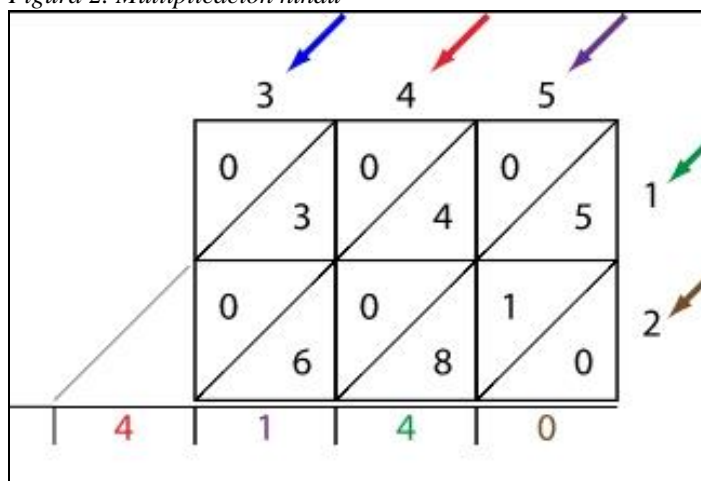
La operación de multiplicación desde el punto de vista algorítmico hace referencia a un campo de las matemáticas llamado aritmética, y ha ido desarrollándose a lo largo de la historia en diferentes culturas. Por ejemplo, en la antigua Babilonia, donde utilizaban base 60, utilizaban la siguiente forma para multiplicar:

$$a \cdot b = \frac{(a+b)^2}{4} - \frac{(a-b)^2}{4}$$

Donde a y b eran los factores.

En la India, donde utilizaban el Sistema de Numeración Decimal, utilizaban una tabla, donde se hacía la multiplicación en cada casilla, teniendo en cuenta separar las unidades de las decenas y luego sumando en diagonal, como la siguiente:

Figura 2. Multiplicación hindú



Fuente: [https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo\\_de\\_multiplicaci%C3%B3n](https://es.wikipedia.org/wiki/Algoritmo_de_multiplicaci%C3%B3n)

Así mismo se pueden encontrar referencias a la multiplicación en China, en Egipto, todos estos situados en la antigüedad. En el siglo XVII, por ejemplo, ya se hablaba de los “huesos de Napier”

### Como ley de composición interna

La multiplicación en los números naturales ( $\mathbb{N}$ ), es una ley de composición interna u operación binaria que asigna a cada pareja de números naturales  $(m, n)$ , otro número natural  $mn$ .

$$f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$(m, n) \rightarrow f(m, n) = mn$$

### Pensamiento numérico y sistemas numéricos

Según los Lineamientos Curriculares de Matemáticas quienes retoman a McIntosh afirman:

“el pensamiento numérico se refiere a la comprensión general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones”

(MEN, 1998, p. 43)

Se puede identificar entonces la necesidad de utilizar números para comunicar y procesar información, pudiéndose trabajar el pensamiento numérico de forma gradual en la medida que los estudiantes puedan vincular contextos significativos.

En los Lineamientos curriculares se relacionan tres elementos que aportan al desarrollo del pensamiento numérico: la comprensión de los números y la numeración, el cálculo con números y las aplicaciones en la resolución de problemas de la vida diaria y la comprensión del concepto de cada una de las operaciones (MEN, 1998). El presente trabajo de investigación se enfocará en este elemento.

El aprendizaje de la multiplicación no es un proceso inmediato, ni mecánico. Es necesario que el maestro facilite procesos para que los niños construyan sus propios aprendizajes y comprendan la multiplicación de forma contextualizada, que a través de dichos proceso permita ver de forma diferente las matemáticas y no como un lenguaje extraño y descontextualizado a la vida del estudiante invitando al estudiante a que se interese por apropiarse del conocimiento, a que sea autónomo, reflexivo y pueda identificar la importancia de los aprendizajes de los conocimiento básicos matemáticos como herramienta para desenvolverse de forma competente en su vida cotidiana. No se debe continuar abordando la multiplicación solo como una adición repetida, como un proceso algorítmico, o como la memorización de unas tablas de multiplicar. Para Vergnaud(1991), el niño debe construir sus conocimientos en relación con las operaciones que puede hacer en la realidad.

#### **4.2.2 Estructura multiplicativa.**

El presente trabajo se lleva a cabo desde el objeto matemático denominado estructura multiplicativa, en particular un tipo de ella denominado Producto de medidas, según el modelo presentado por Gerard Vergnaud, lo cual se profundizará a continuación.

En el marco de la estructura multiplicativa se estudian las operaciones de multiplicación y división, teniendo diferentes modelos para su estudio, según Castro, Rico y Rico (1995):

- Modelos lineales: se presentan de la forma  $n \times a$  ( $n$  veces  $a$ ). Se pueden trabajar en la recta numérica.
- Modelo Cardinal: Se presenta el producto como la unión repetida de conjuntos cardinales.



- Modelos con medida: Se utiliza el número como longitud, se pueden utilizar las regletas de Coussinaire para su trabajo.
- Modelos numéricos: Solo se preocupan por el contexto simbólico.  
Modelo de razón aritmética: Se presenta la comparación entre dos cantidades en función de “cuántas veces más”.
- Modelos funcionales: El producto aparece con carácter de función y operador.

### **Estructura multiplicativa como campo conceptual**

Entre los diferentes modelos existentes para explicar la operación de la multiplicación y de la contextualización de la misma a través de situaciones problemas que brinden apoyo al estudiante en la construcción del objeto matemático (estructura multiplicativa) se ha seguido de cerca de Vergnaud, quien citado por Castro et al., (1995, p.53) define la noción de campo conceptual como “un espacio de problemas o de situaciones problema en los que el tratamiento implica conceptos y procedimientos de varios tipos en estrecha conexión” (Vergnaud, 1991)

De igual manera adoptaremos la definición de estructura multiplicativa que la define como “el conjunto de problemas que comporta operaciones aritméticas y nociones de tipo multiplicativo (tales como multiplicación, división, fracción, razón, semejanza)” (Castro et al., 1995, p.54).

Para Vergnaud (1991) citado por Castro et al., (1995, p.54) los problemas simples (Solo necesitan de una operación para su resolución) de la estructura

multiplicativa se pueden clasificar en dos grandes tipos: Los de isomorfismos de medidas y los de productos de medidas.

- a. Isomorfismo de medidas: Según esta categoría la multiplicación no es una relación ternaria, sino cuaternaria donde dos cantidades son medidas de cierto tipo y las otras dos son medidas de otro tipo. Aunque se trabaja con cuatro cantidades, una de ellas adopta el valor de uno y se debe averiguar el valor de alguna de las otras tres. Se utilizan representaciones del siguiente tipo:

Figura 3. Correspondencia entre dos magnitudes en el isomorfismo de medidas.

$M_1$	—	$M_2$
$x$ — $y = f(x)$		
...		
$x'$	—	$y' = f(x')$

Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. (Grupo Editorial Iberoamericana, Ed.). México.

Según Castro et al., (1995) citando a Vergnaud (1991) dice que “Identifica cuatro grandes subclases de problemas dentro de la estructura de isomorfismo de medidas: una subclase multiplicación, dos subclases de división y una cuarta subclase que llama problemas generales de regla de tres” (p. 55)

- b. El producto de medidas: En este caso se presenta una relación ternaria, se presentan tres cantidades, de las cuales una de ellas es el producto cartesiano de las otras dos.

$$M_1 \times M_2 = M_3$$

Como lo menciona Castro et al., (1995) este tipo de estructura permite abordar situaciones relacionadas con áreas y volúmenes de figuras, así como situaciones de productos cartesianos.

A partir de la relación ternaria del producto de medidas pueden surgir dos tipos de problema: un primer tipo, de multiplicación, donde se requiera hallar el producto de las dos medidas conocidas. Por ejemplo, ¿Cuántas combinaciones se pueden formar a partir de 3 blusas y 4 faldas?, o ¿Cuál es el área de una habitación rectangular cuyas dimensiones son 4m x 3m? Es de notar que en este caso se crea una medida nueva, por ejemplo, trajes (al mezclar faldas y blusas) o metros cuadrados (Al hallar el área de un rectángulo).

Un segundo tipo, de división, en donde se pide hallar una de las cantidades elementales. Por ejemplo, si el área de un terreno rectangular es de  $35\text{m}^2$ , y un lado tiene 7 m de largo, ¿cuál será la longitud del otro lado?

$$M_1 \times M_2 = M_3, \text{ entonces } M_1 = \frac{M_3}{M_2}$$

Revisando los documentos de apoyo y los resultados de pruebas SABER se ve la necesidad de encaminar el trabajo hacia los problemas del segundo tipo, de tal manera que los estudiantes aprendan el objeto matemático estructura multiplicativa como el producto de medidas, lo cual se lleva a cabo con la construcción de situaciones didácticas que trabajen la combinatoria (Producto cartesiano) y el manejo de áreas de rectángulos.

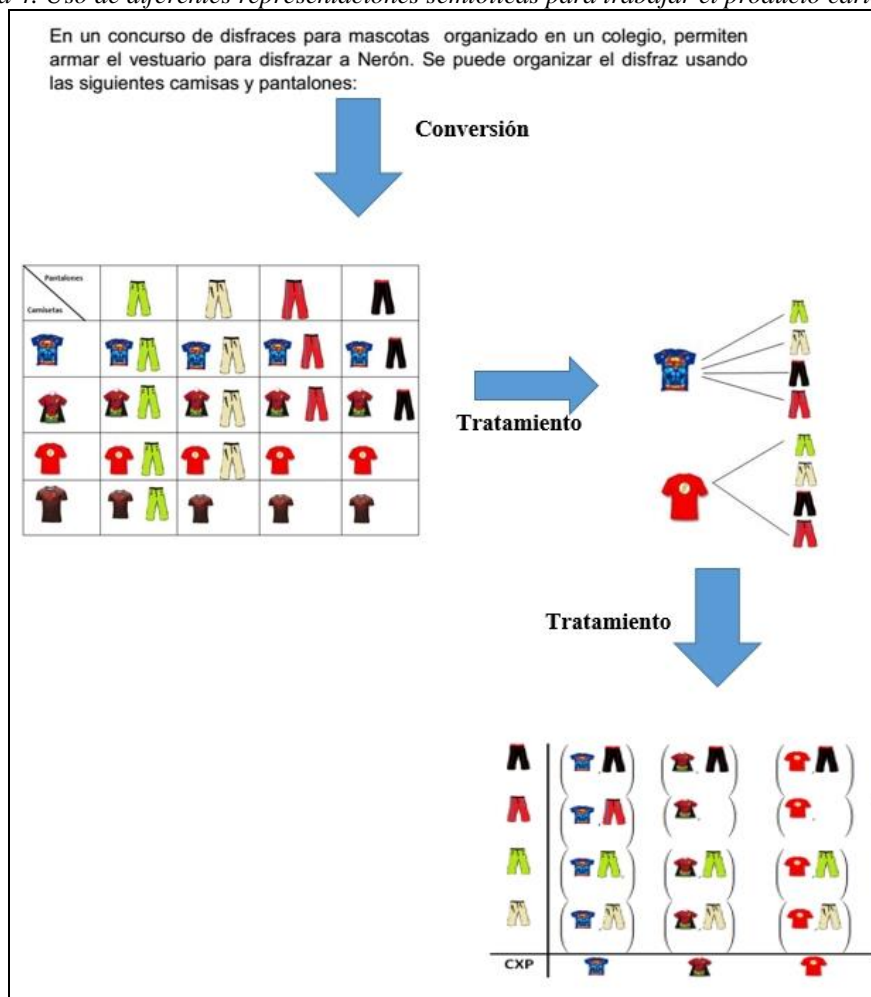
### **4.2.3 Registros de representación semiótica.**

En el caso de las estructuras multiplicativas, a los niños de básica primaria se les pide que sean capaces de resolver problemas en situaciones de tipo proporcional, que utilicen diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones multiplicativas y que reconozcan el uso de las magnitudes y sus unidades de medida en situaciones multiplicativas al terminar grado tercero (MEN, 2006). Sin embargo, se aprecia que difícilmente pueden los niños llegar a tales procesos, ya que las estructuras multiplicativas solamente se trabajan desde el lenguaje común (Registro semiótico) donde sólo se habla de adición repetida y desde el lenguaje aritmético al introducir “las tablas de multiplicar” y el algoritmo formal de la multiplicación. Se desconocen otros registros de representaciones semióticas de las estructuras multiplicativas, los cuales son necesarios para caracterizarlas de manera adecuada, ya que no solamente se presentan bajo la figura de adición repetida.

Según Duval la adquisición conceptual de un objeto matemático (noética) depende de la capacidad de usar diferentes registros de representaciones semióticas, representando, haciendo tratamiento al interior de los mismos registros y logrando la conversión entre diferentes registros. (Duval, 1999).

Es así como en las situaciones didácticas se proponen actividades que conlleven al tránsito entre tratamiento y conversión con diferentes representaciones, por ejemplo:

Figura 4. Uso de diferentes representaciones semióticas para trabajar el producto cartesiano.



#### 4.2.4 Situación didáctica.

Para Brousseau (2007), una situación didáctica es aquella situación planeada y organizada por el docente para que el estudiante, en un medio específico, construya su conocimiento, además, requiere las fases de acción, formulación, validación e institucionalización.

De manera concreta, Brousseau acerca de las situaciones didácticas afirma que:

“Una situación es un modelo de interacción de un sujeto con cierto medio que determina un conocimiento dado, como el recurso del que dispone el sujeto para alcanzar o conservar en este medio un estado favorable. Algunas de estas situaciones requieren la adquisición “anterior” de todos los conocimientos y esquemas necesarios, pero hay otras que le ofrecen al sujeto la posibilidad de construir por sí mismo un conocimiento nuevo en un proceso de génesis artificial”

(Brousseau, 2007, p. 17).

Para Brousseau las fases de la situación didáctica son:

- a. Situación de acción: El sujeto actúa sobre un medio, el cual le brinda una información que le permite retroalimentar su aprendizaje.
- b. Situación de Formulación: Existen dos interlocutores en el cuál uno de los interlocutores actúa sobre el medio y el otro recibe información del medio, sin intercambiar mensaje entre ellos.
- c. Situación de validación: Los dos interlocutores (Proponente-oponente) interactúan e intercambian informaciones que permiten construir su conocimiento.
- d. Situación de institucionalización: Es el momento donde el docente actúa para ayudar a construir y formalizar el conocimiento desde su saber “institucionalizado” en situaciones específicas y contextualizadas.

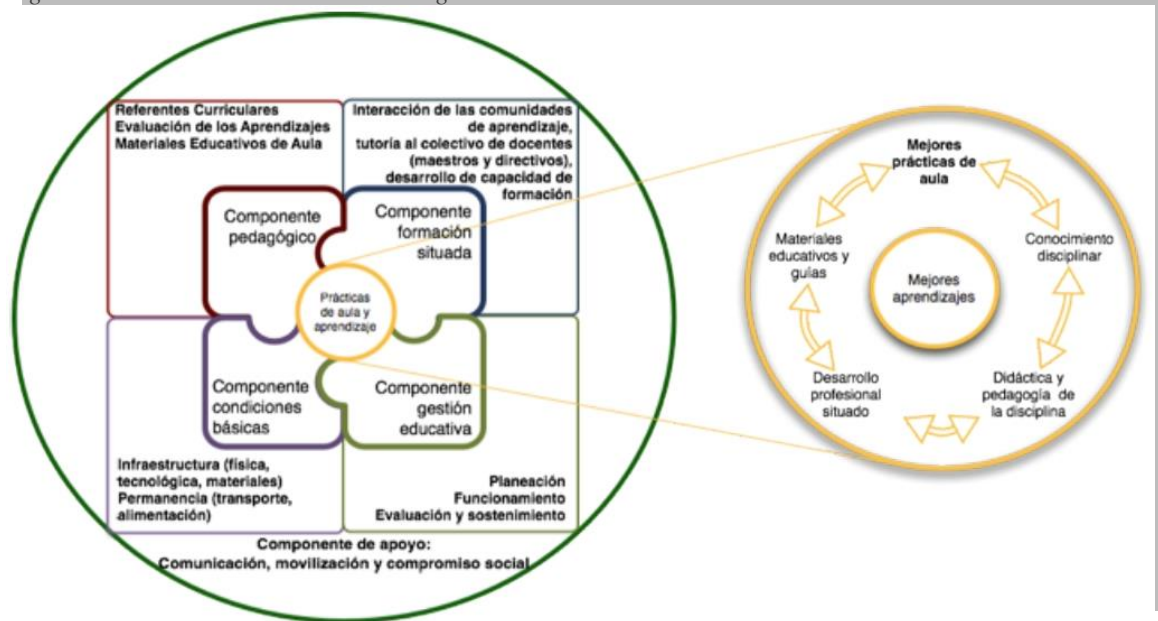
En este trabajo de investigación se abordará la multiplicación como producto de medidas desde la perspectiva de producto cartesiano y áreas. En cada situación didáctica establecemos cuatro actividades que nos permitirán abordar las cuatro fases propuestas por Brousseau. (Ver anexos 4, 5 y 6).

#### 4.2.5 Programa Todos a Aprender (PTA).

“El objetivo principal del programa es mejorar las condiciones de aprendizaje en los Establecimientos Educativos focalizados y, con ello, el nivel de las competencias básicas de los estudiantes matriculados en ellos entre transición y quinto grado”. (MEN, 2012, p.6)

El Programa Todos a Aprender surge como una estrategia del Ministerio de Educación para mejorar la calidad de la educación en las áreas de matemáticas y lenguaje para la educación básica primaria enmarcado en las metas del Plan de Desarrollo, presentado en la Ley 1450 de junio del 2011 (MEN, 2012). Busca impactar desde cuatro componentes fundamentales a saber: pedagógico, formación situada, condiciones básicas y gestión educativa. Como componente transversal aparecen las prácticas de aula y aprendizaje.

Figura 5. Visión sistémica de las estrategias del PTA



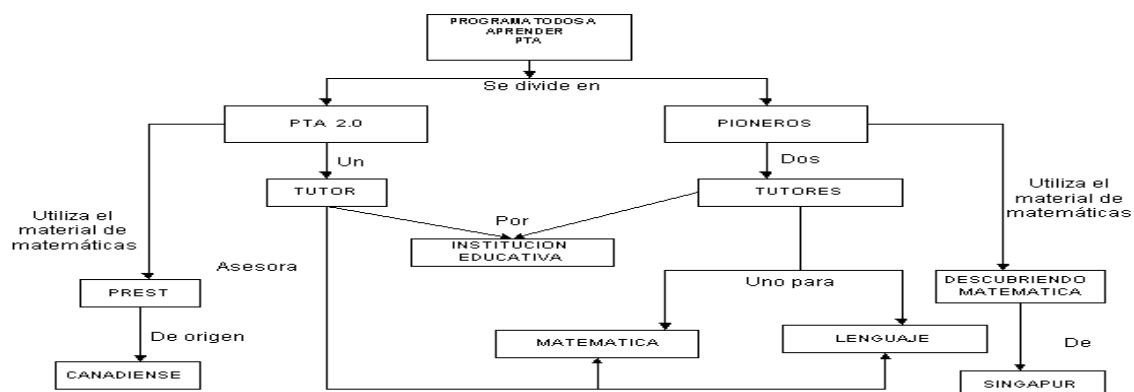
Ministerio de Educación Nacional. (2012). PROGRAMA TODOS A APRENDER. Guía uno: sustentos del programa.

Esta investigación pretende brindar apoyo al componente de formación situada, desde las problemáticas que se han podido observar por los investigadores al hacer acompañamiento a las instituciones focalizadas, de tal manera que los docentes puedan avanzar en la mejora de sus prácticas de aula.

Es importante resaltar que en el año 2016 la intervención en las instituciones educativas que el PTA acompaña, se divide en dos: PTA 2.0 y Pioneros, los cuales se diferencian en los materiales educativos, en el número de tutores e instituciones intervenidas.

Ahora bien, en los materiales utilizados por el programa PTA 2.0 para la enseñanza de las matemáticas, Prest, la enseñanza de las estructuras multiplicativas privilegian el modelo de adición repetida desconociendo lo propuesto en los lineamientos curriculares de matemática, de ahí la importancia de llevar a cabo un proceso de formación en el área de matemáticas para maestros focalizados por el programa Todos a Aprender, que aborde las estructuras multiplicativas.

Figura 6. Organización del PTA y textos de apoyo en el área de matemáticas





#### **4.2.6 Conocimiento Didáctico del Contenido.**

¿Cómo construye un maestro los significados? ¿Cómo hace para transformarlos y representarlos en su práctica docente? Aspectos como estos son preocupación directa de Shulman(1987), para lo cual manifiesta se hace necesario establecer un conocimiento base para la enseñanza, el cual no solamente tenga en cuenta aspectos pedagógicos, sino también de conocimiento de la materia a enseñar y de la forma como los estudiantes aprenden.

Shulman (1987, p. 10-11), manifiesta que el maestro debe manejar como mínimo los siguientes conocimientos:

- Conocimiento del contenido;
- Conocimiento didáctico general, teniendo en cuenta especialmente aquellos principios y estrategias generales de manejo y organización de la clase que trascienden el ámbito de la asignatura;
- Conocimiento del currículo, con un especial dominio de los materiales y los programas que sirven como “herramientas para el oficio” del docente;
- Conocimiento didáctico del contenido: esa especial amalgama entre materia y pedagogía que constituye una esfera exclusiva de los maestros, su propia forma especial de comprensión profesional;
- Conocimiento de los alumnos y de sus características;
- Conocimiento de los contextos educativos, que abarcan desde el funcionamiento del grupo o de la clase, la gestión y financiación de los distritos escolares, hasta el carácter de las comunidades y culturas; y

- Conocimiento de los objetivos, las finalidades y los valores educativos, y de sus fundamentos filosóficos e históricos.

De los anteriores, el mismo Shulman(1987) hace énfasis en el Conocimiento Didáctico del Contenido (Pedagogical Content Knowledge, en inglés) debido a su importancia en la enseñanza.

Shulman (1987) acerca del Conocimiento Didáctico del Contenido (de ahora en adelante CDC) dice:

Representa la mezcla entre materia y pedagogía por la que se llega a una comprensión de cómo determinados temas y problemas se organizan, se representan y se adaptan a los diversos intereses y capacidades de los alumnos, y se exponen para su enseñanza. El conocimiento didáctico de la materia es la categoría que con mayor probabilidad permite distinguir entre la comprensión del especialista en un área del saber y la comprensión del pedagogo.

(Citado en Pinto Sosa y González, 2008, p. 86)

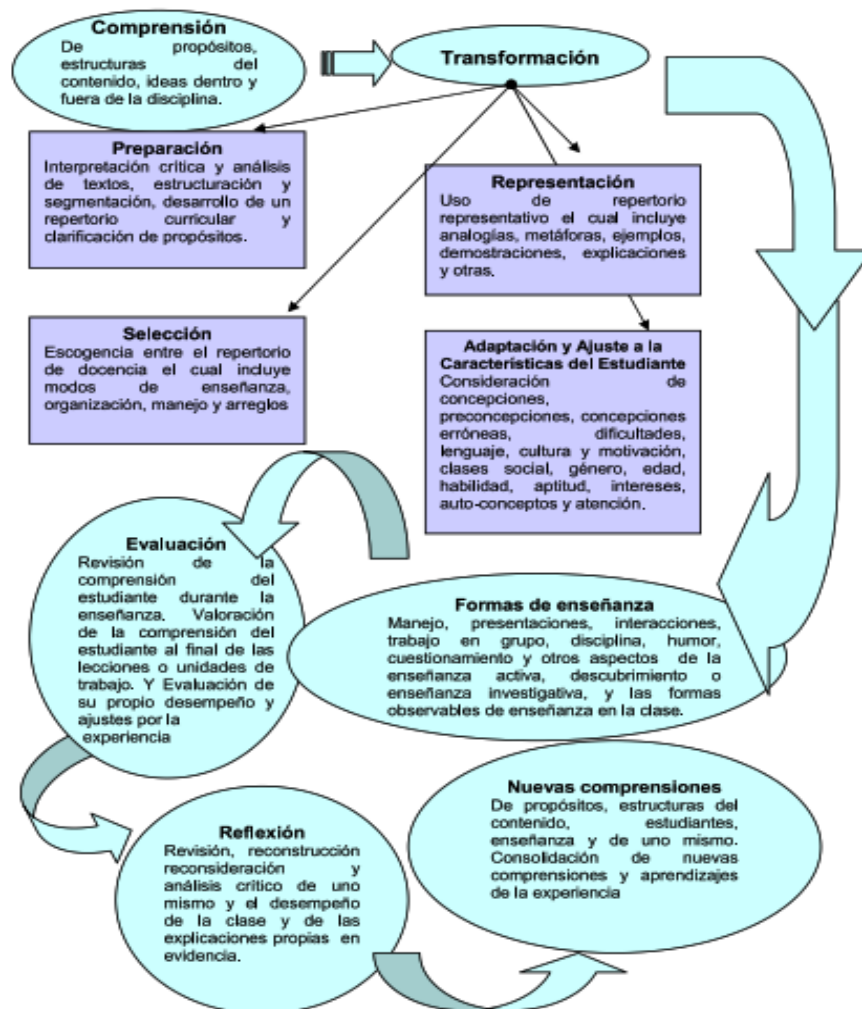
De esa forma el CDC se convierte en eje central del conocimiento base que debe tener un maestro que va al aula de clases a enseñar algún tipo de saber, logrando ser capaz de lograr lo que Chevallard (1998) llamó la transposición didáctica, tomar ese saber sabio y bajarlo a un nivel enseñable.

Shulman (1987), además, indica que la enseñanza brindada parte de algún tipo de “texto”, ya sea algún libro, algún tipo de programa de estudios o algún tipo de material de trabajo, a partir del cual el docente ve la necesidad de comprender muy bien lo que utiliza de tal manera que le saque el mayor provecho posible. De ahí plantea un

modelo llamado acción y razonamiento pedagógicos que permitan alcanzar los objetivos de enseñanza (ver figura 7). (Shulman, 1987, p. 20)

Se puede observar como el CDC es pilar de la formación docente y es ahí en donde se debe trabajar de tal manera que se logre llevar a cabo un proceso de transformación a partir de tres ingredientes debidamente amalgamados, lo disciplinar, lo pedagógico y el contexto. (Francis Salazar, 2005)

Figura 7. Modelo de razonamiento y acción Pedagógica según Lee S. Shulman (1987)



Adaptado por Francis Salazar (2005).

## **5. Metodología**

En éste capítulo se describen los aspectos metodológicos desarrollados durante el estudio. Inicialmente se hará la descripción del enfoque metodológico empleado, seguido del tipo de investigación, el diseño metodológico aplicado, características del contexto y los criterios de selección de los docentes que participantes en el proceso.

### **5.1 Enfoque**

La presente investigación se enmarca en el campo educativo, presentando una marcada intención social, de tal manera que un enfoque mixto va en la misma línea de los objetivos trazados.

Cualquier investigación en el campo educativo suele estar permeada de buenas intenciones y del deseo de los investigadores y las investigadoras de brindar un aporte a dicho campo, ya sea para conocer un fenómeno, para profundizar en temáticas anteriormente abordadas, o también, para buscar cambios y transformaciones específicas o sociales, a partir de los conocimientos que estudios previos hayan aportado. Independientemente del objetivo de estas, todas buscan la comprensión, profundización o transformación de aspectos en el campo educativo. En esa perspectiva de búsqueda, los diseños mixtos pueden constituirse en un aporte para dicho objetivo.

(Pereira, 2011, p.16)

El enfoque mixto permite integrar de la mejor manera métodos cuantitativos y cualitativos con la finalidad de poder utilizar herramientas que permiten obtener

información objetiva y subjetiva del fenómeno que se está estudiando. Chen (2006) citado por Hernández, Fernández, y Baptista, (2014, p.534) ve los enfoques mixtos como una integración sistémica que permite obtener una fotografía más completa del fenómeno estudiado.

## **5.2 Tipo de investigación**

El presente trabajo se enmarca en el estudio explicativo, que, según Hernández et al., (2014) no se queda en la descripción de fenómenos, como los estudios descriptivos, o en el establecimiento de relaciones entre los mismos, como los estudios correlacionales, sino que busca dar respuesta a las causas de los fenómenos que se estudian. Busca brindar respuestas al por qué se manifiesta el fenómeno estudiado al tiempo que muestra las condiciones bajo las cuales se relacionan las variables presentes. Según lo indica Hurtado B.(2010), se busca dar explicación a los eventos estudiados estableciendo relaciones causa-efecto, en particular para esta investigación la explicación se da en el sentido causal lineal, en donde la relación causa-efecto se da en una sola dirección.

En el ejercicio llevado a cabo en el presente estudio se han tenido en cuenta dos variables – asumiendo el concepto de variable como lo menciona Rodríguez, (2011, p.151): “Una variable es una propiedad o característica que cambia de un sujeto u objeto a otro, y dentro de un mismo sujeto u objeto.”- ,la formación docente en un aspecto en particular, y la concepción que tienen los maestros de la multiplicación como saber a enseñar (segunda variable, variable dependiente). La primera de las variables se ha

tomado como independiente, y por lo tanto condición antecedente y supuesta causa de la segunda variable. Al estudiar cómo se relacionan ambas variables, de tal manera que una afecta directamente a la otra se logra entender el porqué de la variable dependiente. Es necesario tener en cuenta las condiciones en que se presentan las relaciones entre las concepciones que tienen los maestros de la multiplicación y la formación docente que tienen frente a la multiplicación, para lo cual se revisan aspectos como la formación profesional que han recibido, años de experiencia docente, contexto laboral, entre otros.

### **5.3 Diseño de investigación**

La investigación realizada en el presente estudio parte de la necesidad de interactuar con la unidad de análisis, la cual se conforma con los docentes de dos instituciones educativas, una de índole urbano y otra de tipo rural. La interacción se da con la necesidad de llevar a cabo una investigación en tres momentos, en un primer momento se realiza una observación a través de un instrumento (que se relacionará más adelante), posteriormente se lleva a cabo la modificación del valor que adopta la variable independiente, acción llamada tratamiento (Rodríguez, 2011, p. 152), sobre el factor causal del fenómeno estudiado (Sobre la variable independiente, ya mencionada anteriormente), para finalmente, en un tercer momento realizar una observación más para determinar el cambio que asume la variable dependiente (El efecto provocado). Las características del diseño mencionado enmarcan la investigación dentro de un diseño experimental.

Figura 8. Relación entre las variables independiente y dependiente en un diseño experimental.



Tomado de Hernández et al., (2014, P. 130)

Los diseños experimentales se pueden clasificar en tres tipos, ateniendo a Campbell y Stanley, (1995)), en primer lugar los pre experimentales, luego están los experimentales propiamente dichos, y en tercer lugar están los cuasi experimentales. La tipología presentada se da a partir de aspectos como la utilización de grupos de control o no, la selección de los grupos de manera aleatoria, las cantidades de observaciones y/o tratamientos que se haga a los grupos. El presente trabajo se puede revisar bajo la tipología de cuasi experimento, ya que no hay presencia de grupo control, solo hay un grupo de trabajo, no hay conformación aleatoria del grupo de trabajo, se realiza una observación (O1) antes del tratamiento (X) y dos después del mismo (O2, O3).

#### 5.4 Contexto

La investigación se llevó a cabo con docentes de dos Instituciones Educativas públicas: Juana de Caicedo y Cuero del municipio de Cali y General Santander del municipio de Jamundí, en las cuales hay dos modalidades de trabajo en el aula: graduadas y multigrado. Las graduadas se caracterizan por tener un docente encargado por grado y las Multigrado que se caracterizan porque un docente asiste a varios grados simultáneamente.

La IE Juana de Caicedo y Cuero cuenta con 24 docentes nombrados en propiedad en básica primaria que laboran en dos sedes educativas, la Simón Bolívar ubicada en la parte plana del barrio el Lido y la Sede Antonia Santos ubicada en la zona de ladera del sector de Belén del barrio Siloé. De estos docentes, sólo dos trabajan en aulas multigrados y los demás en aulas graduadas.

La IE General Santander cuenta con 21 maestros en básica primaria, de los cuales 3 son nombrados en comisión (de manera provisional) y el resto están nombrados en propiedad. La IE cuenta con 11 sedes que brindan educación básica primaria, las cuales se distribuyen según se indica en PEI de la Institución:

Al corregimiento de Villa Colombia pertenecen las veredas: El Descanso, Loma larga, Santa Rosa, Las Pilas, El Tabor, Las Brisas, Alto Pilas y la Nueva Ventura, aunque ahora existe el cabildo indígena al cual están afiliados varios habitantes de estas veredas. En esta región también encontramos otros dos corregimientos: La Meseta con las veredas El Alba, Comuneros, El Campito, El Placer, La Borrascosa, Timbita y Carrizal; La Liberia con las veredas Chorrera Blanca, La Cabaña, El Crucero, La Balastrera, Pital, Pitalito y la Ferreira.

(Santander, 2014, p. 33)

Para el ejercicio de la presente investigación se tiene en cuenta que se tiene conocimiento de dos docentes que tiene formación profesional en el área de matemáticas.



## 5.5 Selección de participantes

Los participantes con los que se trabajó este estudio fueron 24 docentes, de los cuales se seleccionaron 10 docentes de la IE Juana de Caicedo y Cuero y 14 de la IE General Santander distribuidos en diferentes grados, que se seleccionaron bajo los siguientes criterios:

Beneficiario del programa Todos a aprender. Los docentes participantes pertenecen a instituciones que tienen tutor del programa todos a aprender.

Grado: Se seleccionaron los docentes que laboraban de grado 1° a 5° ya que, en las instituciones seleccionadas, los docentes rotan por diferentes grados y los únicos fijos son los de preescolar.

Zona: Pertenecer a la zona rural o urbana, según la ubicación geográfica de las IE.

## 5.6 Diseño metodológico

Para el estudio se ha realizado un diseño según se detalla en la figura, donde la revisión de literatura ha sido permanente para poder brindar apoyo a cada una de las fases.

Figura 9. Diseño metodológico de la investigación.



El planteamiento del problema y la formulación de la hipótesis se hace en un momento inicial, posterior a ello se lleva a cabo el trabajo con los docentes, como se explica a continuación.

Con respecto al trabajo con los docentes se plantea en un primer momento la necesidad de conocer las concepciones que tienen los maestros focalizados acerca de la enseñanza de la multiplicación en educación básica primaria, para lo cual se aplica un primer cuestionario (Preprueba). Se indaga acerca del conocimiento que tienen los docentes de la multiplicación, lo cual apunta a lo que Shulman (1987) llama conocimiento del contenido, o conocimiento del tema. Además, se indaga acerca de las estrategias pedagógicas que emplean en su labor docente al enseñar la multiplicación, teniendo en cuenta el segundo aspecto que Shulman (1987) llama Conocimiento pedagógico.

Se lleva a cabo el análisis de los datos, para determinar (o corroborar) que un alto porcentaje de los docentes tienen concepciones erradas acerca de la enseñanza de la multiplicación.

A partir de allí se propone un segundo momento (tratamiento), el cual se centra en la formación docente, teniendo como ejes fundamentales los siguientes aspectos:

1. Aspecto conceptual de la multiplicación. Este punto inicia desde el aspecto histórico de la multiplicación en el ámbito mundial y nacional, llegando a la conformación de la estructura multiplicativa (utilizando como base los planteamientos de Gerard Vergnaud), lo cual permite ampliar el conocimiento que tiene el maestro de la multiplicación, no solo verla como “una suma reiterada”.

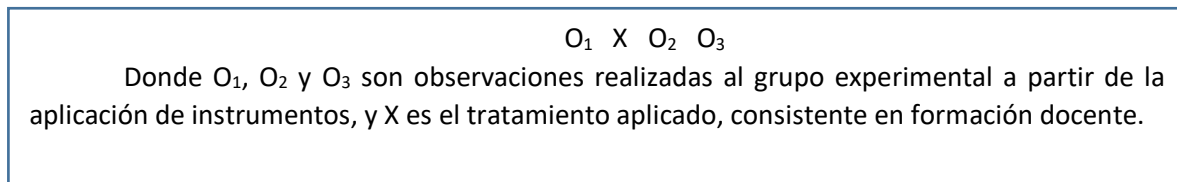
2. Para apoyar el componente pedagógico se brinda formación docente en la Teoría de Situaciones Didácticas, apoyándose en Guy Brousseau (2007), cuyos aportes, junto a la importancia de las representaciones semióticas de Duval (1999) permiten proponer una robusta apuesta pedagógica de trabajo en el aula.

En un tercer momento se lleva a cabo formación situada vinculando los dos elementos que se han mencionado anteriormente: Conocimiento de la estructura multiplicativa (E.M) y estrategia pedagógica, agregándose un tercer elemento básico de la investigación; el énfasis en el producto de medidas para la enseñanza de la E.M. de tal manera que los docentes pueden vivenciar el aprendizaje de la estructura multiplicativa desde el producto de medidas con el apoyo pedagógico de tres situaciones didácticas.

En el cuarto momento se aplica un cuestionario que permite verificar cómo han cambiado las concepciones que tienen los maestros frente a la enseñanza de la multiplicación.

Según el diseño de investigación, el método de estudio se enmarca como serie cronológica (Campbell & Stanley, 1995), donde se tiene el esquema:

*Figura 10. Estructura de la tipología cuasi experimental aplicada llamada Serie Cronológica*



## **5.7 Diseño de cuestionarios, desarrollo de formación y situaciones didácticas**

### **5.7.1 Cuestionarios.**

Para la recolección de los datos pertinentes en la investigación se utilizó como base la técnica la encuesta, utilizando como instrumento de aplicación el formulario. Los formularios aplicados fueron de dos tipos: cuestionarios mixtos (Preguntas abiertas y cerradas) y cuestionarios con preguntas abiertas. Hernández et al., (2014, p. 217) afirma que los cuestionarios son el instrumento de recolección de datos más utilizado en el estudio de fenómenos sociales, lo cual se debe a la facilidad de su aplicación, y a la comodidad de su codificación con fines estadísticos.

En la elaboración de los cuestionarios que incluían preguntas cerradas se utilizó una adaptación del escalamiento de Likert (Hernández et al., 2014, p. 238), donde se utilizaron 4 afirmaciones o juicios:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo. En algunas preguntas se utilizó una afirmación adicional (No Aplica).

#### **5.7.1.1 Cuestionario 1.**

Para explorar las concepciones de los docentes sobre la enseñanza de la multiplicación y el uso de estrategias pedagógicas de enseñanza se aplica el cuestionario No. 1. (VER ANEXO 1)

Figura 11. Imagen de apoyo de Anexo 1

**ANEXO No. 1**

**CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN EN BÁSICA PRIMARIA**

A continuación, se presentan algunos enunciados que reflejan diferentes modos de pensar sobre el conocimiento matemático, la enseñanza de la multiplicación en el aula y la gestión de aula.

Completa el cuestionario, leyendo con atención los enunciados e indicando el grado de acuerdo con cada uno de ellos, mediante un valor numérico, siguiendo el convenio presentado.

**Cuestionario**

- Grado que enseña** 3 \_\_\_\_\_ 4 \_\_\_\_\_ 5 \_\_\_\_\_ otro ¿Cuál? \_\_\_\_\_
- Años que llevas enseñando** 1-3 \_\_\_\_\_ 4-6 \_\_\_\_\_ 7-9 \_\_\_\_\_ 10 o más \_\_\_\_\_
- Área de formación:** \_\_\_\_\_

En las preguntas 3 al 8 marca con **X** indicando tu grado de acuerdo con cada enunciado, según el siguiente convenio:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo:

**4. ¿Cuándo enseña la multiplicación en qué aspectos hace énfasis?**

<b>A</b>	En la enseñanza de las tablas de multiplicar	1	2	3	4
<b>B</b>	En la práctica de ejercicios numéricos (algoritmos)	1	2	3	4
<b>C</b>	En la solución de problemas	1	2	3	4

A continuación, se describe la intención de cada pregunta formulada en la encuesta que se aplica a los maestros en el momento 1:




Tabla 1.  
Relación de preguntas y propósitos del cuestionario 1.

Preguntas	Propósito	Descripción general
Grado que enseña y años que lleva enseñando	Caracterizar la población en relación al grado en el que enseña y a los años de experiencia para contrastar las respuestas dadas en todo el cuestionario	En esta pregunta se quiere identificar si existen diferencias significativas en los procesos de enseñanza de la multiplicación y su conocimiento conceptual de acuerdo a los años de experiencia.
Area de formación	Caracterizar la población en relación al área de formación académica.	En esta pregunta se pretende identificar si los docentes tienen formación en matemáticas, y establecer su relación con el conocimiento conceptual de la estructura multiplicativa.
¿Cuándo enseña la multiplicación en qué aspectos hace énfasis?	Identificar los aspectos que tienen en cuenta los docentes al enseñar la multiplicación.	A y B está relacionada con memorización y ejercitación de algoritmos relacionados con la multiplicación C Con el uso de problemas en el aula. D. La importancia de la Semiosis desde y tratamiento conversión. E La posibilidad de expresar otras opciones que no se han tenido en cuenta en el cuestionario. (situaciones problemas , secuencia didáctica, uso de textos....
En el grado que usted enseña ¿Cómo aborda la enseñanza de la multiplicación?	Identificar que modelos para la enseñanza de la multiplicación utiliza el docente.	A Lo interpreta sólo como una suma reiterada. B Lo interpreta como el producto de un escalar. C Lo interpreta como el isomorfismo de medidas. D como el producto de medidas E Otro La posibilidad de expresar otras opciones que no se han tenido en cuenta en el cuestionario entre ellas el producto de medidas como cálculo de áreas. La Categoría No aplica se pretende identificar si los docentes conocen los modelos y si estos están determinados por el grado académico en el que se enseña.
En el grado que usted enseña ¿Cuáles de los siguientes problemas utiliza en el aula?	Identificar qué modelos para la enseñanza de la multiplicación utiliza el docente a través del uso de problemas.	A Usa problemas sólo como una suma reiterada. B Usa problemas como el producto de un escalar. C Usa problemas como el isomorfismo de medidas donde se identifica la división como una categoría de la multiplicación. D Usa problemas como el producto de medidas. E Usa problemas como el producto de medidas y se identifica la división como una categoría de la multiplicación. La Categoría No aplica se pretende identificar si los docentes clasifican los problemas el grado académico en el que se enseña o por su nivel de conocimiento)
¿Cuáles de las siguientes estrategias metodológicas emplea en la enseñanza de la multiplicación?	Identificar que estrategias metodológica emplea en el aula el docente	A. Como una secuencia didáctica B. Como una Situación Didáctica C Tareas como un modelo teórico A priori o como Tareas puntuales para fijar hechos, en particular: suma reiterada, términos de la multiplicación, algoritmo de la multiplicación. Tareas en distintos contextos que posibilitan explorar distintas representaciones del concepto de multiplicación
En el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación se privilegia	Reconocer el la participación del estudiante en el proceso de aprendizaje.	A. Identificar si se privilegia el trabajo individual. B. Identificar si se permite al estudiante reflexionar sobre su aprendizaje a partir del trabajo de otros. C. Identificar si se utiliza el trabajo cooperativo en el que existen roles definidos y se construye el aprendizaje cooperativamente. D. El maestro interviene en el trabajo de sus estudiantes respetando los procesos individuales y colectivos.
Expresa con un ejemplo cómo aborda la multiplicación en clase (grafico, esquema, entre otros)	Identificar la forma la enseñanza de la multiplicación a través de diferentes representaciones o esquemas.	Reconocer el tipo de variables que usan los docentes (discretas o continuas). Identificar los modelos que privilegian los docentes en la enseñanza de la multiplicación

### 5.7.1.2 *Cuestionarios 2 y 3.*

Para revisar si han cambiado las concepciones de los maestros frente a la enseñanza de la multiplicación se aplica un cuestionario que tiene como base el cuestionario 1 para poder hacer un cotejo entre los datos obtenidos al inicio y al final de la intervención. Se agregan unas preguntas para evaluar el impacto de las situaciones didácticas desarrolladas con los maestros. La aplicación se lleva a cabo con dos cuestionarios auto suministrados en el mismo momento (Ver anexos 2 y 3)

*Figura 12. Imagen de apoyo de Anexo 2*

**ANEXO 2.**

Grado que enseña: \_\_\_\_ Años que llevas enseñando 1-3\_\_\_\_ 4-6\_\_ 7-9\_\_\_\_ 10\_\_\_\_

1. ¿Por qué es importante conocer los diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación?
2. ¿Qué sugiere para mejorar la Situación didáctica 1, 2,3?
3. ¿Qué le aportó a su práctica docente las Situaciones Didácticas?
4. ¿Considera que en la enseñanza de la multiplicación es importante abordar

## Cuestionario anexo 2:

Tabla 2

Relación de preguntas y propósitos del cuestionario 2.

Nº Pregunta	Pregunta	Intención
0	Grado que enseña _____ Años que llevas enseñando 1-3 ____ 4-6 ____ 7-9 ____ +10 ____	Identificar los aportes de los docentes de acuerdo al grado y tiempo de enseñanza.
1	¿Por qué es importante conocer los diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación?	Identificar si los docentes reconocen la importancia de abordar la enseñanza de la multiplicación en diferentes contextos los modelos: suma reiterada, Factor multiplicante, Razón -proporcionalidad directa, Producto de medidas.
2	¿Qué sugiere para mejorar la Situación didáctica 1, 2,3?	Recoger los aportes de los docentes para mejorar las situaciones didácticas diseñadas en la propuesta didáctica
3	¿Qué le aportó a su práctica docente las Situaciones Didácticas?	Identificar si los docentes reconocen la importancia del uso de la semiosis y las situaciones de acción, formulación, validación e Institucionalización en la enseñanza de la multiplicación.
4	¿Considera que en la enseñanza de la multiplicación es importante abordar el producto de medidas, aunque no sea mencionado claramente en los referentes curriculares de grado 3º (EBC, DBA)? Si ____ NO ____ Justifique su respuesta	Identificar la importancia de abordar el producto de medidas para la enseñanza de la multiplicación.
5	¿Considera usted que la enseñanza de la multiplicación a través producto de medidas (producto cartesiano, área de figuras rectangulares) facilita la comprensión de la misma? Si ____ NO ____ Justifique su respuesta	Identificar si para los docentes la enseñanza de la multiplicación como producto de medidas facilita la comprensión de la misma y conocer sus aportes.

## Cuestionario anexo 3:

Figura 13. Imagen de apoyo de Anexo 2

**ANEXO 3**

**EVALUACIÓN PROPUESTA DIDÁCTICA ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS**

**Cuestionario**

- **Grado que enseña** 3 \_\_\_\_ 4 \_\_\_\_ 5 \_\_\_\_ otro ¿Cuál? \_\_\_\_\_
- **Años que llevas enseñando** 1-3 \_\_\_\_ 4-6 \_\_\_\_ 7-9 \_\_\_\_ 10 o más \_\_\_\_

En las preguntas 3 al 8 marca con **X** indicando tu grado de acuerdo con cada enunciado, según el siguiente convenio:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo:

**Si por necesidades educativas tuviera que cambiar de grado y en la planeación le corresponde la enseñanza de la multiplicación**



Tabla 3  
Relación de preguntas y propósitos del cuestionario 3

Nº pregunta	Intención
1- 4	Identificar los cambios que se pueden generar en los docentes después de la aplicación de la propuesta didáctica
5	Evaluar las situación didácticas
6	Identificar la importancia de la propuesta didáctica para la formación docente
7	Conocer la visión de los docentes en función de los aportes de la propuesta didáctica trabajada por los investigadores

### 5.7.2 Formación docente.

La formación docente se llevó a cabo bajo la figura de STS (sesión de Trabajo Situado), nombre que le da el PTA a los espacios de formación docente.

Las sesiones se desarrollaron teniendo en cuenta cinco momentos:

Figura 14. Presentación de apoyo formación docente

**Momentos de la STS**




**Momento 1:** Reflexión sobre las concepciones sobre la enseñanza de la multiplicación.

**Momento 2:** Conceptualización de la estructura multiplicativa.

**Momento 3:** Conceptualización de las Situaciones Didácticas.

**Momento 4:** Representaciones semióticas

**Momento 5:** Trabajo practico de la estructura multiplicativa a través de una situación didáctica.

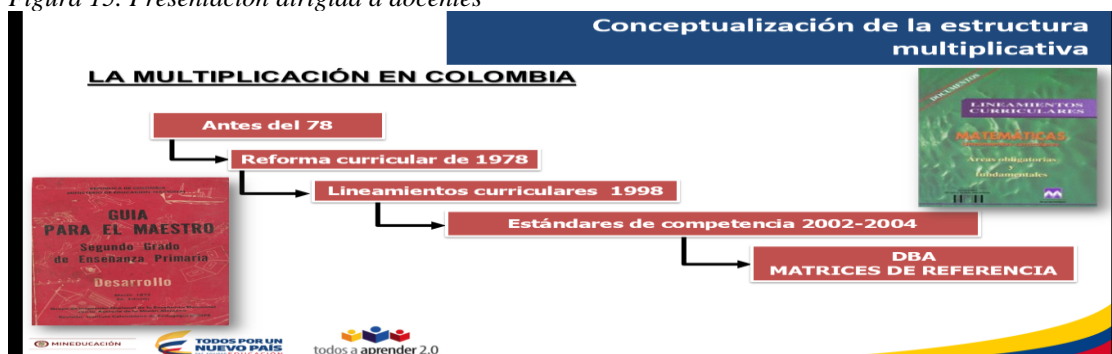
#### 4.7.2.1 Momento 1. Reflexión sobre las concepciones sobre la enseñanza de la multiplicación.

En este primer momento se parte de la idea generalizada de multiplicación como suma abreviada (Obando, 2015a), ilustrándose con algunos ejemplos de cuando es posible y cuando no -por ejemplo en el producto de medidas-. Se explica que, aunque el modelo de adición repetida es válido para la multiplicación, no es el único viable y no debe ser el único a través del cual los estudiantes se apropien del concepto de la multiplicación. Se explica que el acercamiento a la multiplicación desde esta única perspectiva deja por fuera otras situaciones del contexto.

#### 4.7.2.2 Momento 2: Conceptualización de la estructura multiplicativa.

En la parte de la conceptualización se inicia ilustrando el aspecto histórico de la multiplicación, desde los Babilónicos, indios y chinos. Luego se llega al contexto local para revisar aspectos legales en Colombia, en particular que sucedía antes de la reforma curricular de 1978 y después de la misma, pasando por la aparición de los lineamientos curriculares del área de matemáticas en 1998, los estándares básicos de competencias en 2006, hasta llegar a la aparición de los Derechos Básicos de Aprendizajes.

Figura 15. Presentación dirigida a docentes



Se muestra cómo aparece la multiplicación en los EBC de básica primaria:

Figura 16. Presentación de estándares en la formación docente

	Primero a tercero	Cuarto a quinto
PENSAMIENTO NUMÉRICO Y SISTEMAS NUMÉRICOS	<ul style="list-style-type: none"> <li>Reconozco significados del número en diferentes contextos (medición, conteo, comparación, codificación, localización entre otros).</li> <li>Describo, comparo y clasifico situaciones con números, en diferentes contextos y con diversas representaciones.</li> <li>Describo situaciones que requieren el uso de medidas relativas.</li> <li>Describo situaciones de medición utilizando fracciones comunes.</li> <li>Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para explicar el valor de posición en el sistema de numeración decimal.</li> <li>Uso representaciones –principalmente concretas y pictóricas– para resaltar equivalencias de un número en las diferentes unidades del sistema decimal.</li> <li>Reconozco propiedades de los números (ser par, ser impar, etc.) y relaciones entre ellos (ser mayor que, ser menor que, ser múltiplo de, ser divisible por, etc.) en diferentes contextos.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.</li> <li>Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</li> <li>Identifico, a la luz de los datos de un problema, los resultados obtenidos son o no razonables.</li> <li>Identifico regularidades y propiedades de los números utilizando diferentes instrumentos de cálculo (calculadora, abaco, líneas milimetradas, etc.).</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.</li> <li>Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.</li> <li>Utilizo la notación decimal para expresar fracciones en diferentes contextos y relaciono estas dos notaciones con la de los porcentajes.</li> <li>Justifico el valor de posición en el sistema de numeración decimal en relación con el conteo recurrente de unidades.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y propiedades de los números naturales y sus operaciones.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualdad.</li> <li>Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.</li> <li>Identifico la potenciación y la radicación en contextos matemáticos y no matemáticos.</li> <li>Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.</li> <li>Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.</li> <li>Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.</li> <li>Justifico regularidades y propiedades de los números, sus relaciones y operaciones.</li> </ul>

Imagen tomada de MEN(2006)

Además, se establecen las relaciones pertinentes con las Matrices de Referencia que se utilizan como base para las Pruebas SABER.

Figura 17. Multiplicación en las matrices de referencia

COMPETENCIA COMPONENTE	RESOLUCIÓN	
	APRENDIZAJE	EVIDENCIA
NUMÉRICO VARIACIONAL	Resolver problemas aditivos rutinarios de composición y transformación e interpretar condiciones necesarias para su solución.	Interpretar condiciones necesarias para solucionar un problema aditivo de transformación.
		Solucionar problemas aditivos rutinarios de transformación.
		Interpretar condiciones necesarias para solucionar un problema aditivo de composición.
	Resolver y formular problemas multiplicativos rutinarios de adición repetida.	Solucionar problemas aditivos rutinarios de composición.
		Solucionar problemas rutinarios multiplicativos de adición repetida.
		Establecer condiciones necesarias para solucionar un problema multiplicativo de adición repetida.
Resolver y formular problemas sencillos de proporcionalidad directa.	Resolver problemas rutinarios de proporcionalidad directa.	
	Establecer condiciones necesarias para solucionar un problema de proporcionalidad directa.	

Tomada de ICFES, (2015)

Se continúa el fortalecimiento del aspecto conceptual de la multiplicación haciendo introducción al concepto de Estructura Multiplicativa (EM) según lo indica Vergnaud (1998). A partir de ahí se explica que la EM está conformada por 4 categorías a saber: Isomorfismo de medidas, Factor multiplicante, Producto de medidas y

Proporcionalidad compuesta. Según las intenciones de los investigadores se hace énfasis en el producto de medidas, en donde se habla de la combinatoria (Producto cartesiano) y el cálculo de áreas.

#### ***4.7.2.3. Momento 3: Conceptualización de las Situaciones didácticas.***

Se lleva a cabo la conceptualización de las situaciones didácticas de Brousseau, así como los tipos de situaciones didácticas: de acción, de formulación, de validación y de institucionalización, atendiendo a lo mencionado en el marco teórico de la presente investigación.

#### ***4.7.2.4. Momento 4: Representaciones semióticas.***

En este apartado se explica que las estructuras multiplicativas se deben abordar desde diferentes registros semióticos, empezando desde el lenguaje común, pasando por otros como el numérico, el geométrico, el tabular, el gráfico, entre otros.

Utilizando representaciones al interior de cada registro (tratamiento). Y pasando de un registro a otro (conversión).

#### ***4.7.2.5. Momento 5. Trabajo practico de la estructura multiplicativa a través de una situación didáctica.***

En este momento se lleva a cabo la actividad práctica, en donde los maestros a partir de la estrategia didáctica “situación didáctica” se encuentran con el aprendizaje del producto de medidas, yendo desde la situación didáctica de acción hasta la de institucionalización. Se trabajan tres situaciones didácticas, cada una de ellas con sus respectivos momentos (Ver anexos 5, 6 y 7). en el ejercicio práctico el docente puede relacionar los aspectos fuertes de la investigación como son la apropiación del producto

de medidas como una categoría de la estructura multiplicativa, la importancia de la semiótica en el aprendizaje de las matemáticas y la utilización de la situación didáctica como estrategia óptima para propiciar aprendizajes significativos.

### **5.7.3 Situaciones didácticas**

Dentro de la propuesta didáctica trabajada con maestros se llevó a cabo trabajo práctico de lo visto en el espacio de formación, es decir, después de brindar formación acerca del conocimiento de la multiplicación, de las representaciones semióticas, su importancia en la enseñanza de las matemáticas, y de la estrategia didáctica llamada Situación didáctica se realizaron tres ejercicios prácticos donde cada maestro pudo vivenciar todo lo mencionado. Es por esto que se construyeron y aplicaron 3 situaciones didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir del producto de medidas, las cuales fueron revisadas y avaladas en la clase de DIDÁCTICA DE LAS MATEMÁTICAS, bajo la tutoría de los docentes Bernardo García Quiroga y Freddy Asprilla.

Cada una de ellas fue construida teniendo en cuenta la teoría de las situaciones didácticas, el objeto matemático a estudiar (La multiplicación desde el producto de medidas) y las representaciones semióticas. Ver anexos 5, 6 y 7.

## **5.8 Pilotaje**

Para el pilotaje se trabajó con ocho maestros, quienes reunían los criterios de selección establecidos previamente.

### **5.8.1 Diseño de cuestionarios**

Finalizado el diseño de los cuestionarios anteriores, se prosiguió con el pilotaje donde las respuestas obtenidas permitían hacer análisis. Solo se encontraron dificultades de redacción que fueron corregidas para la posterior aplicación del mismo.

### **5.8.2 Diseño de situaciones didácticas**

En el pilotaje con los ocho docentes que laboran en aulas graduadas y multigrados se evidenció que solo algunas descripciones empleadas en las diferentes actividades de las situaciones didácticas diseñadas con anterioridad tenían problemas de forma en relación a la redacción, ya que no era comprendida por los docentes, razón por la cual las situaciones didácticas solo tuvieron pequeños cambios en la redacción de algunas indicaciones.

## **5.9 Aplicación de los cuestionarios y capacitación docente**

Por las características de la población docente que pertenecen a dos municipios diferentes, generaba dificultad de desplazamiento, lo que implicó que la implementación de cuestionarios y propuesta de formación docente se realizará de la siguiente forma:

- Aplicación de cuestionario 1 a todos los docentes participantes de forma In situ.
- Formación docente en la que participaron todos los docentes de ambas instituciones.
- Práctica de situaciones didácticas de producto de medidas y aplicación de cuestionario se realizará In situ.

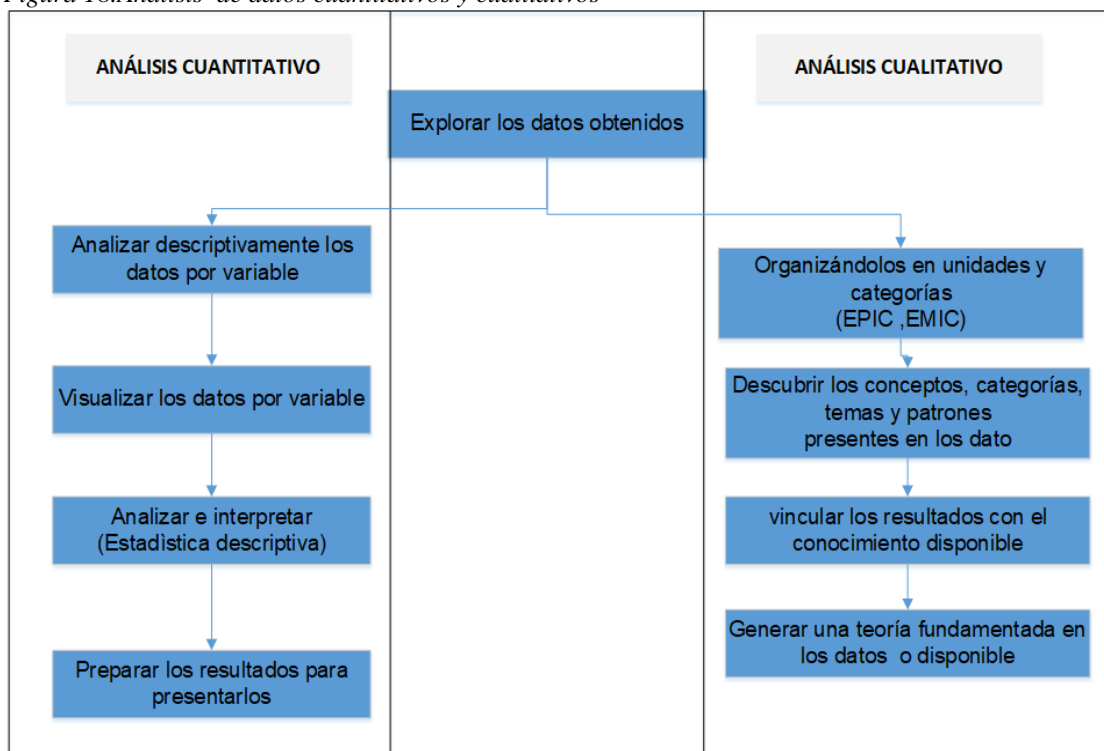
## 5.10 Plan de procesamiento de análisis

Con los datos obtenidos en los cuestionarios es necesario especificar cómo se realizó del procesamiento de análisis de la información.

### 5.10.1 Procesamiento de análisis de los cuestionarios

El procesamiento de análisis de los cuestionarios se realizó basado en Hernández, Fernández, Callao, y Batista (2014) y Hurtado B., (2010), quienes plantean procesos tanto para el análisis cuantitativo como cualitativo, como se evidencia en la figura 18.

Figura 18. Análisis de datos cuantitativos y cualitativos



Adaptado de Hernández, Fernández, Callao, y Batista (2014) y Hurtado B., (2010)

Como los cuestionarios fueron llenados de forma manual por cada uno de los participantes se requirió un proceso anterior que fue digitar la información en

formularios de google docs, el cual permite generar la información en una hoja de cálculo que posteriormente permitirá exportar la información de carácter cualitativo al programa ATLAS. Ti.

Es importante resaltar que para el análisis de los datos cualitativos en el programa Atlas Ti se tuvieron en cuenta las recomendaciones dadas por Varguillas, (2006) que consisten en : contacto primario con el documento, preparación del documento, análisis ,creación de redes e interpretación analítica .



## 6. Análisis y Resultados

Este capítulo se dividirá en tres partes:

I. Caracterización de la población en función del grado que enseña, experiencia laboral y área de formación, sus concepciones y conocimientos en relación a la enseñanza de la multiplicación y estrategias didácticas empleadas mediante un análisis cuantitativo.

II. Identificación de los cambios generados una vez finalizada la propuesta de formación en función varios aspectos como: la importancia de abordar en la enseñanza la multiplicación en diferentes contextos, la semiosis, el producto de medidas en la enseñanza y comprensión de la multiplicación, situaciones didácticas. Mediante un análisis cualitativo

III. Evaluación de las situaciones didácticas usadas en la formación docente y la propuesta didáctica. Mediante un análisis cuantitativo y cualitativo.

Es importante resaltar que en esta segunda parte al analizar los datos cualitativos existen una intención inicial planteada en la descripción de los cuestionarios, las subcategorías de análisis serán de tipo emic ya que este se centra en el investigado y no en el investigador “en un abordaje émico, el investigador no sólo capta y registra los puntos de vista de éstos, sino que además lo hace con sus propias expresiones y palabras.” Hurtado (2008, p 310)

Además de la partición mostrada se tendrán en cuenta dos tipos de análisis, los de tipo cuantitativo y los de tipo cualitativo.

## 6.1 Análisis cuantitativo

Para realizar el análisis es importante mencionar que la muestra de la población es de 24 docentes pertenecientes a las instituciones educativas Juana de Caicedo y Cuero y General Santander localizadas en los municipios de Cali y Jamundí respectivamente.

Este se da en dos partes, la primera consiste en la caracterización de la población, la segunda en la exploración de las concepciones y los conocimientos que poseen los docentes sobre la multiplicación y estrategias didácticas para su enseñanza.

### 6.1.1 Caracterización de la población

La caracterización de la población se mencionará en relación a grado que enseña, experiencia laboral y área de formación.

#### 6.1.1.1 Grado que enseña

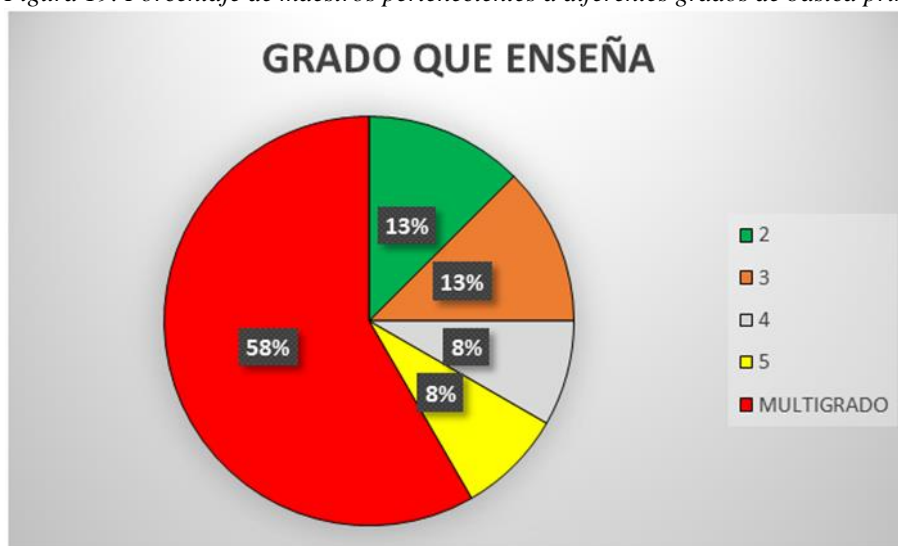
De la población participante se seleccionaron 10 docentes de la IE Juana de Caicedo y Cuero y 14 de la IE General Santander distribuidos en diferentes grados como se muestra en la Tabla 4.

Tabla 4  
Cantidad de docentes focalizados en la investigación

CANTIDAD DE DOCENTES PARTICIPANTES		
GENERAL SANTANDER	JUANA DE CAICEDO Y CUERO	TOTAL
1	2	3
0	3	3
0	2	2
0	2	2
13	1	14
14	10	24

En la figura 19 se puede observar que de la totalidad de la población participante el 58% trabaja con varios grados simultáneamente (multigrado). Con un 26% los grados 2° y 3° repartidos porcentualmente en forma equitativa y un 16% entre 4° y 5° distribuidos de igual cantidad.

Figura 19. Porcentaje de maestros pertenecientes a diferentes grados de básica primaria



#### 6.1.1.2 *Experiencia laboral*

En la Tabla 5 se especifica la distribución de la experiencia laboral por intervalos de tiempo e Institución Educativa.

Tabla 5  
Distribución de experiencia en años de los docentes focalizados

<b>TIEMPO AÑOS DE EXPERIENCIA</b>	<b>GENERAL SANTANDER</b>	<b>JUANA DE CAICEDO Y CUERO</b>
1 a 3 años	1	0
4 a 6 años	2	2
7 a 9 años	0	0
10 o más años	11	8
<b>TOTAL</b>	<b>14</b>	<b>10</b>

De la cual se puede concluir que el 79% tiene una experiencia laboral superior a 10 años, un 17% de 4-6 años y un 4% entre 1-3 años (ver figura 20).

Figura 20. Experiencia laboral en años de los docentes participantes.



### 6.1.1.3 Área de formación

La población participante es muy heterogénea en cuanto al área de formación. En la Tabla 6 se estipula la distribución por área de formación e Institución Educativa.

Encontrándose que el 37.5. % de la totalidad de la población tiene formación en básica primaria y solo el 8.3% tienen formación en matemáticas.

Se puede concluir que de la población encuestada la mayoría tienen más de 10 años de experiencia, laboran en varios grados simultáneamente y son en su mayoría licenciados en básica primaria y solo un 8.3% tiene formación en matemáticas.

Tabla 6  
 Área de formación de los docentes participantes en la investigación

ÁREA DE FORMACIÓN	GENERAL SANTANDER	JUANA DE CAICEDO Y CUERO
LENGUAJE	2	
MATEMÁTICAS	2	
CIENCIAS NATURALES		1
CIENCIAS SOCIALES	1	1
BÁSICA PRIMARIA	4	5
NORMALISTA SUPERIOR	2	1
EDUCACIÓN FÍSICA		2
PREESCOLAR	1	
TRABAJO SOCIAL	1	
NR	1	
<b>TOTAL</b>	<b>14</b>	<b>10</b>

### 6.1.2 Concepciones docentes y conocimientos docentes

Para explorar las concepciones y conocimientos de los docentes relacionados con la enseñanza de la multiplicación y las estrategias didácticas que utilizan en el aula. Se aplicó la encuesta, la cual se divide en dos partes: la primera se relaciona con los aspectos y modelos que se utilizan para la enseñanza de la multiplicación la cual consta de 4 preguntas con diferentes opciones y la segunda parte se relaciona con exploración de las estrategias didácticas que se utilizan en el aula y la forma como se trabaja con los estudiantes para la cual se utilizan dos preguntas.

A continuación, se mencionan de forma detallada los resultados relacionados con este apartado.

### 6.1.2.1 Aspectos que se tienen en cuenta al enseñar la multiplicación

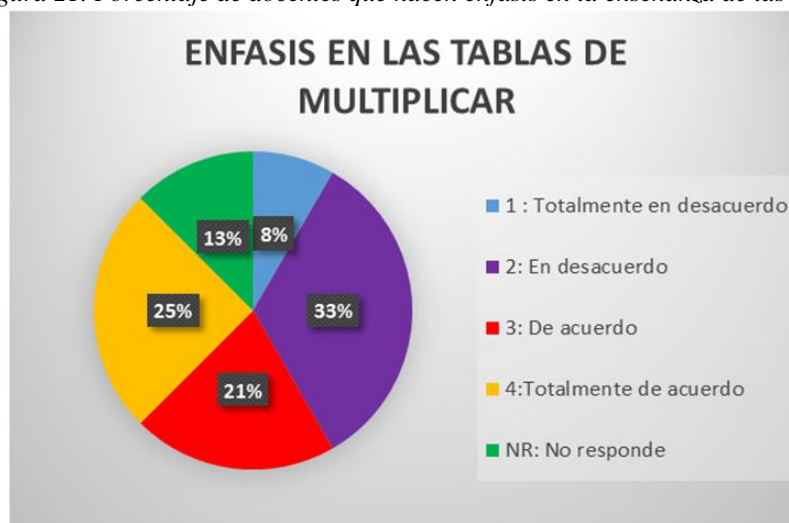
Para identificar estos aspectos se planteó la pregunta ¿Cuándo enseña la multiplicación en qué aspectos hace énfasis? Con diferentes opciones que se relacionaban con: Uso, ejercitación de algoritmos, uso de problemas en el aula, importancia de la semiosis y otros como situaciones problemas, secuencia didáctica, uso de textos.

A continuación, se explica de manera detallada cada una de las opciones mencionadas

#### 6.1.2.1.1 Énfasis en las tablas de multiplicar

En la figura 21 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas:

Figura 21. Porcentaje de docentes que hacen énfasis en la enseñanza de las tablas de multiplicar



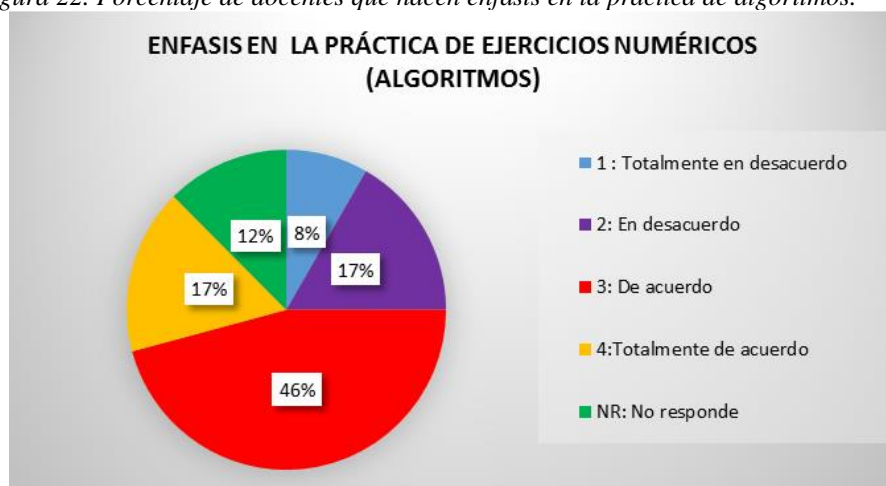
Del total de la población se obtuvo que el 46% enfatiza en la enseñanza de las tablas de multiplicar. Un 41% no está de acuerdo en la enseñanza de las mismas y un

13% no responde lo que permite concluir que casi la mitad de la población considera importante la enseñanza de las tablas de multiplicar.

#### 6.1.2.1.2 Énfasis en la práctica de ejercicios numéricos (algoritmos)

En la figura 22 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 22. Porcentaje de docentes que hacen énfasis en la práctica de algoritmos.

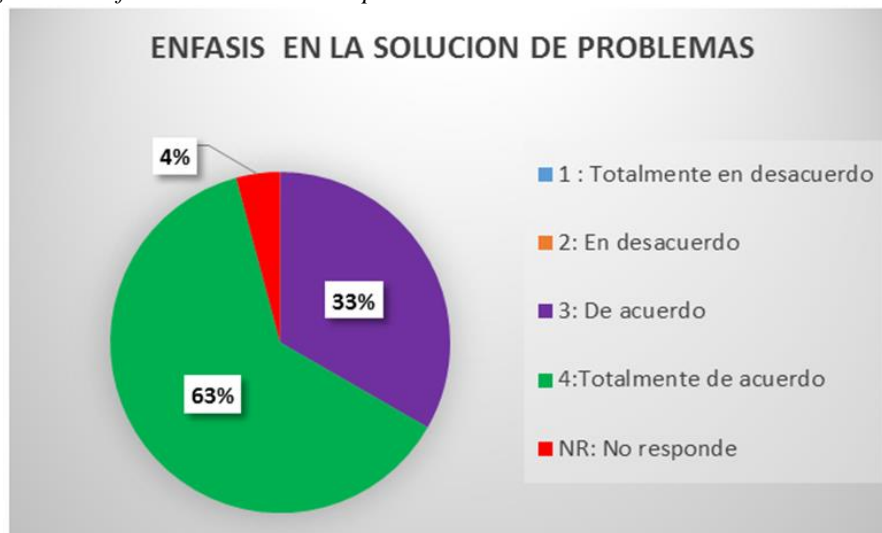


De los resultados obtenidos se encuentra que el 63% hace énfasis en la práctica de ejercicios numéricos (algoritmos), un 25% manifiesta un tipo de desacuerdo y 12% no responde. Lo que permite concluir que más de la mitad de la población considera importante hacer énfasis en la práctica de ejercicios numéricos.

#### 6.1.2.1.3 Énfasis en la solución de problemas

En la figura 23 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas. Donde el 96% de la población encuestada considera tener un tipo acuerdo en relación de énfasis en la solución de problemas.

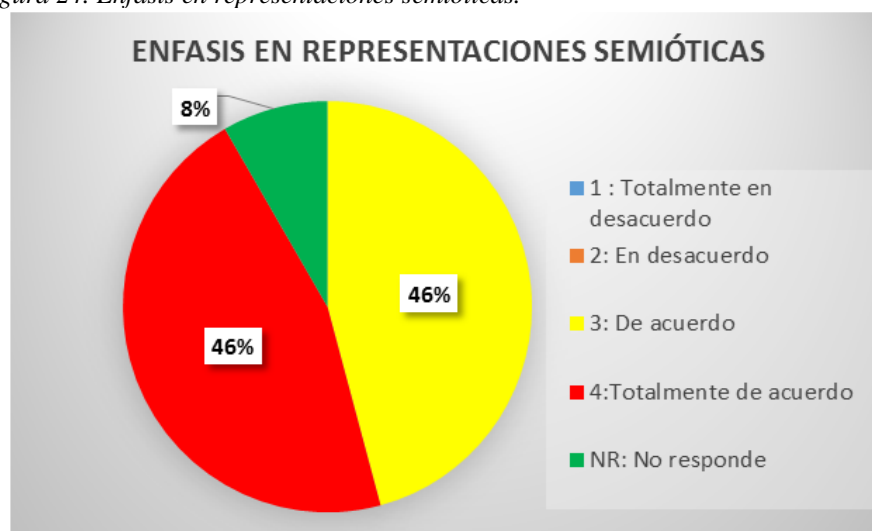
Figura 23. Énfasis en la solución de problemas



#### 6.1.2.1.4 En representaciones semióticas

En la figura 24 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 24. Énfasis en representaciones semióticas.



El 92% de la población encuestada presenta un tipo de acuerdo en hacer énfasis en las representaciones gráficas al enseñar la multiplicación.



Es importante resaltar que 3 docentes seleccionan la opción otro y al mencionar en cuál aspecto hacen énfasis, ellos coinciden en relación a la suma reiterada. (Tabla 7).

Tabla 7  
Otras respuestas brindadas por docentes

Docente	Respuesta
2	Otro ¿Cuál? <u>En sumas</u>
3	Otro ¿Cuál? <u>Ejemplos de sumas repetitivas con material abstracto</u>
18	Otro ¿Cuál? <u>en el proceso que tiene en la suma.</u>

#### 6.1.2.2 Modelos que se tienen en cuenta para la enseñanza de la multiplicación

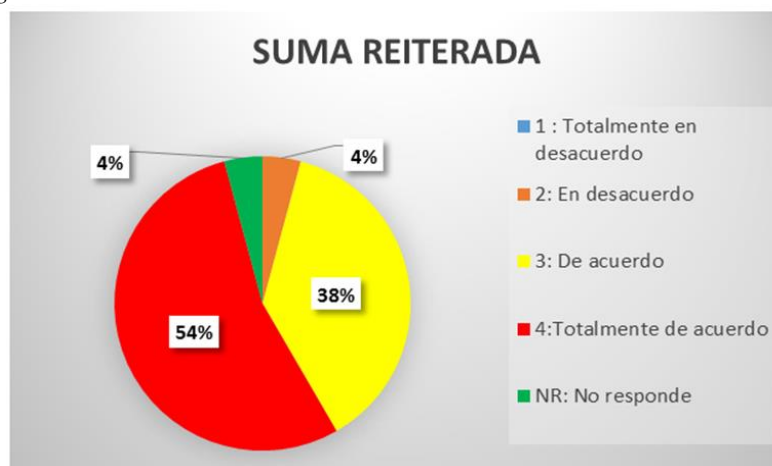
Para identificar estos aspectos se planteó la pregunta ¿Cómo aborda la enseñanza de la multiplicación?, Con diferentes opciones que se relacionaban con: suma reiterada, producto de un escalar, isomorfismo de medidas, producto de medidas, la opción No aplica para identificar si los docentes conocen los modelos y si estos están determinados por el grado académico en el que se enseña.

A continuación, se explica de manera detallada cada una de las opciones mencionadas

##### 6.1.2.2.1 Una suma reiterada

En la figura 25 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 25. Modelo de suma reiterada

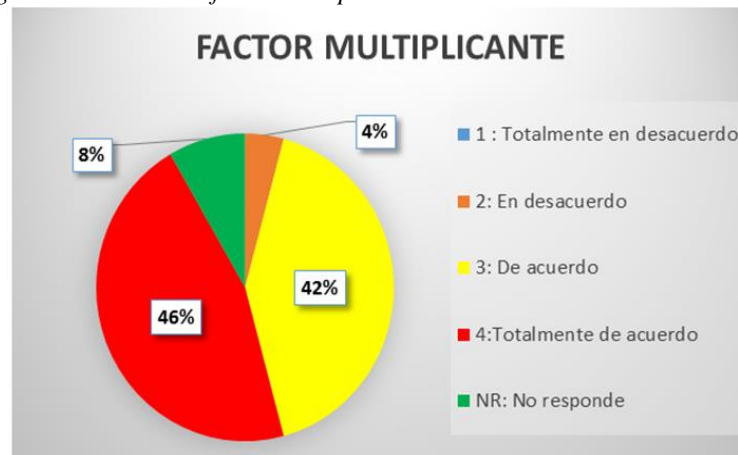


El 92% de la población encuestada considera un tipo de acuerdo en abordar la multiplicación como una suma reiterada, aspecto que menciona Fernández Bravo, (2007, p. 121)“El conocimiento heredado nos dice que la multiplicación debe ser introducida, didácticamente, como "una suma de sumandos iguales".

#### 6.1.2.2.2 Factor multiplicante (veces)

En la figura 26 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 26. Modelo de factor multiplicante.

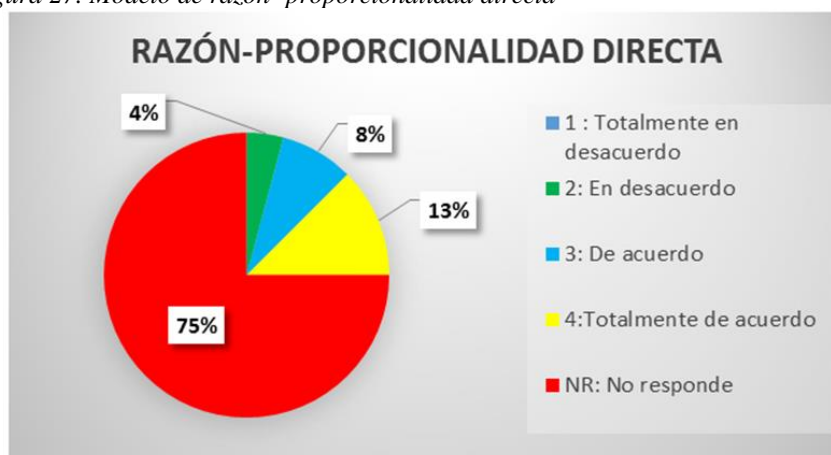


El 88% de la población encuestada manifiesta un tipo de acuerdo en abordar la multiplicación como factor multiplicante (veces).

#### 6.1.2.2.3 Razón -proporcionalidad directa

En la figura 27 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 27. Modelo de razón- proporcionalidad directa



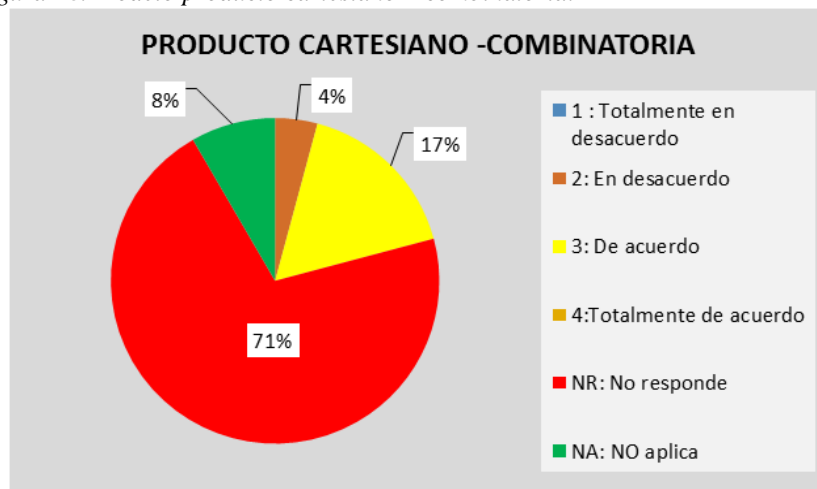
El 75% de la población encuestada no responde y un 12% manifiesta un tipo de desacuerdo en abordar la multiplicación como razón-proporcionalidad directa.

#### 6.1.2.2.4 Producto cartesiano –combinatoria

En la figura 28 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

El 71% de la población no responde la encuesta, el 17% que está de acuerdo con enseñar la multiplicación como producto cartesiano o combinatorio pertenecen a multigrado.

Figura 28. Modelo producto cartesiano – combinatoria.



El 8% que responde que NA no aplica explica que no tienen claridad en esos conceptos. Ver tabla 8.

Tabla 8

Respuestas de docentes que marcaron NA en la pregunta acerca del modelo producto cartesiano-combinatoria.

Docente	Respuesta
1	En caso de haber seleccionado No aplica (NA) Explique ¿Por qué? <u>No tengo claridad acerca de estos conceptos y su respectiva aplicación</u>
8	En caso de haber seleccionado No aplica (NA) Explique ¿Por qué? <u>No tengo claridad en estos conceptos.</u>

De esta pregunta se puede concluir que la mayoría de docentes hace énfasis en sumas reiteradas y en el factor multiplicante, pero en producto cartesiano o combinatoria más del 70% de la población no responde lo que nos indica que estos modelos son poco abordados en la enseñanza de la multiplicación.

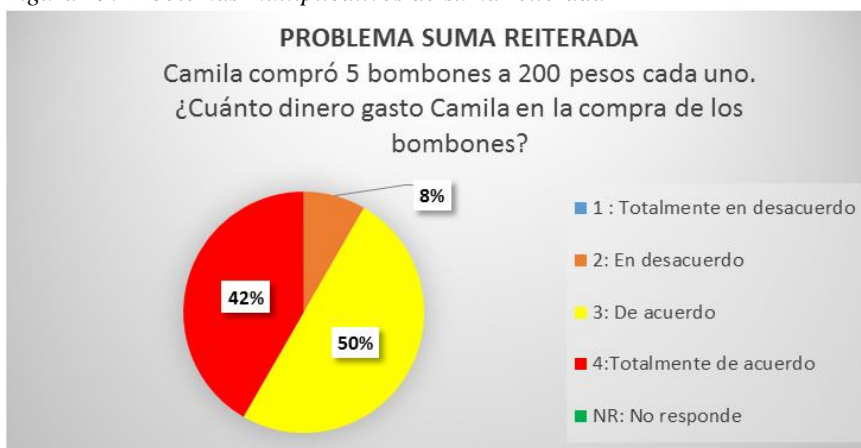
### 6.1.2.3 *Uso de problemas multiplicativos en el aula*

Para identificar estos aspectos se planteó la pregunta ¿Cuáles de los siguientes problemas utiliza en el aula?, Con diferentes opciones que se relacionaban con el uso de problemas relacionados con suma reiterada, factor multiplicante, razón o proporcionalidad directa y como producto de medidas como combinación o área y la categoría No aplica (NA) con la intención de identificar si los docentes clasifican los problemas el grado académico en el que se enseña o por su nivel de conocimiento.

#### 6.1.2.3.1 *Problemas de suma reiterada*

En la figura 29 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 29. Problemas multiplicativos de suma reiterada

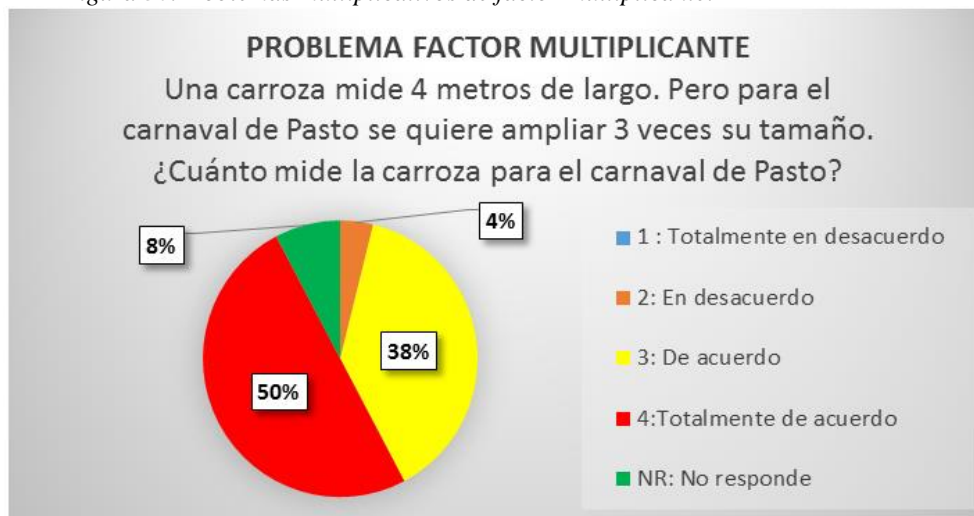


El 92% de la población encuestada manifiesta un tipo de acuerdo en abordar la multiplicación como una suma reiterada.

#### 6.1.2.3.2 *Problemas de factor multiplicante*

En la figura 30 aparece la distribución en porcentaje la totalidad de las respuestas.

Figura 30. Problemas multiplicativos de factor multiplicante.

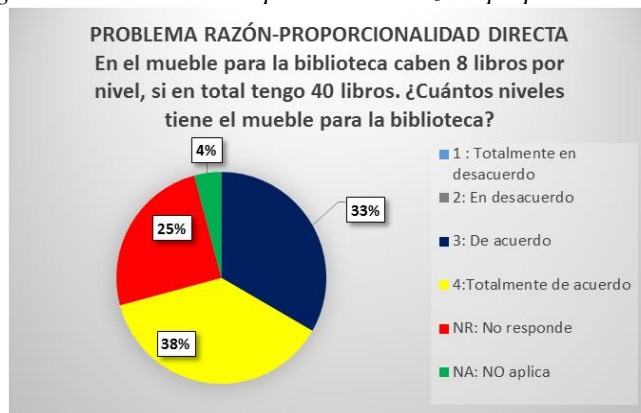


El 88% de la población encuestada manifiesta un tipo de acuerdo en abordar la multiplicación como Factor multiplicante.

#### 6.1.2.3.3 Problema razón-proporcionalidad directa

En la figura 31 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 31. Problemas multiplicativos de razón –proporcionalidad directa.



El 71% de la población encuestada manifiesta un tipo de acuerdo en abordar problemas multiplicativos como factor multiplicante, un 25% no responde y el 4% que

NA no aplica afirma que “es un caso de división, no exactamente de multiplicación” (ver tabla 9) lo que permite afirmar que no se identifica la multiplicación separada de la división.

Tabla 9

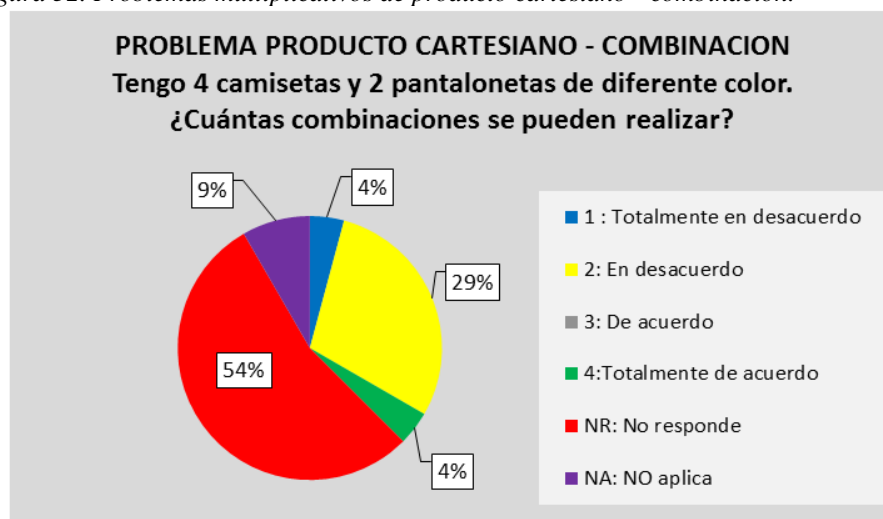
Respuesta en caso de NA a la utilización de problemas multiplicativos de razón –proporcionalidad directa.

Docente	Respuesta
2	En caso de haber seleccionado No aplica (NA) Explique por qué? <del>Porque es un caso de división no exactamente de multiplicación.</del>

#### 6.1.2.3.4 Problemas de producto cartesiano - combinación

En la figura 32 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 32. Problemas multiplicativos de producto cartesiano - combinación.



El 54% de la población encuestada manifiesta no responde, un 31% selecciona un tipo de desacuerdo y un 9% no aplica justificando su respuesta en desconocimiento del tema o que son problemas que se estudian en estadística (ver tabla 10).

Tabla 10  
 Respuestas particulares a la pregunta de utilización de problemas multiplicativos de producto cartesiano - combinatoria

Docente	Respuesta
8	En caso de haber seleccionado No aplica (NA) Explique por qué? <u>No tengo claridad en estos conceptos.</u>
19	En caso de haber seleccionado No aplica (NA) Explique por qué? <u>Eso se enseña en estadística.</u>

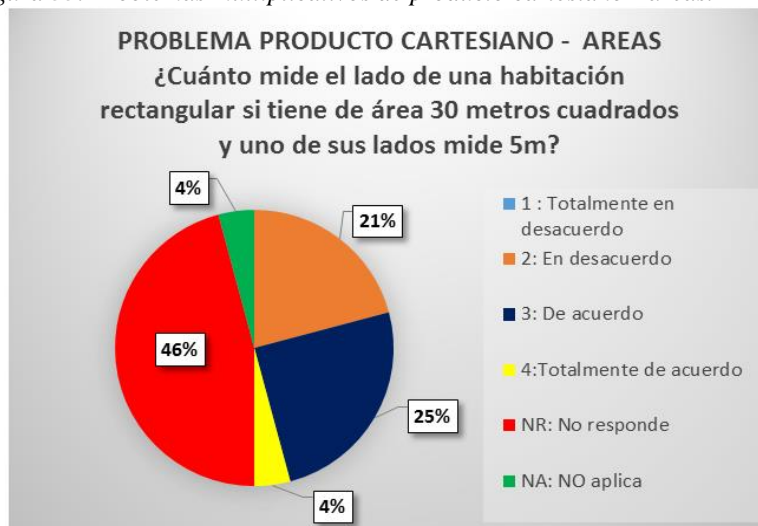
#### 6.1.2.3.5 Problemas de producto cartesiano - áreas

En la figura 33 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Más de la mitad de la población no utiliza problemas multiplicativos relacionados con área de figuras rectangulares ya que el 46% de la población encuestada no responde, un 21% en desacuerdo y solo el 29% selecciona un tipo de acuerdo.



Figura 33. Problemas multiplicativos de producto cartesiano - áreas.



De la pregunta ¿Cuáles de los siguientes problemas utiliza en el aula? se puede concluir que la mayoría de los docentes encuestados utilizan problemas multiplicativos relacionados con suma reiterada, factor multiplicante y proporcionalidad directa.

Pero en el caso de la multiplicación como producto de medidas más de la mitad de la población no responde o no utiliza problemas relacionados con combinación o producto cartesiano y áreas.

### 6.1.3 Exprese con un ejemplo cómo aborda la multiplicación en clase (figura, esquema etc...)

En la tabla 11 aparecen las diferentes modelos de multiplicación que representaron los docentes.

Tabla 11  
Diferentes modelos de multiplicación que representan los docentes

Representación	Cantidad de docentes
SUMA REITERADA	11
ÁREAS	1
SITUACIÓN PROBLEMA	2
TABLA DE MULTIPLICAR	1
SUMA REITERADA Y ÁREAS	1
NR: NO RESPONDE	8
<b>TOTAL</b>	24

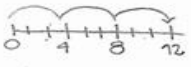

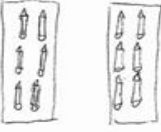
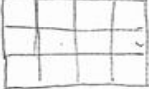


Encontrándose que el 45.83% representa áreas reiteradas y un 33% no responde, un 4% tablas de multiplicar y 8% menciona la estructura para solucionar situaciones problemas.

En la tabla 12 aparecen algunos ejemplos de las representaciones diseñadas por los docentes.

En esta primera parte se puede concluir que los docentes privilegian el uso de la suma reiterada, el factor multiplicante y en pocos la proporcionalidad directa casos el producto de medidas como área o combinación, además del uso de tablas de multiplicar y procesos algorítmicos. En cuanto a los diferentes tipos de representación, aunque un porcentaje muy alto afirma usar representaciones en la enseñanza de la multiplicación, al pedirle que lo representen mediante un esquema o figura la mayoría no responde.

Es importante resaltar que no se encontró diferencia entre las concepciones de los docentes que llevan pocos y muchos años en su labor pedagógica.

Tabla 12  
Representaciones de maestros acerca de la forma como enseñan la multiplicación

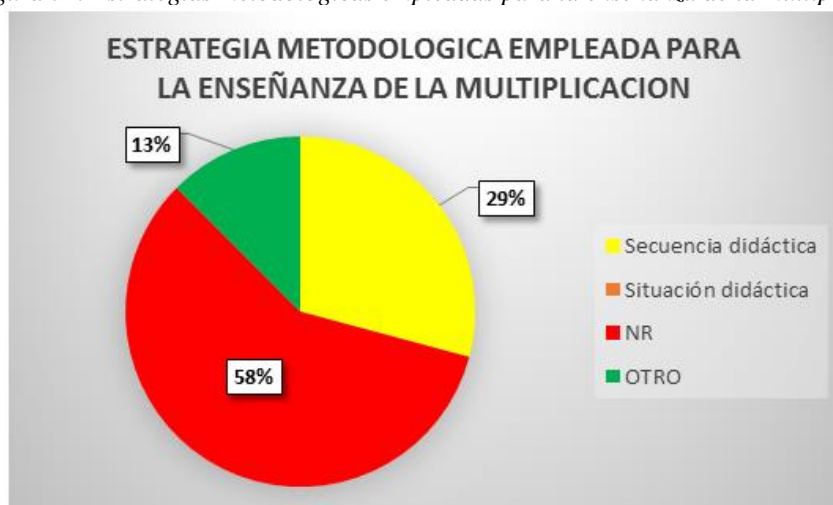
Nº	Representación	Nº	Representación																
19	<p>MULTIPLICACIÓN</p> $4 \times 3 = 12$ <hr/> <p>ADICIÓN REPETIDA</p> $4 + 4 + 4 = 12$ <hr/> <p>REDA NUMÉRICA</p>  <p>3 saltos</p> <hr/> <p>CLASO O CONJUNTO</p>  <p>12</p>	20	 <p><math>2 \times 6</math> 2 paquetes de 6 lápices = 12 lápices</p>  <p>otra forma de representar <math>3 \times 4</math></p>																
21	<p>Situación problema:</p> <p>Un conejo recorre en cada salto 3 mts al / 5 qui Salto cuántos metros habra recorrido?</p>  <p>3 mts</p> 	23	<p>Ejemplo de clase. las Tablas de multiplica Bingo con las tablas de multiplicar.</p> <p>Tabla del 3 y 4</p> <table border="1" data-bbox="1285 880 1495 1058"> <tr><td><del>3</del></td><td>21</td><td>9</td><td>12</td></tr> <tr><td>20</td><td>24</td><td>27</td><td>16</td></tr> <tr><td>28</td><td>6</td><td>8</td><td>36</td></tr> <tr><td>40</td><td>30</td><td>18</td><td>15</td></tr> </table> <p>Elige 16 números que estén en la tabla del 4 y 3. El docente saca los tarjetos donde hace la pregunta ejemplo <math>4 \times 8</math> y el estudiante debe marcar la respuesta en la tabl <math>4 \times 8 = 32</math></p> <p>Una manera didáctica y lúdica para estudiar las tablas, luego se plantean problemas cotidianos para ser resueltos en clase</p>	<del>3</del>	21	9	12	20	24	27	16	28	6	8	36	40	30	18	15
<del>3</del>	21	9	12																
20	24	27	16																
28	6	8	36																
40	30	18	15																

Lo anterior implica que existe una necesidad de abordar una cualificación docente en función del estudio teórico de las estructuras multiplicativas y la importancia de las representaciones semióticas.

#### 6.1.4 Estrategias metodológicas empleadas en la enseñanza de la multiplicación

En la figura 34 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 34. Estrategias metodológicas empleadas para la enseñanza de la multiplicación.



De la totalidad de las personas encuestadas el 58% no responde, solo el 29% utiliza secuencias didácticas y el 13% utiliza otras estrategias entre ellas: Resolución de situaciones problemas (docente 7-15), y el docente 22 responde que usa material concreto identificándose que desconoce que es una estrategia didáctica.

Lo anterior permite concluir que el 100% de los docentes desconocen la estrategia de situaciones didácticas.

### **6.1.5 En el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación**

Para el desarrollo de la pregunta 8 del anexo 1 en el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación se pretendía identificar cuáles de las fases de las situaciones didácticas propuestas por Brousseau (2007) de: acción, formulación, validación e institucionalización privilegiaban los docentes en el aula. Para tal fin los docentes debían seleccionar cuatro opciones las cuales se relacionan así:

Opción A Plantea situaciones que permiten la reflexión individual sin la intervención de otros. Se relaciona con la situación de acción

Opción B Permite que el estudiante conozca el trabajo realizado por otros, y reflexione frente a su propio trabajo. Se relaciona con la situación de formulación.

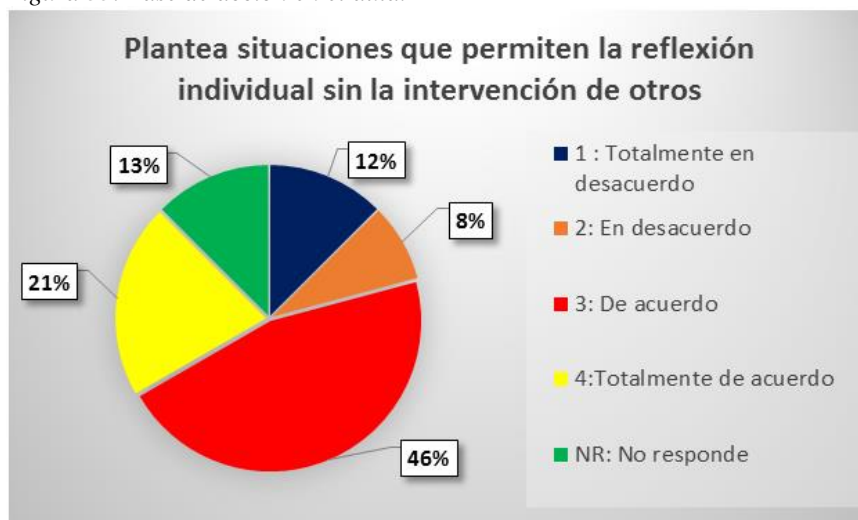
Opción C Permite que el estudiante construya con sus compañeros nuevos aprendizajes. Se relaciona con la situación de validación

Opción D Orienta a sus estudiantes solo después de las reflexiones individual y grupal de ellos. Se relaciona con la situación de institucionalización.

#### **6.1.5.1 Fase de acción**

Esta fase está relacionada con la situación acción donde se privilegia el trabajo individual del estudiante, en la figura 35 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 35. Fase de acción en el aula.

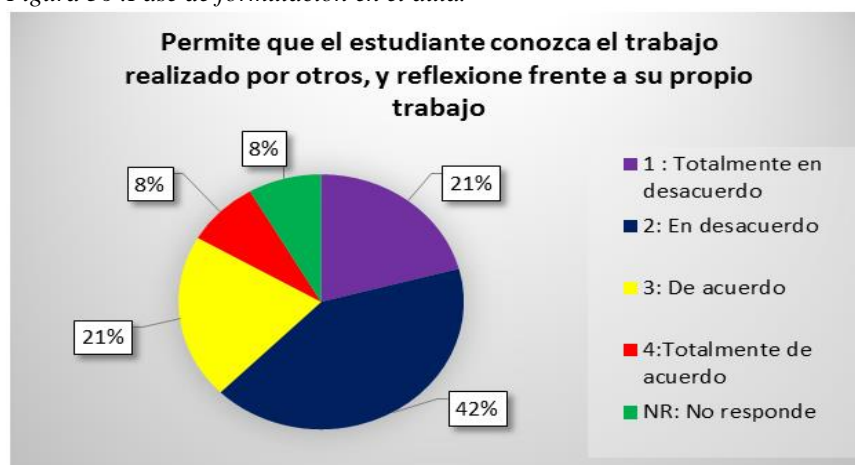


De esta se puede identificar que el 67% de la totalidad de la población encuestada manifiesta un tipo de acuerdo con privilegiar el trabajo individual de los estudiantes.

#### 6.1.5.2 Fase de Formulación

Esta fase está relacionada con la situación formulación donde se permite al estudiante reflexionar sobre su aprendizaje a partir del trabajo de otros, en la figura 36 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 36. Fase de formulación en el aula.



Se puede identificar que el 63% de la totalidad de la población encuestada manifiesta que al abordar la multiplicación no permite que sus estudiantes comparen su trabajo con el de los otros para construir sus aprendizajes.

#### 6.1.5.3 *Fase de Validación*

Esta fase está relacionada con la situación formulación donde se aborda el trabajo cooperativo en el que existen roles definidos y se construye el aprendizaje cooperativamente, en la figura 37 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 37. Fase de validación en el aula.

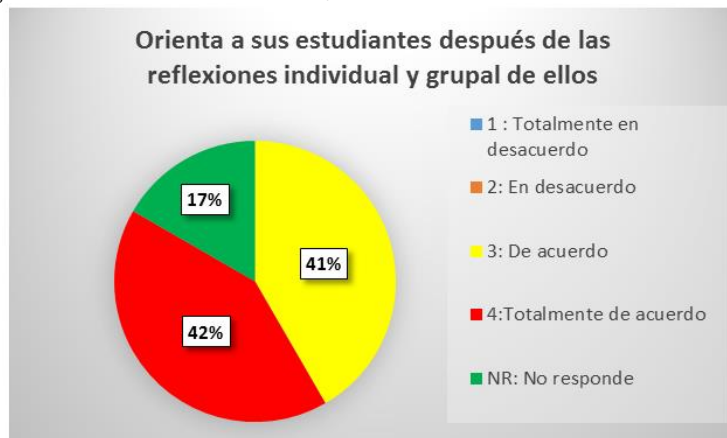


Se puede identificar que más de la mitad de la población encuestada al trabajar la multiplicación en clase no permite que sus estudiantes construyan nuevos aprendizajes al trabajar con sus compañeros, lo que permite concluir que poco se privilegia el trabajo cooperativo en el aula.

#### 6.1.5.4 *Fase de institucionalización*

Esta fase está relacionada con la situación institucionalización donde el maestro interviene en el trabajo de sus estudiantes respetando los procesos individuales y colectivos, en la figura 38 aparece la distribución en porcentaje de la totalidad de las respuestas.

Figura 38. Fase de institucionalización en el aula.



Se puede identificar que el 81% de la población encuestada manifiesta que en las clases en las que aborda la multiplicación orienta el trabajo de los estudiantes después de la reflexión individual y grupal.

De la pregunta relacionada con el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación se puede concluir que los docentes privilegian el trabajo individual y la orientación del trabajo por parte del docente para la enseñanza de la multiplicación y que se el trabajo de reflexión con el otro y el trabajo de forma cooperativa se da menor uso en el aula, por lo que se requiere abordar con los docentes una estrategia didáctica que permita abordar todas las fases mencionadas.

En esta segunda parte se puede concluir de los resultados que se requiere formar a los docentes en función de la estrategia didáctica de situaciones didácticas propuesta por Gay Brousseau desde una perspectiva teórica y práctica, ya que permite articular el trabajo individual y colectivo del estudiante a través de la reflexión individual, el trabajo cooperativo y la evaluación formativa.



## 6.2 Análisis cualitativo

Para realizar este análisis se siguen las pautas mencionadas en el capítulo 4 que hace mención al procesamiento de análisis de los cuestionarios.

### 6.2.1 Categorías de análisis y codificación de datos

De acuerdo al marco teórico se preestableció como categorías fundamentales el conocimiento didáctico contenido, y como subcategorías, la enseñanza de la multiplicación, las situaciones didácticas y el producto de medidas desde la enseñanza y la comprensión. Los códigos son aquellos resultantes de la revisión previa de los resultados como se muestra en la tabla 13.

Tabla 13  
Categoría de análisis de los datos.

Categoría	sub categorías	Códigos
CONOCIMIENTO DIDÁCTICO CONTENIDO	Importancia de conocer diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación	Modificación de practicas
		Enseñanza en contexto
		Aprendizaje significativo
	Situación didáctica	Tipo de situaciones
		Conocimiento didáctico
	Producto de medidas	Semiosis
		Material manipulativo
		Transversalidad de pensamientos
		Base para otros conocimientos
		Aprendizaje en contexto

### 6.2.2 Categorización de los datos.

Este apartado tiene como finalidad sustentar teóricamente las subcategorías y los códigos obtenidos y finalmente vincularlos al problema de investigación y a los objetivos trazados.

Las categorías y códigos se describen a continuación:

#### 6.2.2.1 *Conocimiento didáctico del contenido.*

Esta categoría hace referencia a lo que plantea Shulman (2005) en relación a la importancia de esta para los docentes, donde el conocimiento didáctico del contenido representa la combinación entre área del conocimiento y la didáctica. Es mediante ésta que se llega a la comprensión de cómo algunos problemas o temas se organizan, se representan y se adaptan a las necesidades e intereses de los estudiantes.

En función de profundizar lo anterior y en virtud del análisis a las respuestas dada por los docentes se plantean cuatro subcategorías que se describen a continuación:

##### 6.2.2.1.1 *Importancia de conocer los diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación*

Corresponde a la unidad de análisis en la cual los docentes reconocen la importancia de abordar la enseñanza de la multiplicación en diferentes contextos usando los modelos: suma reiterada, Factor multiplicante, Razón -proporcionalidad directa aspecto que se resalta en los lineamientos curriculares de matemática cuando se enfatiza que “es importante explorar varios modelos para la multiplicación, para que los estudiantes vean tanto el poder del modelo como sus limitaciones” (MEN, 1998, p. 52)

En esta subcategoría se incluye los siguientes códigos:

- a. **Modificación de prácticas** Corresponde a la unidad de análisis donde el docente menciona la necesidad de cambiar las prácticas de enseñanza. Aspectos mencionados por varios autores entre ellos:

Cofré J. & Tapia A., (1997) quienes plantean que los maestros deben replantear su rol buscando diferentes formas de enseñar para generar un mejor aprendizaje matemático y Freire(2004) quien en la pedagogía de la autonomía, menciona las exigencias de la enseñanza entre ellas: “enseñar exige reflexión crítica sobre la práctica”, en la cual un aspecto fundamental en la formación continua de los docentes quienes deben pensar críticamente sobre la práctica de ayer , hoy y como mejorarla.

b. **Enseñanza en contexto:** Corresponde a la unidad de análisis donde el docente identifica la importancia del uso de diferentes contextos en la enseñanza de la multiplicación. Entendiéndose que el contexto está relacionado “con los ambientes que rodean al estudiante y que le dan sentido a las matemáticas que aprende” MEN (1998, p. 36), de igual manera en los Lineamientos curriculares de matemática se especifica que es relevante relacionar los contenidos de aprendizaje en diferentes contextos ya sea de la matemática misma, en otras ciencias o con las experiencias cotidianas de los estudiantes.

c. **Aprendizaje significativo** corresponde a la unidad de análisis en la cual los docentes reconocen el aprendizaje significativo como un proceso esencial para la comprensión de la matemática. De ahí que se referencie Moreira (2000), quien realiza un análisis del “aprendizaje significativo” propuesto por Ausubel, Novak y Gowin manifestando que estas tres teorías son complementarias y no opuestas. En dicho análisis el autor plantea que Ausubel delimita el papel que tiene la predisposición por parte del estudiante en el proceso de construcción de significados. Novak se centra en la experiencia emocional de los estudiantes quienes intercambian sentimientos, significados, conocimientos y acciones con el docente y Gowin enfatiza que ese

intercambio de significados depende de la relación que se da en la triada: docente, estudiante y materiales educativos.

Lo que implica que la modificación en las prácticas docentes requiere el reconocimiento de los docentes del valor de trabajar en el aula en función del aprendizaje significativo de los estudiantes.

#### *6.2.2.1.2 Situación Didáctica.*

Corresponde a la unidad de análisis en la cual los docentes reconocen la importancia de utilizar la estrategia didáctica para la apropiación del conocimiento matemático por parte del estudiante.

Las situaciones didácticas se enmarcan en los sustentos teóricos dados por Brousseau (2007) en el cual las situaciones didácticas son aquellas acciones planeadas por el docente, para que el estudiante mediante diversas interacciones con el medio y en el intercambio de ideas con sus compañeros construya sus conocimientos y el docente en la fase de institucionalización profundiza y reafirma.

En esta subcategoría se incluye los siguientes códigos:

a. **Tipo de situaciones:** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente reconoce las situaciones didácticas de acción, formulación, validación e Institucionalización en la enseñanza de la multiplicación como elemento un aspecto valioso para el trabajo matemático en el aula, donde se desarrollan diferentes formas de intervención en la cual se posibilitan el trabajo cooperativo, la evaluación formativa y el papel activo del estudiante en el proceso de aprendizaje.

b. **Conocimiento didáctico:** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente reconoce la relevancia del conocimiento matemático y las estrategias para transformar el conocimiento matemático en conocimiento matemático escolar. En este aspecto es importante resaltar que la didáctica de la matemática se encarga de indagar los pasos sistémicos sobre la enseñanza y aprendizaje de la matemática, esta “tiene como objeto delimitar y estudiar los problemas que surgen durante los procesos de organización, comunicación, trasmisión, construcción y valoración del conocimiento matemático”(Rico y Sierra, 2000, p.4) procesos que debe reflexionar y conocer claramente el docente.

#### 6.2.2.1.3 *Producto de medidas*

Corresponde a la unidad de análisis en la cual los docentes identifican la multiplicación como producto de medidas, no solo por la exigencia en los referentes curriculares sino como elemento valioso para el aprendizaje y la comprensión de la multiplicación.

En esta subcategoría se incluye los siguientes códigos:

a. **Semiosis:** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente establece la importancia del uso de la Semiosis como conversión o tratamiento, como elemento importante para la comprensión de la multiplicación. La importancia de esta subcategoría es reconocida por diferentes autores entre ellos Gérard Vergnaud y Raymond Duval. Para Gérard Vergnaud los estudiantes elaboran representaciones para comprender y actuar sobre la realidad. Se requiere “analizar una situación, representarla, operar sobre esta representación para encontrar una solución y aplicar la solución

encontrada, volver a empezar si es necesario”. Vergnaud, (1991, P.67) y para Duval(1999), la comprensión de un concepto depende de la capacidad de usar diferentes representaciones o registros semióticos, de ahí la importancia de esta subcategoría.

b. **Material manipulativo:** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente identifica la importancia del uso del material concreto o manipulativos para el aprendizaje de la multiplicación.

En este aspecto Cofré J. y Tapia A., (2008) reflexionan sobre el uso de materiales concretos , en las que manifiestan que una de las causas para la no comprensión de algunos temas se debe a la deficiencia de experiencias concretas que ayudan la generalización y esta facilita la retención y transferencia del aprendizaje. “Es necesario por lo tanto, estimular las acciones que el alumno pueda realizar con diversos materiales y que representa el primer paso para el proceso que acaba en la abstracción más rigurosa y eficaz y que permite pasar de los objetos a los símbolos, de la acción motora a la acción del pensamiento” Cofré J. y Tapia A., (2008, p.23)

c. **Transversalidad de pensamientos:** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente identifica la importancia de relacionar los pensamientos matemáticos a través de diferentes estrategias didácticas o mediante conceptos comunes que faciliten el diseño de situaciones de aprendizaje.

En los estándares básicos de competencia en matemáticas (MEN, 2006) se especifican algunos elementos integradores que facilitan la coherencia horizontal entre

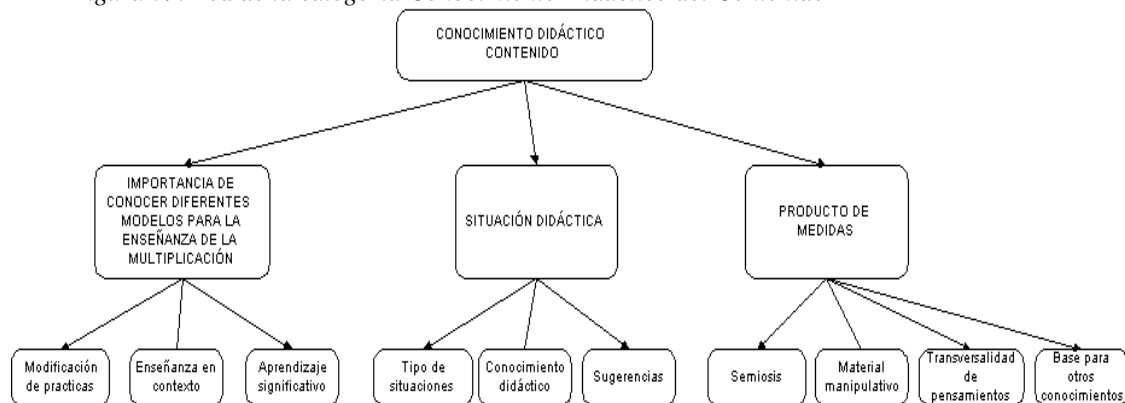
los pensamientos como es el concepto de área. Concepto que hace parte de la multiplicación como producto de medidas.

**d. Base para otros conocimientos:** corresponde a la unidad de análisis en las que los docentes reconocen la importancia de abordar la multiplicación como producto de medidas para la comprensión de la operación desde contextos diferentes de los que aborda la suma reiterada.

**e. Aprendizaje en contexto** corresponde a la unidad de análisis en las que el docente reconoce la importancia de contextualizar la enseñanza de la multiplicación partiendo de situaciones familiares al estudiante. En este aspecto Freire (2004) manifiesta que enseñar exige que el docente reconozca los saberes que posee el estudiante al igual que su “identidad cultural” para poder generar un verdadero aprendizaje.

Para finalizar esta sesión, es importante ilustrar la red de la categoría del conocimiento didáctico del contenido y las subcategorías usados en este trabajo de investigación, la cual puede visualizarse en la figura 39.

*Figura 39. Red de la categoría Conocimiento Didáctico del Contenido*



### **6.2.3 Descripción e interpretación de los resultados.**

En este apartado se hace el análisis de los resultados obtenidos de acuerdo a las subcategorías y códigos, las respuestas de los docentes están referenciadas con la letra D que indica docente acompañada del número correspondiente a cada uno de los 24 participantes.

#### ***6.2.3.1 Respuestas dadas por los docentes sobre la importancia de conocer diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación.***

La categoría sobre la importancia de conocer diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación, está conformada por tres subcategorías: Modificación de prácticas, enseñanza en contexto y aprendizaje significativo.

##### ***6.2.3.1.1 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría de la modificación de las prácticas.***

De acuerdo a las subcategorías se encuentra que los docentes en relación a la modificación de las prácticas se enfocan en el replanteamiento de su rol buscando diferentes formas de enseñar ya sea por el cambio de metodología de enseñanza, centrándose en el estudiante como un ser activo que tiene diferentes formas de aprender o reflexionando sobre su propia práctica como puede evidenciarse en las siguientes respuestas:

Reflexionando sobre su propia practica:

D1: Para no quedarse en lo mismo.



D12: Para no seguir en lo tradicional.

Cambio de metodología:

D3: Para poder enriquecer los conocimientos del estudiante. Para que ellos puedan aprender por medio de una práctica activa.

D18: Supone un nuevo horizonte y una ampliación de las metodologías y herramientas didácticas que llevadas al aula supondrán una potencialización e integración del aprendizaje del educando.

Diferentes formas de aprender del estudiante:

D4: Porque los estudiantes no aprenden de la misma manera.

D2: Para abordar con variedad y amplitud el concepto matemático

D3: Para poder enriquecer los conocimientos del estudiante. Para que ellos puedan aprender por medio de una práctica activa

D13: Porque todos no aprendemos de la misma manera.

#### *6.2.3.1.2 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría enseñanza en contexto*

De acuerdo a las subcategorías, se encuentra que los docentes en relación a la enseñanza en contexto se enfocan en la importancia de abordar diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación en el aula para que así el estudiante le dé sentido a la matemática que aprende desde diferentes contextos ya sea desde su vida cotidiana o en la matemática misma. A continuación, se evidencian las respuestas más representativas:

- D5: Los diferentes modelos me permiten abordar de distintas maneras la multiplicación.
- D15: Es necesario porque no todas las situaciones problemas se resuelven con sumas repetidas.
- D17: Porque la multiplicación o los problemas matemáticos que conllevan multiplicación deben ser resueltos de acuerdo a un modelo y si el niño no maneja estos modelos se verá encasillado para sus respuestas.
- D22: Es importante tener dominios diferentes modelos de enseñanza para así tener herramientas suficientes para fortalecer el proceso enseñanza de la multiplicación de los estudiantes.
- D23: Porque dentro del contexto diario presentan diferentes situaciones de la aplicación de la multiplicación.

*6.2.3.1.3 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría Aprendizaje significativo*

De acuerdo a las subcategorías se encuentra que los docentes en relación al aprendizaje significativo se enfocan en la importancia de generar en el estudiante un aprendizaje de la matemática con sentido aplicando diferentes estrategias

- D6: Para que los niños tengan diferentes opciones y apliquen (aprendan) lo que les queda fácil.
- D8: Porque así podemos aplicar diferentes estrategias que llevan al estudiante a un aprendizaje significativo.

- D9: Para obtener un proceso significativo en la vida cotidiana y puede llevar a la práctica con facilidad.
- D20: Para que a los chicos se les facilite el aprendizaje significativo de dicha operación.
- D24: Para generar mayor comprensión del tema, más lúdica y un aprendizaje más significativo.

### 6.2.3.2 *Respuestas dadas por los docentes sobre las situaciones didácticas*

En la categoría situaciones didácticas está conformada por tres subcategorías:

Tipo de situaciones, conocimiento didáctico, sugerencias.

#### 6.2.3.2.1 *Respuestas dadas por los estudiantes en la subcategoría Tipo de situaciones.*

De acuerdo a la subcategoría tipo de situaciones se encuentra que los docentes se enfocan en los diferentes clases y su importancia en el abordaje del trabajo en el aula ya sea individual, Institucional o cooperativo identificando roles.

- D5: Una manera diferente de abordar el proceso de enseñanza desde la acción, formulación y validación (grupal), institucionalización.
- D9: Considero pertinente todas las anteriores ya que van encadenadas para desarrollar las diferentes situaciones y poder generar un buen proceso.
- D13: Distintas formas de enseñar la multiplicación. Reconocer la didáctica la enseñanza las matemáticas. Importancia los roles.

- D17: Qué se debe partir teniendo en cuenta el interactuar con material del entorno, luego llevar a la reflexión individual, luego grupal y por último la aclaración e intervención del docente frente a la competencia.
- D20: En las situaciones didácticas el estudiante construye el conocimiento llevando a cabo una serie de Etapas que contribuyen al desarrollo cognitivo y aprendizaje niño
- D24: Un aprendizaje como debo de inculcar al estudiante las maneras que hay para que haya un aprendizaje variado a su forma aprender de cada estudiante.

*6.2.3.2.2 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría conocimiento didáctico*

De acuerdo a la subcategoría el conocimiento didáctico se encuentra que los docentes se enfocan en los nuevos conocimientos adquiridos, participación activa, ejemplos de actividades para enseñar la multiplicación.

- D1: Mucho, porque amplié mis conocimientos ya que desconocía que eran las situaciones didácticas.
- D3: Diferentes formas de aplicar o llegar al estudiante, porque ellos no se quedan con lo que le dice el docente, sino que aprenden haciendo y participando de manera activa en cada uno de los procesos.

- D7: Como su nombre lo dice las situaciones son importantes ya que permiten al estudiante a través de procesos lúdicos construir el conocimiento.
- D10: Clarificar conceptos matemáticos, ampliar abanico de estrategias didácticas para abordar la estructura muy explicativa.
- D11: Adquirir conocimientos didácticos significativos para llevar al aula de clase en donde el estudiante entiende y realice procesos multiplicativos.
- D14: Enriquecerme con otras dinámicas para llevar al aula. Diferentes actividades que se pueden hacer con los estudiantes. Métodos para brindar una mejor enseñanza.
- D16: Amplié mis conocimientos para complementar las experiencias en el manejo las matemáticas.
- D21: Me aportó mucho ya que desde las vivencias diarias de los estudiantes y desde lo elemental se aprende (desde la práctica).
- D24: Nuevas estrategias didácticas para la enseñanza la multiplicación y una mayor comprensión.

### ***6.2.3.3 Respuestas dadas por los docentes sobre producto de medidas***

La categoría producto de medidas está conformada por cinco subcategorías:

Semiosis, material manipulativo, transversalidad de pensamientos, base para otros conocimientos, aprendizaje en contexto.

#### ***6.2.3.3.1 Respuestas dadas por los estudiantes en la subcategoría Semiosis***

De acuerdo a las subcategorías se encuentra que los docentes en relación a la semiosis se enfocan en la importancia de las representaciones para la comprensión de la multiplicación

- D4: Es otra visión para enseñar los conceptos de niños y niñas de los grados más pequeños aprenden o les agrada mucho a través del dibujo y las gráficas al igual que el material concreto.
- D19: Si, a través de esquemas y gráficas el estudiante la propia la facilidad de entender más rápidamente el proceso de la multiplicación.
- D21: Si, facilita la comprensión ya que través de las diferentes representaciones se construye el conocimiento y los estudiantes se identifican con la manera de asimilar mejor el conocimiento.
- D24: Si, facilita la comprensión que están utilizando todos sus sentidos para la comprensión: ven, pintan, recortar, socializan.

#### 6.2.3.3.2 *Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría material manipulativo*

De acuerdo a la subcategoría se encuentra que los docentes en relación a material manipulativo se enfocan en

- D2: presenta otra visión del concepto, aunque en grado segundo debe realizarse en su mayoría con material manipulativo
- D3: es bueno, pero si sólo se hace con material concreto, porque creo que de otra manera llegaríamos a confundirlo con tanta información

D4: Es otra visión para enseñar los conceptos de niños y niñas de los grados más pequeños aprenden o les agrada mucho a través del dibujo y las gráficas al igual que el material concreto.

*6.2.3.3.3 Respuestas dadas por los docentes en la transversalidad de pensamientos*

De acuerdo a la subcategoría se encuentra que solo un docente se enfoca en la transversalidad de los pensamientos

D7: Porque se trabaja de diferentes pensamientos y permite comprender el producto de medidas desde otras dimensiones, de manera transversal.

*6.2.3.3.4 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría base para otros conocimientos*

De acuerdo a la subcategoría base para otros conocimientos se encuentra que los docentes enfatizan que el producto de medidas sirve como preparación para los conocimientos que se trabajaran en otros años lectivos o para su vida futura.

D2: Es necesario prepararlos para otros retos de diferentes grados

D6: De una forma sencilla, posible para que el niño vaya aprendiendo y le sirva como base para otros conocimientos.

D9: Porque es la base del trabajo del plano cartesiano, la división y proporciones

- D17: Ya que se deben ir dando pautas en el manejo de la competencia para que el niño vaya estructurando su conocimiento frente a una competencia que se le dará en años siguientes.
- D19: Para que el estudiante se familiarice o social dice prontamente aquel estudiante necesita en su vida futura como estudiante las medidas que haya un presente para un futuro consciente de las necesidades que se presenten.
- D24: Desde grado tercero es importante abordar de manera sencilla el producto de medidas, ya que permite ir preparando los niños.

*6.2.3.3.5 Respuestas dadas por los docentes en la subcategoría aprendizaje en contexto*

De acuerdo a la subcategoría se encuentra que los docentes reconocen la importancia del producto de medidas como una forma de abordar la multiplicación desde un contexto familiar a la vida de los estudiantes.

- D4: Porque se hace de manera práctica y vivencial teniendo en cuenta el contexto, es decir, tomando su realidad, más adelante se le va a hacer más fácil en grados superiores.
- D8: Porque si bien no se trabaja el pensamiento numérico, está inmersa en otros (diferentes contextos).



- D10: Se necesario abordar conceptos y prácticas pedagógicas concretas donde el niño se enfrenta y resuelva situaciones cotidianas que involucren medidas, áreas y plano cartesiano.
- D11: Porque esto lleva al estudiante a ir más allá de su proceso académico y reflexivo usando ejemplos cotidianos o del contexto
- D13 Es una situación que está la cotidianidad de los niños y niñas.
- D16: Porque lleva al niño una realidad, es lo que está manejando diariamente en su medio.
- D19: Es importante abordar el producto de medidas ya que se debe enseñar desde diferentes contextos
- D21: Porque permite abordar la multiplicación en contextos diferentes

A manera de conclusión es importante resaltar que después la formación docente los maestros adquirieron nuevos conocimientos didácticos y teóricos para la enseñanza de la multiplicación evidenciándose en sus respuestas y en el vocabulario empleado, además mediante la práctica los docentes se familiarizaron con la estrategia de situaciones didácticas, permitiendo esto que realizaran sugerencias para el mejoramiento de las situaciones usadas en la formación.

### **6.3 Evaluación de las situaciones didácticas y la propuesta de formación**

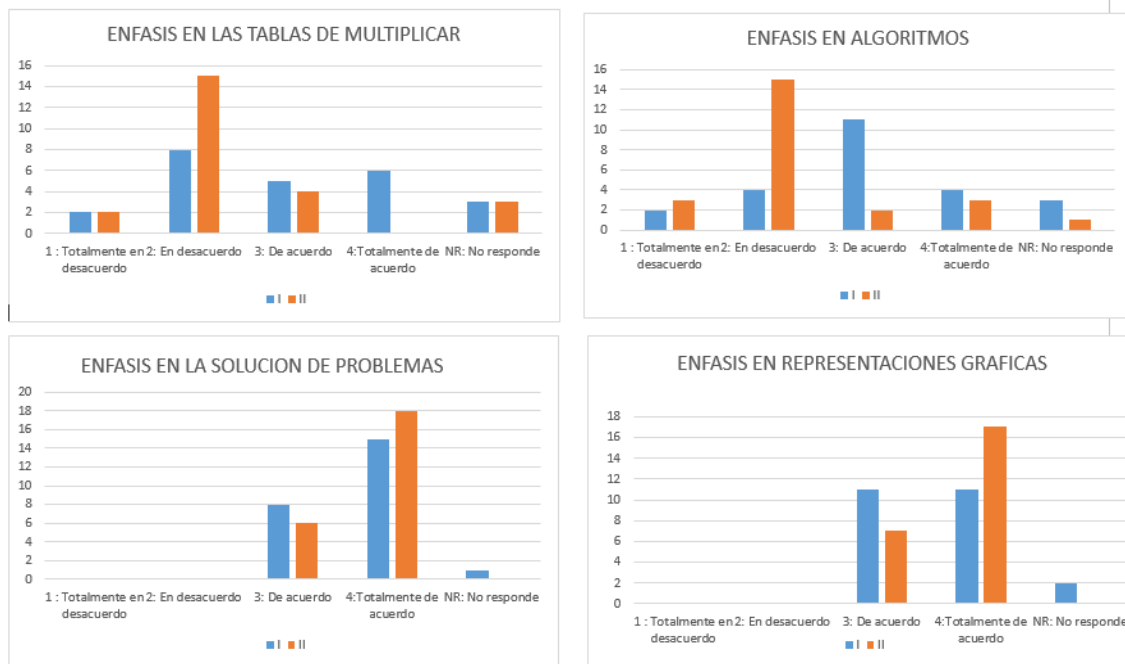
Durante esta sesión se realizará un análisis cuantitativo en relación a los cambios generados en los docentes después del proceso de formación, comparándolo con los

resultados iniciales mencionados en la sesión 5.1.2, además se realizará un análisis cualitativo relacionado con la evaluación realizada por los docentes a la propuesta de formación y las secuencias didácticas usadas durante el proceso de formación.

### 6.3.1 Cambios de concepción en relación a los aspectos que se tienen en cuenta al enseñar la multiplicación

En la figura 40 aparece la comparación de las respuestas dadas por los docentes antes y después de la formación visualizada con los números romanos I y II respectivamente. En ella se puede evidenciar que los cambios en las concepciones docentes frente a los énfasis que hacen al abordar la multiplicación en el aula de clase.

*Figura 40. Cambios de concepción en relación a los aspectos que se tienen en cuenta al enseñar la multiplicación*



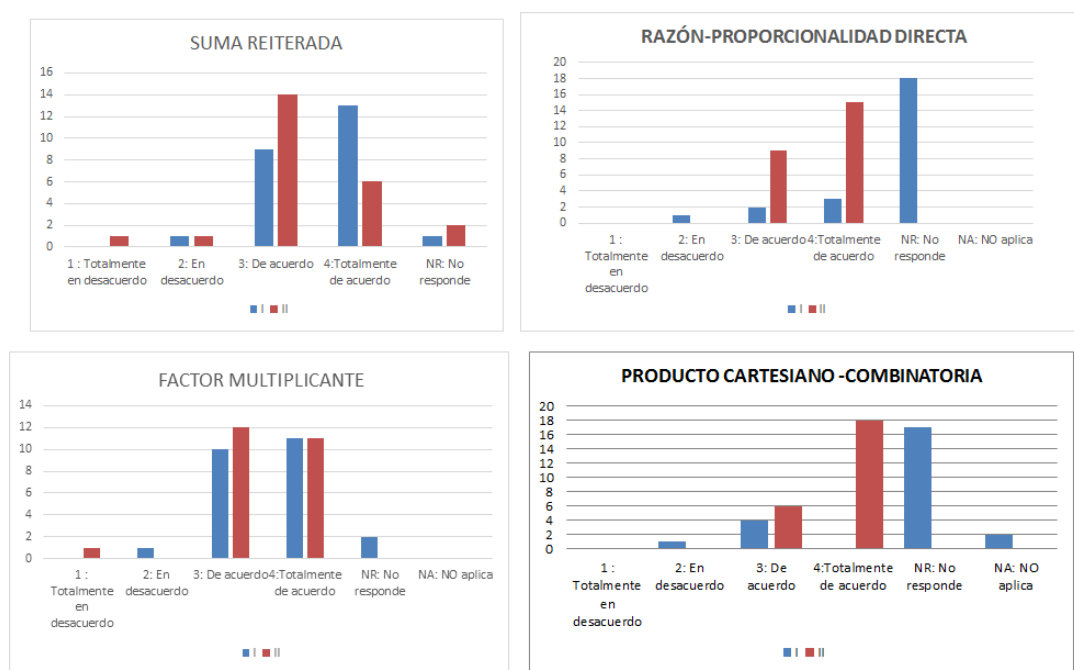
De la figura 40 se puede visualizar que el énfasis en las tablas de multiplicar y el uso de algoritmos pasó a un nivel de menor relevancia para la enseñanza de la multiplicación, caso contrario ocurrió con el énfasis en la solución de problemas y

representaciones, que aumento a un nivel de mayor importancia. Lo que permite identificar que los docentes cambiaron en sus perspectivas en relación a los énfasis que se hacen en la enseñanza de la multiplicación.

### 6.3.2 Cambio en relación al uso de los modelos que se tienen en cuenta para la enseñanza de la multiplicación.

En la figura 41 aparece la comparación de las respuestas dadas por los docentes en relación al uso de diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación.

Figura 41. Cambio en relación al uso de los modelos que se tienen en cuenta para la enseñanza de la multiplicación

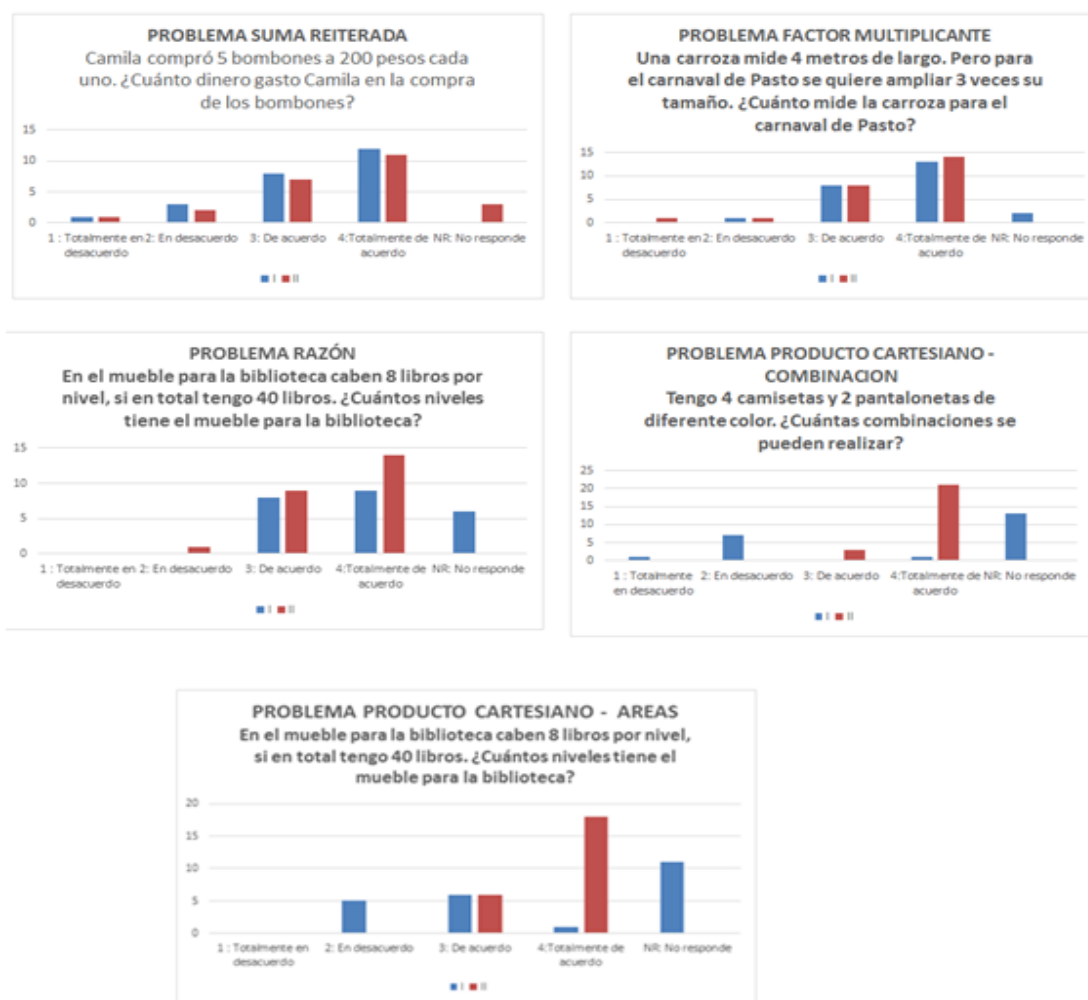


En la figura 41 se puede observar que el énfasis en el uso de los modelos para la enseñanza de la multiplicación cambio considerablemente, identificándose que los docentes le dan un nivel de importancia alto uso de los modelos suma reiterada, razón o proporcionalidad directa, factor multiplicante y producto cartesiano o combinatorio y no exclusivamente a suma reitera o factor multiplicante.

### 6.3.3 Cambio en relación al uso problemas para la enseñanza de la multiplicación

En la figura 42 aparece la comparación de las respuestas dadas por los docentes en relación al uso de problemas para la enseñanza de la multiplicación.

Figura 42. Cambio en relación al uso problemas para la enseñanza de la multiplicación



En la figura 42 pueden visualizarse los cambios dados en los docentes en relación al uso de problemas usando diferentes modelos para la enseñanza de la

multiplicación. De este se puede concluir que los docentes identifican la importancia de abordar todos los modelos para la enseñanza de la multiplicación y que aproximarse a la multiplicación como producto de medidas es un proceso que se debe iniciar en los grados inferiores y no en los grados superiores como se había planteado inicialmente.

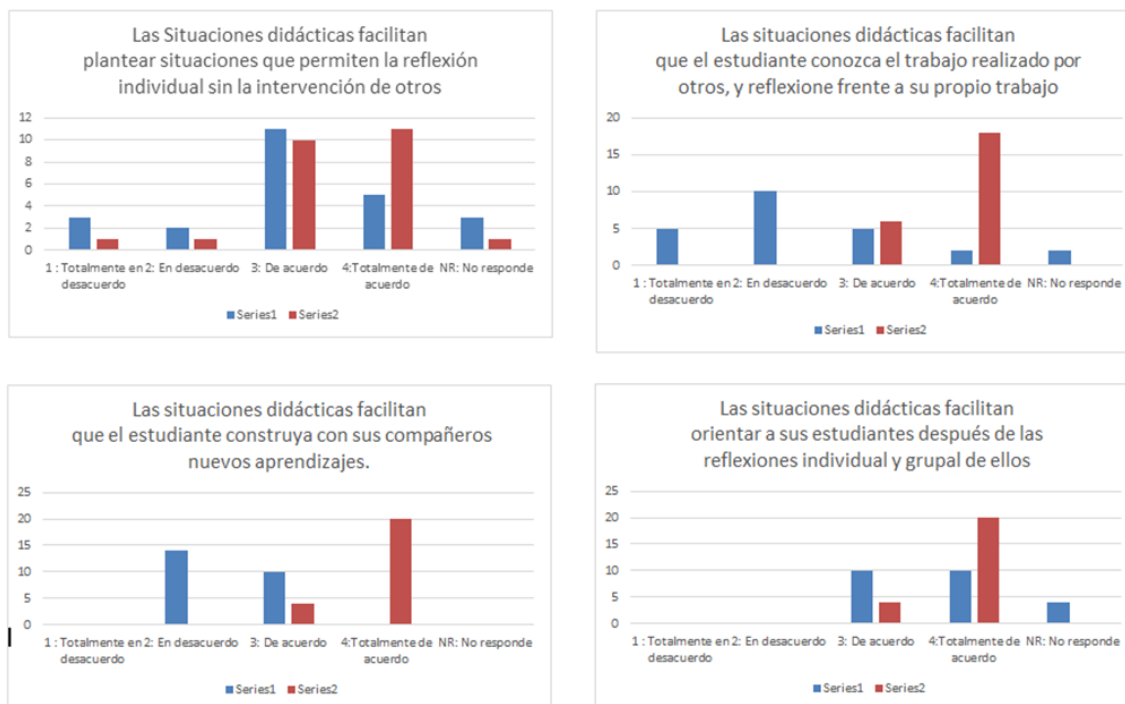
#### **6.4 Importancia de las situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación**

En esta sesión se mostrará la comparación de los cambios generados en los docentes después del proceso de formación relacionada con las situaciones didácticas.

En la figura 48 aparece la comparación de las respuestas dadas por los docentes en relación a los cambios presentados en función del Uso de situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación a través del producto de medidas (producto cartesiano, áreas de figuras rectangulares).

En la figura 43 puede visualizarse que los docentes identifican la importancia de las situaciones didácticas acción, formulación, validación e Institucionalización y más específicamente se evidencian los cambios dados en relación a la participación activa del estudiante en el trabajo cooperativo y evaluación formativa dados en la fase de validación. Aspecto que permite reafirmar los resultados obtenidos cualitativamente en la sesión 5.2.3.2.

Figura 43. cambios presentados en función del Uso de situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación a través del producto de medidas



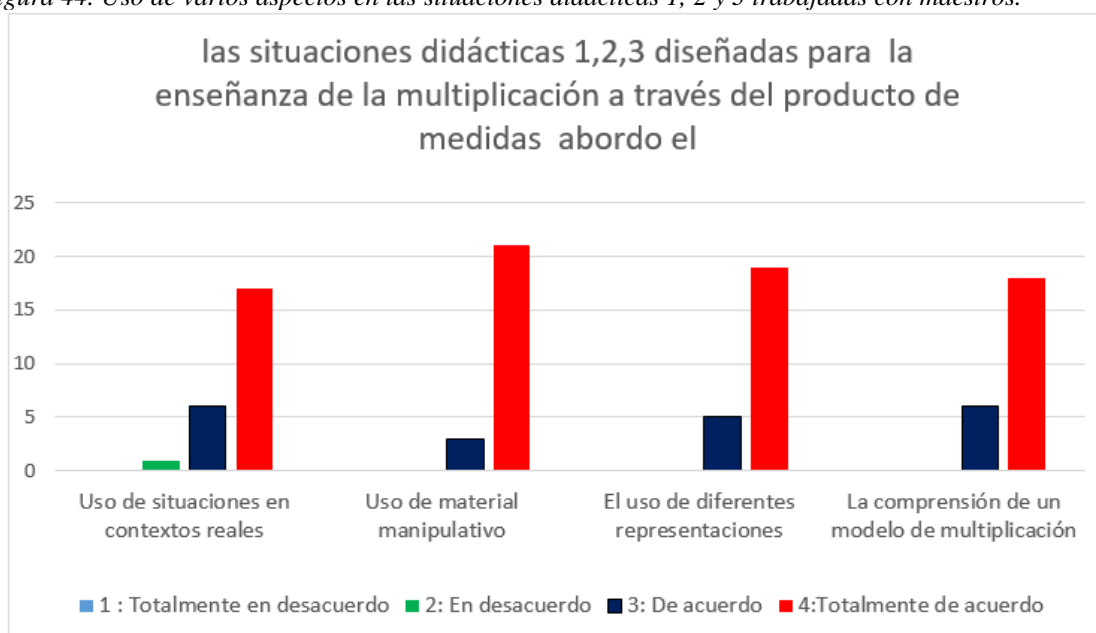
## 6.5 Evaluación de las situaciones didácticas empleadas en la formación docente

En esta sesión se mostrarán las percepciones de los docentes en función de la evaluación de las situaciones didácticas usadas en la formación respecto a la estructura, contenido y función.

Se resalta que conocer la visión de los docentes es muy importante, aspecto planteado por Galvis P., (1992) quien en considera que las fases para la elaboración de materiales son: análisis, diseño, desarrollo y evaluación formativa, y que los docentes desempeñan un papel de expertos, porque son ellos los que conocen las necesidades y características de los estudiantes, el contexto institucional, los modelos y estrategias didácticas. De ahí la importancia de esta sesión.

Ahora bien, los resultados obtenidos de la pregunta Considera usted que en las situaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación a través del producto de medidas (producto cartesiano, áreas de figuras rectangulares) se abordó: el uso de situaciones cotidianas, material manipulativo y semiosis además de la comprensión de la multiplicación desde el producto de medidas se muestran en la figura 44.

Figura 44. Uso de varios aspectos en las situaciones didácticas 1, 2 y 3 trabajadas con maestros.



En la figura 44 se puede identificar que los docentes asignan un tipo de nivel de aceptación frente a lo que abordo las diferentes situaciones didácticas utilizadas en la formación, considerando que las situaciones didácticas usadas en el proceso de formación hacen uso de: situaciones cotidianas, material manipulativo y representaciones semióticas. Aspectos importantes que se deben tener en cuenta en el diseño de situaciones didácticas.

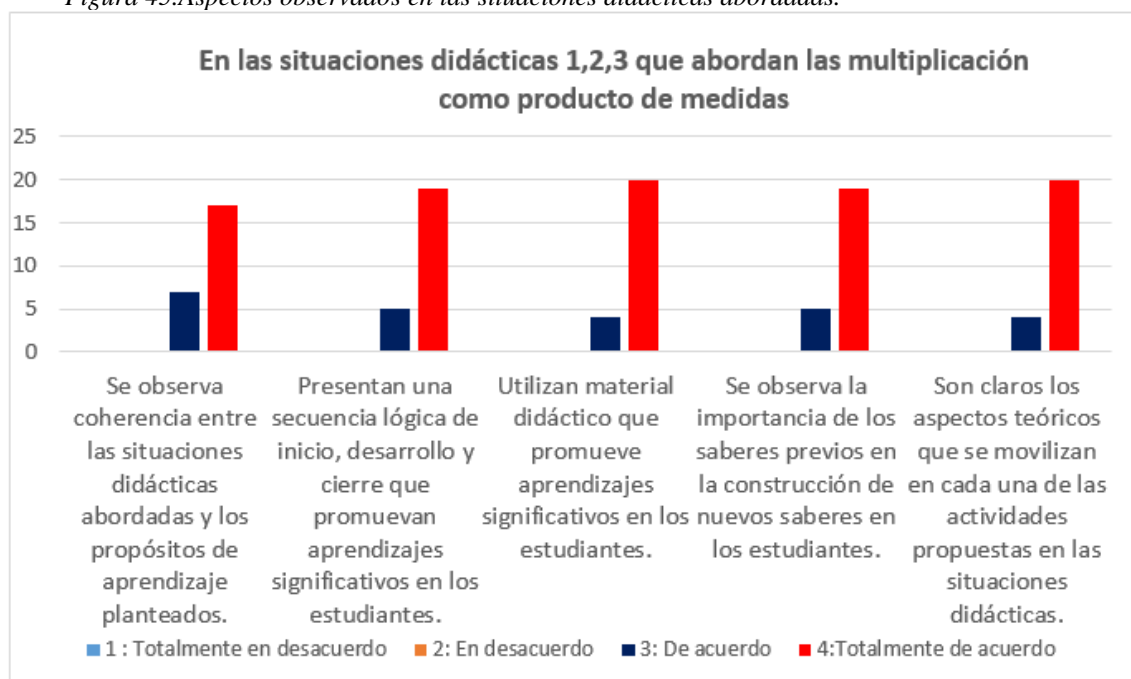
En la figura 45 se pueden visualizar los aspectos que los docentes identifican en el desarrollo de las situaciones didácticas, infiriéndose que:

El 83.3 % de los docentes le asignan un valor de máxima aceptación al seleccionar que las Situaciones didácticas utilizan material didáctico que promueve el aprendizaje de los estudiantes, además los aspectos teóricos que se movilizan en cada una de las actividades son claros.

El 79.1% considera que las situaciones didácticas utilizadas tienen en cuenta los saberes previos de los estudiantes y poseen una secuencia lógica promoviendo el aprendizaje de los estudiantes.

El 70.83 % considera que existe coherencia entre las situaciones didácticas y los propósitos de aprendizaje planteados.

Figura 45. Aspectos observados en las situaciones didácticas abordadas.





En relación a los aportes que sugieren los docentes para el mejoramiento de las situaciones didácticas que se utilizaron en la formación para abordar la multiplicación como producto de medidas, se centran en: modificar o aumentar ejemplos o ejercicios, mejorar la redacción, uso de material concreto y un mecanismo de evaluación.

A continuación, se mencionan los aportes que sugirieron algunos de docentes ya que los demás no hicieron aportes al considerar que las situaciones didácticas estaban bien planteadas:

- D1: Profundizar un poco más sobre todo en los ejemplos y/o ejercicios
- D2: Realizar la indicación de los puntos 3, 4 y 5, pueden ser confusos en lo que se debe hacer,
- D4: También se podría hacer con material concreto.
- D5: Para la situación uno, sugiero que se permita tomar unas dimensiones libres para así aumentar los aspectos que tiene que ver con el pensamiento divergente. Sería bueno Verificar con estudiantes Porque para que lo representen
- D6: Utilizar diferentes ejemplos con el mismo propósito.
- D17: Anexar valoraciones de evaluación del proceso.

Es importante resaltar que frente a la pregunta que ¿Considera usted que la enseñanza de la multiplicación a través producto de medidas (producto cartesiano, área de figuras rectangulares) facilita la comprensión de la multiplicación? El 100% respondió que sí.

A manera de conclusión de esta sesión es importante resaltar que los docentes identificaron la importancia de la implementación de situaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación y que las utilizadas en la formación docente para abordar el producto de medidas requieren de modificaciones pequeñas, pero valiosas para el proceso de enseñanza aprendizaje y evaluación.

### **6.6 Evaluación de la propuesta didáctica**

En esta sesión se mencionarán los aspectos en los cuales los docentes evalúan la propuesta didáctica implementada para abordar la enseñanza de la multiplicación, usando como estrategia didáctica el uso de situaciones didácticas.

Para tal fin se utilizó la pregunta:

Considera que la propuesta didáctica estructurada en las fases:

- I. Exploración de las concepciones sobre la enseñanza de la multiplicación
- II. Estructuras multiplicativas (historia, modelos)
- III. Situación didáctica- (teoría – practica)
- IV. Reflexión final

¿Aporta elementos valiosos para en la formación de docente? Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_\_\_

Justifique su respuesta

El 100% respondió que sí.

Frente a las justificaciones algunos de ellos respondieron que fue significativa, que apporto elementos didácticos y teóricos. Además, les permitió reflexionar para modificar sus prácticas.

A continuación, se detallan las respuestas dadas por los docentes de acuerdo a los criterios mencionados:

- D14 Que es una manera distinta de ver y enseñar la multiplicación, además le permite al estudiante enfrentarse con sus propias ideas y luego modificarla si es necesario.
- D23 Porque permite al estudiante apropiarse del conocimiento de una manera lúdica, didáctica, obteniendo o mostrando mayor interés por aprender
- D18 Porque permite al estudiante apropiarse del conocimiento de una manera lúdica ,didáctica, obteniendo o mostrando mayor interés por aprender
- D19 A través de la didáctica podemos llevar a los estudiantes más de lo que conocen
- D11 Observamos cómo se evidencian los procesos a la práctica del diario vivir de los estudiantes(en contexto)
- D21 Se debe aplicar al contexto relacionado con la vida cotidiana de los estudiantes.
- D2: Porque nos lleva a reflexionar sobre nuestra práctica docente y aplicar más, ejercicios representativos
- D8 Siempre es bueno innovar, que no todo sea siempre lo mismo
- D24 No verla como la memorización de dos números a multiplicar.

Lo anterior permite concluir que la propuesta didáctica implementada en el proceso de investigación aportó elementos importantes para la formación docente respecto al conocimiento didáctico del contenido, relacionado con la enseñanza de la multiplicación. Además, facilitó que los docentes conocieran la estrategia de situaciones didácticas desde lo teórico y lo practico mediante la propuesta de situaciones didácticas que abordan la multiplicación como producto de medidas.

A maneras de sugerencia para futuras investigaciones en relación a la apropiación de la estrategia de situaciones didácticas para la enseñanza de la

multiplicación por parte de los docentes, se requiere que ellos realicen un proceso de diseño de situaciones didácticas para que no se quede en la simple reproducción de las desarrolladas en el proceso de formación y realmente se identifiquen en ellas las situaciones de acción , formulación, validación e institucionalización como estrategia importante para el proceso de reflexión comprensión y apropiación del conocimiento al igual que el fortalecimiento de trabajo cooperativo y la evaluación formativa.

## 7. Conclusiones

A modo de introducción, se menciona que el objeto de estudio de esta investigación fue el diseño e implementación de una propuesta didáctica que fortalece el conocimiento didáctico del contenido de los docentes focalizados por el programa “todos a aprender”, de la enseñanza de la multiplicación como producto de medidas. Ésta posee una estructura para que los docentes puedan desarrollar los conocimientos teóricos y prácticos a través de la exploración de las concepciones sobre la enseñanza de la multiplicación, el conocimiento de los modelos y referentes curriculares de la educación matemática colombiana, el uso de la semiosis, las situaciones didácticas (teoría – practica) y las reflexiones finales.

De acuerdo a lo anterior, se describen los aspectos que surgen del análisis relacionado con el problema de investigación y los respectivos resultados que se obtuvieron a través del procesamiento y análisis de la información de forma cualitativa y cuantitativa.

Las concepciones de docentes participantes, antes del proceso de investigación, se caracterizaban en privilegiar el uso de la suma reiterada, el factor multiplicante, el uso de tablas de multiplicar y los procesos algorítmicos para la enseñanza de la multiplicación. En relación a las representaciones semióticas, un alto porcentaje afirmaba usarlas, pero al pedirles que la representen, la mayoría no lo hace y los pocos que la representan reafirman el uso de sumas reiteradas, lo que generó la necesidad de realizar una cualificación docente que fortalezca el conocimiento didáctico del

contenido en función de la multiplicación y la importancia de las representaciones semióticas en los procesos de comprensión de la operación.

En relación a las prácticas de aula para abordar la multiplicación se encontró que los docentes privilegian el trabajo individual y la explicación de la actividad. En pocos casos se enfatiza en el proceso de reflexión personal y en el trabajo cooperativo.

En cuanto a las estrategias didácticas que usan los docentes para la enseñanza de la multiplicación se evidenció que conocen las secuencias didácticas, pero no así las situaciones didácticas. Aspecto este que permite reafirmar la importancia de implementar con los docentes la estrategia didáctica de situaciones didácticas propuesta por Gay Brousseau, pues permite articular el trabajo individual y colectivo del estudiante a través del trabajo cooperativo, la reflexión personal y la evaluación formativa.

En cuanto a la modificación de las concepciones de los docentes, la propuesta de formación permitió que ellos identificaran la importancia de implementar los diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación, ya que el uso de ellos permite comprender la multiplicación desde diferentes contextos, aspecto que se puede verificar en los resultados obtenidos en el proceso de análisis de la información.

Otro aspecto relevante obtenido en el proceso de formación fue el reconocimiento de los docentes de las situaciones didácticas y sus fases de acción, formulación, validación e institucionalización, como una estrategia que permite el fortalecimiento de la evaluación formativa y el trabajo cooperativo en el aula. Además,

la implementación de propuestas didácticas que abordan la multiplicación permitió que a través de la práctica los docentes reconocieran la importancia de las ideas previas de los estudiantes y su contexto; las representaciones semióticas y recrearan finalmente la enseñanza de la multiplicación como producto de medidas.

Se pudo apreciar que el trabajo práctico llevado a cabo con los docentes acerca de la implementación de situaciones didácticas brindadas por los investigadores fue bien recibido, ya que a través de esta estrategia didáctica la evaluación de los aprendizajes se torna de tipo formativa, permitiendo levantar una radiografía más acertada del proceso de aprendizaje de cada estudiante, al tiempo que se promueven aspectos ya mencionados como son la reflexión personal y el trabajo cooperativo entre educandos. Los docentes evaluaron de manera positiva las situaciones trabajadas durante la investigación, según lo constata los apartados 5.3 y 5.5.

Para finalizar, la propuesta didáctica implementada en el proceso de investigación, aportó elementos importantes en la formación de los docentes de primaria de las Instituciones educativas Juana de Caicedo y Cuero y General Santander, reflejados concretamente en el conocimiento didáctico del contenido relacionado con la enseñanza de la multiplicación. Ésta generó la reflexión del docente en función del cambio de sus concepciones, el fortalecimiento teórico y didáctico de la enseñanza de la multiplicación teniendo en cuenta las representaciones semióticas y las situaciones didácticas. Además, los aportes dados por los docentes en el proceso de evaluación, permitieron mejorar la propuesta didáctica y las situaciones didácticas para ser implementadas en un futuro en la formación de otros docentes.

## 8. Lista de referencias

- Bona, B. de O. (2012). *Software generador de situaciones problema para la expansión del dominio del campo conceptual de las estructuras aditivas y multiplicativas en alumnos de 2º a 5º curso de la enseñanza primaria. (Tesis doctoral)*. Universidad de Burgos. Recuperado a partir de <http://riubu.ubu.es/bitstream/10259/200/1/Bona.pdf>
- Bonilla Estévez, M., Sánchez Heredia, N., Vidal Arizabalet, M., & Guerrero Recalde, F. (1999). *La enseñanza de la aritmética escolar y la formación del profesor*. Colombia: Grupo Editorial Gaia.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. (Libros del Zorzal, Ed.). Buenos Aires.
- Calvo, G. (2004). *La formación de los docentes en Colombia. Estudio Diagnostico*. Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional. Recuperado a partir de <http://unesdoc.unesco.org/images/0013/001399/139926s.pdf>
- Campbell, D. T., & Stanley, J. C. (1995). *Diseños experimentales y cuasiexperimentales en la investigación social*. (A. Editores, Ed.) (Séptima). Buenos Aires.
- Castro, E., Rico, L., & Castro, E. (1995). *Estructuras aritméticas elementales y su modelización*. (Grupo Editorial Iberoamericana, Ed.). México.
- Chen, H. T. (2006). A Theory-Driven Evaluation Perspective on Mixed Methods Research. *Research in the Schools*, 13(1), 75–83. <https://doi.org/Article>
- Chevallard, Y. (1998). *La transposición didáctica*. (A. G. Editor, Ed.) (3ª edición). Argentina.
- Cofré J., A., & Tapia A., L. (2008). *Cómo desarrollar el razonamiento lógico matemático*. (S. X. Editores, Ed.) (Segunda ed). Buenos Aires. Recuperado a partir de <http://www.buenosaires.gob.ar/areas/salud/dircap/mat/matbiblio/freire.pdf>
- D'Amore, B. (2005). *Bases filosóficas, pedagógicas, epistemológicas y conceptuales de la didáctica de la matemática*. (Reverté, Ed.). México.
- Duval, R. (1999). *Semiosis y pensamiento humano : Registros semióticos y aprendizajes intelectuales*. (G. de E. M. Universidad del Valle, Ed.). Colombia.
- Echeverry Materon, H. A. (2013). *Estrategias didácticas que promueven el aprendizaje de la estructura multiplicativa a partir de la resolución de problemas (Tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado a partir de [http://www.bdigital.unal.edu.co/47595/1/94044021\\_Hugo.pdf](http://www.bdigital.unal.edu.co/47595/1/94044021_Hugo.pdf)
- Fernández Bravo, J. A. (2007). La enseñanza de la multiplicación aritmética: una barrera epistemológica. *Revista iberoamericana de educación*, 43, 119–130. Recuperado a partir de <http://redalyc.uaemex.mx/redalyc/pdf/800/80004308.pdf>
- Francis Salazar, S. (2005). El conocimiento pedagógico del contenido como categoría de estudio de la formación docente. *Revista Electrónica "Actualidades Investigativas en Educación"*, 5(2), 1–18. Recuperado a partir de <http://www.redalyc.org/pdf/447/44750211.pdf>
- Freire, P. (2004). *Pedagogía de la Autonomía: Saberes necesarios para la práctica*



*educativa.*

- Galvis P., A. (1992). *Ingeniería de Software Educativo*. (Uniandes, Ed.) (Primera ed). Colombia.
- Hernández, R., Fernández, C., & Baptista, P. (2014). *Metodología de la Investigación*. (McGRAW-HILL / INTERAMERICANA, Ed.) (Sexta Edic). México.
- Hurtado B., J. (2010). *Metodología de la investigación. Guía para la comprensión holística de la ciencia*. (Q. Ediciones, Ed.) (Cuarta Ed.). Caracas.
- ICFES. (2015). Matriz de Referencia de Pruebas Saber.
- Instituto Colombiano para el Fomento de la Educación Superior. (2015). Matriz de referencias. Matemáticas. Colombia: Ministerio de Educación Nacional. Recuperado a partir de [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-352712\\_matriz\\_m.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articulos-352712_matriz_m.pdf)
- López Betancourt, R. (2015). *Influencia del razonamiento matemático en la estructuras multiplicativas (Tesis de maestría)*. Universidad Nacional de Colombia. Recuperado a partir de <http://www.bdigital.unal.edu.co/48197/>
- Maza Gómez, C. (1991a). *Enseñanza de la multiplicación y la división*. España: Síntesis.
- Maza Gómez, C. (1991b). *Multiplicar y dividir: a través de la resolución de problemas*. España: Visor.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Ministerio de Educación Nacional. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. (Ministerio de Educación Nacional, Ed.) (Primera Ed). Colombia.
- Ministerio de Educación Nacional. (2012). PROGRAMA TODOS A APRENDER. Guía uno: sustentos del programa. Recuperado a partir de [http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-310659\\_archivo\\_pdf\\_sustentos\\_junio27\\_2013.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-310659_archivo_pdf_sustentos_junio27_2013.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2013). *Sistema Colombiano de Formación de Educadores y Lineamientos de Política*. (Primera ed). Bogotá D.C.: Imprenta Nacional. [https://doi.org/http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-345822\\_ANEXO\\_19.pdf](https://doi.org/http://www.mineduacion.gov.co/1621/articulos-345822_ANEXO_19.pdf)
- Ministerio de Educación Nacional. (2015). *Derechos Básicos de Aprendizaje Matemáticas* (Primera ed). Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Moreira, M. A. (2000). *Aprendizaje significativo: teoría y práctica*. (Visor, Ed.) (Colección). Madrid, España. Recuperado a partir de [http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo\\_ID24/v2\\_n1\\_a2012.pdf](http://www.if.ufrgs.br/asr/artigos/Artigo_ID24/v2_n1_a2012.pdf)
- Obando, G. (2015a). PROFESORA, ¿QUÉ ES MULTIPLICAR? Teacher, what is multiply? (p. 11). Colombia. Recuperado a partir de [https://www.researchgate.net/publication/285587173\\_PROFESORA\\_QUE\\_ES\\_MULTIPLICAR\\_Teacher\\_what\\_is\\_multiply](https://www.researchgate.net/publication/285587173_PROFESORA_QUE_ES_MULTIPLICAR_Teacher_what_is_multiply)
- Obando, G. (2015b). *Sistema de prácticas matemáticas en relación con las Razones, las Proporciones y la Proporcionalidad en los grados 3 y 4 de una institución*

- educativa de la Educación Básica (Tesis doctoral)*. Universidad del Valle. <https://doi.org/10.13140/RG.2.1.4538.2249>
- Ospina, M., & Salgado, J. (2016). *La enseñanza de la multiplicación como isomorfismo de medida: aproximación discursiva (Tesis de maestría)*. Universidad del Valle.
- Pereira, Z. (2011). Los diseños de método mixto en la investigación en educación: Una experiencia concreta. *Revista Electrónica Educare*, 15(1), 15–29. Recuperado a partir de <http://www.revistas.una.ac.cr/index.php/EDUCARE/article/view/867>
- Pérez, M., & Roa, C. (2010). *Referentes para la didáctica del lenguaje en el primer ciclo. Secretaría de Educación Distrital*. Bogotá. Recuperado a partir de [http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/escuela\\_ciudad\\_escuela/lectura/modulos\\_cerlac/ciclo\\_1\\_cerlalc.pdf](http://www.redacademica.edu.co/archivos/redacademica/colegios/escuela_ciudad_escuela/lectura/modulos_cerlac/ciclo_1_cerlalc.pdf)
- Pinto Sosa, E., & González, M. (2008). El conocimiento didáctico del contenido en el profesor de matemáticas: ¿una cuestión ignorada? *Educación Matemática*, 20, 83–100. Recuperado a partir de <http://www.scielo.org.mx/pdf/ed/v20n3/v20n3a5.pdf>
- Rico, L., & Sierra, M. (2000). Didáctica de la Matemática e investigación. *Matemática española en los albores del siglo XXI*, 77–131. Recuperado a partir de <http://funes.uniandes.edu.co/510/1/RicoL00-138.PDF>
- Rodríguez, N. (2011). Diseños Experimentales en Educación. *Revista de Pedagogía. Universidad Central de Venezuela*, XXXII(91), 147–158.
- Santander, I. E. G. (2014). *PROYECTO EDUCATIVO INSTITUCIONAL I.E. VILLA COLOMBIA*. Jamundí, Colombia.
- Shulman, L. S. (1987). Conocimiento y enseñanza: fundamentos de la nueva reforma. *Profesorado: revista de currículum y formación de profesorado*, 2005, 9(2), 1–30.
- Torres, M. C. (2013). *Formas de acción en el tratamiento de situaciones multiplicativas: una mirada del isomorfismo de medida en términos del análisis relacional (Tesis de maestría)*. Universidad De Antioquia. Recuperado a partir de <http://ayura.udea.edu.co:8080/jspui/bitstream/123456789/92/1/JC0805.pdf>
- Vaillant, D. (2002). Formación de Formadores. Estado de la práctica. *Preal*, (25), 47. Recuperado a partir de [http://www.centralamerica.thedialogue.org/PublicationFiles/PREAL\\_Spanish.pdf](http://www.centralamerica.thedialogue.org/PublicationFiles/PREAL_Spanish.pdf)
- Varguillas, C. (2006). El uso de ATLAS.TI y la creatividad del investigador en el análisis cualitativo de contenido UPEL. Instituto Pedagógico Rural El Mácaro. *Laurus. Revista de Educación*, 73–87. Recuperado a partir de [https://www.uam.es/personal\\_pdi/stmaria/jmurillo/Met\\_Inves\\_Avan/Materiales/Varguillas.pdf](https://www.uam.es/personal_pdi/stmaria/jmurillo/Met_Inves_Avan/Materiales/Varguillas.pdf)
- Vergnaud, G. (1991). *El niño las matemáticas y la realidad*. México: Trillas.

## Anexos

### Anexo 1. Cuestionario 1.

#### CONCEPCIONES SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA MULTIPLICACIÓN EN BÁSICA PRIMARIA

A continuación, se presentan algunos enunciados que reflejan diferentes modos de pensar sobre el conocimiento matemático, la enseñanza de la multiplicación en el aula y la gestión de aula.

Completa el cuestionario, leyendo con atención los enunciados e indicando el grado de acuerdo con cada uno de ellos, mediante un valor numérico, siguiendo el convenio presentado.

#### Cuestionario

1. **Grado que enseña** 3\_\_\_\_ 4\_\_\_\_ 5\_\_\_\_ otro ¿Cuál? \_\_\_\_\_
2. **Años que llevas enseñando** 1-3\_\_\_\_ 4-6\_\_\_\_ 7-9\_\_\_\_ 10 o más\_\_\_\_
3. **Área de formación:** \_\_\_\_\_

En las preguntas 3 al 8 marca con **X** indicando tu grado de acuerdo con cada enunciado, según el siguiente convenio:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo:

#### 4. ¿Cuándo enseña la multiplicación en qué aspectos hace énfasis?

<b>A</b>	En la enseñanza de las tablas de multiplicar	1	2	3	4
<b>B</b>	En la práctica de ejercicios numéricos (algoritmos)	1	2	3	4
<b>C</b>	En la solución de problemas	1	2	3	4
<b>D</b>	En representaciones graficas	1	2	3	4
<b>E</b>	Otro ¿Cuál? _____ _____ _____	1	2	3	4

#### 5. En el grado que usted enseña ¿Cómo aborda la enseñanza de la multiplicación? No aplica (NA)

<b>A</b>	Una suma reiterada	1	2	3	4	NA
----------	--------------------	---	---	---	---	----

B	Factor multiplicante ( veces)	1	2	3	4	NA
C	Razón -proporcionalidad directa	1	2	3	4	NA
D	Producto cartesiano-combinatoria	1	2	3	4	NA
F	Otro ¿Cuál? _____ _____ _____	1	2	3	4	NA

En caso de haber seleccionado No aplica (**NA**) Explique ¿Por qué? \_\_\_\_\_

---



---



---

**6. En el grado que usted enseña ¿Cuáles de los siguientes problemas utiliza en el aula? No aplica (NA)**

A.	Camila compró 5 bombones a 200 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gasto Camila en la compra de los bombones?	1	2	3	4	NA
B.	Una carroza mide 4 metros de largo. Pero para el carnaval de Pasto se quiere ampliar 3 veces su tamaño. ¿Cuánto mide la carroza para el carnaval de Pasto?	1	2	3	4	NA
C.	En el mueble para la biblioteca caben 8 libros por nivel, si en total tengo 40 libros. ¿Cuántos niveles tiene el mueble para la biblioteca?	1	2	3	4	NA
D.	Tengo 4 camisetitas y 2 pantalonetas de diferente color. ¿Cuántas combinaciones se pueden realizar?	1	2	3	4	NA
E.	¿Cuánto mide el lado de una habitación rectangular si tiene de área 30 metros cuadrados y uno de sus lados mide 5m?	1	2	3	4	NA

En caso de haber seleccionado No aplica (**NA**) Explique por qué? \_\_\_\_\_

---



---

**7. ¿Cuáles de las siguientes estrategias metodológicas emplea en la enseñanza de la multiplicación?**

		Si	No
A	<b>Secuencia didáctica</b> (“Estructura de acciones e interacciones relacionadas entre sí, intencionales, que se organizan para alcanzar algún aprendizaje” (Pérez & Roa, 2010, p.61)		
B	<b>Situación didáctica</b> (Es una situación planeada y organizada por el docente para <i>que el estudiante en un medio específico construya su conocimiento</i> , además que requieren las fases de acción, formulación, validación e Institucionalización. <i>Brousseau (2007)</i> )		
D	Otro ¿Cuál? _____ _____ _____		

Explique su respuesta:

---



---



---



---

**8. En el desarrollo de las clases en las que aborda la multiplicación:**

<b>A</b>	Plantea situaciones que permiten la reflexión individual sin la intervención de otros .	1	2	3	4
<b>B</b>	Permite que el estudiante conozca el trabajo realizado por otros, y reflexione frente a su propio trabajo.	1	2	3	4
<b>C</b>	Permite que el estudiante construya con sus compañeros nuevos aprendizajes.	1	2	3	4
<b>D</b>	Orienta a sus estudiantes después de las reflexiones individual y grupal de ellos.	1	2	3	4

9. Exprese con un ejemplo cómo aborda la multiplicación en clase (gráfico, esquema, entre otros).

## Anexo 2. Cuestionario 2.

Grado que enseña: \_\_\_\_ Años que llevas enseñando 1-3\_\_\_\_ 4-6\_\_ 7-9\_\_\_\_ 10\_\_\_\_

1. ¿Por qué es importante conocer los diferentes modelos para la enseñanza de la multiplicación?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. ¿Qué sugiere para mejorar la Situación didáctica 1, 2,3?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. ¿Qué le aportó a su práctica docente las Situaciones Didácticas?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
4. ¿Considera que en la enseñanza de la multiplicación es importante abordar el producto de medidas, aunque no sea mencionado en los referentes curriculares de grado 3° (EBC, DBA)? Si \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ Justifique su respuesta.
  
  
  
  
  
  
  
  
  
5. ¿Considera usted que la enseñanza de la multiplicación a través producto de medidas (producto cartesiano, área de figuras rectangulares) facilita la comprensión de la misma? Si \_\_\_\_ NO \_\_\_\_ Justifique su respuesta.

### Anexo 3. Cuestionario 3.

## EVALUACIÓN PROPUESTA DIDÁCTICA ESTRUCTURAS MULTIPLICATIVAS

### Cuestionario

- **Grado que enseña** 3\_\_\_\_ 4\_\_\_\_ 5\_\_\_\_ otro ¿Cuál? \_\_\_\_\_
- **Años que llevas enseñando** 1-3\_\_\_\_ 4-6\_\_\_\_ 7-9\_\_\_\_ 10 o más\_\_\_\_

En las preguntas 3 al 8 marca con **X** indicando tu grado de acuerdo con cada enunciado, según el siguiente convenio:

1: Totalmente en desacuerdo; 2: En desacuerdo; 3: De acuerdo; 4: Totalmente de acuerdo:

**Si por necesidades educativas tuviera que cambiar de grado y en la planeación le corresponde la enseñanza de la multiplicación**

#### 1. ¿En qué aspectos haría énfasis para enseñar la multiplicación?

<b>A</b>	En la enseñanza de las tablas de multiplicar	1	2	3	4
<b>B</b>	En la práctica de ejercicios numéricos (algoritmos)	1	2	3	4
<b>C</b>	En la solución de problemas	1	2	3	4
<b>D</b>	Diferentes tipos de representaciones	1	2	3	4
<b>E</b>	Otro ¿Cuál? _____ _____ _____	1	2	3	4

#### 2. ¿Cómo abordaría la enseñanza de la multiplicación? No aplica (NA)

<b>A</b>	Una suma reiterada	1	2	3	4	NA
<b>B</b>	Factor multiplicante ( veces)	1	2	3	4	NA
<b>C</b>	Razón -proporcionalidad directa	1	2	3	4	NA
<b>D</b>	Producto cartesiano-combinatoria	1	2	3	4	NA
<b>F</b>	Otro ¿Cuál? _____ _____	1	2	3	4	NA



--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

En caso de haber seleccionado No aplica **(NA)** Explique ¿Por qué? \_\_\_\_\_

---



---

**3. ¿Cuáles de los siguientes problemas utilizaría en el aula para la enseñanza de la multiplicación? No aplica (NA)**

A.	Camila compró 5 bombones a 200 pesos cada uno. ¿Cuánto dinero gasto Camila en la compra de los bombones?	1	2	3	4	NA
B.	Una carroza mide 4 metros de largo. Pero para el carnaval de Pasto se quiere ampliar 3 veces su tamaño. ¿Cuánto mide la carroza para el carnaval de Pasto?	1	2	3	4	NA
C.	En el mueble para la biblioteca caben 8 libros por nivel, si en total tengo 40 libros. ¿Cuántos niveles tiene el mueble para la biblioteca?	1	2	3	4	NA
D.	Tengo 4 camisetas y 2 pantalonetas de diferente color. ¿Cuántas combinaciones se pueden realizar?	1	2	3	4	NA
E.	¿Cuánto mide el lado de una habitación rectangular si tiene de área 30 metros cuadrados y uno de sus lados mide 5m?	1	2	3	4	NA
F.	Otro. ¿Cuál?	1	2	3	4	NA

En caso de haber seleccionado No aplica **(NA)** Explique por qué? \_\_\_\_\_

---



---



---

**4. El uso de situaciones didácticas en la enseñanza de la multiplicación facilita**

A.	Plantear situaciones que permiten la reflexión individual sin la intervención de otros .	1	2	3	4	NA
B.	Que el estudiante conozca el trabajo realizado por otros, y reflexione frente a su propio trabajo.	1	2	3	4	NA

C.	Que el estudiante construya con sus compañeros nuevos aprendizajes.	1	2	3	4	NA
D.	la orientación a sus estudiantes después de las reflexiones individuales y grupales de ellos.	1	2	3	4	NA
E	La evaluación formativa del proceso enseñanza aprendizaje	1	2	3	4	NA
F	Otro. ¿Cuál?	1	2	3	4	NA

5. Considera usted que en las situaciones didácticas para la enseñanza de la multiplicación a través del producto de medidas (producto cartesiano, áreas de figuras rectangulares) se abordó:

A.	Uso de situaciones en contextos reales	1	2	3	4	NA
B.	Uso de material manipulativo	1	2	3	4	NA
C.	El uso de diferentes representaciones	1	2	3	4	NA
D.	La comprensión de un modelo de multiplicación	1	2	3	4	NA
E	Otra ¿Cuál?	1	2	3	4	NA

6. **En las situaciones didácticas 1,2,3 que abordan las multiplicaciones como producto de medidas**

A	Se observa coherencia entre las situaciones didácticas abordadas y los propósitos de aprendizaje planteados.	1	2	3	4
B	Presentan una secuencia lógica de inicio, desarrollo y cierre que promuevan aprendizajes significativos en los estudiantes.	1	2	3	4
C	Utilizan material didáctico que promueve aprendizajes significativos en los estudiantes.	1	2	3	4
D	Se observa la importancia de los saberes previos en la construcción de nuevos saberes en los estudiantes.	1	2	3	4
E	Son claros los aspectos teóricos que se movilizan en cada una de las actividades propuestas en las situaciones didácticas.	1	2	3	4

La pregunta 6 es una adaptación de la propuesta publicada en <https://es.slideshare.net/AliciaGP/rbrica-para-evaluar-situacin-didctica-5936269>

7. Considera que la propuesta didáctica estructurada en las fases:

- I. Exploración de las concepciones sobre la enseñanza de la multiplicación
- II. Estructuras multiplicativas (historia, modelos)
- III. Situación didáctica- (teoría – practica)
- IV. Reflexión final

¿Aporta elementos valiosos para en la formación de docente? Si\_\_\_\_\_ NO\_\_\_\_\_

Justifique su respuesta.

## Anexo 4. Situación Didáctica 1 (Fragmentos)

### Situación Didáctica 1

#### ACTIVIDAD 1 (SITUACIÓN DE ACCIÓN).

En un concurso de disfraces para mascotas organizado en un colegio, permiten armar el vestuario para disfrazar a Nerón. Se puede organizar el disfraz usando las siguientes camisas y pantalones:



Escoge tres opciones para vestir a Nerón. Recorta de la hoja de prendas y pega tus opciones:

DISFRAZ 1

DRISFRAZ 2

DISFRAZ 3

#### ACTIVIDAD 2. (FORMULACIÓN).

1. Cada estudiante sale al tablero y pega los disfraces seleccionados.
2. Posteriormente, cada estudiante realiza una marcha silenciosa y observa los trabajos de todos sus compañeros.
3. Regresa a su puesto y responde las siguientes preguntas:

a. ¿Tus compañeros armaron las mismas combinaciones de camisa y pantalón (disfraz) que tú? Explica tu respuesta.

---

---

---

---

---

b. ¿Cuántas posibles combinaciones hay? Constrúyelas. (Utiliza el material de los disfraces si lo deseas).

### ACTIVIDAD 3. (VALIDACIÓN) *Trabajo en grupo*

Forma grupos de trabajo de tres o cuatro estudiantes cada uno.

1. Los estudiantes comparan las respuestas obtenidas en la situación 2 y generan un debate entre ellos.
2. Responde en grupo las siguientes preguntas:
  - a. ¿Cuántas combinaciones de disfraces se obtuvieron en total? Expliquen su respuesta.

---

---

---

---

***Sí ahora se agrega una camiseta más a la colección***



### ACTIVIDAD 4. (INSTITUCIONALIZACIÓN)

1. Cada grupo selecciona un relator, quien expone los resultados obtenidos en la actividad 3.

*El maestro en conjunto con los estudiantes aclara dudas respecto a las situaciones planteadas, explorando respuestas de diferente representación (gráfica, diagrama de árbol, producto cartesiano, entre otros).*

#### **Actividad en clase o en casa**

Existen otras formas para representar la situación del concurso de disfraces para mascota. A continuación encontrarás algunas de ellas, pero **No está la totalidad de combinaciones** de disfraces. Observa y completa cada representación.

## Anexo 5. Situación Didáctica 2 (Fragmentos)

### Situación Didáctica 2

#### ACTIVIDAD 1 (SITUACIÓN DE ACCIÓN).

En la fiesta de cumpleaños de Salomé la mamá diseñó varios retos para que los niños se divirtieran entre ellos vender helados, armar parejas de baile y construir los juguetes para las sorpresas, escoge uno de los retos y resuélvelo, para tal fin puedes usar una de las representaciones vistas en la clase anterior.

#### **Reto 1:** Venta de helados

Puedes vender helados en cuatro presentaciones (estrella, copa, cono, vaso) con una bola de helado. Sabores: vainilla, chocolate, mora, limón y maracuyá.

¿Cuántos helados diferentes se pueden vender?



#### **Reto 2:** Parejas de baile

Para el baile que se va a realizar en la fiesta debes seleccionar 4 niñas (Andrea, Eliza, Isabel, Oriana) y 5 niños (José, Pablo, Luis, Carlos, Simón)

¿Cuántas parejas de niño y niña se pueden formar?



#### ACTIVIDAD 2. (FORMULACIÓN).

El docente ubica en el salón el lugar para pegar las respuestas de los estudiantes en tres grupos de acuerdo los retos 1,2 y3.

1. Cada estudiante sale y pega su respuesta de acuerdo al ejercicio seleccionado.
2. Posteriormente, cada estudiante realiza una marcha silenciosa y observa los trabajos de todos sus compañeros.
3. Regresa a su puesto y responde las siguientes preguntas:
  - a. En el ejercicio que tú seleccionaste ¿Tus compañeros obtuvieron la misma cantidad de combinaciones (helados, parejas o juguetes) que tú? Explica tu respuesta.  
\_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
  - b. La representación usada afecta la obtención del resultado total? Explica tu respuesta.

### ACTIVIDAD 3. (VALIDACIÓN) *Trabajo en grupo*

Forma grupos de trabajo de tres integrantes, con la condición que en cada grupo se debe haber estudiantes que hayan resuelto los retos 1,2 y 3 planteados en la actividad 1.

En grupo resuelve:

1. Comparen las respuestas obtenidas en los retos 1 y 2 y 3. Escriban los puntos en común y las diferencias

---

---

2. ¿Cuántas combinaciones diferentes se obtuvieron en los retos 1, 2 y 3? Justifiquen su respuesta.

---

---

3. ¿Cuántas combinaciones diferentes se obtuvieron en cada reto? ¿por qué?

---

---

### ACTIVIDAD 4. (INSTITUCIONALIZACIÓN)

2. Cada grupo selecciona un relator, quien expone los resultados obtenidos en la actividad 3.

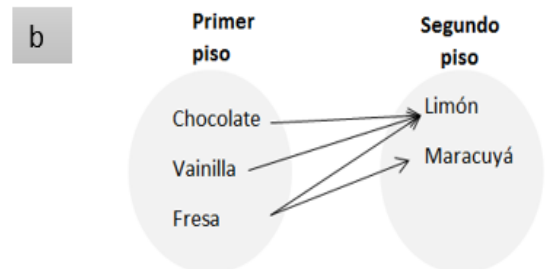
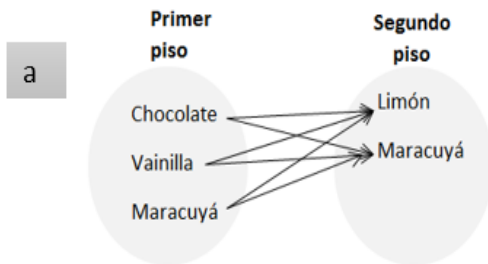
*El maestro en conjunto con los estudiantes aclara dudas respecto a las situaciones planteadas.*

#### Actividad en clase o en la casa:

1. Se debe crear un pastel de dos pisos. El primero puede ser de chocolate, vainilla o fresa. El segundo puede ser de limón o maracuyá.



¿Cuál opción representa la **cantidad total** de combinaciones que se pueden realizar?



## Anexo 6. Situación didáctica 3 (Fragmentos).

### Situación Didáctica 3

#### ACTIVIDAD 1 (SITUACIÓN DE ACCIÓN)

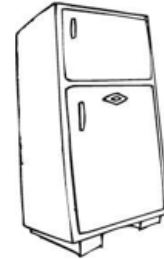
1. Toca la superficie de tu cuaderno, pupitre, pared, tablero
2. Pinta la superficie de las siguientes figuras



Mesa



Lámina de mariposa



Nevera

3. Explica con tus propias palabras ¿Qué es la superficie?



---

---

---

#### ACTIVIDAD 3. (VALIDACIÓN) Trabajo en grupo

**Nombres:** \_\_\_\_\_

1. Los estudiantes comparan las respuestas obtenidas en la actividad 2 y generan un debate entre ellos y luego responden las siguientes preguntas:
  - a. ¿Cuáles son las semejanzas y diferencias del punto 4 de la actividad 2?

---

---

---

- b. ¿Existen diferencias en la tabla del punto 5? Si \_\_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_ justifiquen su respuesta

---

---

---

2. En grupo deben seleccionar una de las zonas de la casa de Carlos y con cintas métricas o metros deben representar la dimensión real de la zona seleccionada.

