



ELEMENTOS PARA UNA PROPUESTA SOBRE LA ENSEÑANZA –
APRENDIZAJE DE LA MEDIA ARITMÉTICA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR
FARALLONES DE CALI

MÓNICA ELIZABETH MURIEL BOLAÑOS

Universidad ICESI
Escuela de Ciencias de la Educación
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
Santiago de Cali, Colombia
2018



ELEMENTOS PARA UNA PROPUESTA SOBRE LA ENSEÑANZA –
APRENDIZAJE DE LA MEDIA ARITMÉTICA EN ESTUDIANTES DE SÉPTIMO
GRADO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA ESCUELA NORMAL SUPERIOR
FARALLONES DE CALI

MÓNICA ELIZABETH MURIEL BOLAÑOS

Trabajo de grado presentado como requisito parcial para optar el título de
Magister en Educación

Director: Mg. GINNO ALEXIS CAMPAÑA CASTELLANOS

Universidad ICESI
Escuela de Ciencias de la Educación
MAESTRÍA EN EDUCACIÓN
Santiago de Cali, Colombia
2018

Resumen

Este trabajo de indagación adscrito a las líneas de investigación del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad ICESI, proporciona una reflexión acerca de la forma como se relacionan tanto estudiante como profesor con el saber matemático en la construcción del concepto de Media Aritmética o Promedio, revisando los procesos de comunicación y adquisición utilizados.

Tiene como objetivo identificar elementos que amplíen el significado de la Media Aritmética, para estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali y que permitan mejorar este proceso.

Finalmente se analiza la propuesta del texto del MEN contrastada con propuestas de textos escolares comerciales, con el ánimo de promover la reflexión, transformación y mejoramiento de las prácticas educativas.

Palabras claves:

Pensamiento aleatorio, didáctica, estadística, media aritmética.

Contenido

1	Introducción.....	9
2	Identificación del problema.....	11
2.1	Planteamiento del problema.....	11
2.2	Revisión de literatura.....	14
2.3	Preguntas de investigación.....	21
2.4	Objetivo General.....	22
2.4.1	Objetivos Específicos.....	22
2.5	Justificación.....	22
3	Marco Teórico.....	26
3.1	Lineamiento curricular.....	26
3.2	Objeto matemático.....	31
3.3	Fenomenología.....	33
3.4	Algunas teorías educativas.....	34
3.4.1	Conductismo.....	34
3.4.2	Cognitivismo.....	35
3.4.3	Constructivismo.....	35
3.5	Didáctica de la Media Aritmética.....	36
3.6	Análisis de texto.....	37
4	Marco Metodológico.....	39
4.1	Tipo de Investigación.....	39
4.2	Contexto.....	39
4.3	Participantes.....	39
4.4	Instrumentos de Recolección de Datos.....	40
5	Resultados y Análisis.....	41
5.1	Con relación al objetivo 1.....	41
5.2	Con relación al objetivo 2.....	45
5.2.1	Respuestas a pregunta No. 1.....	45
5.2.2	Respuesta a pregunta No. 2.....	47
6	Conclusiones y Sugerencias.....	49
7	Bibliografía.....	52

8	Anexos	56
8.1	Anexo No. 1: Resultados esperados en las pruebas realizadas a estudiantes de 7°	56
8.1.1	Respuesta a pregunta No. 1.....	56
8.1.2	Resultado esperado a pregunta No. 2.....	56
8.1.3	Respuesta a pregunta No. 3.....	57
8.2	Anexo 2: Media aritmética en Libro del MEN, página 1	58
8.3	Anexo 3: Media aritmética en Libro del MEN, página 2.....	59
8.4	Anexo 4: Gráfica referida en medidas de tendencia central en Libro del MEN	60
8.5	Media Aritmética según Libro de Santillana.....	61
8.6	Anexo 5: Media Aritmética según Libro de Grupo Editorial Norma, página 1	62
8.7	Anexo 6: Media Aritmética según Libro de Grupo Editorial Norma, página 2.....	63

Lista de Gráficos

Gráfico 1: Cantidad de estudiantes vs. Acierto de Respuesta..... 46

Gráfico 2. Cantidad de Estudiantes vs. Acierto de Respuesta 47

Lista de Ilustraciones

Ilustración 2-1. Ejemplo de pregunta Saber 9 Matemáticas 2015 (ICFES, 2016).....	13
Ilustración 2-2 Resultado en Cali (ICFES, 2016)	14
Ilustración 2-3 Tomado de Taller Saber 359 Cali 2016 www.icfes.gov.co	24
Ilustración 3-1. Fenomenología de la Media Aritmética. Elaboración propia.....	34
Ilustración 5-1 Respuesta correcta a pregunta No. 1	46
Ilustración 5-2 Respuesta incorrecta a pregunta No. 1	47
Ilustración 5-3 Respuesta correcta a pregunta No. 2.....	48
Ilustración 5-4 Respuesta Incorrecta a pregunta No. 2	48

Lista de Tablas

Tabla 1. Cuadro de referencia de Categorías y subcategorías para análisis de textos	38
Tabla 2. Comparación de libros escolares	42
Tabla 3. Comparación de Evaluación de aprendizaje.....	45

1 Introducción

Los resultados de las pruebas Saber realizados anualmente en Colombia reflejan un significativo porcentaje de fallas en la prueba de matemáticas, que generalmente corresponde a cincuenta y cuatro (54) preguntas divididas en componentes de razonamiento, comunicación y resolución de situaciones de tipo Numérico - Variacional, Geométrico – Métrico y Pensamiento aleatorio, lo que corresponde aproximadamente un 30% al área conocida tradicionalmente como Estadística y Probabilidad; dentro de esta prueba, son comunes las preguntas que infieren el cálculo de la media aritmética o promedio, o su representación gráfica.

El estudio del concepto de media aritmética inicia en el grado quinto (5°) de primaria y continúa durante los grados sexto (6°), séptimo (7°), octavo (8°) y noveno (9°), para servir como base de las inferencias estadísticas en grados décimo (10°) y undécimo (11°). Por eso es importante caracterizar las dificultades o limitaciones en el proceso de enseñanza aprendizaje de este concepto.

De manera puntual se realizó el análisis de texto de matemáticas de séptimo grado para encontrar similitudes y diferencias en las propuestas.

El inicio de este trabajo comienza con el análisis de textos escolares para encontrar similitudes y diferencias en las propuestas presentadas por tres editoriales.

En un segundo momento se utilizaron preguntas adaptadas de un trabajo de indagación para identificar dificultades relacionadas con la media aritmética después de recibir una enseñanza tradicional.

Al final se presentan los resultados y análisis, conclusiones y sugerencias relacionados con el proceso de enseñanza aprendizaje de la media aritmética.

2 Identificación del problema

2.1 Planteamiento del problema

La necesidad de desarrollar una "cultura estadística" en una sociedad en la que a diario circula información registrada en tablas, gráfica o expresiones, y que en ocasiones se presenta sin estructura o soporte, es la razón para que se revise de manera detallada cual es la información que se da en clase, cómo se da y sobre qué se da, a fin de fomentar futuros ciudadanos reflexivos y críticos de su entorno social.

El Ministerio de Educación Nacional (MEN) tanto en los lineamientos curriculares como en los estándares básicos de aprendizaje, incluye la estadística en el currículo para que el estudiante logre interpretar la información de manera analítica y crítica, e incentivar el uso de los recursos tecnológicos, sin embargo, es común que en muchas instituciones las clases transmisionistas prevalezcan con la ayuda de algún libro, generalmente facilitado por el estado mismo, sin mayores cambios en su estructura o en el planteamiento de actividades propias del contexto estudiantil.

Además de esto, los resultados de las pruebas Saber siguen siendo los indicadores de la enseñanza impartida y respecto al área de matemáticas siguen siendo regulares a nivel nacional.

El propósito de las pruebas SABER respecto al área de matemáticas en los diferentes grados busca evaluar lo que se aprende en los diferentes aspectos (geometría, álgebra, estadística y probabilidad) y, cómo esto le permite al estudiante interpretar y transformar la información. Evalúa el diseño de soluciones que realice el estudiante en función de resolver el problema planteado, el procedimiento que utilice y la justificación

de los pasos y procesos que desarrolla cuando usa las matemáticas para entender y resolver el problema. (ICFES, s.f.)

Las situaciones problema que se evalúan pueden ser científicas, laborales, profesionales o simplemente matemática, lo que requiere entre otras actuaciones, calcular porcentajes, leer información gráfica o calcular áreas.

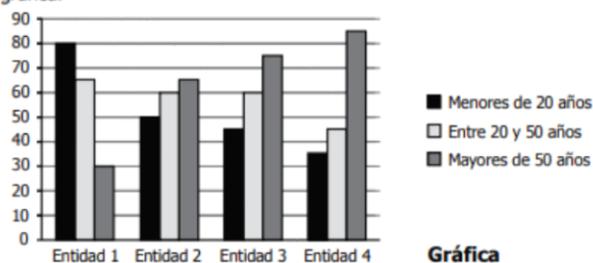
La evaluación de desempeño se da en cuatro (4) niveles donde el Nivel 1 indica que el estudiante puede leer información puntual relacionada con situaciones cotidianas; el Nivel 2 indica que puede hacer comparaciones y establecer relaciones entre los datos presentados; el Nivel 3 refiere a la acertada selección de información haciendo distintos tipos de transformaciones y manipulaciones y el Nivel 4 indica que el estudiante resuelve problemas y justifica la veracidad o falsedad de afirmaciones. Estos niveles tienen tres características fundamentales que son:

- Son particulares para cada prueba y no son globalizadas para todo el examen.
- Son jerárquicas por su complejidad creciente
- Son inclusivas, porque para alcanzar un nivel, se requiere haber superado los anteriores.

En la ilustración No. 2 - 1 se puede apreciar una pregunta de la prueba Saber 9 del año 2015, correspondiente al área de matemáticas, específicamente a estadística:

• **Pregunta 20.**

Se realiza una encuesta a una población sobre su afiliación a la entidad prestadora de salud. Los resultados se muestran en la gráfica.



La entidad con más afiliados es

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Ilustración 2-1. Ejemplo de pregunta Saber 9 Matemáticas 2015 (ICFES, 2016)

El análisis que presenta el ICFES incluye la competencia desarrollada, el componente, el objetivo de la pregunta y la respuesta correcta, que para este caso es:

<i>Estructura</i>	
<i>Competencia</i>	Comunicación
<i>Componente</i>	Aleatorio
<i>Afirmación</i>	Reconocer la media, mediana y moda con base en la representación de un conjunto de datos y explicitar sus diferencias en distribuciones diferentes
<i>Nivel de desempeño</i>	Satisfactorio
<i>Respuesta Correcta</i>	C

A continuación, se presenta la tabla de resultados a esta pregunta:

Resultados a nivel nacional y de Entidad Territorial certificada (ETC)

ETC/País	A	B	C	D	Omisión y multimarca	Nº estudiantes
Atlántico	18.1%	14.3%	34.6%	31.7%	1.3%	4931
Barrancabermeja	16.6%	13.7%	46.7%	21.1%	1.6%	1556
Barranquilla	17.7%	12.2%	46.2%	23.0%	0.9%	9853
Bello	16.6%	15.1%	47.1%	20.5%	0.8%	3014
Bogotá, D.C.	15.6%	13.2%	50.5%	20.0%	0.7%	56273
Bolívar	17.5%	13.6%	34.2%	33.2%	1.5%	7349
Boyacá	15.8%	12.3%	50.8%	20.9%	0.3%	6707
Bucaramanga	15.2%	10.6%	58.6%	15.2%	0.4%	3786
Buenaventura	18.7%	14.3%	31.0%	35.0%	0.9%	2444
Buga	15.4%	14.0%	49.1%	21.0%	0.6%	701
Caldas	17.8%	13.3%	39.9%	28.7%	0.3%	3575
Cali	17.7%	13.6%	45.9%	21.9%	0.9%	15344
Caquetá	16.5%	13.7%	40.3%	27.0%	2.5%	1555
Cartagena	18.2%	14.3%	38.1%	28.4%	1.0%	8278
Cartago	16.6%	13.6%	48.6%	20.6%	0.7%	1046
Casanare	17.4%	12.7%	48.1%	21.4%	0.3%	2174
Cauca	15.8%	13.1%	33.5%	36.6%	1.0%	7501
Cesar	17.6%	13.7%	39.3%	28.4%	1.1%	4683
Chocó	19.0%	13.6%	29.5%	36.9%	0.9%	1701

Ilustración 2-2 Resultado en Cali (ICFES, 2016)

Para esta pregunta en particular el análisis arrojado por el ICFES fue que, en Cali, de 15,344 estudiantes que presentaron la prueba en el año 2015, el 45,9% respondieron acertadamente (ICFES, 2016), lo que lleva a cuestionarse

¿qué dificultades puntuales se encuentran en la estadística de 7° luego de haber pasado por una enseñanza tradicional en 6°?

2.2 Revisión de literatura

Batanero y sus colaboradores (Batanero, Godino, Valecillos, Green, & Holmes, 1994), documentan una serie de dificultades y errores que se presentan en el aprendizaje de la estadística y de los cuales, los profesores deben tener consideración; entre ellos están los obstáculos didácticos que enfrenta el estudiante al encontrarse con un nuevo simbolismo como el de la fórmula de la media aritmética donde

$$\hat{X} = \frac{\sum x_i}{n},$$

en vez de encontrarse con ejemplos más concretos de su propio contexto.

Otra dificultad con la que se encuentran los estudiantes es la representación gráfica y la tabulación de datos, donde se requiere de una destreza en lectura crítica de datos, según Curco mencionado por Batanero (1994), leer los datos, entre los datos y más allá de los datos; leer los datos es la lectura literal del gráfico sin realizar interpretación de la información allí contenida; leer entre los datos significa interpretar y también integrar los datos en el gráfico, para lo que se requiere comparar cantidades y ciertas destrezas matemáticas; leer más allá de los datos es predecir información que no se refleja directamente sobre los gráficos y requiere entre otras habilidades de comparar cantidades. Adicionalmente, las representaciones gráficas que ofrecen software de popular uso, son inadecuadas y se usan de manera incorrecta, lo que acerba aún más el desconocimiento entre los estudiantes.

Batanero (2000) presenta el uso de la media aritmética como la medida indicada para hallar respuestas a diferentes conceptos, ejemplo de ello es:

- Lograr una estimación de una cantidad desconocida en presencia de errores de medida, solución empleada hasta nuestros días y de origen babilónico según Plackett (1970), cuando los astrónomos frente a sus diferentes observaciones decidieron sumar todas sus observaciones y dividirla entre el número total de sus datos.

- Cuando se requiere de obtener una cantidad equitativa a repartir para conseguir una cantidad uniforme, ejemplos de ello son la calificación final en un examen compuesto de varios exámenes parciales, o la velocidad media durante un viaje.
- El uso más acertado de otras medidas que representen la tendencia de un grupo de datos como lo son la mediana y la moda.

En palabras de Batanero, para responder cual es el significado de la media, es necesario identificar ciertos elementos del significado sistémico:

- Elementos extensivos; son las situaciones – problema o aplicaciones que inducen a actividades matemáticas
- Elementos actuativos; son los procedimientos, algoritmos u operaciones empleadas en la solución del problema
- Elementos ostensivos; son las representaciones materiales utilizadas en la actividad matemática como las expresiones, símbolos, tablas, o gráficas que para este caso son los términos “media”, “valor medio” o “promedio”
- Elementos intensivos, son las definiciones y propiedades características y sus relaciones con otros conceptos.
- Elementos validativos; son los análisis, síntesis o la utilización de la representación gráfica como un medio de justificación.

En esta indagación, las dificultades en la comprensión de la media son entre otras:

- En la escuela primaria se evita la sumatoria y la ponderación de datos, además que se discrimina la mediana y la moda, como conceptos diferentes.

- En secundaria se trabaja con medias ponderadas y luego con medias de variables aleatorias discretas y continuas
- Existen diferencias entre el significado institucional, el que brinda el maestro en torno al material didáctico y los ejes curriculares en contraste con el significado personal, el que otorga el estudiante al objeto matemático

Sistémicamente las dificultades las evidencian en que:

- Los estudiantes no ponderan los valores y usan la media simple (elemento actuativo)
- Hallan la media de los valores de las frecuencias y no tienen en cuenta la frecuencia absoluta de cada valor en el cálculo de la media (elemento actuativo)
- Los estudiantes piensan que la media cuenta con la propiedad asociativa (elemento intensivo)
- No se tiene en cuenta el cero y lo toman como valor neutro (elemento intensivo)
- Sitúan la media como el centro del recorrido de la distribución, lo cual sólo es válido para distribuciones simétricas (elemento intensivo)
- Desconocen los problemas relacionados con el concepto de media (elemento extensivo)
- El término matemático difiere del término en el lenguaje coloquial, por ejemplo, relacionan la media con el "valor razonable", o "el punto medio" o que "el promedio es lo mismo que decir igual" (elemento ostensivo y validativo)

Godino en su guía para maestros (2002) resalta los conflictos en el aprendizaje y enfatiza en la falta de comprensión en las tablas y gráficas estadísticas debido en parte a

que le dedican muy poco tiempo a su enseñanza. Una tabla de frecuencias o un gráfico supone una reducción estadística, pues se pierden los valores individuales y se pasa a una distribución de frecuencias. Por ejemplo, es más fácil identificar el color de pelo de una persona o su estatura que comprender la idea de distribución del color de pelo de un grupo.

Otro factor relevante es la comprensión de lectura de los gráficos y las características que deben llevar las tablas y las gráficas, que por tratarlas de sencillas en muchas ocasiones no se les presta la debida atención a sus características, como título, subtítulo, nombres de los ejes, convenciones, entre otras.

Arteaga y sus colaboradores (2011) resumen en su investigación sobre educación estadística, que los elementos causantes de conflicto en el aprendizaje de la estadística, como son los elementos estructurales, las operaciones que se deben seguir para leer un gráfico y los errores más comunes en la lectura e interpretación de los gráficos, se manifiestan en que:

- Los estudiantes (también algunos profesores) eligen una escala inadecuada para el objetivo que se pretende representar
- Se omiten las escalas en alguno o en ambos ejes.
- No se especifica el origen de las coordenadas
- No se proporcionan suficientes divisiones en las escalas de los ejes.
- Esto incide en la percepción de correspondencia entre datos.

Ortiz (2011), da cuenta de la necesidad de reforzar la formación estadística elemental en los futuros profesores de Educación Primaria, pues podrían mal enseñar

conceptos básicos que durante su formación no han comprendido; además sugiere que es necesario cambiar tanto metodología como contenidos en la enseñanza de la estadística. Por ello propone, a los futuros profesores una muestra de situaciones experimentales y contextualizadas, que sean representativas del significado de la media aritmética mostrándoles situaciones de uso en el salón de clase.

Rodríguez y Cabrera (2010), abordan la desventaja de la media aritmética al afectarse por valores extremos, lo que la aleja de ser una buena representación de la muestra, y recomiendan no usarla en distribuciones muy asimétricas, aun cuando reconocen que es la medida más empleada y fácil de calcular, para ello escogen un ejemplo que puede resultar común en el contexto de los estudiantes afines con alguna disciplina deportiva, es así como sustentan a través de este ejemplo:

"Un entrenador de pista debe decidir cuál de los dos corredores debe elegir para la próxima carrera de 100 metros planos. El entrenador basará su decisión en los resultados que tiene registrados de cinco carreras entre los dos atletas realizados en un período de una hora con descanso de 15 segundos.

Carreras					
Atleta	1	2	3	4	5
X	12,1	12	12	16,8	12,1
Y	12,3	12,4	12,4	12,5	12,4

Sobre la base de los datos anteriores, halle la media aritmética. ¿Cuál de los dos corredores debe elegir y por qué?; ¿Debería ser diferente la selección si el entrenador supiera que el atleta X se cayó al principio de la cuarta carrera?”¹

Rodríguez responde que la solución ofrece como alternativa la opción del atleta Y porque posee menos tiempo promedio. A continuación, se procede a analizar lo que ocurrió en cada carrera y se llega a la contradicción de que, en todas las pruebas excepto en la cuarta, el estudiante X llegó primero. Este razonamiento permite valorar con los estudiantes el cumplimiento de la propiedad de la media mencionada en clases y que simbólicamente se presenta de la forma siguiente:

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 0$$

Concluye que debe exponerse en clase a través de ejercicios contextualizados para que puedan ser entendidos por los estudiantes de diferentes niveles académicos.

Rendón en su guía didáctica (2014) toma como referencia las dificultades en el proceso de enseñanza – aprendizaje de conceptos estadísticos y da cuenta de las impresiones de su investigación en torno a la visión que tienen los profesores participantes del proyecto, donde opinan que los estudiantes presentan deficiencias en las bases de matemáticas, poca motivación o interés ante el aprendizaje, escaso razonamiento lógico, dificultad para proponer objetivos, hipótesis y conclusiones además de carencia en el manejo de software estadístico, una vez implementada su unidad

¹ Tomado de (Rodríguez Arteaga & Cabrera Campos, La desventaja de la media aritmética: cómo tratarla en clases, 2010)

didáctica, donde combina la clase magistral con el uso de software R como herramienta, en situación – problema de la cotidianidad de los estudiantes, asegura que se mejoró tanto el rendimiento académico de ésta área como la disposición de parte de los estudiantes.

Villanueva y Moreno (2010), identificaron en el desarrollo de su investigación dificultades en la manera en que se impartían las clases de estadística, pues encontraron factores como el transmisionismo que alude a la memorización, repetición y aplicación mecánica de algoritmos y fórmulas en contextos (nuevamente) ajenos a la cotidianidad de los estudiantes. Como solución desarrollaron una unidad didáctica que involucra en su didáctica elementos tecnológicos en una propuesta metodológica de tipo ABP, que favoreció la apropiación de conceptos y procedimientos matemáticos mejorando los niveles de comprensión.

Betancourt (2012) en su tesis presenta un minucioso estudio sobre dificultades de algunos docentes al enseñar las medidas de tendencia central, entre las que se destacan algunas falencias de carácter cognoscitivo, falta de intensidad respecto del área en la formación de futuros docentes, y la imperante necesidad de ahondar en las funciones semióticas, es decir trabajar los significados conceptual, lingüístico, y proposicional de los docentes en formación.

2.3 Preguntas de investigación

El concepto estadístico de media aritmética o promedio, resulta básico para determinar la tendencia de comportamiento de un grupo de observaciones, empero, los

estudios para determinar porqué nuestros estudiantes siguen errando en sus análisis o inferencias respecto a ciertas situaciones – problemas, abren un abanico de posibles razones para responder esta inquietud, entre las que surgen:

¿Cuáles contextos, significados y registros de representación de la media aritmética se pueden identificar en los libros de texto guía que provee el Ministerio de Educación Nacional para orientar el trabajo en el aula de las instituciones educativas oficiales del país?

2.4 Objetivo General

Caracterizar elementos que amplíen los significados relacionados con el concepto de media aritmética y que permitan mejorar el aprendizaje de los estudiantes del grado 7 relacionados con el concepto de media aritmética

2.4.1 Objetivos Específicos

- Analizar la propuesta del texto escolar suministrado por el MEN sobre media aritmética en contraste con dos textos de tipo comercial en grado 7
- Identificar algunas dificultades presentadas en grado 7 de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali en el aprendizaje de la media aritmética.

2.5 Justificación

El proceso pedagógico promovido por el Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN), cuenta con unos lineamientos curriculares que son orientaciones para apoyar el proceso de formación por áreas de conocimiento, las cuales se encuentran estandarizadas por competencias para lograr niveles de educación básica de calidad a los

que tienen derecho todos los niños y niñas del país. Estas competencias son las capacidades que integran el conocimiento, habilidades, destrezas y acciones que reflejan el saber – hacer, y que se construyen, desarrollan y evolucionan de acuerdo con el contexto vivencial. Es así como se habla de competencia matemática cuando el estudiante formula y resuelve problemas, modela procesos y fenómenos de la realidad, comunica, razona y formula comparaciones y ejercita procedimientos y algoritmos (Schmidt, 2006). Para evaluar el desempeño del estudiante se ha categorizado conceptualmente en cinco componentes o tipos de pensamiento como indicadores de aprendizaje básico (Vasco, García O, & Obando Z, 2006), los cuales son:

- Numérico y sistemas numéricos
- Espacial y sistemas geométricos
- Métrico y sistemas de medidas
- Aleatorio y sistemas de datos
- Variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

El pensamiento aleatorio para un estudiante de séptimo grado de secundaria implica que puede:

- Comparar e interpretar datos provenientes de diferentes fuentes
- Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras o circulares
- Predecir y justificar razonamientos y conclusiones usando información estadística
- Usar medidas de tendencia central como la media aritmética para interpretar comportamientos de un conjunto de datos

- Usar modelos para discutir y predecir posibilidades de ocurrencia de un evento”
(Schmidt, 2006)

Según lo anterior, el contenido temático a tratar durante el año escolar de séptimo grado contendría de manera apropiada el concepto de medidas de tendencia central, y las características de cada una de ellas: Moda, Mediana y Media aritmética; su aplicación y su interpretación

Las pruebas Saber distribuyen la prueba de matemáticas de 54 preguntas según la ilustración No. 2-3

GRADO 9°		COMPETENCIAS		
COMPONENTE	RAZONAMIENTO	COMUNICACIÓN	RESOLUCIÓN	TOTAL
Numérico - Variacional	11%	13%	11%	35%
Geométrico - Métrico	15%	11%	9%	35%
Aleatorio	11%	10%	9%	30%
Total	37%	34%	29%	100%

Ilustración 2-3 Tomado de Taller Saber 359 Cali 2016 www.icfes.gov.co

Se puede observar que el componente aleatorio corresponde a un 30% del total de la prueba de matemáticas es decir 16 preguntas, de las cuales no se especifica cuantas corresponden al concepto de medidas de tendencia central, pero sí establecen la importancia de aprobarlas.

Según la ilustración anterior, se puede inferir la recurrencia en una mayoría de respuestas incorrectas frente a la evaluación del pensamiento aleatorio que realiza el ICFES, lo que nos lleva una vez más a prestar especial atención sobre generar alguna

estrategia para fortalecer en nuestros estudiantes el pensamiento Aleatorio y el Sistema de Datos.

3 Marco Teórico

3.1 Lineamiento curricular

Este trabajo relaciona algunas de las dificultades o debilidades que se presentan en el proceso de enseñanza – aprendizaje de la media aritmética para el grado séptimo de la básica secundaria en Colombia. Sin embargo, para enfatizar sobre el pensamiento Aleatorio del que se trata este trabajo, es necesario repasar las directrices del Ministerio de Educación Nacional para abordar los diferentes temas de estudio.

El Ministerio de Educación Nacional entregó los lineamientos curriculares a los educadores y comunidades educativas del país como puntos de apoyo y de orientación general para entender el currículo como "...un conjunto de criterios, planes de estudio, programas, metodologías y procesos que contribuyen a la formación integral y a la construcción de la identidad cultural nacional, regional y local..." (Artículo 76, 1994); en cuanto a la introducción de la probabilidad y la estadística, estos lineamientos refieren la necesidad de promover el pensamiento inductivo al estudiar sobre un conjunto de datos las diferentes inferencias y posibilidades de ser ciertas. Plantean para el proceso de enseñanza aprendizaje, el uso de aplicaciones concretas en situaciones de la vida real para generar así un marco de significación que permita comprender el carácter aleatorio de los datos.

La propuesta curricular se estructura desde entonces a partir de conocimientos básicos relacionados con el conocimiento matemático y procesos generales de formulación y resolución de problemas. El conocimiento matemático está estructurado en cinco pensamientos que son:

- Pensamiento Numérico y Sistemas Numéricos,

- Pensamiento Variacional y Sistemas Algebraicos y Analíticos
- Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos,
- Pensamiento Métrico y Sistemas De Medidas,
- Pensamiento Aleatorio y Sistemas De Datos

Los procesos generales de formulación y resolución de problemas son modelación, razonamiento, desarrollo de procedimientos, formulación y resolución de problemas y comunicación de los contextos de los estudiantes.

En 2006 se introduce la idea de competencia como “conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socio afectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido de una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores” (Estandares Básicos de Competencia, 2006)

De esta manera, la competencia se explica mejor como el saber qué, saber qué hacer y el saber cómo, cuándo y por qué hacerlo, lo que se conlleva a explicitar a que un estudiante competente en matemáticas está en la capacidad de:

- “Formular, plantear, transformar y resolver problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, del mundo de las ciencias y del mundo de las matemáticas mismas.
- Dominar el lenguaje matemático y su relación con el lenguaje cotidiano, así como como usar diferentes representaciones.

- Razonar y usar la argumentación, la prueba y la refutación, el ejemplo y el contraejemplo como medios de validar y rechazar conjeturas, y avanzar en el camino hacia la demostración
- Dominar procedimientos y algoritmos matemáticos y conocer cómo, cuándo. Y por qué usarlos de manera flexible y eficaz” (MEN, 2014)

Respecto al Pensamiento Aleatorio y el Sistema de Datos es claro que se apoya en la teoría de probabilidades y de la estadística inferencial, con aspectos de la estadística descriptiva y en la combinatoria, pues permite buscar soluciones razonables a través de procesos de exploración e investigación mediante la modelación de fenómenos físicos, sociales o de juegos de azar, simulación de experimentos y conteos. La estadística descriptiva que se plantea ahora va más allá de memorizar fórmulas para el cálculo de la media, o de la varianza, ya que gracias a los medios tecnológicos y su masificación se puede desarrollar el pensamiento aleatorio interpretando, analizando y utilizando los resultados que se publican en los medios masivos, donde sus diferentes combinaciones le permiten al estudiante encontrar todas las situaciones, y estimar su probabilidad, a través del estudio estadístico de las diferentes situaciones, es decir, recogiendo información, organizándola, estudiándola, diagramando la información obtenida para analizarla, e intentar predecir acontecimientos respectivos, todo aquello que sirve para predecir acontecimientos relacionados y así tomar decisiones razonables posibles ante la incertidumbre de lo que pudiera ocurrir.

El MEN plantea que el docente proporcione un aprendizaje significativo y comprensivo a sus estudiantes a través de actividades o situaciones problema contextualizadas para que los estudiantes desarrollen su actividad matemática e

interactúen con sus pares, profesores y materiales para reconstruir y validar el saber matemático a manera personal y colectiva.

Las situaciones problema se entienden como un conjunto de problemas, proyectos, investigaciones, construcciones instrucciones y relatos que se elaboran en las diferentes ciencias con apoyo de las matemáticas y en contextos cotidianos que, si está bien preparada en su tratamiento generan aprendizaje en los estudiantes.

La actividad estimulada implica un trabajo intelectual personal y grupal de parte de los estudiantes que permite avanzar y profundizar en la comprensión, habilidades y actitud de los mismos, generando competencias matemáticas.

Los Estándares Básicos de Competencias (EBC), reconocen que para desarrollar las competencias matemáticas se requiere de una organización de procesos de enseñanza y aprendizaje dinámico y contextualizado, orientada a alcanzar dimensiones sociales, culturales y políticas de la educación, y en virtud de ello resalta la importancia de la estructuración curricular y la planeación de las actividades de aula. Es cuando se recomienda mirar de manera crítica la oferta de textos escolares, revisando si concuerdan y son coherentes con las políticas del sistema educativo en especial con los Lineamientos Curriculares y los EBC.

Resaltan la amplia variedad de textos escolares y documentos oficiales que se pueden obtener a través del Ministerio de Educación Nacional, las Secretarías de Educación Departamental y Municipal, y demás centros de documentación y acopio como bibliotecas e Internet.

Según los EBC, al terminar séptimo grado respecto al Pensamiento Aleatorio y Sistema de Datos, el estudiante está en capacidad de:

- “Comparar e interpretar datos provenientes de diversas fuentes (prensa, revistas, televisión, experimentos, consultas, entrevistas)
 - Reconocer la relación entre un conjunto de datos y su representación
 - Interpretar, producir y comparar representaciones gráficas adecuadas para presentar diversos tipos de datos (diagramas de barras, diagramas circulares)
 - Usar medidas de tendencia central (media, mediana, moda) para interpretar el comportamiento de un conjunto de datos.
 - Usar modelos para discutir y predecir la posibilidad de ocurrencia de un evento
 - Conjeturar acerca del resultado de un experimento aleatorio usando proporcionalidad y nociones básicas
 - Resolver y formular problemas a partir de un conjunto de datos presentados en tablas, diagramas de barras, diagramas circulares
 - Predecir y justificar razonamientos y conclusiones usando información”
- (Estandares Básicos de Competencia, 2006)

Una vez aclaradas las directrices del MEN para abordar los alcances para el grado Séptimo de la Básica Secundaria, en cuanto al Pensamiento Aleatorio y el Sistema de Datos, procedemos a identificar algunas dificultades presentadas al respecto, y a diseñar, implementar y reevaluar para grado séptimo de la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali situaciones problema que permitan mejorar el aprendizaje de la Medida de Tendencia Central Media Aritmética.

3.2 Objeto matemático

Las medidas de tendencia central son valores numéricos que se obtienen de un conjunto de datos y resumen la tendencia a concentrarse en torno a un valor central. Las medidas de tendencia central son Moda, Mediana Y Media Aritmética.

De las medidas, es interés de este trabajo, conocer sobre la media aritmética que se clasifica en Media Simple y Media Ponderada:

Media Simple: se considera la media aritmética o promedio de una cantidad finita de números como la suma de todos ellos dividida entre el número de sumandos; simbólicamente se escribe así:

$$\bar{X} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n}$$

En caso que los datos aparezcan agrupados, se reescribe como:

$$\bar{X} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Si se tienen k datos que se representan por x_i y se repiten cada uno con una frecuencia f_i entonces la fórmula para hallar la media aritmética toma la forma

$$\bar{X} = \frac{f_1x_1 + f_2x_2 + f_3x_3 + \dots + f_nx_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n}$$

que de manera genérica toma la siguiente forma:

$$\bar{X} = \frac{\sum fX}{N}$$

Media ponderada

La media ponderada se utiliza cuando los datos de estudio aparecen agrupados, es decir que los datos no tienen el mismo peso. En este caso, la media se reescribe así:

$$\bar{X}_w = \frac{w_1x_1 + w_2x_2 + w_3x_3 + \dots + w_nx_n}{w_1 + w_2 + w_3 + \dots + w_n},$$

donde los datos $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$ tienen los pesos correspondientes a $w_1, w_2, w_3, \dots, w_n$, por lo tanto la media ponderada se resume como:

$$\bar{X}_w = \frac{\sum wX}{\sum w}$$

Un ejemplo de aplicación de este concepto se logra al analizar:

“Cuatro grupos de estudiantes consistentes en 15, 20, 10 y 18 individuos, dieron pesos medios de 162, 148, 153 y 140 libras respectivamente; hallar el peso medio de todos esos estudiantes. Aplicando el concepto de media ponderada,

$$\bar{X} = \frac{\sum wx}{\sum w} = \frac{(15 \times 162) + (20 \times 148) + (10 \times 153) + (18 \times 140)}{15 + 20 + 10 + 18}$$

$$\bar{X} = 150 \text{ libras}”$$

Propiedades de la Media Aritmética

- La suma algebraica de las desviaciones de un conjunto de números respecto de su media aritmética es 0. Ejemplo: las desviaciones de los números 8, 3, 5, 12 y 10 respecto de su media aritmética 7.6 son 8-7.6, 3-7.6, 5-7.6, 12-7.6, y 10-7.6; es decir 0.4, -4.16, -2.6, 4.4 y 2.4, con suma algebraica 0.4-4.6-2.6+4.4+2.4=0
- La media aritmética es un valor comprendido entre los valores mayor y menor del conjunto de datos

- La media no tiene por qué ser igual a uno de los valores de los datos
- El valor obtenido de la media puede ser una fracción, lo que puede no tener sentido para la variable considerada.
- Se deben tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media
- La media es un "representante" de los datos a partir de los que ha sido calculada

3.3 Fenomenología

Situaciones de la vida real como el índice de precios al consumo o la esperanza de vida son ejemplos donde la media aritmética o el promedio, se tratan como la medida por excelencia para dar una visión general de una determinada cuestión. Es así como se puede decir que este concepto ayuda a desarrollar la capacidad de lectura e interpretación de tablas y gráficas estadísticas que aparecen frecuentemente en los medios de información; o, en otras palabras, el concepto de media aritmética ayuda a fomentar el desarrollo del razonamiento crítico para la toma de decisiones basadas en la valoración de la evidencia objetiva dada por los datos.

Es así como se la media aritmética se puede relacionar con concepciones como la de reparto equitativo, punto de equilibrio entre excesos y defectos, valor representativo, valor típico y valor de promedio aritmético.

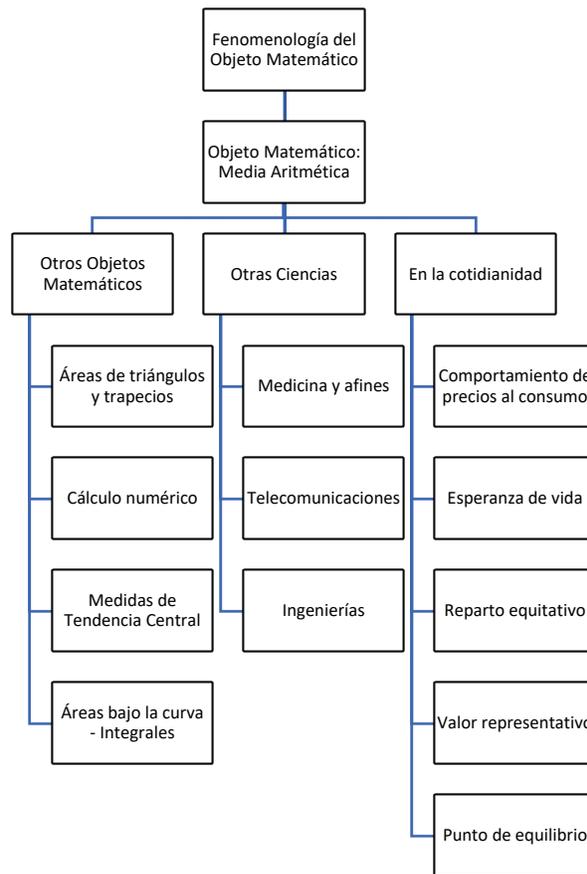


Ilustración 3-1. Fenomenología de la Media Aritmética. Elaboración propia

3.4 Algunas teorías educativas

3.4.1 Conductismo

Desde la perspectiva de Ertmer y Newby (1993), aquellos aprendizajes donde se requiere memorizar hechos, explicación de conceptos o aplicación de procedimientos, son ejemplos donde el conductismo cobra importancia, al asociar una respuesta apropiada a un estímulo específico.

Bajo esta perspectiva de asociación, el énfasis se encuentra en la conducta fundamentada en ensayo/error, y jerarquía de hábitos. Por esto, el aprendizaje se produce después de haber resuelto una serie de problemas similares, lo que para muchos autores

resulta superficial, confuso y convierte al conocimiento en una respuesta pasiva y automática a estímulos externos del ambiente que no representa avances significativos.

El aprendizaje conductista es un cambio de conducta o hábito que se logra mediante la práctica, como la aplicación de algoritmos matemáticos.

3.4.2 Cognitivismo

El cognitivismo considera el conocimiento como representaciones simbólicas en la mente de los individuos, es decir una conceptualización de los procesos acerca de lo que saben los estudiantes y cómo lo adquieren. El aprendizaje se considera una actividad mental donde se codifica, organiza y estructura el nuevo saber.

3.4.3 Constructivismo

La corriente constructivista refiere el aprendizaje como una función donde el estudiante crea significados a partir de su propia experiencia, construyendo una realidad propia y única para cada estudiante. En esta, el proceso de enseñanza incluye tres aspectos determinantes que son los conceptos, la aplicación y el contexto y cultura. El éxito de las teorías constructivistas se da mejor cuando se aplican en contextos muy poco estructurados.

En consideración a los aportes de cada teoría, Ertmer y Newby defienden que el aprendizaje tiene diferentes puntos de enfoque y de nivel requerido, y que por ello se da el traslape de teorías. (1993). Así mismo, en los procesos de enseñanza aprendizaje es común recurrir al eclecticismo teórico según la intención que se tenga de la meta de aprendizaje, es así como Jonassen sostiene que “en muchos entornos, la realización de ejercicios algorítmicos repetitivos, puede restarle recursos cognitivos a otras tareas cognitivas de

orden superior más intensivas que es necesario representar” (2010), lo que conlleva a su propuesta de inclusión de herramientas tic según la intención del aprendizaje, una vez las ha categorizado en herramientas de visualización (para modelar problemas y pensamientos), herramientas para crear modelos (como bases de datos y hojas de cálculo entre otros); herramientas que apoyan el rendimiento (como la calculadora, las bases de datos y las hojas de cálculo) y las herramientas para recopilar información (como los motores de búsqueda).

3.5 Didáctica de la Media Aritmética

Los sistemas estadísticos de un país, inciden considerablemente en el desarrollo económico, social y político, toda vez que las estadísticas sean completas y fiables; en razón a esto, los lineamientos curriculares resaltan la importancia de la enseñanza de los procedimientos. Es decir que los procedimientos o modos de saber hacer, que son los que facilitan las aplicaciones de las matemáticas en la vida cotidiana, son esos conocimientos relacionados con las actuaciones, destrezas, estrategias, técnicas, métodos, usos y aplicaciones que fortalece en el estudiante su capacidad de analizar y resolver con mayor habilidad, independencia y exactitud sus actuaciones. En este ramillete de procedimientos se encuentran, entre otros, los estadísticos y analíticos, siendo el primero el grupo de interés para este trabajo.

El Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias “TIMSS” en 1997 (ICFES), propuso en su Currículo de Matemáticas considerar ciertos procedimientos de rutina que son Calcular, Graficar, Transformar y Medir, y cuyo interés en resaltar para este trabajo son Calcular, para nuestro ejemplo el cálculo de la media usando fórmulas, y

Graficar o construir gráficas mediante el cálculo de la media, como una representación del concepto.

Según Batanero, la didáctica de la estadística debe partir de una situación problema como noción básica, que debe ser abordada a través de actividades de interacción con las matemáticas, que según Freudenthal (2000) son actividades de matematización. Tales actividades son:

- Buscar soluciones de un problema
- Inventar una simbolización adecuada para representar la situación problema, las soluciones encontradas y para comunicar estas soluciones a otros.
- Validar o argumentar estas soluciones
- Generalizar estas soluciones a otros contextos o situaciones problema

Todos estos argumentos conllevan a que el manejo de la información ante una situación problema referente al concepto de Media Aritmética debe resultar en un contexto realístico es decir referido a la experiencia real y no necesariamente a la vida real de todos los días.

3.6 Análisis de texto

De otro lado, los libros de texto o textos escolares, presentan un contenido metódicamente adaptado reflejando la propuesta curricular de una nación (Danisova, 2006), y se utiliza en las aulas de clase como principal recurso de instrucción. De allí que Ortiz (2002) recomiende analizar el mismo tema en distintos libros, y en ello analizar el texto y sus ilustraciones. Tal como lo refieren Pino & Blanco (2008) en su trabajo de investigación donde establecen las categorías para el análisis de problemas presentados en

los libros de texto de acuerdo con el tipo de problemas, el soporte, el contexto, la tarea de matemáticas, y las heurísticas.

A continuación, se relacionan los diferentes aspectos a tener en cuenta en el análisis de textos.

Tabla 1. Cuadro de referencia de Categorías y subcategorías para análisis de textos

Categorías	Subcategorías
Tipos de Problemas	<ul style="list-style-type: none"> - Ejercicios de reconocimiento y ejercicios algorítmicos o de repetición. - Problemas de traducción simple o compleja - Problemas sobre situaciones reales - Otros como rompecabezas o historias matemáticas
Soporte	<ul style="list-style-type: none"> - Texto escrito - Tablas - Gráficas - Imágenes
Contexto	<ul style="list-style-type: none"> - Contextos efectivos - Simulación - Contextos matemáticos
Tarea matemática	<ul style="list-style-type: none"> - Identificar - Completar - Aplicar - Investigar
Heurística	<ul style="list-style-type: none"> - Modelo - Herramientas

Referenciadas las categorías y subcategorías cobra importancia el análisis de textos escolares, en especial para verificar si la propuesta textual corresponde con los lineamientos curriculares obligatorios.

4 Marco Metodológico

4.1 Tipo de Investigación

Este trabajo se ajusta al paradigma cualitativo de investigación no experimental, donde se han analizado las dificultades sobre el proceso de enseñanza aprendizaje de la media aritmética o promedio aritmético en el grado séptimo de la básica secundaria.

Una de las connotaciones de la investigación cualitativa es que, gracias a su dinámica y concepción, permiten la subjetividad de quien investiga, incidiendo en los resultados y conclusiones debido al énfasis en la construcción del modelo de aplicación de la metodología.

4.2 Contexto

Este trabajo de investigación se realizó en la Institución Educativa Escuela Normal Superior Farallones de Cali ubicada en la comuna 3 de la ciudad. Las Escuelas Normales Superiores en Colombia, son laboratorios de investigación pedagógica toda vez que fortalece las prácticas de aula en la educación Preescolar y Básica Primaria, a través de la formación de futuros maestros.

4.3 Participantes

El proyecto se desarrolló con treinta y dos (32) estudiantes del grado 7.8 de la I. E. Escuela Normal Superior Farallones de Cali pertenecientes a la jornada de la tarde. Este grupo recibe cinco (5) horas de matemáticas a la semana desagregadas en tres (3) de Aritmética, una (1) de Geometría y una (1) de Estadística. Debido a la falta de docente de matemáticas durante el primer periodo del año escolar y al Paro Nacional de Docentes de ocurridos durante el año 2017, los planes de aula debieron ajustarse para abarcar los

tópicos dados por los DBA del MEN, por lo que las prácticas de aula de Estadística se enfocaron en los conceptos básicos fundamentales del currículo.

4.4 Instrumentos de Recolección de Datos.

Esta indagación se sustenta en dos momentos que son la comparación de tres textos escolares para grado séptimo de básica secundaria y preguntas realizadas a estudiantes cursantes de este grado.

En primera instancia se comparó la información suministrada por el texto escolar provisto por el MEN en el año 2017 “Vamos a aprender matemáticas 7” (Ministerio de Educación Nacional, 2017) denominado para esta investigación Libro No. 1 con el texto escolar de la Editorial Santillana llamado “Rutas matemáticas 7” (Joya Vega , Anneris del Rocío; Ureña Enríquez, Hernando; Salgado Ramírez , Diana Constanza, 2013) del año 2013 denominado Libro No. 2 y el libro de la editorial Norma llamado “Delta 7” (Estrada García & Restrepo López , 2008) ” denominado Libro No. 3. Se revisó el contenido referente al objeto concepto y las representaciones gráficas.

En segunda instancia, se realizaron dos preguntas a los estudiantes del grado 7.8 de secundaria básica, a saber:

Pregunta No. 1: Las edades en años completos de seis amigos son 11, 12, 12, 10, 13 y 11. ¿Cuál es el promedio de edad de ellos?

Pregunta No. 2: En un compartir entre amigos, aportaron bombones así: Julio 15, Mario 13, Juanita 11, Alicia 11 y Pedro no llevó; si reparten equitativamente, ¿cuántos le corresponden a cada quién?

5 Resultados y Análisis

A continuación, se encuentran los resultados y análisis de la indagación realizada

5.1 Con relación al objetivo 1.

El estudio del concepto de Media Aritmética inicia en el grado quinto (5°) de primaria y continúa durante los grados sexto, séptimo, octavo y noveno, para servir como base de las inferencias estadísticas en grados décimo y undécimo.

En el siguiente cuadro se presenta una descripción general de los tres textos de indagación:

Tabla 2. Comparación de libros escolares

Referencia	Propuesta General	Observaciones del libro
<p>Libro No. 1 (MEN, 2017)</p>	<p>Propone una ruta didáctica de cuatro momentos orientados a la construcción del conocimiento así:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Saber Previo: explora qué saber previo tiene el estudiante antes de abordar el tema 2. Analiza: Presenta una situación que plantea la pregunta cuya resolución permitirá involucrar nuevos elementos conceptuales. 3. Conoce: se expone el concepto en un lenguaje sencillo y fácil de entender, atendiendo los EBC del MEN 4. Actividades: propone actividad para resolución 5. Evaluación: plantea actividad para valorar el aprendizaje. 	<p>De la Media Aritmética:</p> <p>Presenta el concepto en el orden propuesto, con 3 ejemplos donde se calcula la media aritmética en una (1) hoja.</p> <p>En las actividades propuestas establece dos ejercicios de razonamiento para evaluar la aplicabilidad del concepto y la resolución del ejercicio a través de la fórmula matemática. También plantea un ejercicio de comunicación o interpretación.</p> <p>En la evaluación, plantea una actividad que involucra conceptos previos y la transversalidad.</p> <p>De las Gráficas:</p> <p>Las dos (2) gráficas presentes en la unidad de medidas de tendencia central y que sirven de complemento para el concepto de moda, presentan los nombres de los ejes y la escala de valores. Omite el título de cada gráfico y la separación entre barras</p>
<p>Libro No. 2 (Santillana, 2013)</p>	<p>Presenta la unidad donde se encuentra el concepto objeto, indicando</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Al inicio de la unidad presenta lo que se aprenderá en toda la unidad que son los conceptos básicos de la estadística y las variables 2. Propone una investigación previa a la clase 	<p>De la Media Aritmética:</p> <p>Presenta el concepto en dos líneas con dos (2) ejemplos resueltos, otorgándole mayor importancia al concepto de mediana.</p> <p>En las actividades propuestas establece un ejercicio de interpretación, uno de razonamiento y</p>

	<p>3. Expone el concepto objeto y ejemplifica</p> <p>4. Propone Ejercicios para desarrollar las competencias Interpretativa, Argumentativa y Propositiva.</p>	<p>dos problemas con competencia propositiva.</p> <p>De las Gráficas No aporta ninguna gráfica relacionada con el concepto objeto</p>
<p>Libro No. 3 (Norma, 2009)</p>	<p>Al inicio de la unidad explicita los estándares que se desarrollan en cuanto a comunicación, resolución de problemas, razonamiento lógico y conexiones o la forma de relacionar los conceptos.</p> <p>Desarrolla el contenido de manera clara destacando el proceso más relevante del concepto.</p> <p>Plantea actividades y ejercicios para aplicar los conceptos vistos según sean procesos de comunicación, razonamiento lógico, resolución de problemas y conexiones.</p> <p>Presenta además una actividad propuesta para realizar con algún medio tecnológico y la una sección de Formación Ciudadana con situaciones que involucran competencias ciudadanas.</p>	<p>De la Media Aritmética:</p> <p>Presenta los tres conceptos de medidas de tendencia central en el mismo aparte y un (1) solo ejemplo de cómo hallar los tres (3) conceptos.</p> <p>También proporciona una mini guía de cómo hallar estos tres valores a través de la hoja de cálculo Excel.</p> <p>De las Gráficas:</p> <p>No proporciona gráficas asociadas al concepto objeto</p>

Siguiendo algunas consideraciones de análisis de texto de Pino & Blanco (2008) como se explicó en el marco teórico, en los textos analizados, las unidades que contienen el concepto del objeto en cuestión se presentan en una sola unidad llamada “Estadística y Probabilidad”, “Estadística” y “Estadística y Probabilidad” respectivamente. En la introducción de cada unidad los tres textos incluyen imágenes que hacen referencia a situaciones de la vida cotidiana, así como actividades relacionadas con conocimientos o saberes previos.

El concepto de Media Aritmética se presenta en disímil forma de contenido que podría inferir niveles de importancia frente al concepto; es así como para el Libro No. 1 corresponde una Lección dedicada a las Medidas de Tendencia Central y sin introducción alguna, salvo saberes previos explica el concepto de Media Aritmética (Simple), con tres ejemplos. El libro No. 2, lo aborda como capítulos y subcapítulos, y presenta el concepto de media aritmética como una herramienta de la caracterización de variables cuantitativas en datos no agrupados. También presenta un (1) ejercicio. El libro No. 3 inicia su primera unidad con el título de Medidas de tendencia central y de dispersión, y refiere las tres medidas de centralización para un conjunto de datos de manera resumida. Presenta un (1) ejemplo donde halla las tres medidas de tendencia central.

En los libros No. 1 y No. 3, presentan algún ejemplo con tabla de datos, pero en ninguno presenta gráfica estadística. El libro No. 2 no presenta ejemplo con tabla de datos ni gráfica estadística. Los ejercicios propuestos se presentan de igual forma sin gráficos estadísticos, pero sí presentan tabla de datos.

El libro No. 1 presenta una actividad para evaluar que implica identificar, investigar y aplicar el concepto, y el libro No. 3 incluye un factor extra que es el uso de Excel para hallar las medidas de tendencia central y la desviación estándar; podría decirse que atienden sugerencias de integrar las TIC en el aula, y en este caso, se aplica a lo que sugiere Jonassen de emplear herramientas que reflejen el conocimiento estático y apoyen el rendimiento (2010).

Los tipos de problemas son de traducción simple o compleja seguidos de ejercicios de reconocimiento y algorítmicos en un contexto de simulación matemática, salvo el libro No. 1, que como se referenció anteriormente, propone una actividad de evaluación que implica identificación, investigación y aplicación.

En cuanto a las tareas, los tres libros evalúan el concepto de media aritmética con el de las otras medidas de tendencia central moda y mediana en un aparte que se resume a continuación:

Tabla 3. Comparación de Evaluación de aprendizaje

Característica	Libro No. 1: “Vamos a aprender matemáticas 7”	Libro No. 2: “Rutas matemáticas”	Libro No. 3: “Delta 7”
Nombre de sección de evaluación de aprendizaje	Actividades de aprendizaje	Ejercicios propuestos	Piensa y practica
Cantidad de tareas matemáticas	6	13	5
Tarea matemática	Propone: <ul style="list-style-type: none"> - Tres (3) ejercicios de identificación de concepto de media aritmética, media y mediana; - Un (1) ejercicio de aplicación de algoritmo - Dos (2) enunciados de investigación. 	Estos trece ejercicios, se dividen a su vez en tres (3) competencias que son: <ul style="list-style-type: none"> - interpretativa - argumentativa - propositiva. 	Propone 5 ejercicios donde <ul style="list-style-type: none"> - Dos (2) son de comunicación - Tres (3) de resolución de problemas.

Si bien los libros en cuestión referencian una evaluación por competencia como en los casos de los libros No. 2 y No. 3, resultan ser ejercicios de reconocimiento y algoritmos en un contexto de simulación matemática, donde deben identificar y aplicar.

5.2 Con relación al objetivo 2

5.2.1 Respuestas a pregunta No. 1

Pregunta No. 1: Las edades en años completos de seis amigos son 11, 12, 12, 10,

13 y 11. ¿Cuál es el promedio de edad de ellos?

De los treinta dos estudiantes que respondieron esta pregunta , el 63% respondieron acertadamente tras resolver el algoritmo de la Media Aritmética Simple; el 27% restante aplicaron bien el algoritmo pero responden con números enteros, lo que evidencia que tienen dificultades con los números racionales como afirma Morales (Morales Díaz, 2014) y con la operación matemática de la división conceptos que se abordan en los grados cuarto, quinto y sexto.

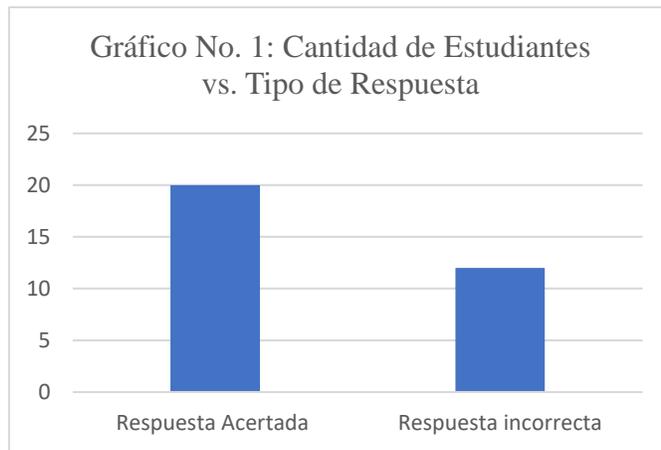


Gráfico 1: Cantidad de estudiantes vs. Acierto de Respuesta

A continuación, se presentan dos de las respuestas de los cuestionados.



Ilustración 5-1 Respuesta correcta a pregunta No. 1

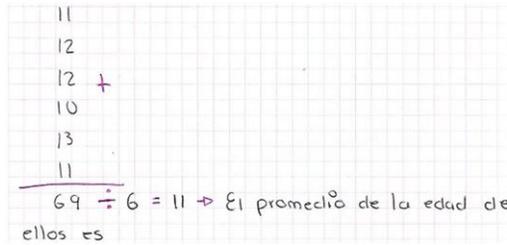


Ilustración 5-2 Respuesta incorrecta a pregunta No. 1

5.2.2 Respuesta a pregunta No. 2

Pregunta No. 2: En un compartir entre amigos, aportaron bombones así: Julio 15, Mario 13, Juanita 11, Alicia 11 y Pedro no llevó; si reparten equitativamente, ¿cuántos le corresponden a cada quién?

Esta pregunta donde la media aritmética se relaciona con el reparto equitativo, implica tener en cuenta todos los valores de datos, incluyendo el cero; en este caso, el 34% de los cuestionados, lo omitieron catalogándolo como ausencia de dato.

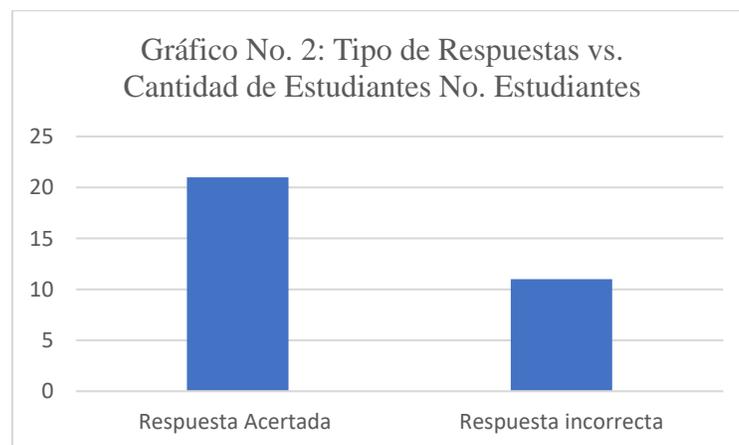


Gráfico 2. Cantidad de Estudiantes vs. Acierto de Respuesta

A continuación, se presenta el resultado de dos estudiantes

-	15	50	14	el que cada uno le toca 12,5
	13	10	12,5	
	11	20		
	11	0		
	50			

Ilustración 5-3 Respuesta correcta a pregunta No. 2

Desarrollo				
*	15	50	15	le tocan de 0,10 a cada uno.
	13	00	10	
	11	0		
	11			
	50			

Ilustración 5-4 Respuesta Incorrecta a pregunta No. 2

Como se puede observar, en la aplicación del algoritmo, hay un completo desconocimiento del valor nulo o dato cero, confundiéndolo con ausencia de dato, lo que conlleva a la aplicación errónea del algoritmo y evidencia que no se relaciona el concepto de media aritmética simple con el de reparto equitativo. Según Batanero este es un error muy frecuente desde la escolaridad hasta la universidad y por eso resalta que “hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media” (2000, pág. 4).

6 Conclusiones y Sugerencias

Se observó que los tres textos proponen para la enseñanza de la media aritmética el algoritmo para resolver la media aritmética simple, sin resaltar el significado que tiene como reparto equitativo, punto de equilibrio, valor representativo como los referencia Cobo en su tesis doctoral sobre las diferentes interpretaciones de la media aritmética (Cobo, 2003)

Cabe resaltar que el libro del Ministerio de Educación propone una ruta didáctica organizada y adaptada al plan curricular propuesto en sus lineamientos, donde se resalta que proponen un ejemplo donde se articula la media aritmética con el concepto de ecuación, además propone una tarea matemática que fomenta la investigación lo cual permite generar heurística en los estudiantes y se relaciona con lo que refiere Batanero (2001) de enseñar la estadística a través de proyectos de investigación.

La propuesta que se presenta en los tres (3) textos escolares sobre la media aritmética, no presentan gráficas estadísticas en la ejemplificación y ejercitación de la media aritmética, por lo cual no se permite la articulación de un gráfico con el enunciado del problema, ocasionando una descontextualización de los enunciados o problemas, en contradicción con la propuesta de Ortiz (2011), quien dice que todo enunciado debe proporcionar elementos adicionales que le permitan coordinar por lo menos dos registros de representación para dar significado a un concepto estadístico.

Se rescata del libro No. 3, el más antiguo de los tres textos escolares analizados, que es el único que propone una actividad con Excel como herramienta para cotejar datos, e inferir nuevos comportamientos en el juego de los valores. Esta propuesta atiende la sugerencia de integrar las TIC en el aula, y, en este caso, se aplica a lo que sugiere Jonassen de emplear herramientas para apoyar el rendimiento (2010).

Se evidencia lo que argumenta Brousseau “Una primera distribución de responsabilidades consiste en que el emisor de un texto no tiene ningún compromiso didáctico frente al receptor” (2007, pág. 56), pero sí se exige a los docentes preparar el contenido a trabajar con los estudiantes, con el fin de suministrar información verdadera y suficiente en cuanto a los conceptos que se manejan en la práctica de aula.

Se observa que los estudiantes del grado séptimo de la I. E. Escuela Normal Superior Farallones de Cali, presentan dificultades relacionadas con la falta de dominio de contenidos anteriores, tal como refiere Morales en su investigación sobre números racionales, para estudiantes de grado séptimo, “parece que el origen de estos errores, es necesario situarlo en la inexistencia de una ruptura en la idea de número que tiene el estudiante, pues traslada significados de los números naturales a los números racionales” (2014).

Se evidencia el desconocimiento del dato cero o su confusión con la ausencia de datos al ejecutar el algoritmo de la media aritmética simple, sin involucrar todos los datos de la variable, lo cual ocasiona dificultades de la media aritmética en el contexto de reparto equitativo como refiere Batanero en las propiedades de los elementos intensivos, “hay que tener en cuenta los valores nulos en el cálculo de la media” (2000, pág. 4), quien resalta además que éste es un error muy común desde la escolaridad hasta la universidad.

En mención de la comprensión estadística se sugiere, como dice Batanero, abordar la didáctica de la misma a través de proyectos de investigación donde el estudiante explore conceptos de otras asignaturas, y que le permita convertir a la estadística en una herramienta de resolución de problemas. Donde, de ser posible, sean los estudiantes quienes planteen el tema que desean trabajar y planteen estrategias, en palabras de Batanero “los proyectos

estadísticos permiten mostrar a los alumnos los campos de aplicación de la estadística y su utilidad en muchas facetas de la actividad humana” (2001).

7 Bibliografía

- Arteaga , P., Batanero, C., & Cañadas , G. (2011). Gráficas estadísticas en la formación de profesores. En J. J. Haro, *Investigaciones actuales en Educación Estadística y Formación de Profesores* (págs. 73 - 87). Granada: Universidad de Granada.
- Artículo 76. (1994). *Ley General de Educación*.
- Batanero, C. (2000). Significado y comprensión de las medidas de posición central. *UNO*(25), 41-58.
- Batanero, C. (2001). *Didáctica de la Estadística*. Granada: Universidad de Granada.
- Batanero, C., Godino, J. D., Valecillos, A., Green, D. R., & Holmes , P. (1994). *Errors and difficulties in understanding statistical concepts*. : International Journal of Mathematics Education in Science and Technology.
- Betancourt, A. (agosto de 2012). Caracterización de algunas dificultades que presentan los docentes de básica secundaria, en la enseñanza de las medidas de tendencia central . *Tesis de Licenciatura en Educación Básica con énfasis en matemáticas* . Cali , Colombia: Universidad del Valle.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.
- Brousseau, G. (2007). *Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas*. Buenos Aires, Argentina: libros del Zorzal.
- Cobo, B. (2003). *Significado de las medidas de posición central para los estudiantes de secundaria* . Granada: Universidad de Granada.

- Danisova, E. (2006). Política para la publicación de libros de texto en la República de Eslovaquia. *Primer seminario internacional de textos escolares*. (págs. 64 - 69). Santiago de Chile: Mineduc.
- Ertmer, P. A., & Newby, T. J. (1993). Conductismo, Cognitivismo, y Constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción. *Performance Improvement Quarterly*, 50 - 72.
- Estándares Básicos de Competencia. (2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguaje, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá D. E. : Ministerio de Educación Nacional.
- Estrada García , W., & Restrepo López , M. (2008). *Delta 7*. Bogotá, Colombia: Grupo Editorial Normal .
- Freudenthal, H. (2000). *J. Curriculum Studies*. Obtenido de www.researchgate.net:
https://www.researchgate.net/publication/241866337_HANS_FREUDENTHAL_un_matematico_en_Didactica_y_teor%C3%ADa_curricular
- Godino, J. D., & Batanero, C. (2002). *Matemáticas y su didáctica para maestros*. Granada. Obtenido de <http://www.ugr.es/local/jgodino/edumatmaestros/>
- ICFES. (1997). *Resultados de Colombia en TIMSS 1997*. Bogotá: ICFES.
- ICFES. (2016). *Cuadernillo de preguntas Saber 3º, 5º y 9º 2015*. Bogotá D.C.: MEN - ICFES.
- ICFES. (2016). *Cuadernillo de prueba. Ejemplo de preguntas. Saber 9º Matemáticas*. Bogotá: ICFES.
- ICFES. (s.f.). www.icfes.gov.co. Obtenido de www.icfes.gov.co:
<https://youtu.be/OXv6qFqBfrI?t=8>

- Jonassen, D. (2010). El diseño de entornos constructivistas de aprendizaje. En C. Reigeluth, *Diseño De la Instrucción Teorías y Modelos* (págs. 225 - 49). Madrid : Mc Graw Hill.
- Joya Vega , Anneris del Rocío; Ureña Enríquez, Hernando; Salgado Ramírez , Diana Constanza. (2013). *Rutas matemáticas 7*. Bogotá, Colombia: Santillana.
- MEN. (2014). *FORO EDUCATIVO NACIONAL 2014: CIUDADANOS MATEMÁTICAMENTE*.
- MEN. (s.f.). *Estándares Básicos de Competencias*.
- Ministerio de Educación Nacional. (2017). *Vamos a aprender: Matemáticas 7*. Bogotá, D. C. , Colombia: Ediciones SM, S. A.
- Morales Díaz, R. O. (2014). *Dificultades y Errores en la solución de problemas con números racionales*. Manizales: Universidad Autónoma de Manizales.
- Ortiz De Haro , J. J., & Font Moll, V. (2011). Significado de la media aritmética en futuros profesores. En J. J. Ortiz De Haro, *Investigaciones Actuales en Educación Estadística y Formación de Profesores* (págs. 103 - 118). Granada: Universidad de Granada.
- Ortiz De Haro, J. J. (2002). Importancia del libro de texto y su estudio. En J. J. Ortiz De Haro, *La probabilidad en los libros de texto* (págs. 15 - 25). Granada: Grupo de Investigación en Educación Estadística Universidad de Granada.
- Pino Ceballos , J., & Blanco, L. J. (2008). Análisis de los problemas de los libros de texto de matemáticas para alumnos de 12 a 14 años de edad de España y de Chile en relación con los contenidos de proporcionalidad. *Publicaciones*(38), 63 - 88.
- Plackett, R. L. (1970). The principle of the arithmetic mean. En E. S. Kendall, *Studies in the history of statistics and probability* (Vol. 1, págs. 21-126). London: Charles Griffin.

- Rendon, V. (2014). Diseño de una unidad didáctica, basada en el diseño experimental, como estrategia para la Enseñanza de las Medidas de tendencia central, utilizando el entorno de programación R. Caso de Estudio grado 10A de la Institución Educativa José Horacio Betancur. *Trabajo Final de Maestría* . Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Rodríguez Arteaga, C. M., & Cabrera Campos, A. (2010). La desventaja de la media aritmética: cómo tratarla en clases. *Números*, 44.
- Rodríguez, C., & Cabrera , A. (julio de 2010). La desventaja de la media aritmética: cómo tratarla en clases. *Números. Revista Didáctica de las Matemáticas*, 74, 39-44. Obtenido de http://www.sinewton.org/numeros/numeros/74/Articulos_03.pdf
- Schmidt, M. (Mayo de 2006). *Estándares Básicos de Competencias en Lenguale, Matemáticas, Ciencias y Ciudadanas*. Bogotá, Colombia: Ministerio de Educación Nacional.
- Vasco, C. E., García O, G., & Obando Z, G. (2006). ESTÁNDARES BÁSICOS DE COMPETENCIAS Potenciar el pensamiento matemático:¡un reto escolar! *Ministerio de Educación Nacional* . Imprenta Nacional de Colombia. Obtenido de www.mineduacion.gov.co: http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf
- Villanueva, H., & Moreno, M. (2010). Aprendizaje basado en problemas y el uso de las TIC para el mejoramiento de la competencia interpretativa en estadística descriptiva: el caso de las medidas de tendencia central . *Tesis de Maestría*. Florencia - Caquetá: Universidad de la Amazonia.

8 Anexos

8.1 Anexo No. 1: Resultados esperados en las pruebas realizadas a estudiantes de 7°

8.1.1 Respuesta a pregunta No. 1

Los estudiantes respondieron a la pregunta No. 1: de acuerdo con la fórmula matemática general sumando la totalidad de los datos y dividiendo por el número de datos; sin embargo, los resultados de sus divisiones fueron diversos, enfocándose en números enteros, y, en su mayoría no respondieron acertadamente. El resultado esperado sería:

$$\bar{X} = \frac{11 + 12 + 12 + 10 + 13 + 11}{6}$$

$$\bar{X} = \frac{69}{6}$$

$$\bar{X} = 11,5 ,$$

la edad promedio entre los seis amigos es de 11,5 años u once años y medio.

8.1.2 Resultado esperado a pregunta No. 2

La pregunta No. 2 también se refiere a un procedimiento de media aritmética simple, aunque algunos de los estudiantes confundían el valor cero con la ausencia de datos, por lo que la respuesta esperada es:

$$\bar{X} = \frac{15 + 13 + 11 + 11 + 0}{5}$$

$$\bar{X} = \frac{50}{5} = 10$$

Le corresponderían 10 bombones a cada uno de los amigos.

8.1.3 Respuesta a pregunta No. 3

De la gráfica se leen los datos de la variable de tal forma que el lunes entran a la biblioteca 6 estudiantes, el martes 5, el miércoles 10, el jueves 6 y el viernes entran 8.

Aplicando el algoritmo se tendría que

$$\bar{X} = \frac{6+5+10+6+8}{5} = \frac{35}{5} = 7,$$

lo que permite argumentar que en promedio asistieron 7 estudiantes a la biblioteca cada día de la semana.

8.2 Anexo 2: Media aritmética en Libro del MEN, página 1

4

Medidas de tendencia central

Pensamiento aleatorio

Saberes previos

En uno de los periódicos del país se publicó la siguiente nota: "No podemos contentarnos con un pobre Internet. En Colombia, a pesar de los notables avances en la penetración de este servicio, la velocidad está lejos de alcanzar siquiera la media internacional..."

- ¿Qué significa o como se interpreta la palabra media en este contexto?

Analiza

Julián hizo un recorrido diario durante su preparación para participar en una carrera. Él registró la distancia que recorrió durante una semana en la Tabla 6.16.

Días	Distancia (km)
Lunes	11,4
Martes	12,1
Miércoles	12,5
Jueves	10,8
Viernes	11,3
Sábado	12,4
Domingo	11,5

- Si la distancia promedio de la semana anterior fue de 12,3 km, ¿se puede afirmar que esta semana obtuvo un mejor promedio?

Conoce

4.1 Media aritmética

Para determinar el promedio de la distancia recorrida por Julián durante la semana, se suman las distancias y el resultado se divide entre el número de días.

$$\frac{11,4 + 12,1 + 12,5 + 10,8 + 11,3 + 12,4 + 11,5}{7} = \frac{82}{7} = 11,71 \text{ km}$$

Al comparar el promedio de la distancia recorrida por Julián la semana anterior con el obtenido esta semana, se puede concluir que su promedio bajó, pues $11,71 < 12,3$.

La **media aritmética** o **promedio** de un conjunto de datos es el cociente entre la suma de todos los datos y el número total de estos.

Ejemplo 1

A continuación se presentan los datos correspondientes al tiempo (en horas) que un grupo de estudiantes dedica a navegar en internet.

3	5	5	5	8	5	7
4	5	7	4	8	5	7
5	5	5	4	6	6	6
5	5	7	5	6	5	5
3	6	4	6	5	4	3

Los datos anteriores se registraron de manera ordenada en la Tabla 6.17 para hacer más fácil el cálculo del promedio.

Tiempo en horas	Frecuencia absoluta	Dato · frecuencia
3	3	$3 \cdot 3 = 9$
4	5	$4 \cdot 5 = 20$
5	15	$5 \cdot 15 = 75$
6	6	$6 \cdot 6 = 36$
7	4	$7 \cdot 4 = 28$
8	2	$8 \cdot 2 = 16$
Total	35	184

Tabla 6.17

La primera columna, muestra el tiempo semanal en horas que dedican a navegar en Internet; la segunda columna indica la frecuencia absoluta de cada tiempo, y en la tercera se calcula el producto de cada tiempo por su frecuencia.

Por tanto, en promedio los estudiantes navegan por internet $\frac{184}{35} = 5,26$ horas semanales.

8.3 Anexo 3: Media aritmética en Libro del MEN, página 2

Ejemplo 2

Si se sabe que la media aritmética de los datos 10, 13, 8, x y 1 es 8, es posible determinar el valor de x a partir del siguiente procedimiento.

$$\begin{aligned}\frac{10 + 13 + 8 + x + 1}{5} &= 8 \\ \frac{32 + x}{5} &= 8 \\ 32 + x &= 8 \cdot 5 \\ x &= 40 - 32 \\ x &= 8\end{aligned}$$

En conclusión, el valor de x que permite que el promedio entre los números dados sea 8 es el número 8.

Ejemplo 3

En un concurso se asigna un puntaje a un ejercicio de salto y otro al tiempo de ejecución, dándole una importancia de siete al primero y de tres al segundo. Clara obtuvo 9 en salto y 6 en tiempo de ejecución. ¿Cuál fue su puntuación final?

$$\frac{9 \cdot 7 + 6 \cdot 3}{7 + 3} = \frac{81}{10} = 8,1$$

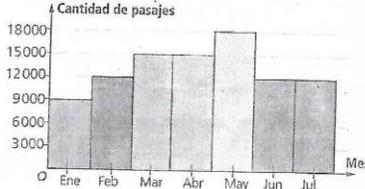
La puntuación de Clara fue 8,1.

8.4 Anexo 4: Gráfica referida en medidas de tendencia central en Libro del MEN

4 **Medidas de tendencia central**

Ejemplo:

A partir del estudio de los pasajes vendidos durante una semana, la empresa de transporte quiso averiguar la cantidad de pasajes vendidos cierto periodo de tiempo para llegar a esa ciudad. En el diagrama de barras de la Figura 6.9 se representa la información obtenida.



Mes	Cantidad de pasajes
Ene	9000
Feb	11000
Mar	14000
Abr	14000
May	17000
Jun	11000
Jul	11000

Figura 6.9

El dato con mayor frecuencia es el mes de mayo. La moda del conjunto de datos es mayo que corresponde a la barra con mayor altura. Esto significa que mayo es el mes de mayor venta de pasajes para Duitama.

4.3 Mediana

El valor central de un grupo ordenado de datos se denomina mediana. La mediana divide los datos en dos partes porcentualmente iguales y en algunos casos no es el valor de ninguno de los datos dados.

Para hallar la mediana se elabora una lista ordenada de los datos y se establece la posición de cada uno.

Si la lista tiene un número impar de datos, la mediana corresponde al dato que ocupa la posición central.

Cuando la lista tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los dos datos que ocupan las posiciones centrales.

Ejemplo:

Para hallar la mediana del siguiente grupo de datos:

15, 18, 19, 15, 13, 18, 19, 19, 15, 14, 13, 17,

se ordenan los datos de menor a mayor. Como el grupo tiene un número par de datos, la mediana corresponde al promedio de los datos centrales.

13, 13, 14, 15, 15, 15, 17, 18, 18, 19, 19, 19,

datos centrales

Promedio = $\frac{15 + 17}{2} = 16$

La mediana del grupo de datos es 16.

192

8.5 Media Aritmética según Libro de Santillana

3.2. Datos no agrupados

Es posible caracterizar una variable sin agrupar los datos. Para ello, se usan las medidas de tendencia central.

Las medidas de tendencia central son valores numéricos que se obtienen de los datos y reflejan la tendencia de estos a concentrarse en torno a un valor central.

Las medidas de tendencia central son la media aritmética o promedio, la mediana y la moda.

3.2.1. La media aritmética

Esta medida determina el dato típico o representativo de la población.

Se escribe \bar{X} y se calcula sumando los datos y dividiendo entre el total de la muestra.

Ejercicio resuelto

Los siguientes datos corresponden a las edades de 10 adolescentes que toman una bebida cola.

10, 12, 9, 15, 10, 25, 12, 17, 20, 20

¿Cuál es el promedio de edad?

Solución

$$\bar{X} = \frac{10 + 12 + 9 + 15 + 10 + 25 + 12 + 17 + 20 + 20}{10} = \frac{150}{10} = 15$$

Luego, el promedio de edad de los adolescentes es 15 años.

Observa

En la caracterización de variables cualitativas la moda es la medida de tendencia central usada.

En la caracterización de variables cuantitativas las medidas de tendencia central usadas son la media y la mediana.

Lección 1

Pensamiento aleatorio

Medidas de tendencia central y de dispersión

Logro: resumir información de la característica de un conjunto de datos mediante medidas de tendencia central y dispersión.

Cuando tenemos un conjunto de datos, provenientes de algún estudio, resulta conveniente resumirlos en unas pocas medidas. Tres medidas de centralización comúnmente usadas son: la media, la mediana y la moda, que para datos no agrupados se calculan de la siguiente manera:

Media (promedio aritmético): se adicionan todos los valores y el resultado se divide por el número total de datos adicionados.

Mediana: se ordenan los datos, de menor a mayor, la mediana es el valor intermedio (el 50% de los datos es menor) si hay uno solo, o el promedio aritmético si hay dos valores intermedios.

Moda: es el dato que más veces ocurre en el conjunto. Puede existir una única moda, dos o más modas, o no existir un dato moda.

Ejemplo 1

Las aerolíneas tienen tarifas de cobro por el peso del equipaje que sus pasajeros lleven. Se tomaron dos grupos, cada uno de seis pasajeros, y se registraron los pesos (en kilogramos) de sus equipajes que aparecen en la tabla 6.1.



Grupo 1	Grupo 2
25,3	24,5
31	28
18,5	30
15,4	25,6
20,2	24,5
12,6	26,4

Tabla 6.1

Para cada grupo, hallemos la media, la mediana y la moda.

Solución

Grupo 1

$$\text{Media: } \bar{x} = \frac{25,3 + 31 + 18,5 + 15,4 + 20,2 + 12,6}{6} = \frac{123}{6} = 20,5 \text{ kg.}$$

Mediana: los datos ordenados de menor a mayor son:

12,6 15,4 18,5 20,2 25,3 31

valores intermedios

$$\text{Entonces, Med} = \frac{18,5 + 20,2}{2} = 19,35.$$

Moda: como los seis datos son todos diferentes, entonces este conjunto de datos **no tiene moda**.

8.7 Anexo 6: Media Aritmética según Libro de Grupo Editorial Norma, página 2

Grupo 2

$$\text{Media: } \bar{y} = \frac{24,5 + 28 + 30 + 25,6 + 24,5 + 26,4}{6} = \frac{159}{6} = 26,5 \text{ kg.}$$

Mediana: los datos ordenados de menor a mayor son:

$$24,5 \quad 24,5 \quad \underbrace{25,6 \quad 26,4}_{\text{valores intermedios}} \quad 28 \quad 30. \text{ Entonces, } \mathbf{Med} = \frac{25,6 + 26,4}{2} = 26.$$

Moda: el peso de equipaje 24,5 kg es el único que se repite (dos veces), por tanto, este valor es la moda: **Mod** = 24,5 kg. ◀

Si trabajamos con datos expresados numéricamente, es necesario acompañar las medidas de tendencia central con otras medidas que expresen qué tan próximos o qué tan dispersos de ésta se encuentran.