



FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO ESPACIAL A TRAVÉS DE  
LA REPRESENTACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE FIGURAS TRIDIMENSIONALES EN  
ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE PRIMARIA

ANGÉLICA GÓMEZ MUÑOZ  
MÓNICA MARÍA REYES HENAO

UNIVERSIDAD ICESI  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRIA EN EDUCACION  
SANTIAGO DE CALI  
2018



FORTALECIMIENTO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO ESPACIAL A TRAVÉS DE  
LA REPRESENTACIÓN Y VISUALIZACIÓN DE FIGURAS TRIDIMENSIONALES EN  
ESTUDIANTES DE GRADO QUINTO DE PRIMARIA

ANGÉLICA GÓMEZ MUÑOZ  
MÓNICA MARÍA REYES HENAO

Trabajo de grado para obtener el título de Magister en Educación

ASESOR:  
JOSÉ DARWIN LENIS MEJÍA

UNIVERSIDAD ICESI  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN  
MAESTRIA EN EDUCACION  
SANTIAGO DE CALI

2018

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

---

---

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Santiago de Cali, enero de 2018

### **Dedicatoria**

A Dios por permitirnos llegar a este momento especial de nuestras vidas, por darnos la salud necesaria para lograr llegar a la cima de este logro.

A nuestros padres Jorge, Hermelinda, Alfredo y Zoraida porque con su ejemplo, amor y apoyo incondicional hicieron de nosotras personas responsables, dedicadas y con espíritu de superación.

A nuestros esposos Edwin y Hoover por su amor, apoyo y acompañamiento permanente en este arduo proceso, por tolerar que muchos días nos alejáramos del seno del hogar.

A nuestras hijas Salomé, Thalía y Angie porque fueron nuestro mayor motor de motivación durante toda la maestría. Este logro de sus madres les permitirá vernos como un ejemplo a seguir.

## **Agradecimientos**

A Dios por habernos guiado y acompañado a lo largo de la maestría, por ser nuestra fortaleza en los momentos de debilidad y por brindarnos una vida llena de aprendizajes, sabiduría y felicidad.

Al Ministerio de Educación Nacional por brindarnos la oportunidad de mejorar nuestro quehacer pedagógico.

A la Universidad Icesi por acogernos en su campus para disfrutar esta linda experiencia.

A los establecimientos educativos Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza por los espacios otorgados y el tiempo brindado para realizar el trabajo de investigación.

A todos los maestros de la universidad Icesi, por sus enseñanzas y orientaciones.

Al maestro José Darwin Lenis Mejía por su asesoría, su apoyo y valiosos aportes.

A nuestras familias por su amor, motivación, apoyo, paciencia y comprensión para realizar nuestros estudios, fueron muchos los días que se privaron de nuestra presencia.

A todos ellos, mil gracias.

## Resumen

Este trabajo de investigación muestra el diseño, implementación y análisis de una situación didáctica para el fortalecimiento del pensamiento matemático espacial a través de la representación y visualización de las figuras tridimensionales en los estudiantes de quinto grado de las instituciones educativas Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza de la ciudad de Palmira -Valle.

Los resultados obtenidos por los estudiantes de grado 5° en la Prueba Saber de años 2014 y 2015 en las dos instituciones educativas, evidenciaban que un alto porcentaje de los estudiantes no relacionan objetos tridimensionales o figuras bidimensionales, de acuerdo con sus componentes y propiedades. Es por ello, que con el presente trabajo se busca que las situaciones didácticas propuestas, les permitan a los estudiantes explorar de forma activa figuras y cuerpos geométricos, pasando del espacio bidimensional al tridimensional con el desarrollo de actividades prácticas que se ajustan a la realidad.

Se trata de generar aprendizajes significativos en la representación y visualización de las figuras tridimensionales, aplicando una metodología enfocada al constructivismo en donde el estudiante aprenda a comprender, conjeturar y resolver cada una de las situaciones presentadas.

En el desarrollo del proceso de investigación se realizó la implementación de una situación didáctica, se llevó a cabo el análisis comparativo entre el diagnóstico inicial y la prueba final, y se analizó el desarrollo de cada una de las actividades realizadas por los estudiantes.

**Palabras clave:** Situación didáctica, Pensamiento espacial, representación, visualización, figuras tridimensionales.

### Abstract

This research work exhibits the design, implementation, and analysis of a didactic condition; for the strengthening of spatial mathematical thinking through the portrayal and visualization of the three-dimensional figures in the fifth-grade students of the academic institutions: Sagrada Familia Potrerillo and Semilla de la Esperanza situated in the city of Palmira – Valle.

The outcomes obtained in the Saber Test by the 5<sup>th</sup> grade students in both academic institutions in 2014 and 2015, display a high percentage of students who do not associate the three-dimensional objects or two-dimensional figures according to its components and properties. Therefore, the current performance seeks for proposed didactic situations that will allow the students to actively explore the figures and geometric bodies. Undergoing from a two-dimensional to a three-dimensional space with the progress of practical activities that modify to reality.

It is about inducing a noteworthy learning in the representation and envisioning of the three-dimensional figures, employing a methodology that focuses on constructivism where the student acquires knowledge in the understanding, guessing and solving each of the presented situations. In the development of the research process, the implementation of a didactic situation was carried out; the comparative analysis of the initial diagnosis and the final test were performed. In which the development of each of the activities achieved by the students were analyzed.

**Key words:** Didactic situation, Spatial thinking, representation, visualization, three-dimensional figures.

## TABLA DE CONTENIDO

INTRODUCCION.....	15
1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN.....	17
1. 1. Planteamiento del problema.....	17
1.1.1. Pregunta problema de investigación. ....	19
1.1.2. Hipotesis.....	19
1.1.3. Objetivo.....	19
1.1.3.1. Objetivo general.....	19
1.1.3.2. Objetivos específicos.....	20
1.2. Justificación.....	20
2. MARCO TEÓRICO.....	22
2.1. Teoría constructivista.....	22
2.2. La didáctica.....	27
2.2.1. La didáctica de las matemáticas.....	29
2.2.2. Problemas que enfrenta la didáctica de las matemáticas.....	30
2.3. Situaciones didácticas.....	33
2.3.1. Situación de acción.....	34
2.3.2. Situación de formulación.....	34
2.3.3. Situación de validación.....	34
2.3.4. Situación de institucionalización.....	34
2.4. Aprendizaje significativo.....	35
2.5. Pensamiento espacial y geométrico en primaria.....	37
2.6. Sistemas de representación.....	45
2.7. La enseñanza de las matemáticas.....	52

2.8. Transposición didáctica.....	58
2.9. El cubo Soma.....	65
3. MARCO METODOLÓGICO.....	66
3.1. Tipo de investigación.....	66
3.2. Población y muestra investigación.....	67
3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos.....	68
3.3.1. Prueba inicial y prueba final.....	68
3.3.2. Registro de observación de clase.....	69
3.4. Procedimiento.....	69
4. ANÁLISIS DE RESULTADOS.....	70
4.1. Prueba diagnóstica.....	70
4.2. Categoría de análisis.....	80
4.2.1. La matematización o modelación matemática.....	80
4.2.2. La elaboración, comparación y ejercitación de procedimiento.....	80
4.2.3. El análisis y resolución de problemas.....	80
4.3. IMPLEMENTACIÓN DE LA SITUACIÓN DIDÁCTICA.....	82
4.3. 1. Resultados y análisis en la implementación de las situaciones didácticas.....	83
5. LA PRUEBA FINAL.....	97
6. CONCLUSIONES.....	109
7. RECOMENDACIONES.....	113
8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	115
9. APÉNDICE.....	119

## LISTAS DE TABLAS

Tabla 1. Teorías constructivistas.....	24
Tabla 2. Características de la transposición didáctica.....	63
Tabla 3. Datos de los estudiantes de grado quinto de la IE Sagrada Familia Potrerillo.....	67
Tabla 4. Datos de los estudiantes de grado quinto de la IE Semilla de la Esperanza....	68
Tabla 5. Fecha de aplicación de la prueba diagnóstica en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza.....	71
Tabla 6. Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica en la IE Sagrada Familia Potrerillo.....	71
Tabla 7. Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica en la IE Semilla de la Esperanza.....	72
Tabla 8. Comparativa de los niveles de categorías de la prueba inicial. EE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla dela Esperanza.....	81
Tabla 9. Fecha de implementación de las situaciones didácticas en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza.....	82
Tabla 10. Resultados Situación didáctica 1.....	83
Tabla 11. Resultados Situación didáctica 2.....	85
Tabla 12. Resultados Situación didáctica 3.....	87
Tabla 13. Resultados Situación didáctica 4.....	89
Tabla 14. Resultados Situación didáctica 5.....	91
Tabla 15. Resultados Situación didáctica 6.....	94

Tabla 16. Fecha de aplicación de la prueba final en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza.....97

Tabla 17. Número de estudiantes de grado quinto de la IE Sagrada Familia Potrerillo que presentaron la prueba final.....97

Tabla 18. Número de estudiantes de grado quinto de la IE Sagrada Familia Potrerillo que presentaron la prueba final.....98

Tabla 19. Comparativa de las pruebas inicial y final. EE Sagrada Familia Potrerillo.....106

Tabla 20. Comparativa de las pruebas inicial y final. EE Semilla de la Esperanza.....106

Tabla 21. Comparativa de los niveles de categorías de la prueba final. EE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza.....107

## LISTA DE IMÁGENES

Imagen 1. Elementos del sistema didáctico.....	61
Imagen 2. Estudiante de la IE Sagrada familia Potrerillo presentando la prueba diagnóstica.....	72
Imagen 3. Estudiantes de la IE Sagrada familia Potrerillo presentando la prueba diagnóstica.....	72
Imagen 4. Estudiante de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba diagnóstica.....	73
Imagen 5. Estudiantes de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba diagnóstica.....	73
Imagen 6. Estudiante de la IE Sagrada familia de Potrerillo presentando la prueba final.....	98
Imagen 7. Estudiantes de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba final.....	99
Imagen 8. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	177
Imagen 9. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	177
Imagen 10. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	177
Imagen 11. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	178
Imagen 12. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	178
Imagen 13. Implementación de la situación didáctica 2. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	178
Imagen 14. Implementación de la situación didáctica 2. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	179
Imagen 15. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	179
Imagen 16. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	179
Imagen 17. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	180

Imagen 18. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	180
Imagen 19. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	180
Imagen 20. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	181
Imagen 21. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	181
Imagen 22. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	181
Imagen 23. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	182
Imagen 24. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	182
Imagen 25. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	182
Imagen 26. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	183
Imagen 27. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	183
Imagen 28. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	183
Imagen 29. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo.....	184
Imagen 30. Implementación de la situación didáctica 1. EE Semilla la Esperanza.....	184
Imagen 31. Implementación de la situación didáctica 2. EE Semilla la Esperanza.....	184
Imagen 32. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza.....	185
Imagen 33. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza.....	185
Imagen 34. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza.....	185
Imagen 35. Implementación de la situación didáctica 4. EE Semilla la Esperanza.....	186
Imagen 36. Implementación de la situación didáctica 5. EE Semilla la Esperanza.....	186
Imagen 37. Implementación de la situación didáctica 6. EE Semilla la Esperanza.....	186
Imagen 38. Implementación de la situación didáctica 6. EE Semilla la Esperanza.....	187

## APÉNDICE

Apéndice A. Situación didáctica 1 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	119
Apéndice B. Situación didáctica 2 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	123
Apéndice C. Situación didáctica 3 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	127
Apéndice D. Situación didáctica 4 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	134
Apéndice E. Situación didáctica 5 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	139
Apéndice F. Situación didáctica 6 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo. ....	147
Apéndice G. Situación didáctica 2 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.....	151
Apéndice H. Situación didáctica 3 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.....	154
Apéndice I. Situación didáctica 4 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.....	160
Apéndice J. Situación didáctica 5 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.....	165
Apéndice K. Situación didáctica 6 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.....	172
Apéndice L. Rejilla de observación.....	176
Apéndice M. Fotografías de la implementación de la situación didáctica.....	177

## INTRODUCCIÓN

En primer lugar como estudiantes de la maestría en Educación, desarrollamos la presente investigación como prerrequisito para optar por el título y en segundo lugar motivadas por el deseo de mejorar los aprendizajes de los estudiantes de grado quinto en los establecimientos educativos que acompañamos como tutoras del programa Todos a Aprender 2.0.

Elegimos trabajar el desarrollo del pensamiento espacial en el área de matemáticas porque desde nuestra labor como tutoras y acompañantes del proceso pedagógico, evidenciamos dos aspectos fundamentales: en primer lugar este pensamiento es poco abordado en las aulas de clase y con metodologías muy tradicionales de mucha teoría y poca práctica y en segundo lugar, porque los resultados de prueba Saber 2014 y 2015 descritos en el informe por colegio que el ministerio de educación envía a los EE desde la estrategia del día E, arrojaron en ambas instituciones que un alto porcentaje de los estudiantes no alcanzaba los aprendizajes que desde el pensamiento espacial evalúa la prueba.

Para fortalecer el desarrollo del pensamiento espacial elegimos trabajar bajo la teoría de situaciones didácticas de Guy Brousseau, quien desde su concepción constructivista postula que el sujeto produce conocimiento como resultado de la adaptación a un medio con el que interactúa, además involucra en los momentos de acción, formulación y validación no solo la metodología de trabajo individual, sino también colaborativo.

Esperamos que esta investigación sea un aporte para los maestros de básica primaria que en la mayoría de los casos no son especialistas en el área de matemáticas y especialmente que contribuya a la formulación del currículo de las instituciones educativas intervenidas y al fortalecimiento de las prácticas de aula de los maestros.

## 1. PRESENTACION DEL PROBLEMA DE INVESTIGACIÓN

### 1.1. Planteamiento del problema

En el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, existen temas que no basta con nombrarlos y establecer características numéricas; es necesario lograr que los estudiantes los interioricen para que puedan generar la reflexión y el conocimiento necesario, que permita entender cómo se relacionan las nociones presentes en el tema con su cotidianidad.

Tal es el caso, de lo que se conoce como pensamiento espacial y más específicamente el tema de las figuras tridimensionales, que por lo general se enseñan desde el espacio bidimensional. Frente a este tema se busca que las situaciones matemáticas propuestas, les permitan a los estudiantes explorar de forma activa el espacio bidimensional y tridimensional que hace parte de la realidad, pero que empieza en la imaginación. Lo anterior posibilita que el sujeto logre construir el significado matemático en el proceso de enseñanza- aprendizaje.

Como objeto matemático, las figuras tridimensionales se ubican dentro del pensamiento espacial y por ello, tienen un acercamiento de practicidad absoluta con el sujeto, en la medida que es un mundo regido por las leyes físicas. Nos movemos y/o desarrollamos en un mundo tridimensional, por lo tanto, la relación cuerpo (sujeto) a espacio es innegable. Se parte entonces de un punto en el que las vivencias y experiencias que han dado lugar en el entorno y en el contexto del sujeto son significativas y preponderantes para el conocimiento práctico del mundo circundante.

Como ya se había planteado antes, las figuras tridimensionales hacen parte del pensamiento espacial que es definido como "...el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos del espacio,

las relaciones entre ellos, sus transformaciones, y sus diversas traducciones o representaciones materiales” (Lineamientos curriculares 1998, pag.56).

Dentro de este contexto, los estudiantes de grado quinto de básica primaria deben desarrollar la competencia para construir objetos tridimensionales a partir de representaciones bidimensionales y realizar el proceso contrario en contextos de arte, diseño y arquitectura (EBC 2006, pag.82). Es por ello, que el objeto matemático que aborda esta investigación son las figuras tridimensionales y su representación en el espacio bidimensional; cuando nos referimos a figuras tridimensionales estamos haciendo relación a los cuerpos geométricos como objeto central de la presente investigación.

La representación gráfica de los cuerpos geométricos en general, presenta la dificultad de que, teniendo tres dimensiones, solamente pueden representarse en el plano dos dimensiones; por lo cual se debe recurrir a técnicas de representación. En el caso de los estudiantes de 5° grado de básica primaria de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla la Esperanza, esta dificultad es muy evidente. Si bien los estudiantes, han tenido un contacto físico o visual con figuras tridimensionales, no se logra construir ese significado desde el aprendizaje abstracto.

Así lo demuestran los resultados de la Prueba Saber en el grado 5° al evidenciar que un alto porcentaje de los estudiantes no relaciona objetos tridimensionales o figuras bidimensionales, de acuerdo con sus componentes y propiedades, con sus respectivas vistas y desarrollos planos (Resultados informe por colegio 2016). Esto sucede muy posiblemente porque los docentes han centrado su labor pedagógica en la enseñanza teórica del objeto matemático, en la conceptualización y no en el sujeto que aprende y en ejercicios más prácticos.

### **1.1.3. Pregunta problema de investigación**

Teniendo en cuenta lo planteado anteriormente la pregunta que guía esta investigación es:  
¿Cómo fortalecer el pensamiento espacial a través de la representación de las figuras tridimensionales mediante el uso de una situación didáctica en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla la Esperanza del municipio de Palmira Valle?

### **1.1.4. Hipótesis**

En el marco de las prácticas pedagógicas se hace importante implementar situaciones didácticas, puesto que estas potencian un aprendizaje más significativo en la interiorización de las competencias sobre pensamiento espacial, específicamente la representación de figuras tridimensionales en los estudiantes del grado quinto de primaria de las instituciones educativas Sagrada Familia Potrerillo y Semilla La Esperanza del municipio de Palmira Valle.

### **1.1.5. Objetivo general**

#### **1.1.5.1. Objetivo general**

- Analizar como la aplicación de las situaciones didácticas de representación y visualización de figuras tridimensionales fortalece la adquisición del pensamiento espacial en estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla la Esperanza del municipio de Palmira Valle.

### 1.1.5.2. Objetivos específicos

- Diseñar una situación didáctica como recurso metodológico de aula para el fortalecimiento del pensamiento espacial a través de la representación y visualización de las figuras tridimensionales.
- Implementar las situaciones didácticas por competencias para la resolución de problemas de representación y visualización de figuras tridimensionales que impliquen el uso del pensamiento espacial.
- Categorizar los aprendizajes por competencias matemáticas de los estudiantes de grado quinto de las I.E Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza en la resolución de preguntas relacionadas con el pensamiento espacial, antes y después de aplicar la situación didáctica.

## 1.2. Justificación

La presente investigación surge de la necesidad de fortalecer el pensamiento matemático espacial a través de la representación y visualización de las figuras tridimensionales en los estudiantes de quinto grado de las instituciones educativas Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza de la ciudad de Palmira –Valle. Como objeto matemático consideramos que puede direccionarse desde la planeación de clase; se trata de planear un proceso didáctico que mejore los aprendizajes de los estudiantes, centrando la atención sobre el sujeto que aprende y no sobre

la disciplina. Ello podría darse, si las practicas del maestro parten de una exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, y la representación de objetos solidos ubicados en el espacio, tal como lo proponen los lineamientos curriculares (pag. 59).

Desde el abordaje epistemológico que hacen Lappan y Winter, ellos afirman que:

A pesar de que vivimos en un mundo tridimensional, la mayor parte de las experiencias matemáticas que proporcionamos a nuestros niños son bidimensionales. Nos valemos de libros bidimensionales para presentar las matemáticas a los niños, libros que contienen figuras bidimensionales de objetos tridimensionales. A no dudar, tal uso de “dibujos” de objetos le supone al niño una dificultad adicional en el proceso de comprensión. Es empero, necesario que los niños aprendan a habérselas con las representaciones bidimensionales de su mundo. En nuestro mundo moderno, la información seguirá estando diseminada por libros y figuras, posiblemente en figuras en movimiento, como en la televisión, pero que seguirán siendo representaciones bidimensionales del mundo real” (Lineamientos curriculares 1998, pág. 60).

Aparece entonces, uno de los grandes retos a vencer a la hora de institucionalizar el objeto matemático en los sujetos. El mundo circundante y el mismo sujeto son tridimensionales y los objetos representados en los libros están en dos dimensiones, esa gran brecha dimensional es difícil de sortear; se debe entonces minimizar esta distancia mediante sistemas representativos acordes a las necesidades actuales, en las que se logre interactuar mucho más; que los sistemas posean características mucho más relacionales y dinámicas entre los entes involucrados.

Al respecto, Raymond Duval (2004) señala que el aprendizaje de la matemática es un campo de estudio propicio para el análisis de actividades cognitivas importantes como la

conceptualización, el razonamiento, la resolución de problemas y la comprensión de textos.

Enseñar y aprender matemática conlleva que estas actividades cognitivas requieran además del lenguaje natural o el de las imágenes, la utilización de distintos registros de representación y de expresión.

Por otro lado, es necesario diseñar nuevas situaciones didácticas a modo de estrategias que contribuyan a potenciar el uso y apropiación del pensamiento espacial como herramienta pedagógica y académica para mejorar los desempeños escolares y por tanto los resultados de las pruebas saber en los estudiantes del grado quinto. Son todas estas razones que justifican la realización de esta investigación de aula.

## **2. MARCO TEORICO**

### **2.1. Teoría constructivistas**

Las teorías constructivistas abordan la formación del conocimiento como el proceso en el que el sujeto puede generar conocimiento, siendo el constructivismo la representación de la superación del antagonismo entre la posición racionalista y la posición empiristas, donde:

El sujeto construye el conocimiento de la realidad, ya que ésta no puede ser conocida en sí misma, sino a través de los mecanismos cognitivos de que se dispone, mecanismos que, a su vez, permiten transformaciones de esa misma realidad. De manera que el conocimiento se logra a través de la actuación sobre la realidad, experimentando con situaciones y objetos y, al mismo tiempo, transformándolos. Los mecanismos cognitivos que permiten acceder al conocimiento se desarrollan también a lo largo de la vida del sujeto (Araya, Alfaro y Andonegui, 2007).

El proceso histórico en el que se encuentra las Teorías Constructivistas está relacionado con las particularidades contextuales de cada autor, sin embargo existen puntos de encuentro como por ejemplo, en los presocráticos con Jenófanes (570-478 a. C.), Heráclito (540-475 a. C.) los cuales hacen un abordaje sobre los medios como el ser accede al conocimiento de la verdad. Posteriormente los sofistas como Protágoras (485-410 a. C.), Gorgias (483-375 a. C.) y Zenón de Citia (siglo IV a. C.) plantearon al hombre como el encargado de la elaboración del conocimiento.

Para los siglos XVI al XVIII se encuentran tres pensadores representativos como lo fueron Descartes (1596-1650), Galileo (1564-1642) y Kant (1724-1804). Para Descartes el hombre es capaz de generar su propio conocimiento, construir sus propias teorías y plantear la verdad con sus propiedades, siendo un proceso de transformación sobre la concepción del conocimiento. En Galileo se encuentra el método experimental donde el sujeto es participe de la formación del conocimiento. Finalmente con Kant, la razón configura la construcción de la realidad a través de los elementos a priori como el espacio, el tiempo y la causalidad necesarios para validar y organizar el conocimiento por parte del ser.

Para Araya, Alfaro y Andonegui (2007) dentro de las Teorías Constructivistas se encuentran las siguientes perspectivas:

- Perspectiva antropológica: la visión de las posibilidades que posee el hombre de elaborar su realidad personal, de construirse un mundo -no natural- que se adapte a sus características psicobiológicas.
- Perspectiva epistemológica: el constructivismo es concebido como una propuesta sobre el análisis del conocimiento, sus alcances y limitaciones. Constituye un rompimiento

con el núcleo del programa moderno que se basaba en la creencia en un mundo cognoscible. En un sentido reflexivo, los supuestos constructivistas se pueden interpretar a dos niveles: desde la naturaleza del conocimiento abstracto y del conocimiento científico y desde las actividades de conocimiento de los individuos o las comunidades humanas (p. 82-85).

Asimismo, autores del siglo XX como Piaget, Vygotski, Bartlett, Bruner y John Dewey realizaron sus aportes epistemológicos sobre los procesos de la educación basados en sus reflexiones sobre la construcción del conocimiento del individuo, como lo señala Pimienta (2005) “no existe una sola teoría constructivista del aprendizaje”.

En este orden de ideas, se han desarrollado distintas propuestas teóricas sobre el constructivista de la educación, como se señala en la siguiente tabla:

**Tabla 1. Teorías constructivistas**

TEORÍA CONSTRUCTIVISTA	CARACTERÍSTICAS CONCEPTUALES
Constructivismo psicológico	<b>El formismo:</b> es la hipótesis basada en la metáfora raíz de similitud y ampara principalmente los procesos de clasificación e identificación, de manera que la actividad cognitiva fundamental es el establecimiento de distinciones.
	<b>El mecanicismo:</b> por su parte, se basa en la metáfora de la máquina y en una visión del mundo como compuestos de entidades discretas con conexiones antecedente-consecuentes entre ellas. El proceso fundamental es el supuesto de que los fenómenos se pueden entender en términos de sus relaciones lineales de causa-efecto.
	<b>El contextualismo:</b> difiere de las dos anteriores, se asienta en la metáfora raíz del acontecimiento histórico, el conocimiento activo en su contexto actual. Se ve el mundo como una colección de

	<p>acontecimientos complejos, compuestos por actividades interconectadas y por patrones cambiantes.</p>
	<p><b>El organicismo:</b> se basa en la metáfora raíz de los procesos orgánicos inherentes a todos los sistemas vivos y en evolución. Se concibe como un proceso dialéctico en el que se confrontan los fenómenos mediante oposiciones y contradicciones que dan lugar a cambios cualitativos en vías de una mayor complejidad e integración. La causa final es una forma teleológica de razonamiento causal.</p>
Constructivismo Material	<p>Se relaciona con la hipótesis formista y plantea la causalidad material o creencia de que las propiedades intrínsecas y estables de los fenómenos dan cuenta de su funcionamiento. El conocimiento es una función de las estructuras o materiales básicos de la persona. Desde el punto de vista ontológico, la realidad está dada por la estructura y es cognoscible sólo mediante el carácter organizacional cerrado del sistema cognoscitivo humano.</p>
Constructivismo Material	<p><b>Constructivismo Radical:</b> Presenta una inspiración de carácter más filosófico y postula que la realidad es una función de la estructura del sistema cognitivo humano, una construcción personal. Uno de sus representantes, Von Glaserfeld (1984) citado por Niemeyer y Mahoney, dice que “el constructivismo es radical porque rompe con la convención y desarrolla una teoría del conocimiento en la que éste no refleja una realidad ontológica objetiva, sino sólo un ordenamiento y organización del mundo construido por la experiencia del propio sujeto”.</p>
Constructivismo eficiente	<p><b>Procesamiento de la información:</b> concibe al ser humano como un buscador activo de información, poseedor de un sistema cognitivo en constante actividad que construye la visión que tiene la mente de la realidad.</p>
Constructivismo eficiente	<p><b>Aprendizaje social:</b> Bandura señala que en la teoría del aprendizaje social, las personas juegan un papel activo en la creación de experiencias generadoras de información y en el procesamiento y transformación de estímulos informativos.</p>

Constructivismo formal	<p><b>Construccionismo social:</b> se plantea la idea de que el conocimiento no reside exclusivamente en la mente del sujeto o en el medio, sino en los procesos sociales de interacción e intercambio simbólico. Su esencia reside en la noción de que las construcciones personales del entendimiento están limitadas por el medio social, es decir, el contexto del lenguaje compartido y los sistemas de significado que se desarrollan, persisten y evolucionan a través del tiempo.</p>
	<p><b>Psicología narrativa:</b> es una opción que utiliza la narrativa como un contexto organizador de la acción humana. Se define como una representación simbolizada de los seres humanos que tiene una dimensión temporal, las personas imponen narrativas socialmente constituidas (roles), en el flujo de sus experiencias, de manera que son actores de sus propios dramas. Entre los representantes más conocidos de esta perspectiva está Jerome Bruner.</p>
Constructivismo final	<p><b>Teoría evolutiva y dialéctica:</b> Piaget (1974) como máximo representante. Para él, el equilibrio constituye el principio orgánico fundamental en el desarrollo cognitivo. Conviene recordar que éste concepto se refiere a la autorregulación de los procesos de asimilación y acomodación, lo cual compensa la acción de los factores internos y externos y por ello conduce al desarrollo de estructuras más complejas e integradas.</p>
	<p><b>Teoría de sistemas:</b> concibe a los seres humanos como sistemas activos, autoconstructores, abiertos y en desarrollo. Las personas son percibidas como capaces de producir su propio desarrollo, de dar dirección, control y autorregulación a su propia conducta.</p>
Constructivismo educativo	<p><b>La corriente evolucionista o desarrollista:</b> establece como meta de la educación el progresivo acceso del individuo a etapas superiores de su desarrollo intelectual. Se concibe al sujeto como un ser motivado intrínsecamente al aprendizaje, un ser activo que interactúa con el ambiente y de esta manera desarrolla sus capacidades para comprender el mundo en que vive. Esta postura está directamente relacionada con los planteamientos de Piaget</p>
	<p><b>La corriente de desarrollo de habilidades cognoscitivas:</b> plantea</p>

	<p>que lo más relevante en el proceso de aprendizaje es el desarrollo de tales habilidades y no los contenidos. La enseñanza debe centrarse en el desarrollo de capacidades para observar, clasificar, analizar, deducir y evaluar, prescindiendo de los contenidos, de modo que una vez alcanzadas estas capacidades pueden ser aplicadas a cualquier tópico. Entre los autores más conocidos en este campo está Hilda Taba.</p>
	<p><b>La corriente constructivista social:</b> propone el desarrollo máximo y multifacético de las capacidades e intereses del aprendiz. El propósito se cumple cuando se considera al aprendizaje en el contexto de una sociedad, impulsado por un colectivo y unido al trabajo productivo, incentivando procesos de desarrollo del espíritu colectivo, el conocimiento científico-técnico y el fundamento de la práctica en la formación de las nuevas generaciones. Representantes de este esquema son Bruner y Vygotski.</p>

Fuente: Araya, Alfaro y Andonegui (2007)

## 2.2. La didáctica

Guy Brousseau(1999), concibe tres interpretaciones de la palabra didáctica: como sinónimo de enseñanza, en que se forja un proyecto social para que un sujeto se apropie un saber, como conjunto de medios que sirven para enseñar, asociada a la metodología y como el conocimiento del arte de enseñar, describiendo y estudiando la actividad de una disciplina científica.

La didáctica juega un papel muy importante en el proceso de formación de los individuos, es esa entidad reguladora que permite que los individuos se apropien del conocimiento de manera secuencial progresiva y hasta donde sus capacidades

cognitivas y sus motivaciones intrínsecas lo permitan. González (1990). El contexto que rodea el proceso formativo es muy representativo, los aspectos de tipo social, cultural, del lenguaje, entre otros pueden incurrir en la evolución del aprendizaje de un grupo de estudiantes. Por lo anterior, la planeación en el aula debe realizarse siempre para desarrollar una práctica didáctica eficiente.

González (1990), explica que la didáctica aborda dos enfoques: el qué enseñar y a quién se suministra esa enseñanza. Por lo tanto, la forma o el cómo no es ajeno a las premisas didácticas, más bien, es en el cómo donde se manifiestan las estrategias didácticas que facilitan los procesos de enseñanza-aprendizaje, mediante metodologías adecuadas y modos de comunicación interactiva.

Ahora, si se retoman algunos de los planteamientos anteriormente mencionados, tendríamos que hacer mención a elementos circunstanciales que dan cuenta del dónde y cuándo. El ser humano posee un potencial genético desbordante que le permite llegar al conocimiento independientemente de si asiste o no a los espacios escolarizados, su cerebro está dotado de una gran capacidad cognoscitiva que le permite llegar al conocimiento a través de la interacción constante con el entorno y los estímulos que le rodean.

Sin embargo, ese potencial de aprendizaje se desborda a través de la educación, en espacios escolarizados donde los maestros mediante el uso de una didáctica efectiva hacen que el aprendiz llegue de manera efectiva al conocimiento, de forma progresiva y en menor tiempo. Zambrano, 2005. Señala que la didáctica como disciplina científica, estudia la génesis, circulación y apropiación del saber y

sus condiciones de enseñanza y aprendizaje; su nacimiento está estrechamente unido a la transformación de la enseñanza de la matemática y unido al lugar que ocupan los aprendizajes en la institución escolar. Por ello, se hace necesario abordar este concepto en nuestra investigación

### **2.2.1. Didáctica de las matemáticas**

En virtud de las diferentes nociones expresadas respecto a la didáctica, y con la finalidad de aproximar algunas acepciones de lo que podría ser la didáctica de las matemáticas, exponemos algunos aportes al respecto.

El pedagogo alemán Heinz Griesel, define: “La didáctica de las matemáticas como la ciencia del desarrollo de las planificaciones realizables en la enseñanza de la matemática”. Una interpretación que da importancia a los programas, a las secuencias de enseñanza, a la elaboración de manuales; es decir, al método y la forma de hacer la transposición didáctica.

Según Parra y Saiz (1997), la postura de Brun (1980), es uno de las diversas fuentes que incitan las reflexiones sobre las interacciones y maneras de generar aprendizaje a través de la didáctica y en este caso especial, la didáctica de las matemáticas.

Parra y Saiz (1997) señalan que las situaciones didácticas son la base estudiada por la didáctica de las matemáticas. Y Brousseau que es el principal expositor de la

teoría de las situaciones didácticas, propone que el estudio de las condiciones en las cuales se constituyen los conocimientos y el control de estas condiciones permitirá reproducir y optimizar los procesos de adquisición escolar de conocimientos; dicho enfoque nos permite saber que la didáctica de las matemáticas juegan un papel fundamental en este sentido.

Para la didáctica de las matemáticas es fundamental el conocer la forma en que se dan las situaciones didácticas y observar que características de las mismas contribuyen a que una situación didáctica tenga éxito o por lo contrario fracase.

### **2.2.2. Problemas que enfrenta la didáctica de las matemáticas**

El Ministerio de Educación Nacional de Colombia (MEN, 1998) señala que el conocimiento matemático se interrelaciona con el contexto socio cultural en el que se desenvuelve toda comunidad, estableciendo experiencia y significados a lo largo de su historia, generando una construcción social de significados y de negociación intersubjetiva, cuyo estado actual, no es en muchos casos, su culminación definitiva y cuyos aspectos formales constituyen sólo una faceta de este conocimiento.

De esta manera, el conocimiento matemático hace parte de una realidad interiorizada y no externa, ya que se codifica y decodifica por el sujeto que aprende estableciendo una interacción cognitiva entre el entorno y el saber matemático. Sin embargo, la complejidad de abstracción, comparación e introyección reflexiva sobre el saber matemático dificulta el proceso de enseñanza-aprendizaje en los estudiantes. Para Godino (2004) es preciso aclarar la dimensión del conocimiento matemático porque:

Desde una perspectiva pedagógica -y también epistemológica-, es importante diferenciar el proceso de construcción del conocimiento matemático de las características de dicho conocimiento en un estado avanzado de elaboración. La formalización, precisión y ausencia de ambigüedad del conocimiento matemático debe ser la fase final de un largo proceso de aproximación a la realidad, de construcción de instrumentos intelectuales eficaces para conocerla, analizarla y transformarla (p. 28)

El conocimiento matemático requiere una atención de reflexión para generar mecanismos discursivos que permitan la interpretación y apropiación de dicho lenguaje en los estudiantes. Por ser el conocimiento matemático, producto de las estructuraciones de la experiencia a la que se confronta el sujeto, éstas se encuentran en la interacción dialéctica del sujeto y su entorno, teniendo en cuenta su proceso histórico y cultural, y dependen de la capacidad del sujeto para lograr interiorizar las acciones efectuadas sobre los elementos materiales o abstractos que identifica.

Tanto Duval (2006) como Flórez (et. al., 2016) concuerdan en señalar que los conceptos y fórmulas matemáticas complejas no son apropiadas por los estudiantes dejando de lado acciones conceptuales básicas de las matemáticas. Asimismo, en las aulas de clase, en general en todos los niveles de educación primaria y secundaria, los estudiantes reconocen un distanciamiento entre el campo del saber matemático y la realidad en la que viven. Ellos poco o nada relacionan los contenidos o temas que trabajan en las clases de matemáticas, con las situaciones que vivencian a diario.

Duval (2006) explica que, las dificultades de la enseñanza de las matemáticas hacen referencia a las condiciones semióticas que hacen parte del contenido del saber, y que deben ser

atendidos por los educadores tanto en sus formas como requisitos cognitivos que en ella se encuentra, como lo son:

1) Lo que importa es su propiedad de transformación porque el procesamiento matemático siempre implica alguna transformación de representaciones semióticas. En matemáticas los signos no son prioritarios para presentar objetos sino para sustituirlos por otros como, por ejemplo, en el cálculo. Además, esta transformación depende del sistema semiótico de representación dentro de las representaciones que se producen. En ese sentido no hay una “mediación semiótica” sino “mediaciones semióticas” bastante diferentes.

(2) La actividad matemática requiere que, aunque los individuos empleen diversos sistemas de representación semiótica (registros de representación), solo elijan una según el propósito de la actividad. En otras palabras, la actividad matemática requiere una coordinación interna, que ha de ser construida, entre los diversos sistemas de representación que pueden ser elegidos y usados; sin esta coordinación dos representaciones diferentes significarán dos objetos diferentes, sin ninguna relación entre ambos, incluso si son dos “contextos de representación” diferentes del mismo objeto (p. 145).

Los conocimientos matemáticos requieren que los estudiantes los puedan apropiar y reconocerlos en su entorno sociocultural para facilitar su aprendizaje. En esta misma dirección Godino (2004) expresa que:

Ciertamente, como ciencia constituida, las matemáticas se caracterizan por su precisión, por su carácter formal y abstracto, por su naturaleza deductiva y por su organización a menudo axiomática. Sin embargo, tanto en la génesis histórica como en su apropiación individual por los alumnos, la construcción del conocimiento matemático es inseparable de la actividad concreta sobre los objetos, de la intuición y de las aproximaciones inductivas activadas por la realización

de tareas y la resolución de problemas particulares. La experiencia y comprensión de las nociones, propiedades y relaciones matemáticas a partir de la actividad real es, al mismo tiempo, un paso previo a la formalización y una condición necesaria para interpretar y utilizar correctamente todas las posibilidades que encierra dicha formalización (p. 28).

Las consideraciones sobre el lenguaje que plantea el conocimiento matemático son de carácter disciplinar y sin ambigüedades, es decir la estructura discursiva tiene herramientas como tablas, gráficos, números, letras, etc., que permiten expresar sus significados de manera detallada para las distintas realidades de la naturaleza teniendo en cuenta elementos y relaciones no directamente observables y permitiendo anticipar y predecir hechos, situaciones o resultados (Duval, 2006).

### **2.3. Situaciones didácticas**

Para Brousseau (2007), como para Salinas (2010) las situaciones didácticas hacen referencia al modelo de interacción de un estudiante con cierto contexto de enseñanza-aprendizaje establecido, donde “situación” describir tanto el conjunto de condiciones que enmarcan una acción, y/o como uno de los modelos que sirven para estudiarla; mientras que didáctica son las herramientas o actividades configuradas por el docente para llevar el proceso de conocimiento a los estudiantes.

Brousseau (2007) explica que la situación didáctica es una situación construida intencionalmente con el fin de hacer adquirir a los alumnos un saber determinado, ya que:

“Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un

sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.”

De acuerdo con Brousseau (2007) existen cuatro tipos de situaciones siendo éstas:

**2.3.1. Situaciones de acción:** el alumno debe actuar sobre un medio (material, o simbólico); la situación requiere solamente la puesta en acto de conocimientos implícitos.

**2.3.2. Situaciones de formulación:** un alumno (o grupo de alumnos) emisor debe formular explícitamente un mensaje destinado a otro alumno (o grupo de alumnos) receptor que debe comprender el mensaje y actuar (sobre un medio, material o simbólico) en base al conocimiento contenido en el mensaje.

**2.3.3. Situaciones de validación:** dos alumnos (o grupos de alumnos) deben enunciar aserciones y ponerse de acuerdo sobre la verdad o falsedad de las mismas. Las afirmaciones propuestas por cada grupo son sometidas a la consideración del otro grupo, que debe tener la capacidad de “sancionarlas”, es decir ser capaz de aceptarlas, rechazarlas, pedir pruebas, oponer otras aserciones.

**2.3.4. Situación de institucionalización:** En este momento se deben sacar conclusiones a partir de lo producido por los alumnos, se debe recapitular, sistematizar, ordenar, vincular lo que produjo en diferentes momentos del desarrollo de la secuencia didáctica etc., a fin de poder establecer relaciones entre las producciones de los alumnos y el saber cultural.

Ahora bien, el proceso de situación didáctica presenta dos elementos característicos siendo estos “los componentes” y “las estrategias”, los cuales permiten el desarrollo del ambiente o situación de aprendizaje para los estudiantes dentro del aula de clase.

Para Brousseau (2007) “los componentes” son, en primera instancia, “la Devolución” que es “el acto por el cual el docente hace que el alumno acepte la responsabilidad de una situación de aprendizaje (adidáctico) o de un problema y acepta él mismo las consecuencias de esta transferencia, y en segunda instancia “la Institucionalización” que se dentro de la situación de acción al ser valorada como un proceso de referencia formulada con anterioridad por el docente.

Mientras “las estrategias” didácticas comprenden la relación con el saber o el conocimiento, las cuales deben hacerse explícitas en la situación didáctica, relacionando a: docentes, estudiantes, medio, y/o hipótesis inscrita a los contratos didácticos.

#### **2.4. Aprendizaje Significativo**

El Aprendizaje Significativo hace referencia al proceso cognitivo que realiza el estudiante durante el desarrollo de las clases planteadas por el docente, por esta razón la propuesta de aprendizaje del docente es relevante teniendo en cuenta la estructura cognitiva del estudiante. Para Ausubel, Novak y Hanesian (1983) el docente debe elaborar herramientas metacognitivas que permitan desarrollar el proceso de organización de la estructura cognitiva del estudiante, para desarrollar una orientación educativa con sujetos que tienen conocimientos.

En este sentido, Ausubel (2002) plantea que el aprendizaje del estudiante requiere reconocer la estructura cognitiva para situarla en el escenario con información nueva, donde se genere una reestructuración cognitiva para la construcción de nuevos significados conceptuales y de la realidad donde se encuentra el estudiante.

El Aprendizaje Significativo plantea tres características que la diferencian con el Aprendizaje Memorístico; el primero hace referencia a los saberes y conocimientos que se apropian dentro de la estructura cognitiva del estudiante; la segunda establece el esfuerzo que

realiza el estudiante para relacionar los conocimientos nuevos con los conocimientos previos; y la tercera plantea el elemento afectivo donde el estudiante aprende los nuevos conocimientos al reconocer el carácter valioso de ellos para continuar su dinámica educativa (Ausubel, Novak y Hanesian, 1983).

La acción relevante en el proceso de enseñanza-aprendizaje dentro del Aprendizaje Significativo corresponde a la capacidad del estudiante para modificar su estructura cognitiva articulando los nuevos conocimientos, los cuales reorientan las reflexiones frente a las realidades en las que el estudiante evalúa y define su conceptualización frente a ella.

Ausubel, Novak y Hanesian (1983) explican que el Aprendizaje Significativo permite al estudiante:

- Facilita el adquirir nuevos conocimientos relacionados con los ya aprendidos en forma significativa, ya que al estar clara mente presentes en la estructura cognitiva se facilita su relación con los nuevos contenidos.
- La nueva información, al relacionarse con la anterior, es depositada en la llamada memoria a largo plazo; en la que se conserva más allá del olvido de detalles secundarios concretos.
- Es activo, pues depende de la asimilación deliberada de las actividades de aprendizaje por parte del alumno.
- Es personal, pues la significación de los aprendizajes depende de los recursos cognitivos del alumno (conocimientos previos y la forma como éstos se organizan en la estructura cognitiva).

El Aprendizaje Significativo esboza relevantes implicaciones psicológicas y pedagógicas, las cuales consideran que el aprendizaje se construye de manera evolutiva en la edificación de

esquemas mentales para la asimilación del conocimiento en la adquisición, la asimilación y la retención del conocimiento teniendo en cuenta los procesos de aprendizaje en el aula y la organización previa de los programas por parte del docente (Ausubel, 2002).

### **2.5. Pensamiento espacial y geométrico en primaria**

Para Alonso (2011) la geometría básica para los niños implica llevar a cabo el desarrollo del pensamiento espacial para que logren entender y realizar actividades con las formas y las posiciones. El desarrollo del pensamiento espacial en los niños hace posible que se oriente de manera reflexiva en el espacio mediante estimaciones acerca de las formas, el entorno, las topologías, las relaciones y las distancias entre los objetos calculando relativamente su distribución.

Los niños en el aula de clase y otros entornos diferentes a la escuela, están rodeados de objetos geométricos cuyo significado no es ignorado por ellos, y es precisamente su relación con ese objeto lo que permite vincular el concepto de lo espacial y por lo tanto, el desarrollo del pensamiento espacial para operativizar la geometría.

Hoy en una sociedad del conocimiento, el pensamiento espacial es indispensable para el método científico debido a que su uso permite representar y manejar información en el aprendizaje y la solución de problemas relacionados con la orientación y distribución de espacios. Todo esto es gracias a que los seres humanos tienen inteligencia espacial, solo que la mayoría de las personas deben desarrollarla, y esto ocurre en la vida cotidiana donde la escuela es quien se encarga de madurar el pensamiento espacial, lo cual es una de sus funciones básicas en el área de matemáticas (Alonso, 2011).

En la escuela los docentes de matemáticas trabajan el campo espacial desde dos líneas. La primera en el desarrollo del pensamiento espacial, es decir, la forma en que se organiza y se estructura el espacio; mientras que la segunda es el desarrollo del pensamiento geométrico que consiste en la “*formación en las nociones geométricas*” (Alonso, 2011, p.41). Ambas líneas tienen el mismo propósito: que los estudiantes de primaria logren interpretar el mundo que los rodea, por lo tanto el docente debe implementar estrategias o actividades didácticas que enriquezcan el mundo espacial de los educandos mediante la percepción; dado que éstos asignan dimensiones al espacio haciendo actividades prácticas. Los niños parten de lo concreto para llegar a lo abstracto, así posteriormente se les puede enseñar nociones geométricas que permitan la comprensión de un concepto.

En el marco de las consideraciones anteriores, Alonso (2011) señala que:

El pensamiento espacial que se define como el conjunto de procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos en el espacio y las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales. Además se afirma que el desarrollo del pensamiento espacial en niños entre 4 y 7 años de edad, se logra a través de la percepción espacial, permitiendo que la maduración en edad lo conlleve a visualizar, razonar y construir la identificación de estructuras y configuraciones de los diferentes procesos y relaciones de los conceptos matemáticos ligados a la geometría (p.42).

El pensamiento espacial constituye una de las maneras de comprender y expresar el conocimiento del espacio, que consta de dos fases:

- La visualización: se refiere a saber observar el espacio donde la intuición es determinante del desarrollo de las diversas relaciones espaciales que se denomina percepción espacial.

- Percepción: es producto de un conjunto de fases en procedimientos que ocurren entre la percepción de un estímulo visual y el logro de quien percibe, pues ésta se funda en la capacidad de operar cognitivamente en la información que se encuentra dentro del estímulo.

Alonso (2011) plantea que la visualización tiene que ver con la intuición, pues ésta es en esencia creatividad y subjetividad por eso se considera parte del desarrollo del pensamiento espacial.

Por su parte Bulla y Gutiérrez (2013) plantean que el pensamiento espacial es la base fundamental para la construcción y desarrollo de habilidades matemáticas para que los niños resuelvan problemas matemáticos complejos y retomando los planteamientos de Lappan y Winter, quienes explican que dicho desarrollo corresponde a la representación bidimensional del espacio tridimensional. Podemos decir, que aunque el mundo es tridimensional casi todas las actividades matemáticas que realizan con los niños en el aula de clases se desarrolla desde una perspectiva bidimensional, de ahí que la construcción del pensamiento espacial se lleve a cabo mediante dos competencias:

- La orientación espacial: el niño identifica el tamaño y la forma de los objetos o cosas, representados y ubicados en un espacio tridimensional mediante la manipulación activa de tales objetos, ya que forman parte del entorno del niño y se encuentran en la vida cotidiana.

• La visualización espacial: hace referencia a las habilidades del niño para procesar y generar creaciones, interpretaciones, la utilización y reflexión de imágenes, dibujos y diagramas mentales plasmados en un papel o aparato electrónico. De esta manera el niño adquiere una noción o idea del objeto asociándolo al mismo tiempo con el conocimiento previo que tiene de los objetos de su entorno y así desarrolla ideas sobre lo que ya conocía; de ahí que se deban tener en cuenta tres características en este proceso:

- a) Comprender objetos tridimensionales partiendo de gráficos bidimensionales, y viceversa.
- b) Habilidad para imaginar una representación tridimensional desde distintas perspectivas, y
- c) Habilidad para visualizar – concretamente e imaginariamente - efectos de reflexión e inversión de objetos-imágenes (Bulla y Gutiérrez, 2013, p. 22).

Bulla y Gutiérrez (2013) señalan que dentro de las habilidades cognitivas para la construcción y desarrollo del pensamiento espacial es la aptitud espacial, puesto que las personas, en este caso los niños, tiene habilidades para rotar en su mente un objeto o para desarrollar un sólido desplegado; esta habilidad también es conocida como visualización espacial y relación espacial, la cual se entiende como:

La habilidad para generar una representación o imagen mental de un objeto, realizar movimientos con dicha imagen y construir otra representación luego de surtidas las transformaciones. Igualmente se considera una aptitud espacial la denominada velocidad de clausura o la habilidad para completar una imagen inconclusa (Bulla y Gutiérrez, 2013, p. 22).

Bajo esta mirada, Bulla y Gutiérrez (2013) plantean a la visualización, la percepción espacial y rotación mental como categorías para entender el pensamiento espacial. La primera es un sistema de representación visual, que permite la abstracción estrechamente relacionada con la capacidad de visualizar objetos o cosas, hace posible que el niño en el aula de clases pueda relacionar las diversas ideas y conceptos, y de hecho constituye un estilo de aprendizaje de él, que facilita su aprendizaje.

En este sistema de representación siempre trata de figurar la perspectiva tridimensional; es decir, que trata de desarrollar la capacidad para transmutar lo abstracto a la realidad concreta o entre representaciones bidimensionales, lo que resulta fundamental para incrementar las posibilidades del pensamiento espacial.

Al respecto, Gallo, Gutiérrez, Jaramillo, Monsalve, Múnera, Obando, Posada, Silva y Vanegas (2006) señalan, que es muy importante la exploración activa del espacio tridimensional en la realidad externa y en la imaginación, así como la representación bidimensional de cosas u objetos sólidos que se encuentran en el espacio. Por eso, es de suma importancia que los niños aprendan a relacionarse con las representaciones bidimensionales de objetos tridimensionales de su entorno o mundo; de esa manera podrán comunicar y expresar la información espacial que perciben al ver los objetos tridimensionales a través del uso de representaciones planas de las formas y relaciones tridimensionales. Tales representaciones son de varios tipos y se deben integrar paulatinamente para desarrollar y enriquecer la percepción que los niños tienen del espacio.

La percepción del espacio ocurre cuando se representan dichos objetos con cuerpos sólidos, con varias formas tomados de la realidad que presentan varias caras y permiten varias

vistas; cabe aclarar que las dimensiones de un objeto corresponde a las caras que tiene, que pueden ser construidos en el aula de clase.

La segunda categoría es denominada percepción espacial, gracias a la matemática moderna se desarrolla por medio de la geometría descriptiva; se puede entender como la capacidad de comprender y organizar el espacio creando axiomas frente a las elaboraciones mentales de forma y objetos en el espacio, asimismo genera el desarrollo de medidas y herramientas poco comunes en la resolución de problemas que tienen que ver con las dimensiones del espacio. Por lo tanto, se puede ubicar objetos en el espacio mediante la construcción de nociones: proyectiva, rectitud, relacionales, profundidad y perspectiva al mismo tiempo en que ocurre el desarrollo del pensamiento espacial (Bulla y Gutiérrez, 2013).

Bulla y Gutiérrez (2013) plantean que la tercera, la rotación mental; es el desarrollo de capacidades mentales de rotación que permiten orientar o ubicar objetos, cosas y personas, y así establecer la relación entre éstos, al conjugar aspectos de la estructura espacial como: la altura, lo plano, las distancias, los ejes, lo ancho, etc.

Los planteamientos de Bulla y Gutiérrez (2013), tiene relación con lo que afirma Jiménez (2015) al expresar que entiende que pensamiento espacial tiene que ver con la orientación en el espacio y es fundamental en los procesos de percepción, presentación de los objetos y figuras en el espacio.

Gallo et al. (2006) plantean que en los sistemas geométricos se hace énfasis en el desarrollo del pensamiento espacial entendido como: el conjunto de los procesos cognitivos mediante los cuales se construyen y se manipulan las representaciones mentales de los objetos

del espacio, las relaciones entre ellos, sus transformaciones y sus diversas traducciones a representaciones materiales (p.15).

Por lo anterior, se recomienda entender que dichos sistemas son producto de la exploración continua y modelación del espacio. Ello se aplica para los objetos en reposo y los que se encuentran en movimiento; es decir, una construcción que configura un proceso cognitivo de relaciones que evoluciona desde un espacio intuitivo (percepción, visual) o sensorial y motor. La capacidad de hacer algo en el espacio, tocando, tomando objetos, ubicando sus situaciones en el entorno, haciendo desplazamientos, medidas, cálculos espaciales, es un espacio conceptual que resulta abstracto vinculado con la capacidad de poder representar mentalmente el espacio, haciendo reflexiones y expresando nociones sobre propiedades geométricas abstractas desde sistemas de referencia, vislumbrando los resultados de operaciones mentales, ya que

Este proceso de construcción del espacio está condicionado e influenciado tanto por las características cognitivas individuales como por la influencia del entorno físico, cultural, social e histórico. Por tanto, el estudio de la Geometría en la escuela debe favorecer estas interacciones. (Gallo et al., 2006, p.15).

Según Gallo et al. (2006) lo anterior, tiene que ver con explicar y realizar actividades sobre el espacio mediante modelos y figuras, utilizando palabras del lenguaje cotidiano y el lenguaje corporal. En el desarrollo del pensamiento espacial el empleo del papel, material concreto (cubo soma) y software, resulta muy apropiado; al ser estos instrumentos didácticos para el desarrollo paralelo del pensamiento geométrico; ya que se parte de la utilización o manipulación de un material sólido y tangible como el papel y cubo soma. Aquí lo abstracto se traduce en una

representación simbólica de las características de un objeto sólido; pues de esta manera el niño inicialmente reconocerá una figura y luego conocerá sus características geométricas.

En esa dirección para el desarrollo del pensamiento geométrico y espacial se espera mediante la realización de actividades concretas que los niños de grado 5º:

- Identifiquen y argumenten las relaciones, coherencia y semejanza entre las figuras.
- Compararen y clasifiquen figuras bidimensionales según las componentes y características.
- Construyan objetos tridimensionales con base en representaciones bidimensionales.
- Visualicen objetos tridimensionales.

En tanto se espera que en el desarrollo del pensamiento espacial, los niños consigan hacer conjeturas y corroborar los resultados al aplicar transformaciones a figuras en el plano para la construcción de diseños.

El desarrollo del pensamiento espacial y geométrico parte de que la geometría es la ciencia del espacio que desde la perspectiva matemática tiene relación con la descripción y análisis del aspecto o forma de algo sólido en el espacio, pues de acuerdo a Gallo et al. (2006) el pensamiento espacial tiene tres etapas o estados:

- Espacio vivido: éste es manejado por los niños entre los 3 a 4 años de edad, tiene que ver con espacios pequeños que ellos, tocan, sienten y recorren de objetos sólidos.

- Espacio percibido. Se refiere a la posibilidad que tienen los niños en edades más avanzadas de comprender el espacio gracias a la percepción de lo observado, lo cual está relacionado con la información que han adquirido del entorno que les permite identificar, ubicar, clasificar y saber la denominación de un espacio.
- Espacio concebido. Hace referencia al espacio que los niños construyen paulatinamente que contiene todas las concepciones, imágenes y conceptos geométricos que posibilitan conocer de manera tangible un objeto e imaginarlo.

En consecuencia, el niño puede fácilmente explicar un recorrido sin verlo, ya que para ello se han apropiado de las herramientas proporcionadas por el espacio físico; lo cual se debe a que la geometría se emplea para interpretar y manipular el espacio físico. De esta manera los niños logran interpretar, interactuar, actuar y moverse dentro del mundo que los rodea.

Los referentes abordados nos llevan a reflexionar frente a la práctica del maestro y la labor de enseñanza-aprendizaje del objeto matemático expuesto como tema de investigación; desde esta perspectiva no basta con solo tener el saber de la disciplina, comprender como se concibe la enseñanza y la transposición didáctica; sino además de ello buscar los métodos más apropiados. En este sentido, es pertinente revisar el tipo de tareas que deben proponerse a los estudiantes para desarrollar las competencias que se requieren frente a la visualización, razonamiento y representación de objetos y figuras tridimensionales.

## **2.6. Sistemas de representación**

Uno de los conceptos relevantes dentro de la propuesta adelantada es el de sistemas de representación debido a la importancia que tiene dentro de las matemáticas, al ser considerado

fundamental para la comprensión de objetos enseñados. Dada la naturaleza abstracta del área o por lo menos la forma en la que se presentan algunos de los conceptos matemáticos de importancia para los estudiantes en su proceso formativo.

Los sistemas de representación parte de la idea de que hay un objeto que está en un lugar o espacio, por consiguiente su forma de ser presentado es haciendo una imagen de él para que se pueda entender; porque además esta imagen al parecer está separada del objeto. Pero esto no significa que ambos no tengan que ver, por el contrario, son complementarios y al mismo tiempo cumplen una función dentro del proceso de enseñanza. Esta cuestión es abordada por Rico, Castro y Romero (1997) de la siguiente forma:

Un primer punto de interés para nosotros está en la idea de que una representación es siempre representación de algo. El concepto de representación «da por supuesta la consideración de dos entidades relacionadas, pero funcionalmente separadas». Uno de estos entes se denomina el objeto representante (o representación), el otro es el objeto representado. También hay implícita cierta correspondencia entre el mundo de los objetos representantes y el mundo de los objetos representados (p.362)

De manera que, una representación se puede entender como la imagen de un objeto que está en otro espacio, al no poder ser tomado directamente se debe representar para poder ser tomado al menos en una forma que pueda ser entendido y comprendido dentro del ámbito conceptual; pero además se pueda entender cómo funciona una relación bajo estas circunstancias, que por lo demás está definida por lo que se tenga que representar.

Como problema para la enseñanza de las matemáticas es fundamental entender cuáles son las implicaciones que tiene a la hora de enseñar porque si bien esta definición es clave dentro de la conceptualización que se realiza de algunos temas, es necesario

tener presente que la representación no necesariamente lleva a pensar en algo concreto, es por lo general una abstracción que se ha realizado para poder ser entendible por los educandos. Por esta razón se requiere tenerse en cuenta algunos aspectos fundamentales para poder realizar una representación. Rico et, al 1997, p.362 considera que para lograr obtener una representación deben tenerse en cuenta los siguientes aspectos:

- 1) los objetos representados;
- 2) los objetos representantes;
- 3) qué aspectos del mundo representado se representan;
- 4) qué aspectos del mundo representante realizan la representación;
- 5) la correspondencia entre ambos mundos o conjuntos. (p.362)

Lo anterior muestra que la representación más allá de ser un proceso mecánico, es una forma de potenciar las capacidades cognitivas del ser humano para entender como un objeto –así parezca o se defina como abstracto- puede ser representado teniendo en cuenta las posibilidades que ofrece el conocimiento, que puede ser transmitido y enseñado en forma sencilla, entendible para los educandos, es decir, haciendo una transposición didáctica que ha planteado Chevallard (1998) cuando ha dicho que el saber especializado puede ser aterrizado en un lenguaje sencillo, sin que ello implique dejar de lado sus cualidades científicas.

De manera que la representación es una forma de realizar una transposición didáctica, que para el caso de las matemáticas y específicamente en la geometría implica representar las figuras y sus cualidades en un dibujo. Objeto que no solo se nombra como concepto sino como forma, sin que ello implique dejar de lado las cualidades que tiene; solo se trata de lograr que los estudiantes puedan entender como ese conocimiento representado en esas figuras hace parte de

un ejercicio de elaboración que en principio parece solo mental, pero que posteriormente encuentra relación con la realidad que tiene a su alrededor.

Los diferentes sistemas utilizados como sistemas de representación, en matemáticas son: las figuras, las gráficas, la escritura simbólica (sistemas de escritura de números, escritura algebraica, lenguajes formales) e inevitablemente el lenguaje natural. Es necesario que nuestros estudiantes, puedan usar diferentes sistemas de representación; porque ello garantizaría una mejor conceptualización del objeto matemático y por ende un mayor y mejor aprendizaje, o cómo se maneja actualmente un desarrollo de competencias.

Según Rico et al 1997, la representación tiene la posibilidad de ser asumida como un compendio de elaboraciones semánticas y simbólicas, que pueden ser no solamente nombradas sino evaluadas a la luz de lo que se considera pueda ser leído y hasta racionalizado. Lo anterior sucede con las matemáticas, pues al fin de cuentas como ciencia, tiene una forma específica de comunicar y validar sus postulados que no son otra cosa que los símbolos y formulas empleados para resolver problemas de la vida diaria y de la sociedad misma; porque el uso de ellas es tan cotidiano que no se alcanza percibir cuales pueden ser los límites. La cuestión es que sus representaciones necesitan ser enseñadas y aprendidas para determinar los usos específicos.

Lo anterior es posible debido a que la representación permite establecer las cualidades del objeto representado, por lo que debe ser contextualizado y valorado según las posibilidades de enseñar y aprender sin descuidar un solo detalle semántico.

La cuestión que se plantea está íntimamente relacionada con la identificación de un problema que suele ser abordado desde las matemáticas cuando se trata de hacer una representación, en ultimas se trata de dar respuesta a la siguiente pregunta: ¿Cómo se logra establecer una relación entre los conocimientos matemáticos y el entorno que rodea a los

estudiantes, sin que se pierda sus cualidades?, la respuesta a esta pregunta implica reconocer que lo anterior estaría atravesado por la forma como los docentes enseñan, para que de una buena vez los estudiantes puedan entenderlos a partir de las representaciones mentales y las experiencias que experimentan en la vida diaria.

Otra posible respuesta a esta pregunta y según lo entendido hasta ahora sería usar los problemas de la vida diaria de los estudiantes, entendidas como representaciones que resultan más accesibles que las usadas comúnmente en matemáticas; es decir, representaciones auxiliares, las cuales puedan ayudar a los estudiantes a entender cada etapa del proceso de solución del problema (Duval, 2006, p, 164).

Para la solución de problemas dentro de las matemáticas se utilizan las representaciones semióticas, para poder considerar el análisis del pensamiento matemático. Dicho de otra forma se han de relacionar los distintos conceptos de representación del mismo concepto matemático, por esta razón se ha planteado que los estudiantes han de desarrollar una “coordinación interna entre los varios sistemas de representación semióticos posibles que se pueden elegir y usar la coordinación surge del desarrollo de la comprensión conceptual” (Duval, 2006, p, 158).

Las representaciones suelen ser fundamentales para el desarrollo de la enseñanza de las matemáticas; por esto Duval (2006) considera que el objetivo de la enseñanza de las matemáticas no es la selección del “mejor” sistema de representación, sino conseguir que los estudiantes desarrollen la capacidad de relacionar las muchas formas de representar los contenidos matemáticos. Los procesos cognitivos están implícitos en el pensamiento matemático que es crucial para entender y desarrollar el complejo proceso cognitivo de la conversión. Realizar conversión de un sistema de representación a otro, del mismo objeto matemático, es fundamental para la comprensión del estudiante en su proceso de aprendizaje; así se logra la capacidad de

reconocer cualquier objeto matemático de conocimiento en otros contextos de representación y usarlos, lo que el mismo Duval (2006) llama habilidad para el cambio de registros de representación.

En tal sentido, Duval plantea tres ideas fundamentales a la hora de escoger las representaciones de los objetos matemáticos elegidos: la primera, consiste en que las representaciones semióticas entendidas como registros de representación tienen la capacidad particular para ser transformadas en otras representaciones semióticas; es decir, que no significa la relación de éstas con algo más que un objeto, sino que pueden ser transformadas en otros signos. Por ejemplo, para explicar de otra forma un caso matemático determinado, pues cada sistema semiótico brinda una capacidad específica de transformación (Duval, 2006, p, 166).

La segunda, pone a la conversión y el tratamiento como dos tipos de transformación semiótica distintos a nivel cognitivo, que si bien son independientes, la primera depende matemáticamente de la segunda, por eso la conversión es el umbral de la comprensión del aprendizaje de las matemáticas (Duval, 2006, p, 166).

La tercera y última, las transformaciones de conversión y el tratamiento deben ser separadas para examinar de manera detallada lo que hacen los estudiantes cuando están frente a problemas matemáticos; esto no funciona así en la realidad de la enseñanza de la matemática en las aulas, pues no se considera a la conversión y el tratamiento como unidad para resolver problemas matemáticos, por significar una separación teórico-metodológica donde las representaciones podrían realmente aplicarse a otras áreas de la vida y del conocimiento (Duval, 2006, p, 166).

Se comprende entonces, que el tratamiento y la conversión son actividades fundamentales en la comprensión del objeto matemático; por consiguiente, es necesario centrar la atención en el

tratamiento de situaciones frente a estas dos actividades que de una u otra forma se apoyan en el uso de sistemas de representación del objeto matemático. Para el caso del objeto matemático abordado en esta investigación las figuras tridimensionales, el sistema de representación que utilizan los maestros en el aula es el que emplea lenguaje gráfico (dibujo). Dicho sistema es usado por los maestros de primaria proponiendo muy pocas situaciones de tratamiento y ninguna de conversión, en la mayoría de los casos esto sucede porque no se ha tenido la formación disciplinar suficiente frente a este objeto del saber.

Si se habla de un sistema de representación gráfico, existen dos técnicas para representar los objetos espaciales tridimensionales: el sistema de medida diédrico que permite hacer mediciones directamente sobre el dibujo en dos dimensiones, que contiene las características del objeto espacial en tres dimensiones; y el sistema representativo axonométrico, que representa los objetos mediante proyecciones, en el que se aprecia la forma y proporciones de los mismos. Se debe entonces analizar en gran detalle los pros y contras de cada sistema (de medida o representativo), y definir un experimento que permita medir el impacto en el proceso de conceptualización y determinar si se usará uno o los dos, o una combinación.

Al determinar que metodologías deben ser empleadas para la enseñanza del objeto espacial, se debe tener en cuenta las tendencias actuales en donde se usan herramientas de apoyo y mediación como visualización, múltiples representaciones y conjeturas; todos estos aspectos relacionados con la teoría pragmática del conocimiento, la cual reconoce que el sujeto elabora significados asociados a su propia existencia y a su contexto.

Cambiar la representación de objetos matemáticos de un sistema semiótico a otro es siempre un salto cognitivo y esto es lo que Duval (2006) menciona como conversión; para el tratamiento de las figuras tridimensionales (cuerpos geométricos) es también necesario hacer la

representación de este objeto matemático mediante otros registros semióticos. Es conveniente empezar por el lenguaje común y pasar por otros como el numérico, el geométrico, el gráfico, entre otros que apliquen de acuerdo al grado y nivel de enseñanza.

## **2.7. La enseñanza de las matemáticas**

Dentro del quehacer docente, en el área de matemáticas es necesario desarrollar el uso de estrategias para la enseñanza de las mismas, lo que exige un gran conocimiento del tema para tal fin. Lo que también se conoce como el conocimiento didáctico del contenido; además del uso significativo de los números, objetos y su aplicación mediante operaciones matemáticas e interpretación de resultados. Sobre esta cuestión Godino (2011) considera que las matemáticas son una actividad humana, y que los objetos matemáticos surgen de las prácticas de la actividad humana; por tal razón se tiene y se ha adoptado un modelo de cognición sobre la base semiótica (signos); es decir, que al dar importancia a las distintas formas de lenguaje a la representación (números, algo, objeto) nos lleva a lo semiótico, pero también aun modelo instruccional sobre una base socio constructivista.

En esa misma dirección Duval (2006), plantea que los problemas usados en la enseñanza matemática provienen o se basan en aspectos o situaciones de la vida diaria en especial en la enseñanza primaria, puesto que se cree que la aplicación de procedimientos y operaciones matemáticas a dichos problemas prácticos, da sentido al aprendizaje de las mismas. Por tal razón la resolución de los problemas de la vida diaria o problemas prácticos exige que los estudiantes hagan uso de los saberes que poseen, los cuales son producto de su experiencia física o diaria y sus representaciones mentales. Dicho de otra forma, la vida diaria otorga saberes que se traducen en representaciones semióticas como los objetos por ejemplo, que simbolizan aquello que

conocen los estudiantes y a través de los cuales pueden comprender los conceptos matemáticos; por estar relacionados con la vida diaria y así, logran dar sentido a esos conceptos que el docente pretende enseñar. En últimas, se trata de reconocer que los objetos son representaciones semióticas de un aspecto de la cotidianidad.

Por otro lado, Rico (2014) plantea que las matemáticas se enmarcan en un modelo funcional de aprendizaje que considera tres (3) aspectos fundamentales: unas tareas, unas herramientas conceptuales y un sujeto; es decir, que el estudiante ha de mostrar sus competencias en la aplicación de los procesos cognitivos o capacidades intelectuales correspondientes, para encontrar la respuesta a la tarea o problema contextualizado correspondiente.

Lo antepuesto nos permite establecer lo siguiente: las distintas actividades enmarcadas en la enseñanza de las matemáticas responden a un propósito que es el resultado de propuestas curriculares que se planifican y ponen en práctica, eso sí, debe haberse recibido una formación. Por esta razón, las actividades curriculares buscan responder a las necesidades educativas que a su vez han de responder a las necesidades políticas y sociales de un contexto determinado. De ahí que, el currículo debe ser una herramienta o instrumento profesional para el docente, con una estructura conceptual de naturaleza dinámica. Al respecto (Rico, 2014) expone que “las matemáticas son una ciencia social que está inmersa en la historia, en la sociedad y en los procesos de cambio de ésta”.

Se puede afirmar que la tarea escolar es la propuesta intencional del profesor para el estudiante, encausando los procesos de enseñanza aprendizaje; la cual requiere la reflexión del alumno y el uso de las disciplinas escolares. Por eso, el maestro cuando aborda un objeto matemático, debe proponer que se trabajen los contenidos en tiempos reales promoviendo así, el desarrollo de las competencias básicas, de modo que las habilidades intelectuales o

competencias cognitivas de los estudiantes se movilizan ante las tareas complejas, las cuales se evalúan por niveles y periodos amplios de acuerdo con la unidad temática y las expectativas de aprendizaje de la misma, que tienen una estrecha relación con los objetivos específicos de dicha unidad (Rico, 2014).

En ese sentido, conviene decir que la enseñanza de las matemáticas exige que el pensamiento matemático se pueda desarrollar haciendo uso de múltiples estrategias; es decir, que no se puede limitar el estudio de las matemáticas a la estrategia tradicional de buscar la solución a problemas matemático ya planteados por el docente. Sino que además, es conveniente proponer el planteamiento de posibles interrogantes o nuevas situaciones por parte del estudiante; es decir, hacer uso de la acción de pensamiento propositivo. También se pueden plantear problemas matemáticos donde el sujeto que aprende se vea obligado a cuestionarse, ante la falta o exceso de información acerca del problema expuesto para lograr la resolución.

Hay autores como Radford (2014) que consideran a la enseñanza de las matemáticas como una respuesta que obedece a una lógica de propiedad privada, donde el estudiante no aprende lo que no considera suyo lo que no proviene de su experiencia. En ese sentido, las didácticas entendidas como estrategias constituyen el medio por el cual el profesor ayuda al alumno a asegurarse a que incrementa posesión; en otras palabras, su saber, el cual debe hacer crecer por sí mismo. En esta dinámica conviene que el maestro utilice y aproveche las situaciones del contexto inmediato del estudiante para enseñar y aprender las matemáticas.

En relación a lo anterior, Godino (2011) plantea que la idoneidad didáctica es una herramienta útil para el profesor por permitir el análisis y la síntesis en la preparación del curso o programa de formación donde se pueden trabajar distintas estrategias que centradas en ayudar a los estudiantes a que adquieran las herramientas que necesitan para aprender a enseñar, en lugar

de competencias acabadas sobre una base efectiva; es decir, que la idoneidad didáctica ha de conllevar al docente a reflexionar sobre su hacer docente y así pensar en qué estrategias didácticas son el mejor medio de aprendizaje para los estudiantes, con el fin de que éstos incrementen los conocimientos que tienen del entorno, de las matemáticas, de las demás disciplinas a través de la enseñanza y aprendizaje de las mismas.

La idoneidad didáctica está compuesta por cinco (5) dimensiones

La primera, "*Idoneidad epistémica*", se refiere al grado de representatividad de los significados institucionales implementados (o pretendidos), respecto de un significado de referencia.

La segunda, "*Idoneidad cognitiva*", expresa el grado en que los significados pretendidos/ implementados estén en la zona de desarrollo potencial de los alumnos, así como la proximidad de los significados personales logrados a los significados pretendidos/ implementados.

La tercera, "*Idoneidad interaccional*", dice que un proceso de enseñanza-aprendizaje tendrá mayor idoneidad desde el punto de vista interaccional si las configuraciones y trayectorias didácticas permiten, por una parte, identificar conflictos semióticos potenciales (que se puedan detectar a priori), y por otra parte permitan resolver los conflictos que se producen durante el proceso de instrucción.

La cuarta, "*Idoneidad mediacional*", es el grado de disponibilidad y adecuación de los recursos materiales y temporales necesarios para el desarrollo del proceso de enseñanza-aprendizaje. "*Idoneidad afectiva*", grado de implicación (interés, motivación) del alumnado en el proceso de estudio. La idoneidad afectiva está relacionada tanto con factores que dependen de la institución como con factores que dependen básicamente del alumno y de su historia escolar previa.

La quinta y última, *Idoneidad ecológica*, es el grado en que el proceso de estudio se ajusta al proyecto educativo del centro, la escuela y la sociedad y a los condicionamientos del entorno en que se desarrolla” (Godino, 2011, p.6-7).

En últimas, se trata de reconocer como bien lo ha planteado Duval (2006), que el profesor debe tomar en cuenta el contexto en que está inmerso el estudiante, así como el contexto institucional; en ese sentido, el profesor debe usar problemas de la vida diaria de los estudiantes los cuales puestos en una acción den cuenta de una operación específica, que debe ser planteada por el docente en lenguaje matemático aproximado al lenguaje que los ellos usan en la cotidianidad, de manera que puedan hacer la asociación matemática.

De acuerdo con Godino (2011) la enseñanza del conocimiento matemático está atravesado por diferentes facetas en las que se presenta este proceso, razón por la cual se identifican dentro de un contexto; es decir, hay unas particularidades que cualquier profesor debe tener en cuenta, pues al fin de cuentas su trabajo y la capacidad del estudiantes se miden constantemente en cada una de las actividades. Aunque el conocimiento matemático parece algo inamovible en su desarrollo cognitivo, es todo lo contrario, porque exige no solo pensar de manera lógica, sino también relacional, por esta razón este proceso de enseñanza dentro de esta área debe responder a los componentes-problemas de la vida cotidiana y la capacidad del docente para entender a quien le está enseñando y como lo hace, al mismo tiempo que reconoce todo el legado cultural propio y el del educando.

Los conocimientos no aparecen de la nada porque son parte de un legado heredado, del desarrollo mismo del área y los parámetros propuestos por la enseñanza y los conocimientos prácticos; que al final han sido abstraídos por parte de los investigadores y docentes en su práctica. Al mismo tiempo significan la validación de acuerdos y valoraciones sobre los

procesos de enseñanza de los conocimientos matemáticos más allá de una teoría. Es un conjunto de criterios propuestos como punto de partida para quien desarrolla la labor de investigar o enseñar.

Godino (2011) plantea que el Entorno Onto Semiótico se trata de organizar y reorganizar el conocimiento matemático, desde sus contenidos hasta la forma como se aprende y enseña. Estos componentes se equilibran y es ahí donde aparece la idoneidad didáctica, que sería la posibilidad para ubicar los criterios que permiten que un proceso de enseñanza pueda contextualizarse; pero no para meter algo dentro de, sino más bien, ese algo es un punto de partida que sugiere una elaboración de las herramientas, pensadas siempre como una posibilidad para cumplir los propósitos delimitados durante este proceso.

Así mismo, Godino (2011) registra en la idoneidad un reconocimiento de los elementos necesarios que la componen en las dimensiones propuestas por él, si se revisa esta idoneidad antes de proponer cualquier programa para enseñar matemáticas o investigar desde el punto de vista didáctico, es pertinente saber si los contenidos, procedimientos y actitudes que están dentro del ámbito educativo favorecen el proceso. Mientras se aborda y analizan los descriptores para identificar esa idoneidad, debe hacerse un ejercicio muy riguroso.

Lo anterior coincide con el proceso de transposición didáctica planteado por Chevallard (1998) quien ha dicho que el saber científico debe ser adaptado al contexto educativo para poder ser enseñado de manera comprensible para los educandos. A continuación, se aborda este tema para entender su lógica dentro de la propuesta a desarrollar.

## 2.8. Transposición didáctica

Se debe entender que, la transposición didáctica corresponde al proceso por el cual se articula el saber científico con el saber enseñado, permitiendo que la enseñanza-aprendizaje dentro del aula de clase facilite la comprensión contextual y académica de los temas planteados por el docente. La relevancia de la transposición didáctica ha sido la transformación analítica y teórica que se tenía sobre la correspondencia entre el saber enseñado y el saber científico en las aulas de clase.

Chevallard (1998) explica que el saber que se desarrolla en el sistema didáctico no es idéntico al saber científico, donde la interacción entre ambos fundamenta los procesos de enseñanza utilizados en la reconstrucción del saber enseñado, es decir la posibilidad de generar conocimientos y saberes contextualizados que permitan una apropiación de éstos en los estudiantes. En ese sentido no se trata de lograr que el maestro sea un sabio del saber, eso no es suficiente; el maestro debe tener el conocimiento necesario de la disciplina a enseñar y aparte de ello es indispensable que pueda didáctizar de manera efectiva ese saber para lograr que sus estudiantes aprehendan.

Esta distancia, entre el saber a enseñar y el saber científico, se ha mantenido dentro de algunos discursos pedagógicos y en los procesos de enseñanza-aprendizajes, donde la transformación de los conocimientos en su proceso de adaptación supone la delimitación de conocimientos parciales, la descontextualización y finalmente una despersonalización, de allí que:

La transposición didáctica designa pues el paso del saber sabio al saber enseñado. Pero la especificidad del tratamiento didáctico del saber puede comprenderse mejor a través de la

confrontación de los dos términos, de la distancia que los separa, más allá de lo que los acerca e impone confrontarlos. En verdad, el “olvido” del saber sabio no oscurece en absoluto el desarrollo atento del análisis del saber enseñado: no es más que el primer tiempo de la situación, en el análisis del saber enseñado del análisis del saber sabio, en la ilusión reencontrada de una identidad feliz entre ambos (Chevallard, 1998, p. 7).

A propósito de la despersonalización del saber, señala Chevallard (1998) que todo saber se encuentra relacionado con la persona quien lo desarrolló, ya que el productor es quien define sus condiciones teóricas y prácticas. De allí que, generar espacios de transmisión del conocimiento científico, aún en el interior de la comunidad académica, supone cierto grado de despersonalización porque permite ser difundido en el aula de clase.

Es allí donde emerge la transposición didáctica, es quien hace posible la transformación del saber científico en un saber posible de ser enseñado. Dicha transposición comprende las siguientes características, que la fundamentan:

- Todo proyecto social de enseñanza y de aprendizaje se constituye dialécticamente con la identificación y la designación de contenidos de saberes como contenidos a enseñar.
- Los contenidos de saberes designados como aquellos a enseñar (explícitamente: en los programas; implícitamente: por la tradición, evolutiva, de la interpretación de los programas), en general preexisten al movimiento que los designa como tales. Sin embargo, algunas veces (y por lo menos más a menudo de lo que se podría creer) son verdaderas creaciones didácticas, suscitadas por las “necesidades de la

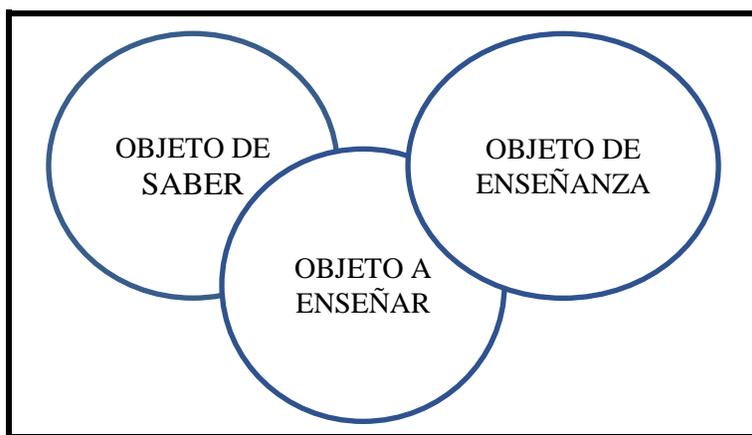
enseñanza”. (Así ocurrió, por ejemplo, en la enseñanza secundaria francesa, con el “gran coseno” y el “gran seno”).

- Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El “trabajo” que transforma de un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica.

- La transformación de un contenido de saber preciso en una versión didáctica de ese objeto de saber puede denominarse más apropiadamente “transposición didáctica stricto sensu”. Pero el estudio científico del proceso de transposición didáctica (que es una dimensión fundamental de la didáctica de las matemáticas) supone tener en cuenta la transposición didáctica sensu lato, representada por el esquema objeto de saber objeto a enseñar objeto de enseñanza en el que el primer eslabón marca el paso de lo implícito a lo explícito, de la práctica a la teoría, de lo preconstruido a lo construido (Chevallard, 1998, p. 45-47).

En este sentido, la transposición didáctica se plantea como el método mediante el cual el docente accede al conocimiento científico y lo transforma para presentárselo a los estudiantes en el aula de clase, por esta razón es pertinente que el docente no sólo comprenda, sino que maneje el saber que se encuentra en la comunidad científica; porque es éste, el que el docente deberá transmitir a sus estudiantes. Para ello debe buscar desde la planeación, un escenario, unos recursos y unas metodologías apropiadas para que logre en sus estudiantes los aprendizajes deseados.

Por esta razón, al docente le corresponde conocer el origen epistemológico del saber científico en el cual se desenvuelve, el contexto y los avances que este saber ha desarrollado a través de su historia. Un docente especializado identifica los elementos epistemológicos del saber científico para saber cómo “trasponerlo” en las aulas de clase. En este proceso se deben tener en cuenta los siguientes lugares del conocimiento:



*Imagen 1. Elementos del sistema didáctico Fuente: Gómez (2005)*

Gómez (2005) señala que los espacios objeto de saber, objeto a enseñar y objeto de enseñanza hacen parte del sistema didáctico, donde se interrelacionan de manera constante, teniendo en cuenta el planteamiento de Chevallard el cual:

Insiste en la importancia de un término y de una relación a menudo olvidada en la didáctica: el saber y la relación con el saber. El concepto de transposición didáctica remite entonces al paso del saber sabio al saber enseñado y luego a la obligatoria distancia que los separa. Hay de esta forma transposición didáctica (en el sentido restringido) cuando los elementos del saber pasan al saber enseñado (Gómez, 2005, p. 87).

Son estos traslados de saberes al contexto del aula a los que se señala como transposición didáctica, debido a las transformaciones conceptuales que realiza el docente de manera analítica

para el saber a enseñar corresponde a un saber “tratado” o “procesado” y en tal procesamiento pierde su carácter y sentido original.

El saber científico deberá ser transformado de manera didáctica para ser transmitido de manera contextualizada hacia los estudiantes, es decir al “saber a enseñar”. El papel del docente corresponde a articular el conocimiento científico a la realidad en la que se encuentran sus estudiantes, ya que el sistema didáctico es abierto y deberá estar relacionado con las condiciones en la que se encuentra el medio al cual está adscrito.

En esta misma dirección Lenis (2014) explica que el proceso de enseñanza con la didáctica corresponde a la capacidad del docente para establecer direcciones de aprendizaje significativo para los estudiantes, porque:

Saber enseñar no solo es una cuestión de método, de contenidos y de replicar lineamientos. Saber enseñar es reconocer un campo de relaciones y situaciones que se presentan cuando se aborda un objeto de saber, en términos de sus vínculos y mediaciones posibles en el horizonte de potenciar mejores procesos de aprendizaje (p. 98).

En el proceso de enseñanza-aprendizaje el docente transforma el discurso del saber científico, como explica Chevallard (1998) se plantea una “despersonalización” del conocimiento en la medida en que el docente toma para sí el saber y lo transmite de acuerdo a las necesidades y condiciones de los estudiantes.

El maestro toma el objeto de estudio como es representado discursivamente en la comunidad científica y lo configura de manera didáctica para el aprendizaje de los estudiantes, donde:

Un asunto es el saber a enseñar. Es decir, pensar el objeto de estudio en su estado “natural”. Otro asunto clave es el saber enseñado por el maestro, cómo este presenta y enseña el objeto de estudio, y otro final y diferente es el saber aprehendido por los estudiantes. Guardar coherencia y pertinencia de las tres instancias es lo que se precisa en los procesos de enseñanza-aprendizaje en el campo de la didactización (Lenis, 2014, p. 99).

En tal sentido, es el docente quien construye y desarrolla la metodología didáctica propia de acuerdo a su campo disciplinar, definiendo la complejidad y el rigor de las interrelaciones enseñar-aprender hacia sus estudiantes. El docente deberá generar la construcción metodológica apropiada para cada institución, a partir del reconocimiento de los avances de su campo disciplinar, contextualizándolos y difundiendo en sus estudiantes de manera comprensible, reflexiva y significativa.

Gómez (2005) al analizar a Chevallard (1998) da a conocer cuatro (4) características que fundamentan la transposición didáctica, las cuales se expresan en la siguiente tabla:

***Tabla 2. Características de la transposición didáctica***

<b><i>Proceso didáctico</i></b>	<b><i>Descripción</i></b>
Desincretización del saber	La primera etapa en la formación de un saber apropiado, consiste en una delimitación de “saberes parciales”, cada uno de estos se expresa en un discurso autónomo.
	Modo saber sabio, en el momento de su

<p>Despersonalización del saber</p>	<p>nacimiento, se ata a su productor. “Su compartimiento, al interior mismo de la comunidad sabia, supone un cierto grado de despersonalización, que sólo permite la publicidad del saber” (Chevallard, 1985, p. 20). Este movimiento de despersonalización debuta entonces en la “ciudad sabia”, pero este movimiento no terminará sino en el momento de la enseñanza (“usted puede creerme, porque no es mío”).</p>
<p>Programabilidad de la adquisición del saber</p>	<p>La textualización del saber supone igualmente la introducción de una programación, de una “norma de progresión en el conocimiento” (Chevallard, 1985, p. 62). Este texto tendrá entonces un comienzo, un intermedio y un fin (...), el texto procede por secuencias, mientras que, claro está, ése no es el caso de saber sabio de referencia.</p>
<p>Publicidad y control social de los aprendizajes</p>	<p>La objetivación producida por la textualización del saber conduce ella misma a la posible publicidad de este saber.</p> <p>El saber a enseñar se deja de esta manera ver, él llega a ser público, en oposición al carácter</p>

	<p>“privado” de los saberes personales adquiridos por ejemplo por mimesis o mimetismo. Esta publicidad, a su vez, “permite el control social de los aprendizajes, en virtud de una cierta concepción de lo que es “saber”, concepción fundada (o mínimo legitimada) por la textualización”. (Chevallard, 1985, p. 62).</p>
--	--

*Fuente: Gómez (2005, p. 90)*

## **2.9. El Cubo Soma**

El proceso de análisis y desarrollo del Cubo Soma es a partir de 1936 con Piet Hein, el cual:

Al indagar sobre los diferentes policubos irregulares formados por cuatro o menos cubos, que era posible construir. Hein pudo corroborar que dichos policubos sumaban en total 27 cubos, y que al unirse formaban un cubo mayor con tres cubos de arista. Años más tarde, el británico y también matemático, John Horton Conway, autor de la teoría de juegos combinatorios, realizó un análisis detallado del Cubo Soma y llegó a la conclusión de que existen 240 maneras diferentes de unir las siete piezas para armar el cubo (Carrascal, 2012, p. 59).

El Cubo Soma formado por los seis tetracubos menos regulares (es decir, todos menos el  $2 \times 2 \times 1$  y el  $4 \times 1 \times 1$ ) y el tricubo no lineal, es el más conocido por encontrarse en los comercios con facilidad (no sabemos si los demás están comercializados) y porque además hay una gran colección de figuras que se pueden construir con él, desde formas geométricas, hasta figuras de animales, muebles, arquitecturas, etc.

Para Carrascal (2012) el Cubo Soma es relevante para el proceso de conocimiento matemático relacionado con el saber espacial, ya que le permite al estudiante generar o implementar distintas formas geométricas, donde:

Para el caso particular del Cubo Soma, su uso dentro del escenario de la Matemática Educativa se centra en la búsqueda de distintas formas de armarlo a partir del conocimiento de la forma y movimientos de sus piezas constitutivas, así como la creación de estructuras sintéticas análogas a formas de la vida real o del imaginario colectivo: estructuras antropomorfas y zoomorfas (robots, animales...), monumentos (tumbas, esculturas...), muebles para uso doméstico y de oficina (sillas, mesas, camas...), vehículos de transporte masivo (aviones, carros...) y estructuras arquitectónicas (habitaciones, puentes, edificios...) entre otras (p. 59).

En este sentido, el manejo del Cubo Soma permite articularlos a los procesos didácticos en las matemáticas para el conocimiento en torno al pensamiento lógico y la intuición espacial, debido al uso regular de la coherencia geométrica de cada estructura y el análisis de las propiedades de cada una de las siete piezas que conforman el Cubo.

### **3. MARCO METODOLOGICO**

#### **3.1. Tipo de investigación**

El presente trabajo se basa en un modelo de investigación descriptiva y se realiza bajo un enfoque cualitativo. Shulman (1986) afirma: "Los métodos cualitativos se denominan así mismo exploratorios, descriptivos o interpretativos y están asociados a la observación naturista, la observación participante, el estudio intensivo de casos, la etnografía y los informes narrativos".

Se realiza y se analizan los resultados relacionados con el pensamiento espacial, frente al tema de la representación de las figuras tridimensionales, con los estudiantes de grado 5° de las instituciones educativas Sagrada Familia Potrerillo y Semilla la Esperanza del municipio de Palmira Valle.

### 3.2. Población y Muestra

La implementación de las situaciones didácticas se realiza en un grupo bigrado (grados cuarto y quinto) 14 estudiantes de la Institución Educativa Sagrada Familia Potrerillo y a un grupo de 32 estudiantes del grado quinto de la IE Semilla la Esperanza, ambas poblaciones del año lectivo 2017.

Estos grupos están conformados por 20 niños y 26 niñas, cuyas edades se encuentran en un rango entre los 9 y los 12 años.

Para la muestra del análisis se tomaran 8 estudiantes de la IE Sagrada Familia Potrerillo y 20 estudiantes de la institución educativa Semilla de la Esperanza; la selección de esta muestra se realizó teniendo en cuenta aquellos niños que participaron en el desarrollo de todas las situaciones didácticas aplicadas en la intervención de la investigación.

**Tabla 3. Datos de los estudiantes de grado quinto de la IE Sagrada Familia Potrerillo**

N° ESTUDIANTES	MUJERES	HOMBRES	EIDADES	
			9	10
8	7	1	1	7

*Tabla 4. Datos de los estudiantes de grado quinto de la IE Semilla de la Esperanza*

N° ESTUDIANTES	MUJERES	HOMBRES	EDADES			
			9	10	11	12
20	9	11	1	15	2	2

### 3.3. Técnicas e instrumentos de recolección de datos

Los instrumentos con los cuales se recogerá la información es la prueba de diagnóstico, prueba final y la observación, la observación permite ver situaciones del contexto donde viven o habitan los sujetos, registrando lo observado en una rejilla de observación de clase.

Sobre la observación se puede decir de acuerdo al mismo Monge (2011) que es una forma de estar en contacto con los sujetos de investigación, tratando de comprender el comportamiento de las personas en su medio natural, las situaciones que viven cotidianamente, permitiendo el descubrimiento y profundización de esa cotidianidad. Además de lo anterior permite un diálogo entre la subjetividad del investigador y el sujeto de investigación.

#### 3.3.1. Prueba inicial y prueba final

Consistió en una prueba individual que se diseñó por las investigadoras donde se emplearon preguntas de la prueba Saber 5°, Aprendamos 4° y aprender para Saber años 2012, 2013, 2014, 2015, 2016 y 2017. Dicha prueba se aplicó a los 46 estudiantes, es decir

al total de la población para evaluar inicialmente los aprendizajes de los estudiantes en la solución de 13 preguntas de pensamiento espacial y sistemas geométricos.

Al final de la implementación de las situaciones didácticas se aplicó la misma prueba, con esta prueba final se quería comprobar el alcance de los objetivos trazados en la investigación y la efectividad de las Situaciones didácticas implementadas (Ver anexo 1).

### **3.3.2. Rejilla de observación de clase**

Es una herramienta que permitió sistematizar experiencias observadas durante el desarrollo de cada uno de los momentos de las situaciones didácticas. Esta técnica permitió identificar fortalezas y debilidades presentadas en el proceso de aprendizaje de resolución de preguntas de pensamiento espacial y sistemas geométricos. Al mismo tiempo, permitió registrar aspectos significativos como el interés y entusiasmo de los niños y niñas cuando se realizó cada una de las actividades y el trabajo en equipo que favoreció y fortaleció algunas actitudes como: Ser flexibles y tolerantes, ser proactivos, ser asertivos y estar abiertos a la crítica.

### **3.4. Procedimiento**

El procedimiento que se desarrollará en este trabajo está dividido en fases así:

- Fase I: aplicación de prueba inicial para determinar cómo están los estudiantes respecto a la resolución de preguntas de pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- Fase II: elaboración de seis situaciones didácticas por parte de las investigadoras.

- Fase III: implementación de las situaciones didácticas según lo dispuesto por los docentes y las investigadoras de acuerdo a los tiempos acordados. Cada situación didáctica se desarrolla en un tiempo de 4 horas de clase de 60 minutos cada una, con actividades de acción, formulación, validación e institucionalización como lo propone la teoría de las situaciones didácticas de Brousseau.
- Fase IV: Aplicación de la prueba final para determinar el estado de los aprendizajes de los estudiantes.
- Fase V: análisis de los resultados obtenidos, luego de la implementación de las situaciones didácticas por parte de las investigadoras.
- Fase VI: De acuerdo a los resultados obtenidos en la implementación de las situaciones didácticas, se realizarán los ajustes según la retroalimentación que se tenga entre los docentes en caso de que sea necesario.

#### **4. ANÁLISIS DE RESULTADOS**

A continuación se realiza la presentación de los resultados obtenidos al analizar los datos recogidos en la investigación, durante la implementación de la situación didáctica diseñada para la solución de preguntas de pensamiento espacial y sistemas geométricos.

##### **4.1. Prueba diagnóstica**

La prueba diagnóstica aplicada antes de las situaciones didácticas tuvo como objetivo el evaluar los aprendizajes de los estudiantes en la resolución de preguntas de pensamiento espacial y sistemas geométricos. Esta prueba consistía en resolver 13 preguntas relacionadas con pensamiento espacial y sistemas geométricos. (Ver anexo 1) El

análisis del diagnóstico permitió confirmar lo dicho en el planteamiento del problema con relación a las dificultades que presentan los estudiantes en la solución de preguntas relacionadas con pensamiento espacial y sistemas geométricos, pues la gran mayoría de estudiantes expresaron que no entendían varias preguntas. Mostraban mucha inseguridad al dar la respuesta, otros estudiantes se mostraban muy seguros y respondían con gran facilidad.

**Tabla 5. Fecha de aplicación de la prueba diagnóstica en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza**

Actividad	IE Semilla de la Esperanza		IE Sagrada Familia de Potrerillo	
	Fecha	Hora	Fecha	Hora
Aplicación de la prueba de diagnóstico	16/08/2017	6:30am	16/08/2017	7:00am

A continuación, se realiza el análisis cuantitativo de la prueba diagnóstica aplicada:

Las respuestas que están en la tabla con color rojo son las correctas.

**Tabla 6. Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica en la IE Sagrada Familia Potrerillo**

Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica: 8				
Pregunta	A	B	C	D
1	4	2	2	0
2	2	3	0	3
3	3	3	0	2
4	0	1	0	7
5	6	0	0	2
6	1	3	1	3
7	1	4	1	2
8	5	2	0	1
9	7	0	1	0
10	2	5	1	0

11	1	6	1	0
12	5	0	1	2
13	1	1	5	1

**Tabla 7. Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica en la IE Semilla de la Esperanza**

Número de estudiantes que presentaron la prueba diagnóstica: 20				
Pregunta	A	B	C	D
1	3	15	0	2
2	2	8	4	6
3	9	2	6	3
4	1	1	0	18
5	9	1	2	8
6	3	3	7	7
7	2	6	10	2
8	13	7	0	0
9	12	1	7	0
10	2	15	2	1
11	1	14	4	1
12	8	5	3	4
13	7	3	6	4



**Imagen 2**



**Imagen 3**

**Imagen 2.** Estudiante de la IE Sagrada familia Potrerillo presentando la prueba diagnóstica

**Imagen 3.** Estudiantes de la IE Sagrada familia Potrerillo presentando la prueba diagnóstica



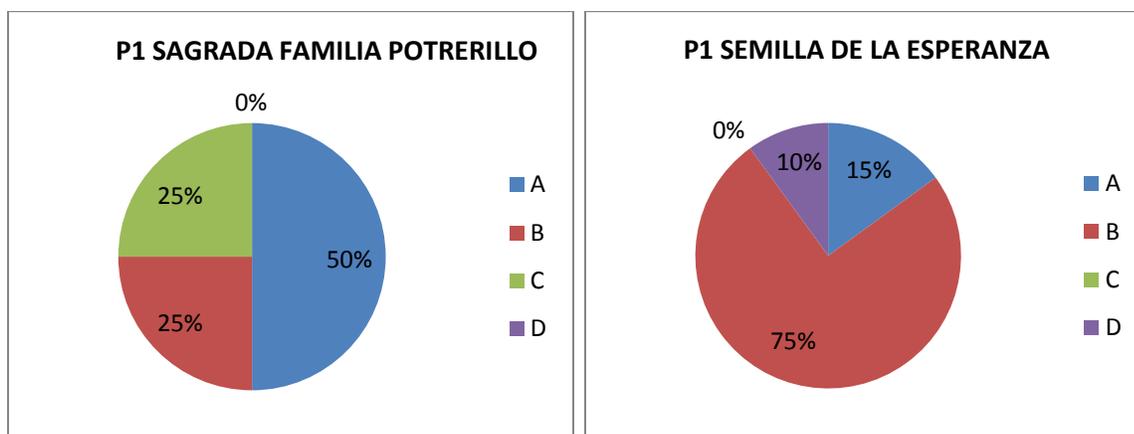
**Imagen 4**



**Imagen 5**

*Imagen 4. Estudiante de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba diagnóstica.*

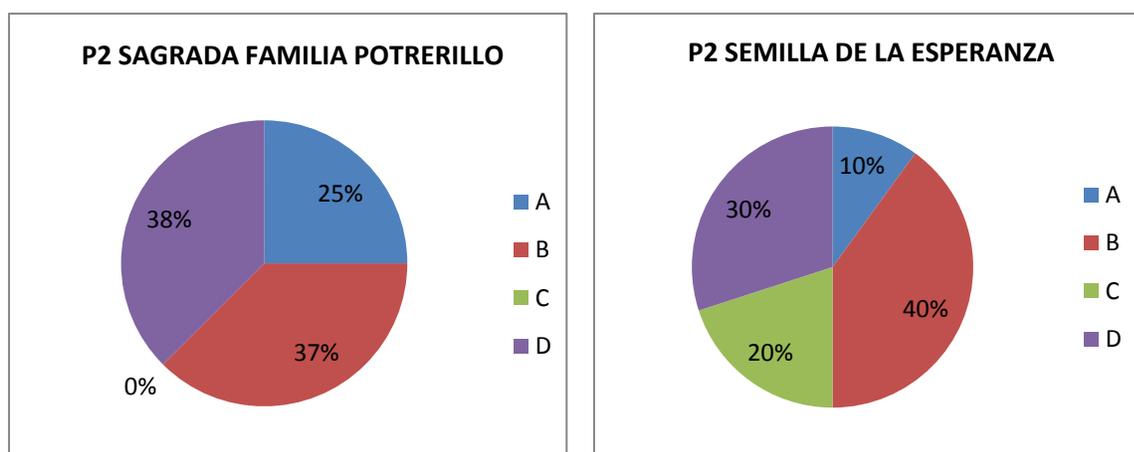
*Imagen 5. Estudiantes de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba diagnóstica.*



EESFP: N° de respuestas correctas: 2 niños (25%) N° de respuestas incorrectas: 6 niños (75%).

EESE: N° de respuestas correctas: 15 niños (75%) N° de respuestas incorrectas: 5 niños (25%).

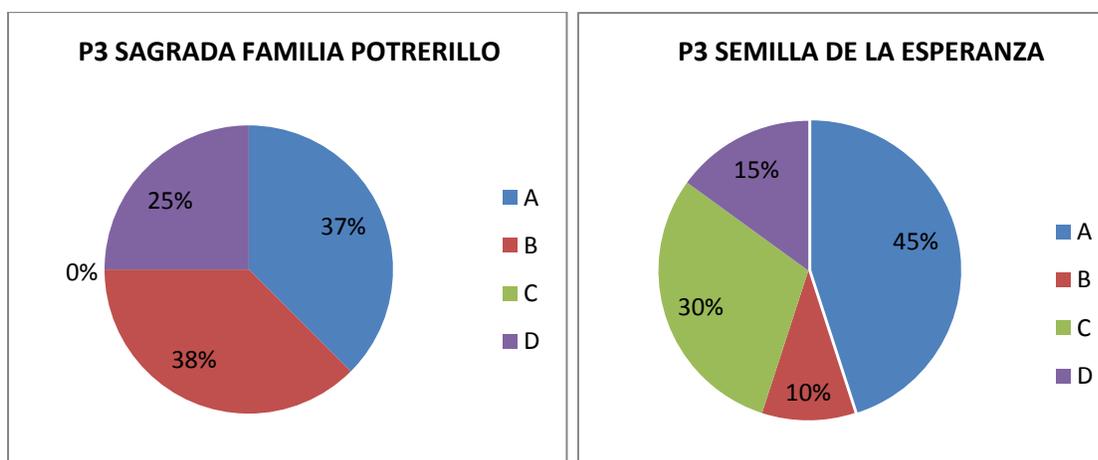
En la primera pregunta del diagnóstico, se puede comprobar que la mayoría de los estudiantes del EESFP no son capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico, mientras que en el EESE fue todo lo contrario, la mayoría de los estudiantes son capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 3 niños (37 %) N° de respuestas incorrectas: 5 niños (63%).

EESE: N° de respuestas correctas: 6 niños (30 %) N° de respuestas incorrectas: 14 niños (70%).

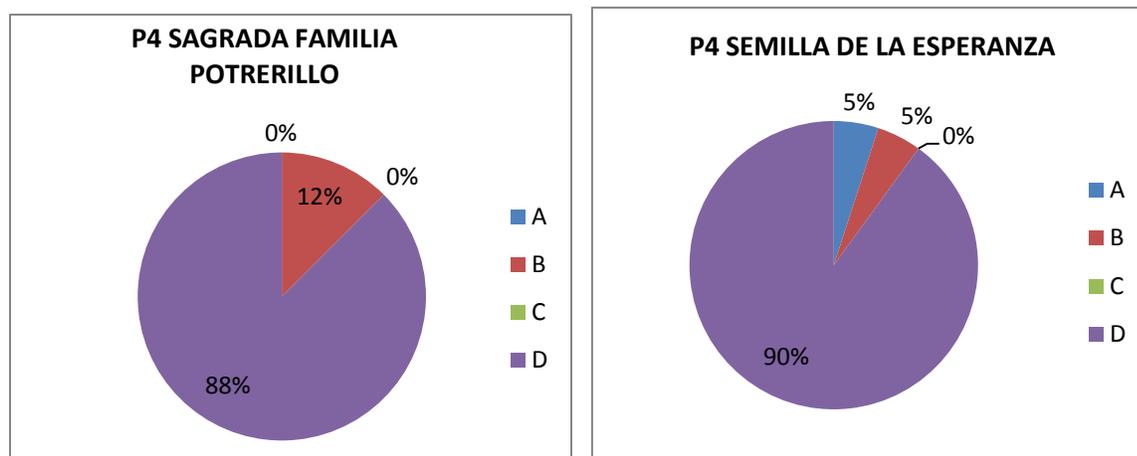
Con esta pregunta se puede evidenciar que en ambos EE la mayoría de los estudiantes no son capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 2 niños (25%) N° de respuestas incorrectas: 6 niños (75%).

EESE: N° de respuestas correctas: 3 niños (15%) N° de respuestas incorrectas: 17 niños (85%).

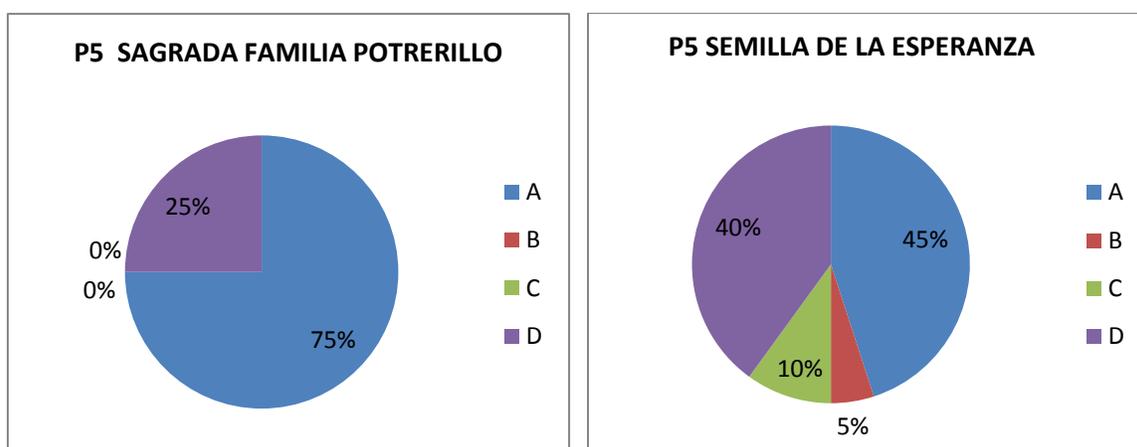
En esta pregunta se evidencia que en ambos EE gran parte de los estudiantes presentan dificultad para relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niño (12%).

EESE: N° de respuestas correctas: 18 niños (90%) N° de respuestas incorrectas: 2 niños (10%).

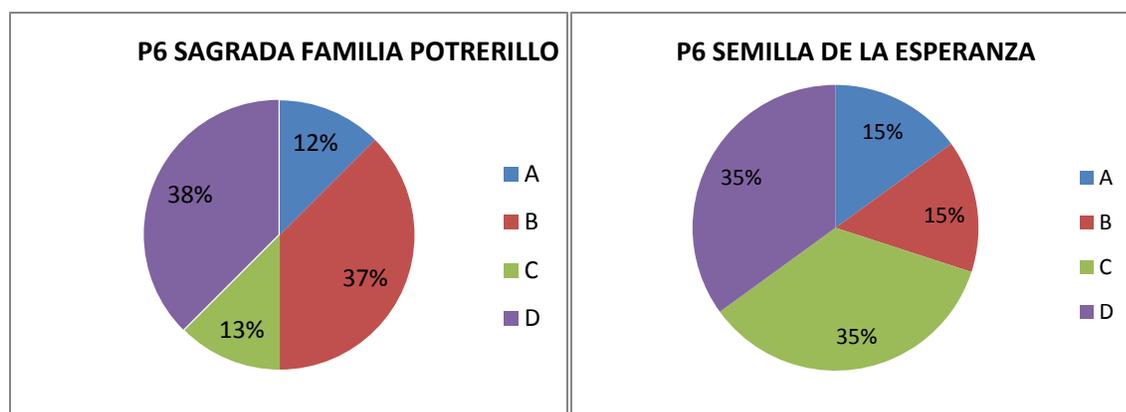
La pregunta N° 4 muestra que en los dos EE la mayoría de los estudiantes construyen y descomponen figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas (componente: espacial métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 0 niños (0%) N° de respuestas incorrectas: 8 niños (100%).

EESE: N° de respuestas correctas: 2 niños (10%) N° de respuestas incorrectas: 18 niños (90%)

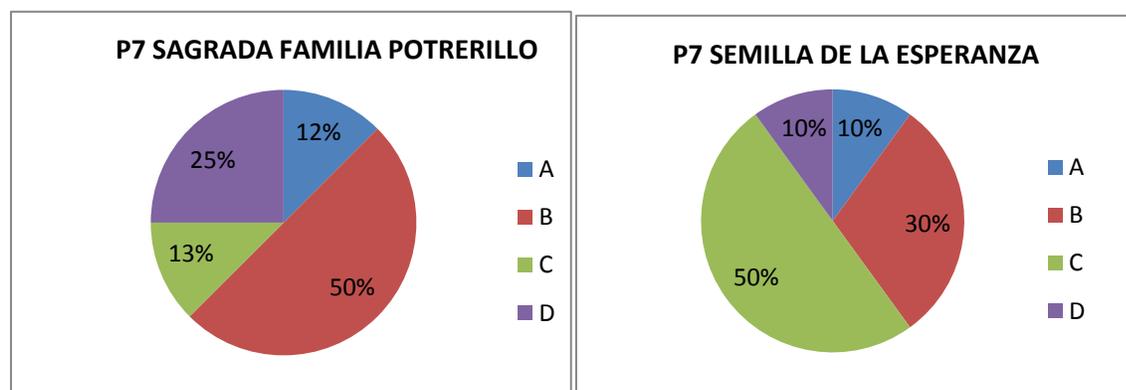
En esta pregunta para todos los estudiantes de ambos EE no es muy claro relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 1 niños (12%) N° de respuestas incorrectas: 7 niños (88%).

EESE: N° de respuestas correctas: 7 niños (35%) N° de respuestas incorrectas: 13 niños (65%).

Con esta pregunta se evidencia la dificultad presentada por la mayoría de los estudiantes de ambos EE para relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



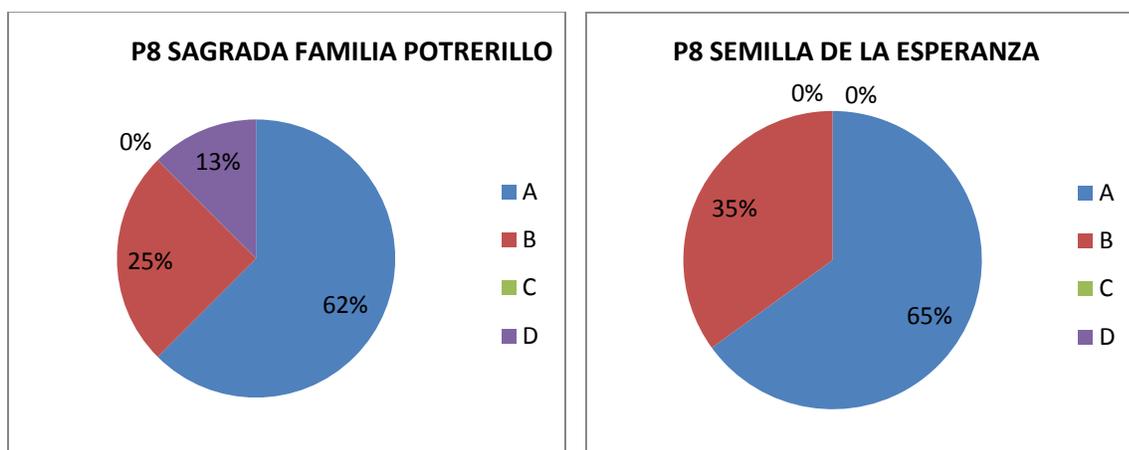
EESFP: N° de respuestas correctas: 4 niños (50%) N° de respuestas incorrectas: 4 niños (50%).

EESE: N° de respuestas correctas: 6 niños (30%) N° de respuestas incorrectas: 14 niños (70%).

En esta pregunta se puede verificar que la mitad de los estudiantes del EESFP usan representaciones geométricas y establecen relaciones entre ellas para solucionar problemas (componente: geométrico - métrico) y en el EESE la mayoría de los estudiantes no usan

representaciones geométricas y establecen relaciones entre ellas para solucionar problemas

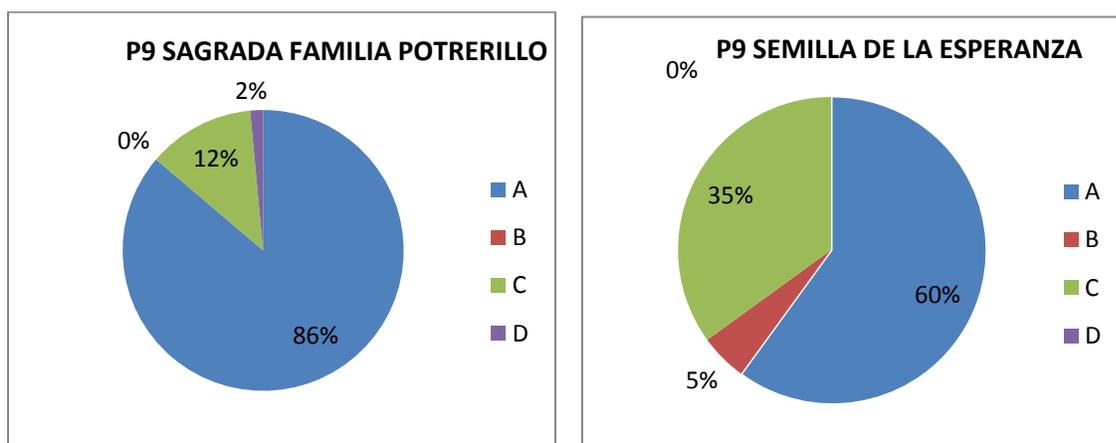
(componente: geométrico - métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 2 niños (25%) N° de respuestas incorrectas: 6 niños (75%).

EESE: N° de respuestas correctas: 7 niños (35%) N° de respuestas incorrectas: 13 niños (65%).

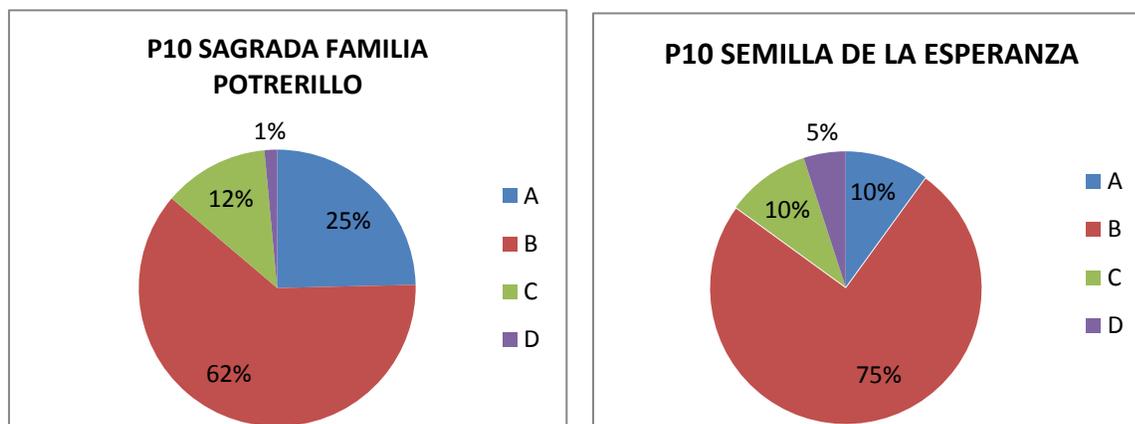
En esta pregunta se puede comprobar que la mayoría de los estudiantes de ambos EE no son capaces de comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.



EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niño (12%).

EESE: N° de respuestas correctas: 12 niños (60%) N° de respuestas incorrectas: 8 niño (40%).

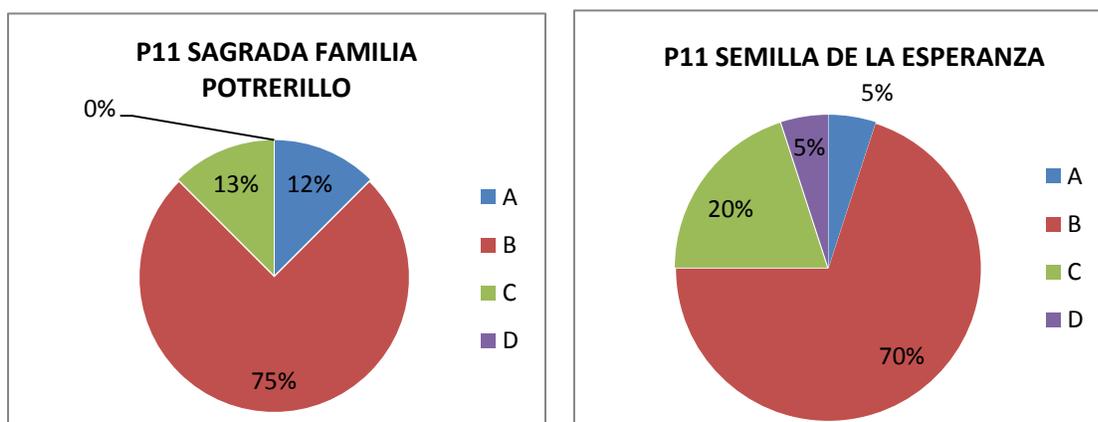
En esta pregunta del diagnóstico, se puede comprobar que la mayoría de los estudiantes de ambos EE son capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (Componente: espacial métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 2 niños (25%) N° de respuestas incorrectas: 6 niños (75%).

EESE: N° de respuestas correctas: 15 niños (75%) N° de respuestas incorrectas: 5 niños (25%).

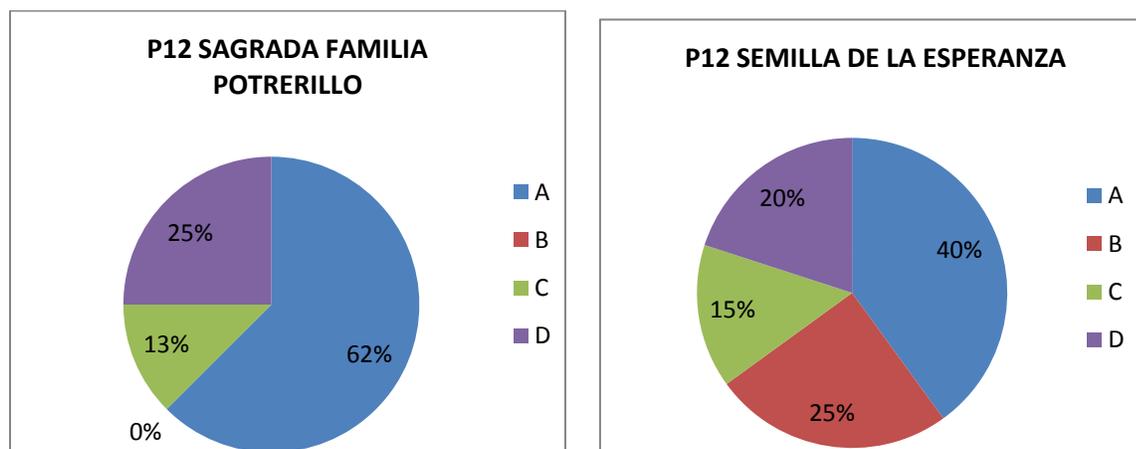
En esta pregunta se observa que los niños del EESFP no utilizan sistemas de coordenadas para ubicar figuras planas u objetos y describir su localización (componente – geométrico) y los del EESE la mayoría si los utiliza.



EESFP: N° de respuestas correctas: 6 niños (75%) N° de respuestas incorrectas: 2 niños (25%).

EESE: N° de respuestas correctas: 14 niños (70%) N° de respuestas incorrectas: 6 niños (30%).

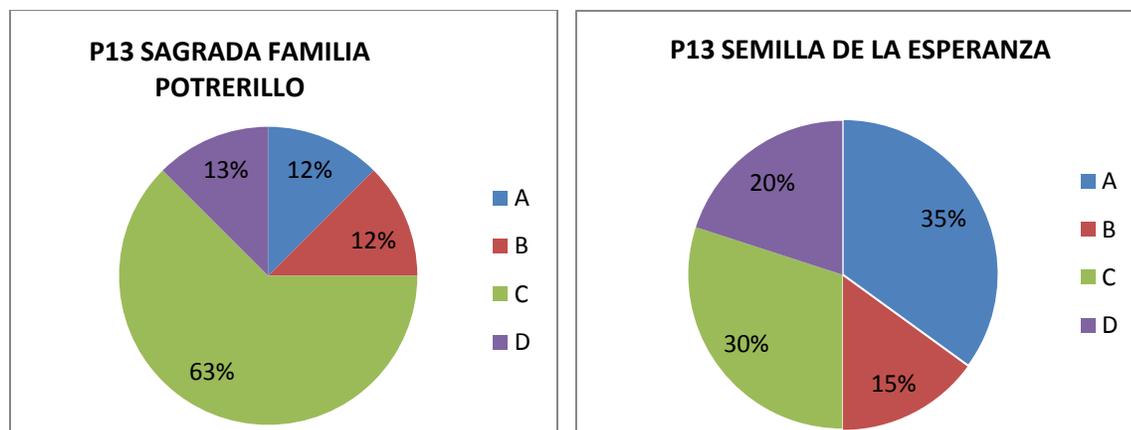
En esta pregunta se evidencia que los estudiantes de ambos EE realizan conjeturas y verifican los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano (Componente: geométrico - métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 5 niños (62%) N° de respuestas incorrectas: 3 niños (38%).

EESE: N° de respuestas correctas: 8 niños (40%) N° de respuestas incorrectas: 12 niños (60%).

En esta pregunta se evidencia que los estudiantes de ambos EE construyen y descomponen figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas (Componente: espacial métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 1 niño (12%) N° de respuestas incorrectas: 7 niños (88%).

EESE: N° de respuestas correctas: 4 niños (20%) N° de respuestas incorrectas: 16 niños (80%).

Se evidencia que la mayoría de estudiantes de ambos EE no resuelve problemas utilizando diferentes procedimientos de cálculo para hallar medidas de superficie y volúmenes.

## **4. 2. CATEGORIAS DE ANÁLISIS**

De acuerdo a lo resultados obtenidos en la prueba inicial y final categorizamos a los estudiantes así:

### **4.2.1. La matematización o modelación matemática**

El estudiante en esta categoría puede establecer modelos matemáticos de distintos niveles de complejidad, a partir de los cuales puede hacer predicciones, utilizar procedimientos numéricos, obtener resultados y verificar que tan razonables son respecto a las condiciones iniciales.

### **4.2.2. La elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos**

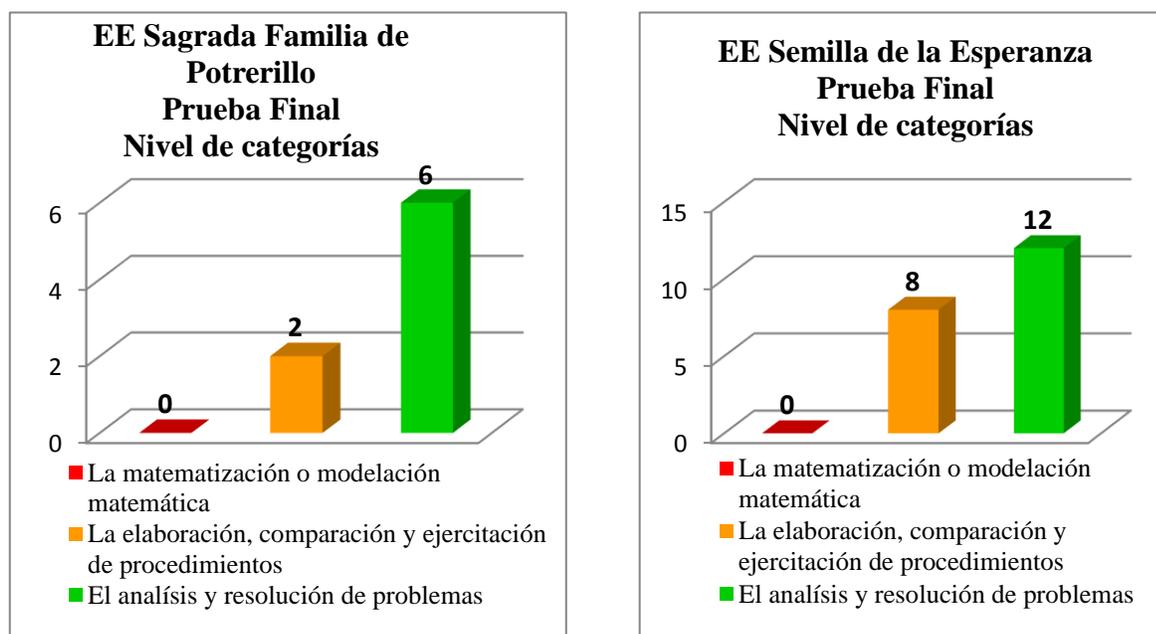
El estudiante en esta categoría puede ejecutar tareas matemáticas que suponen el dominio de los procedimientos usuales que se pueden desarrollar de acuerdo con rutinas secuenciadas. Podrá ejecutar procedimientos de rutina como los siguientes: calcular, grafica, transformar y medir.

### **4.2.3. El análisis y resolución de problemas**

El estudiante en esta categoría puede analizar una situación problema, identificar los datos necesarios, desarrollar y aplicar diversas estrategias para resolver problemas,

verificar e interpretar los resultados a la luz del problema original y generalizar soluciones y estrategias para nuevos problemas.

**Tabla 21. Comparativa de los niveles de categorías de la prueba final. EE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza**



Las gráficas anteriores muestran los resultados obtenidos por los estudiantes en la prueba diagnóstica e ilustran la ubicación de los mismos desde las categorías de análisis establecidas. Al analizar los resultados de la prueba diagnóstica aplicada a los 28 estudiantes de los dos establecimientos educativos se encontró que 12 estudiantes, es decir el 43% respondieron acertadamente solo las preguntas que requieren el desarrollo de la competencia de matematización o modelación y por ello se ubican en esta primera categoría. El 46% de los estudiantes, es decir 13 de los evaluados, lograron superar las categorías de matematización o modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos matemáticos; por ello se ubican en esta segunda categoría y solo 3 estudiantes, es decir el 11% superaron las tres categorías logrando ubicarse en la última que corresponde al análisis y resolución de problemas.

Lo anterior nos llevó como investigadoras a diseñar y aplicar una serie de situaciones didácticas que permitieran a los estudiantes movilizar sus habilidades cognitivas para lograr el desarrollo de las competencias matemáticas requeridas en cada categoría.

### 4.3. IMPLEMENTACION DE LA SITUACION DIDACTICA

Las seis guías diseñadas bajo la teoría de las situaciones didácticas, fueron implementadas en 6 sesiones de clase de 4 horas, en los horarios de clase facilitados por las maestras de cada Institución Educativa. A continuación se exponen las fechas y horas que se utilizaron:

***Tabla 9. Fecha de implementación de las situaciones didácticas en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza***

Actividad	IE Semilla de la Esperanza		IE Sagrada Familia de Potrerillo	
	Fecha	Hora	Fecha	Hora
Implementación de la situación didáctica 1	23/08/2017	6:30am	23/08/2017	7:00am
Implementación de la situación didáctica 2	30/08/2017	6:30am	30/08/2017	7:00am
Implementación de la situación didáctica 3	07/09/2017	6:30am	07/09/2017	7:00am
Implementación de la situación didáctica 4	14/09/2017	6:30am	14/09/2017	7:00am
Implementación de la situación didáctica 5	27/09/2017	6:30am	27/09/2017	7:00am
Implementación de la situación didáctica 6	03/10/2017	6:30am	03/10/2017	7:00am

#### 4.3.1. Resultados y análisis en la implementación de las situaciones didácticas.

Aquí relacionamos los resultados obtenidos en la implementación de las situaciones didácticas; estas fueron aplicadas en un grupo de 32 estudiantes del grado 5°-4 del establecimiento educativo Semilla de la Esperanza y 9 estudiantes del establecimiento educativo Sagrada familia de Potrerillo. Para el análisis se tomó como muestra los estudiantes que participaron y entregaron resultados en el desarrollo de las 6 guías, un total de 28 estudiantes.

En los momentos de formulación se conformaron grupos de 2 estudiantes y en los momentos de validación grupos de 4 estudiantes; en total se recogieron los resultados de 5 grupos del EE Semilla de la Esperanza y 2 grupos del EE Sagrada Familia de Potrerillo.

**Tabla 10. Resultados Situación didáctica 1**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 1	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes de los videos proyectados y pudieran formular preguntas que les surgieran.</i>	
	7 estudiantes tomaron apuntes de los videos proyectados, los 13 estudiantes restantes no tomaron ningún apunte ni formularon preguntas.	2 estudiantes tomaron apuntes de los videos proyectados, los 6 estudiantes restantes no tomaron ningún apunte ni formularon preguntas.
2	<i>Se esperaba que los estudiantes construyeran 2 figuras geométricas y 2 cuerpos geométricos utilizando palillos y plastilina. En esta situación se esperaba que identificaran los palillos como los lados y/o aristas y las bolitas de plastilina que los unen como los vértices.</i>	
	Los 20 estudiantes construyeron las 2 figuras geométricas y los 2 cuerpos geométricos, las figuras más usuales cuadrado, triangulo, rectángulo y cubo, prismas y pirámides.	Los 8 estudiantes construyeron las 2 figuras geométricas y los 2 cuerpos geométricos, realizaron las figuras más usuales (cuadrado, triangulo y rectángulo) y los cuerpos geométricos (cubo, prismas y pirámides).
3	<i>Se esperaba que los estudiantes después de construir las figuras del ítem 2 pudieran dar sus características; nombre, cantidad de lados y/o aristas, cantidad de vértices, si es</i>	

	<i>figura regular o irregular, si es figura o cuerpo geométrico y finalmente asemejarlas con un objeto de la realidad.</i>	
	Los 20 estudiantes etiquetaron las figuras construidas en el ítem 2, escribiendo las características solicitadas.	Los 8 estudiantes etiquetaron las figuras construidas en el ítem 2, escribiendo las características solicitadas.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de Formulación - Guía 1</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes fueran capaces de escribir en un lenguaje natural, pero usando un contexto matemático dos instrucciones que permitieran a otro grupo de estudiantes construir una figura y un cuerpo geométrico. En este caso no había una única instrucción.</i>	
4.	8 grupos escribieron las dos indicaciones en un lenguaje natural; aunque emplearon pocas palabras del contexto matemático sus ideas fueron comprensibles. Los 2 grupos restantes no lograron escribir una indicación clara.	1 grupo escribió las dos indicaciones en un lenguaje natural; aunque emplearon pocas palabras del contexto matemático sus ideas fueron comprensibles. 3 grupos restantes no lograron escribir una indicación clara
	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran construir la figura y el cuerpo geométrico a partir de las indicaciones formuladas por el otro grupo y decir qué nombre recibía cada figura y con qué formas de la realidad se asemejan.</i>	
5.	8 grupos lograron construir la figura y el cuerpo geométrico con las indicaciones del grupo emisor, los otros dos grupos no lo lograron porque las indicaciones no eran claras.	1 grupo logró construir la figura y el cuerpo geométrico con las indicaciones del grupo emisor, los otros 3 grupos no lo lograron porque las indicaciones no eran claras.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 1</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes a partir de lo trabajado en las situaciones de acción y formulación pudieran establecer cuál es la diferencia entre una figura geométrica y un cuerpo geométrico. En este caso deben decir que una figura geométrica es plana y solo tiene dos dimensiones base y altura; por el contrario los cuerpos geométricos son figuras tridimensionales, es decir tienen 3 dimensiones.</i>	
6. a.	8 grupos lograron establecer que la diferencia entre una figura geométrica y un cuerpo geométrico radica en que las figuras son planas y los cuerpos geométricos tienen 3 dimensiones son sólidos. Los dos grupos restantes no escribieron la diferencia.	1 grupo logró establecer que la diferencia entre una figura geométrica y un cuerpo geométrico radica en que las figuras son planas y tienen dos dimensiones y los cuerpos geométricos son sólidos y tienen 3 dimensiones. El grupo restante escribió incompleta la respuesta.
	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran argumentar por qué las figuras geométricas se consideran objetos bidimensionales.</i>	
6. b.	7 grupos argumentaron que las figuras geométricas son bidimensionales porque se puede medir en ellas dos dimensiones base y altura. Los 3 grupos restantes no respondieron.	Los 2 grupos argumentaron que las figuras geométricas son bidimensionales porque se puede medir en ellas dos dimensiones largo y ancho.
	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran argumentar por qué los cuerpos geométricos se consideran objetos tridimensionales.</i>	
6. c.	7 grupos argumentaron que las figuras	1 grupo argumentó que las figuras

	geométricas son tridimensionales porque se puede medir en ellas tres dimensiones largo, ancho y alto. Los 3 grupos restantes no respondieron.	geométricas son tridimensionales porque se puede medir en ellas tres dimensiones largo, ancho y alto. El grupo restante escribió incorrecta la respuesta.
E	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran deducir qué partes componen las figuras geométricas. En este caso deben decir que tienen lados y vértices.</i>	
	Los 10 grupos escribieron que las partes que componen una figura geométrica son los lados y vértices.	Los 2 grupos escribieron que las partes que componen una figura geométrica son los lados y vértices.
6	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran deducir qué partes componen los cuerpos geométricos. En este caso debían decir que tienen aristas, vértices y caras.</i>	
	Los 10 grupos escribieron que las partes que componen un cuerpo geométrico son las aristas, vértices y caras.	Los 2 grupos escribieron que las partes que componen un cuerpo geométrico son las aristas, vértices y caras.

**Tabla 11. Resultados Situación didáctica 2**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 2	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes del video proyectado y pudieran formular preguntas que les puedan surgir.</i>	
	12 estudiantes tomaron apuntes de conceptos abordados en el video, los 8 estudiantes restantes no tomaron ningún apunte.	2 estudiantes tomaron apuntes de conceptos abordados en el video, los 6 estudiantes restantes no tomaron ningún apunte.
2	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran clasificar correctamente las figuras geométricas entregadas de acuerdo al número de lados y vértices (triángulos, cuadriláteros, pentágonos, hexágonos, heptágonos, octágonos), formando grupos como evidencia. Además de ello escribir los nombres de los grupos de figuras y justificar su respuesta.</i>	
	Los 20 estudiantes lograron clasificar de forma correcta las figuras geométricas, escribiendo su nombre y la cantidad de lados y vértices.	Los 8 estudiantes lograron clasificar de forma correcta las figuras geométricas, escribiendo su nombre y la cantidad de lados y vértices.
3	<i>Se esperaba que los estudiantes realizar una segunda clasificación del mismo grupo de figuras geométricas, ahora teniendo en cuenta lados de igual y diferente medida. Se buscaba que concluyeran que las figuras que tienen lados de igual medida son polígonos regulares y las que tienen lados de diferente medida son polígonos irregulares.</i>	
	Los 20 estudiantes realizaron correctamente la clasificación y concluyeron que las que tenían lados de igual medida se llaman polígonos regulares y las de diferente medida polígonos irregulares.	Los 8 estudiantes realizaron correctamente la clasificación y concluyeron que las que tenían lados de igual medida se llaman polígonos regulares y las de diferente medida polígonos irregulares.
Ítem	Resultados Situación de Formulación - Guía 2	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
4.a	<i>Se esperaba que los estudiantes al observar la figura geométrica entregada, la identificaran como un rectángulo o también cuadrilátero; además pudieran decir que en esa figura se pueden medir las dimensiones largo y ancho o base y altura. También se</i>	

	<i>esperaba que pudieran estimar las medidas aproximadas de la figura.</i>	
	8 grupos identificaron la figura como un rectángulo y dijeron que se podía medir en ella la base y la altura, además estimaron que sus medidas aproximadas eran 7 y 6 cm ó 8 y 7 cm. Los otros dos grupos dijeron que era un cuadrado lo cual es incorrecto y que media 6cm por cada lado.	3 grupos identificaron la figura como un rectángulo y dijeron que se podía medir en ella la base y la altura, además estimaron que sus medidas aproximadas eran 7 y 6 cm ó 8 y 7 cm. 1 grupo dijo que era un cuadrado lo cual es incorrecto y que media 8cm por cada lado.
	<i>Se esperaba que los estudiantes al recortar un cuadrado pudieran decir que mide un centímetro de lado y concluir que la medida de la superficie de dicha figura (área) es 1 cm<sup>2</sup>.</i>	
4.b.	Los 10 grupos al recortar y observar el cuadrado dedujeron que media 1cm por cada lado y que la medida de su superficie era 1 cm <sup>2</sup> .	3 grupos al recortar y observar el cuadrado dedujeron que media 1cm por cada lado y que la medida de su superficie era 1 cm <sup>2</sup> y un grupo dijo que medía 1 cm y medio por cada lado y que la medida de su superficie era 1 cm y medio.
	<i>Se esperaba que los estudiantes al recubrir la figura geométrica (rectángulo 7cm x 6 cm) con cuadrados de 1cm<sup>2</sup>, pudieran concluir cual es la medida de la superficie de la figura (área).</i>	
4.c.	Los 10 grupos recubrieron el rectángulo con los cuadrados de 1cm <sup>2</sup> y concluyeron que la medida de la superficie era 42cm <sup>2</sup> , además comprobaron que sus lados median 6cm y 7 cm.	Los 4 grupos recubrieron el rectángulo con los cuadrados de 1cm <sup>2</sup> y concluyeron que la medida de la superficie era 42cm <sup>2</sup> , además comprobaron que sus lados median 6cm y 7 cm.
	<i>Se esperaba que los estudiantes al medir el contorno de la figura con la piola comprobaran que dado que sus dimensiones son 7cm x 6 cm, el resultado de la medida del contorno (perímetro) es 26 cm.</i>	
4.d.	Los 10 grupos midieron con la piola el contorno de la figura y comprobaron que al extenderla su medida era 26 cm, además de ello expresaban que esto también se podía calcular sumando la medida de los cuatro lados.	Los 4 grupos midieron con la piola el contorno de la figura y comprobaron que al extenderla su medida era 26 cm, además de ello expresaban que esto también se podía calcular sumando la medida de los cuatro lados.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 2</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes al emplear un instrumento de medida (regla) pudieran comprobar que las dimensiones del rectángulo trabajado en la situación de formulación son las que ellos calcularon aproximadamente o están muy cerca.</i>	
5. a.	Los 4 grupos al utilizar la regla como instrumento de medida expresaron que las medidas del rectángulo eran las que ellos habían estimado y un grupo manifestó que las medidas que ellos habían calculado estaban muy cerca	Los 2 grupos al utilizar la regla como instrumento de medida expresaron que las medidas del rectángulo eran las que ellos habían estimado.
	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran concluir que la medida del contorno de la figura geométrica se denomina perímetro.</i>	
5. b.	Los 5 grupos expresaron que la medida del contorno de la figura se llama perímetro.	Los 2 grupos expresaron que la medida del contorno de la figura se llama perímetro.

5. c.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran concluir que la medida de la superficie de la figura geométrica se denomina área.</i>	
	Los 5 grupos expresaron que la medida de la superficie de la figura se llama área.	1 grupo expresó que la medida de la superficie de la figura se llama área, el otro no escribió nada.
5 d.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran concluir que para hallar la medida del perímetro solo basta con sumar las dimensiones de los lados de la figura y para hallar el área para el caso del rectángulo se multiplican las dos dimensiones (base x altura).</i>	
	Los 5 grupos argumentaron que para hallar la medida del perímetro se debe sumar la medida de los lados de la figura y para calcular el área en el caso de los cuadriláteros se multiplica la base por la altura.	Los 2 grupos argumentaron que para hallar la medida del perímetro se debe sumar la medida de los lados de la figura y para calcular el área en el caso de los cuadriláteros se multiplica la base por la altura.
6	<i>Se esperaba que los estudiantes al observar la imagen de un paisaje construido a partir de figuras geométricas, pudieran identificarlas y nombrarlas, relacionarlas con formas de la realidad y relacionar el título de la imagen con su contenido.</i>	
	Los 5 grupos dieron respuestas acertadas para este ítem, algunas respuestas mejor formuladas y argumentadas que otras.	Los 2 grupos dieron respuestas acertadas para este ítem, algunas respuestas mejor formuladas y argumentadas que otras.

**Tabla 12. Resultados Situación didáctica 3**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 3	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes del video proyectado y pudieran formular preguntas que les surgieran.</i>	
	9 estudiantes tomaron apuntes sobre conceptos abordados en el video, 3 estudiantes formularon una pregunta y 8 estudiantes no tomaron apuntes.	3 estudiantes tomaron apuntes sobre conceptos abordados en el video, 1 estudiante formuló una pregunta y 4 estudiantes no tomaron apuntes.
2	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar los cuerpos geométricos; escribir el nombre, número de vértices, aristas y caras. (Cubo, prisma rectangular, esfera, pirámide cuadrangular, prisma pentagonal, cono y cilindro).</i>	
	8 estudiantes no realizaron de forma correcta esta clasificación y 12 estudiantes identificaron algunos cuerpos geométricos y contaron correctamente el número de caras vértices y aristas.	6 estudiantes no realizaron de forma correcta esta clasificación y 2 estudiantes identificaron algunos cuerpos geométricos y contaron correctamente el número de caras vértices y aristas.
Ítem	Resultados Situación de Formulación - Guía 3	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
4.1.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar el grupo de fichas con las que se puede armar el sólido dado; para ello era necesario que pudieran deducir que la figura está formada por 24 cubos, porque sus dimensiones son (4 x 2 x 3). En este caso debían escoger la B como respuesta correcta y justificar.</i>	
	Los 10 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (B); sin embargo a la hora de justificar 6 grupos lo escribieron de	3 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (B); 1 grupo la A, a la hora de justificar 2 grupos lo escribieron de

	forma clara y razonable y 4 grupos dieron una justificación poco coherente.	forma clara y razonable y 2 grupos dieron una justificación poco coherente.
	<i>Se esperaba que los estudiantes visualizaran que la unión de 2 bloques forma un cubo, por ello Luisa utilizo 4 bloques para construir el sólido 1 que tiene dos cubos. El análisis les debe permitir concluir que si el sólido 2 está formado por 8 cubos y <math>8 \times 2</math> es igual a 16, Luisa utilizo 16 bloques para construirlo; en este caso deben escoger la D como respuesta correcta.</i>	
4.2.	Los 10 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (D); sin embargo a la hora de justificar 3 grupos lo escribieron de forma clara y razonable y 7 grupos dieron una justificación inconclusa o poco coherente.	3 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (D); 1 grupo la D a la hora de justificar 1 grupo escribió justificación inconclusa o poco coherente.
	<i>Se esperaba que los estudiantes al visualizar el sólido que se quiere armar identificaran que los cuerpos geométricos que lo forman son un prisma cuadrangular y una pirámide cuadrangular. En este caso deben escoger la opción D que es la que tiene las dos piezas que se necesitan.</i>	
4.3.	Los 10 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (D); sin embargo a la hora de justificar 4 grupos lo escribieron de forma clara y razonable y 6 grupos dieron una justificación inconclusa o poco coherente.	Los 4 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (D); a la hora de justificar escribieron de forma clara y razonable.
	<i>Se esperaba que los estudiantes visualizaran la figura desde arriba tal y como lo haría la persona que va en el helicóptero; de esta forma se harían una imagen mental y podrían deducir cual es la figura que corresponde a la foto que se tomó. En este caso deben escoger la D como respuesta correcta.</i>	
4.4.	Los 10 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (D); sin embargo a la hora de justificar 1 grupo lo escribió de forma clara y razonable y 9 grupos dieron una justificación inconclusa o poco coherente.	3 grupos de estudiantes escogieron la opción correcta (C) y 1 grupo la D, a la hora de justificar 1 grupo lo escribió de forma clara y razonable y los otros grupos dieron una justificación poco coherente.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 3</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes identificaran las siete piezas del cubo soma (V, L, T, Z, A, B, P) explicadas en la guía y entregadas en material concreto. Se esperaba que evidenciaran y concluyeran que 6 de ellas están formadas por 4 cubos dispuestos en diferentes posiciones y solo una de las piezas tiene 3 cubos.</i>	
5. a.	4 grupos escribieron que no todas las piezas estaban formadas por la misma cantidad de cubos y concluyeron que había una pieza formada por 3 cubos y las demás por 4 cubos; un grupo no respondió este ítem.	Los 2 grupos escribieron que no todas las piezas estaban formadas por la misma cantidad de cubos y concluyeron que había una pieza formada por 3 cubos y las demás por 4 cubos.
	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran armar el cubo soma (un cubo de <math>3 \times 3 \times 3</math>) utilizando las 7 piezas del ítem anterior. Aquí los estudiantes comprobarían que no hay una única forma de armarlo.</i>	
5. b.	Los 5 grupos lograron armar el cubo soma; 2 de ellos lo hicieron con gran facilidad y en poco tiempo, los 3 grupos restantes	Los 2 grupos lograron armar el cubo soma; 1 de ellos lo hizo con gran facilidad y en poco tiempo, el otro grupo restante tuvo

	tuvieron dificultades para hacerlo y emplearon mayor tiempo.	dificultad para hacerlo y empleó mayor tiempo.
6.	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran la pieza Z del cubo soma en material concreto y la visualizaran desde tres puntos (arriba, de frente y de lado), representen gráficamente cada visualización y finalmente se esperaba que escogieran la opción C como la imagen que visualiza Luis.</i>	
	4 grupos representaron gráficamente la visualización de la figura desde las tres perspectivas (arriba, de frente y lado); sin embargo no escogieron la opción C que era la imagen que visualizaba Luis y 1 grupo no realizó la representación gráfica de forma correcta, pero si escogió la opción C.	1 grupo representó gráficamente la visualización de la figura desde las tres perspectivas (arriba, de frente y lado) y respondió la opción C y el otro grupo no realizó la representación gráfica de forma correcta y respondió la B.
7 a.	<i>Se esperaba que los estudiantes al visualizar un paralelepípedo que está formado por 4 piezas del cubo soma, logaran identificar la pieza de color blanco que solo se observa parcialmente. En este caso debían escoger la opción C que es la que tiene la pieza T del cubo soma.</i>	
	3 grupos escogieron la opción correcta C y 2 grupos no respondieron ese ítem.	Ningún grupo escogió la opción correcta C.
7.b.	<i>Se esperaba que los estudiantes identificaran las 4 piezas del cubo soma (T, Z, A, P) utilizadas en la construcción del paralelepípedo del ítem anterior. En este caso deben escoger las piezas 3, 4, 5 y 7 de la tabla.</i>	
	2 grupos escogieron las 4 piezas correctamente, 1 grupo escogió las piezas incorrectas y los dos grupos restantes no dieron respuesta a este ítem.	1 grupo escogió las 4 piezas correctamente, y 1 grupo escogió las piezas incorrectas.
7.c.	<i>Se esperaba que los estudiantes logaran armar el paralelepípedo utilizando las 4 piezas identificadas en el ítem anterior. Debían comprobar si la ficha escogida en el ítem “7. a.” era la correcta.</i>	
	2 grupos lograron armar el paralelepípedo y comprobaron que la ficha escogida en el ítem 7.a era la correcta, los tres grupos restantes no armaron la figura ni respondieron la pregunta.	Los 2 grupos lograron armar el paralelepípedo y comprobaron que la ficha escogida en el ítem 7.a era la correcta.

**Tabla 13. Resultados Situación didáctica 4**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 4	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes de los videos proyectados y pudieran formular preguntas que les surgieran.</i>	
	4 estudiantes tomaron apuntes sobre conceptos abordados en el video, y 16 estudiantes no tomaron apuntes.	Ningún estudiante tomó apuntes sobre conceptos abordados en el video.
2	<i>Se esperaba que los estudiantes contaran el número de caras de varias figuras e identifiquen dentro de cada grupo las que tienen 4, 5 y 6 caras. En esta situación debían elegir en la a. la figura 2, en la b. la figura 4, en la c. la figura 3 y en la d. la figura 1. Posteriormente debían identificar una figura que tuviera solo una cara cuadrada, una</i>	

	<p><i>figura que tuviera algunas caras triangulares, una figura con dos caras redondas y la figura que tuviera más caras. De acuerdo con las opciones presentadas en la situación debían elegir en la a. la figura 3, en la b. la figura 2, en la c. la figura 4 y en la d. la figura 1.</i></p> <p><i>Finalmente se esperaba que visualizaran los desarrollos planos de 2 cuerpos geométricos y eligieran dentro de 4 opciones la figura a la que correspondía. En este caso deben elegir en la a. la figura 4, en la b. la figura 3.</i></p>	
	3 estudiantes respondieron de manera correcta las diez preguntas escogiendo en todas la opción correcta, los 17 estudiantes restantes respondieron acertadamente 6 o más preguntas.	6 estudiantes respondieron de manera correcta las diez preguntas escogiendo en todas la opción correcta, los 2 estudiantes restantes respondieron acertadamente 8 preguntas.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de Formulación - Guía 4</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes a partir de los desarrollos planos de 7 cuerpos geométricos entregados, logran plegar y armar los sólidos.</i>	
4	Los 10 grupos lograron plegar y armar los siete cuerpos geométricos a partir de los desarrollos planos entregados, logrando pasar del plano bidimensional al plano tridimensional.	4 grupos lograron plegar y armar los siete cuerpos geométricos a partir de los desarrollos planos entregados, logrando pasar del plano bidimensional al plano tridimensional.
	<i>Se esperaba que los estudiantes al manipular los sólidos armados en el ítem 4 pudieran identificar y contar el número de caras, vértices, aristas y nombrarlos. En este caso debían completar la tabla diciendo cubo, prisma rectangular, pirámide cuadrangular, cono, prisma triangular, prisma hexagonal y pirámide triangular.</i>	
5	5 grupos lograron identificar los siete cuerpos geométricos y dar el número correcto de caras, vértices y aristas; 4 grupos lo hicieron parcialmente o con algunas dificultades y 1 grupo no cumplió con lo esperado.	3 grupos lograron identificar los siete cuerpos geométricos y dar el número correcto de caras, vértices y aristas; 1 grupo lo realizó parcialmente o con algunas dificultades.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 4</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
	<i>Se esperaba que los estudiantes puedan hallar el volumen del cubo y el prisma rectangular o cuadrangular elaborados en el ítem 4, utilizando las formulas dadas (<math>V_{\text{cubo}} = a \times a \times a = a^3</math>, donde "a" es la longitud de la cara del cubo y <math>V_{\text{prisma rectangular}} = ab \times h</math>, donde "ab" es área de la base y "h" es altura. En este caso deben medir las dimensiones, remplazar los valores y hallar el valor.</i>	
6	3 grupos hallaron correctamente el volumen de los dos cuerpos geométricos, 1 grupo halló correctamente el volumen de un cuerpo geométrico y 1 grupo no alcanzó lo esperado.	2 grupos hallaron correctamente el volumen de los dos cuerpos geométricos.
	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan el volumen de un prisma cuadrangular que tiene como dimensiones 2cm x 2cm x 1 cm. La respuesta debe ser 4cm<sup>3</sup>.</i>	
7.a.	4 grupos calcularon correctamente el volumen del prisma escribieron la operación correcta y dieron la respuesta con la unidad de medida cm <sup>3</sup> , el otro grupo	2 grupos calcularon correctamente el volumen del prisma escribieron la operación correcta y dieron, 1 de ellos dio la respuesta con la unidad de medida cm <sup>3</sup> y

	aunque realizo el producto 2x2x1 no lo expreso con la unidad de medida correspondiente.	el otro grupo se le olvidó escribir cúbico.
	<i>Se esperaba que los estudiantes razonaran y concluyeran que para calcular el volumen del cuerpo geométrico que armó Beto, solo basta con sumar 4 veces el volumen del prisma cuadrangular calculado en el ítem 8.a. ó deducir las dimensiones del cuerpo geométrico armado por Beto a partir de la unión de los 4 prismas cuadrangulares; dichas dimensiones son: 4cm x 2cm x 2cm.</i>	
	4 grupos concluyeron que para hallar el volumen del cuerpo geométrico que armo Beto debían sumar 4 veces el volumen del prisma cuadrangular y 1 grupo no dio una respuesta correcta.	1 grupo concluyó que para hallar el volumen del cuerpo geométrico que armo Beto debían sumar 4 veces el volumen del prisma cuadrangular y el otro grupo dijo que multiplicando 4cmx 4cm.
7.c.	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan el volumen del cuerpo geométrico que se armó con 4 prismas cuadrangulares; teniendo en cuenta que las dimensiones del bloque patrón son 2cm x 2cm x 1cm. En esta situación ellos deben de cuadruplicar el volumen del bloque de referencia; la conclusión debe ser que el volumen del cuerpo geométrico que armo Beto es de 16 cm<sup>3</sup>.</i>	
	4 grupos respondieron que el volumen del cuerpo geométrico que armo Beto es 16 cm <sup>3</sup> y un grupo dio una respuesta incorrecta.	2 grupos respondieron que el volumen del cuerpo geométrico que armo Beto es 16 cm <sup>3</sup> .
7.d.	<i>Se espera que los estudiantes argumenten o justifiquen el valor del volumen del cuerpo geométrico calculado en el ítem 8.c., escribiendo la operación matemática que usaron. En este caso podrían ser:</i>	
	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <math>4cm^3 + 4cm^3 + 4cm^3 + 4cm^3 = 16cm^3</math></li> <li>• <math>4 \times 4cm^3 = 16cm^3</math></li> <li>• <math>4cm \times 2cm \times 2cm = 16cm^3</math></li> </ul>	
	4 grupos escribieron de forma correcta la operación que usaron para hallar el volumen del cuerpo geométrico del ítem 7.c y 1 grupo escribió una operación incorrecta.	2 grupos escribieron de forma correcta la operación que usaron para hallar el volumen del cuerpo geométrico del ítem 7.c.

**Tabla 14. Resultados Situación didáctica 5**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 5	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes del video proyectado y pudieran formular preguntas que les surgieran.</i>	
	8 estudiantes tomaron apuntes del video proyectado y 12 estudiantes no tomaron apuntes, ni formularon preguntas.	3 estudiantes tomaron apuntes del video proyectado y 5 estudiantes no tomaron apuntes, ni formularon preguntas.
2	<i>Se esperaba que los estudiantes completaran una tabla con la información suministrada en un plano. En este caso debían decir entre que calles y carreras está localizado el punto de referencia.</i>	
	15 estudiantes completaron la tabla con la información correcta de acuerdo a las	5 estudiantes completaron la tabla con la información correcta de acuerdo a las

	coordenadas del plano, localizando el punto de referencia indicado; 5 estudiantes lo hicieron parcialmente.	coordenadas del plano, localizando el punto de referencia indicado; 3 estudiantes lo hicieron parcialmente.
3	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran escribir que camino podía seguir Juan para llegar a cada uno de los lugares indicados; ej. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el norte, luego girar a la derecha en la calle 2 para llegar a la casa de Luisa. En este caso hay varias posibilidades, no hay una ruta única.</i>	
	11 estudiantes describieron de forma correcta un camino que podía seguir Juan para llegar cada uno de los lugares indicados y 5 estudiantes solo escribieron algunos de forma correcta o dieron indicaciones poco claras.	7 estudiantes describieron de forma correcta un camino que podía seguir Juan para llegar cada uno de los lugares indicados y 1 estudiante dio indicaciones poco claras.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de Formulación - Guía 5</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
5.	<i>Se esperaba que los estudiantes a partir de los materiales suministrados (panal de huevos, números, cinta y tapas) construyan el cuadrante I del plano cartesiano.</i>	
	Los 10 grupos elaboraron correctamente el cuadrante I del plano cartesiano con los materiales suministrados.	3 grupos elaboraron correctamente el cuadrante I del plano cartesiano con los materiales suministrados, 1 grupo lo hizo incorrecto.
5.a.	<i>Se esperaba que los estudiantes utilizando las tapas de gaseosa, ubicaran en el plano construido en el ítem 5, las parejas ordenadas (1, 3) (3, 4) (2, 3) (0, 1) (4, 0). En este caso al comprobar la ubicación correcta de los puntos se esperaba que los graficaran en la cuadrícula de papel.</i>	
	8 grupos ubicaron correctamente los cinco puntos de acuerdo a las coordenadas dadas, 2 grupos ubicaron correctamente dos o tres puntos.	3 grupos ubicaron correctamente los cinco puntos de acuerdo a las coordenadas dadas, 1 grupo ubicó correctamente dos o tres puntos.
5.b.	<i>Se esperaba que los estudiantes utilizando las tapas de gaseosa, ubicaran en el plano construido en el ítem 5, las parejas ordenadas (5, 4) (2, 0) (1, 4) (4, 3) (0, 2). En este caso ubicarían en cada coordenada una figura geométrica, después de comprobar la ubicación correcta de los puntos se esperaba que los graficaran en la cuadrícula de papel.</i>	
	7 grupos ubicaron correctamente las cinco figuras geométricas siguiendo las coordenadas indicadas y 3 grupos ubicaron correctamente solo algunas figuras.	2 grupos ubicaron correctamente las cinco figuras geométricas siguiendo las coordenadas indicadas y 2 grupos ubicaron correctamente solo algunas figuras.
5.c.	<i>Se esperaba que los estudiantes utilizando las tapas de gaseosa, representaran en el plano construido en el ítem 5, la ubicación de las 6 figuras que están en un gráfico. En este caso debían deducir las coordenadas de ubicación y escribirlas, para el caso son (0,3) (2,0) (2,5) (4,4) (1,2) (3,3).</i>	
	8 grupos escribieron correctamente las coordenadas de ubicación de las 6 figuras, 1 grupo escribió solo algunas coordenadas y 1 grupo no dio respuesta a este ítem.	2 grupos escribieron correctamente las coordenadas de ubicación de las 6 figuras, 2 grupos escribieron solo algunas coordenadas.
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 5</b>	
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>
7.1.a	<i>Se esperaba que los estudiantes observando un plano, escribieran la localización de 3</i>	

	<i>atracciones de un parque de diversiones tomando como punto de referencia la taquilla. En este caso debían escribir la cantidad de metros que se deben caminar y la dirección (norte, sur, oriente, occidente)</i>	
	Los 5 grupos escribieron correctamente la localización de las tres atracciones, indicando la cantidad de metros que se debían caminar y en que dirección.	Los 2 grupos escribieron correctamente la localización de las tres atracciones, indicando la cantidad de metros que se debían caminar y en que dirección.
7.1.b	<i>Se esperaba que los estudiantes representaran en un plano cartesiano el punto donde quedaría una zona de comidas que se desea construir; teniendo como referencia el grafico del ítem 7.1. En este caso la indicación es que se va a construir una zona de comidas 50 metros al sur de la montaña rusa y 100 metros al oriente de la montaña rusa.</i>	
	4 grupos realizaron la representación correcta en el plano cartesiano del punto de comidas, de acuerdo a las indicaciones y un grupo lo hizo de forma incorrecta.	2 grupos realizaron la representación correcta en el plano cartesiano del punto de comidas, de acuerdo a las indicaciones y un grupo lo hizo de forma incorrecta.
7.2.a	<i>Se esperaba que los estudiantes describieran el recorrido que realizo un caracol que partió de un punto P hasta llegar a un punto F; para ello observaban un gráfico que ilustra el camino recorrido. En este caso debían decir que se desplazó 6cm al oriente, 1cm al norte 3cm al oriente, 2 cm al norte y 7 cm al occidente.</i>	
	Los 5 grupos describieron de forma correcta el recorrido que realizo el caracol, indicando la distancia y la dirección.	Los 2 grupos describieron de forma correcta el recorrido que realizo el caracol, indicando la distancia y la dirección.
7.2.b	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan la distancia que recorrió el caracol. En este caso debían sumar <math>6\text{cm} + 1\text{cm} + 3\text{cm} + 2\text{cm} + 7\text{cm} = 19\text{cm}</math></i>	
	Los 5 grupos calcularon correctamente la distancia que recorrió el caracol siendo la respuesta 19 cm.	Los 2 grupos calcularon correctamente la distancia que recorrió el caracol siendo la respuesta 19 cm.
7.2.c	<i>Se esperaba que los estudiantes propusieran una ruta de desplazamiento más larga para el caracol partiendo del punto P y llegando al punto F; la graficaran, describieran el recorrido y calcularan la distancia. En este caso la distancia recorrida debía ser mayor de 19 cm, no había una única respuesta.</i>	
	Los 5 grupos graficaron, describieron y calcularon una ruta de desplazamiento más larga, las distancias fueron: 28cm, 27cm, 23 cm, 21 cm y 38 cm.	Los 2 grupos graficaron, describieron y calcularon una ruta de desplazamiento más larga, las distancias fueron: 28cm, 27cm, 26cm, 24 cm, 21 cm.
7.2.d	<i>Se esperaba que los estudiantes propusieran una ruta de desplazamiento más corta para el caracol partiendo del punto P y llegando al punto F; la graficaran, describieran el recorrido y calcularan la distancia. En este caso la distancia recorrida debía ser menor de 19 cm, no había una única respuesta.</i>	
	Los 5 grupos graficaron, describieron y calcularon una ruta de desplazamiento más corta, las distancias fueron: 8cm, 5 cm, 13cm, 15cm.	Los 2 grupos graficaron, describieron y calcularon una ruta de desplazamiento más corta, las distancias fueron: 8cm, 10cm, 12cm, 15cm.

**Tabla 15. Resultados Situación didáctica 6**

Ítem	Resultados Situación de Acción - Guía 6	
	IE Semilla de la Esperanza	Sagrada Familia Potrerillo
1	<i>Se esperaba que los estudiantes tomaran apuntes de los videos proyectados y pudieran formular preguntas que les puedan surgir.</i>	
	10 estudiantes tomaron apuntes sobre lo observado en los videos.	1 estudiante realizó una pregunta sobre lo observado en los videos y 7 no tomaron ningún apunte
2.a.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar la dimensión largo de la caja y establecieran cuántos cubos tenía. En este caso debían decir 4 cubos.</i>	
	17 estudiantes identificaron la dimensión largo y expresaron que tenía 4 cubos, los 3 estudiantes restantes la confundieron con el ancho y escribieron que tenía 3 cubos	6 estudiantes identificaron la dimensión largo y expresaron que tenía 4 cubos, los 2 estudiantes restantes la confundieron con el ancho y escribieron que tenía 3 cubos.
2.b.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar la dimensión ancho de la caja y establecieran cuántos cubos tenía. En este caso debían decir 3 cubos.</i>	
	17 estudiantes identificaron la dimensión ancho y establecieron que tenía 3 cubos, los 3 estudiantes restantes la confundieron con el largo y escribieron que tenía 4 cubos.	6 estudiantes identificaron la dimensión ancho y establecieron que tenía 3 cubos, los 2 estudiantes restantes la confundieron con el largo y escribieron que tenía 4 cubos.
2.c.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran identificar la dimensión alto de la caja y establecieran cuántos cubos tenía. En este caso debían decir 4 cubos.</i>	
	Los 20 estudiantes identificaron la dimensión alto y expresaron que tenía cubos.	Los 8 estudiantes identificaron la dimensión alto y establecieron cuántos cubos tenía.
2.d.	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan la cantidad de cubos necesarios para cubrir la cara de la base de la caja. En este caso debían decir que son <math>4 + 4 + 4 = 12</math> ó <math>3 + 3 + 3 = 12</math>; también como producto <math>3 \times 4 = 12</math> ó <math>4 \times 3 = 12</math></i>	
	5 estudiantes lograron calcular la cantidad de cubos necesarios para cubrir la base de la caja, por adición o producto y los 15 estudiantes restantes no lograron calcular dicha cantidad exacta.	3 estudiantes lograron calcular la cantidad de cubos necesarios para cubrir la base de la caja, por adición o producto y los 5 estudiantes restantes no lograron calcular dicha cantidad exacta.
2.e.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran calcular el número de cubos que faltaban para llenar la caja. En este caso debían hallar el volumen de la caja que sería <math>4 \times 3 \times 4 = 48</math> cubos y restar los 9 que ya están <math>48 - 9 = 39</math> cubos</i>	
	7 estudiantes lograron calcular el número exacto de cubos faltantes para llenar la caja, aunque no escribieron la operación realizada y los 13 estudiantes restantes no lo lograron, las cantidades dadas se alejaban mucho del valor real o daban el volumen total de la caja.	3 estudiantes lograron calcular el número exacto de cubos faltantes para llenar la caja, aunque no escribieron la operación realizada y los 5 estudiantes restantes no lo lograron, las cantidades dadas se alejaban mucho del valor real o daban el volumen total de la caja.
2.f.	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan cuántos cubos se necesitaban para llenar el total de la caja. Frente a esta situación basta con hallar el producto de las tres dimensiones</i>	

	$4 \times 3 \times 4 = 48$ cubos																				
	13 estudiantes calcularon de forma correcta el total de cubos que se necesitaba para llenar el total de la caja y los 7 restantes dieron valores menores o mayores pero no exactos.	3 estudiantes calcularon de forma correcta el total de cubos que se necesitaba para llenar el total de la caja y los 5 restantes dieron valores menores o mayores pero no exactos.																			
2.g.	<i>Se esperaba que los estudiantes finalmente dedujeran que al hallar el total de cubos que se requiere para llenar la caja se está hablando de volumen.</i>																				
	18 estudiantes dedujeron que al hallar el total de cubos se estaba hablando del volumen de la caja, los 2 estudiantes restantes dijeron que era el área.	8 estudiantes dedujeron que al hallar el total de cubos se estaba hablando del volumen de la caja.																			
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de Formulación - Guía 6</b>																				
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>																			
4	<i>Se esperaba que los estudiantes usando el material concreto (cubos de madera) construyeran el cubo abordado en el ítem 2. Y puedan comprobar y validar las respuestas dadas en el ítem de la situación de acción.</i>																				
	6 grupos usaron el material concreto para elaborar el cubo y validar algunas respuestas del ítem anterior especialmente el ítem 2f, los 4 grupos restantes no lo hicieron.	4 grupos usaron el material concreto para elaborar el cubo y validar algunas respuestas del ítem anterior especialmente el ítem 2f.																			
5	<i>Se esperaba que los estudiantes al usar el material concreto (cubos de madera) armara n primero un cubo de <math>2 \times 2 \times 2</math> y concluyan que su volumen es 8, luego procedan a armar el cubo de <math>3 \times 3 \times 3</math> y el de <math>4 \times 4 \times 4</math>. En este caso deben completar la tabla de la siguiente forma:</i>																				
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Figura</th> <th>Alto</th> <th>Largo</th> <th>Ancho</th> <th>Volumen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>64</td> </tr> </tbody> </table>		Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen	2	2	2	2	8	3	3	3	3	27	4	4	4	4
Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen																	
2	2	2	2	8																	
3	3	3	3	27																	
4	4	4	4	64																	
	<i>Posteriormente se espera que a partir de la elaboración de las figuras 2, 3 y 4, los estudiantes puedan concluir que se puede hallar el volumen de la figura de 5 multiplicando <math>5 \times 5 \times 5</math></i>																				
	8 grupos armaron los cubos y completaron la tabla de forma correcta, los 2 grupos restantes aunque construyeron los cubos y completaron la tabla correctamente en las tres dimensiones no contabilizaron bien el total de cubos (volumen). Los 10 grupos concluyeron que el volumen para la figura 5 se podría calcular multiplicando las tres dimensiones $5 \times 5 \times 5$ .	2 grupos armaron los cubos y completaron la tabla de forma correcta, los 2 grupos restantes aunque construyeron los cubos y completaron la tabla correctamente en las tres dimensiones no contabilizaron bien el total de cubos (volumen). Todos los grupos concluyeron que el volumen para la figura 5 se podría calcular multiplicando las tres dimensiones $5 \times 5 \times 5$ .																			
<b>Ítem</b>	<b>Resultados Situación de validación - Guía 6</b>																				
	<b>IE Semilla de la Esperanza</b>	<b>Sagrada Familia Potrerillo</b>																			
7	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran completar la tabla abordada en el ítem 5 llegando hasta la figura 10; es decir hallar el volumen para los cubos de 6, 7, 8, 9 y 10 cubos por cada lado. En este caso la tabla debe quedar así:</i>																				
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>Figura</th> <th>Alto</th> <th>Largo</th> <th>Ancho</th> <th>Volumen</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>2</td> <td>8</td> </tr> <tr> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>3</td> <td>27</td> </tr> <tr> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>4</td> <td>64</td> </tr> </tbody> </table>		Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen	2	2	2	2	8	3	3	3	3	27	4	4	4	4
Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen																	
2	2	2	2	8																	
3	3	3	3	27																	
4	4	4	4	64																	

	5	5	5	5	125	
	6	6	6	6	216	
	7	7	7	7	343	
	8	8	8	8	512	
	9	9	9	9	729	
	10	10	10	10	1000	
	4 grupos completaron la tabla de forma correcta, 1 grupo aunque completo correctamente las tres primeras columnas tuvieron errores al hallar el volumen.				2 grupos completaron la tabla de forma correcta. Uno de ellos solo se equivocó en un volumen.	
8.a.	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan el volumen de las cajas 1, 2 y 3 utilizando los cubos como material concreto que les permite representar y contar. En este caso debían decir que el volumen de las cajas es: <math>V \text{ caja } 1 = 72 \text{ cm}^3</math>, <math>V \text{ caja } 2 = 75 \text{ cm}^3</math> y <math>V \text{ caja } 3 = 48 \text{ cm}^3</math></i>					
	Los 5 grupos calcularon correctamente el volumen de las tres cajas y en la práctica se evidenció que usaron el material concreto.			Los 2 grupos calcularon correctamente el volumen de las tres cajas y en la práctica se evidenció que usaron el material concreto.		
8.b.	<i>Se esperaba que los estudiantes organizaran las cajas en orden ascendente según el volumen. En este caso deben quedar así: Caja 3, caja 1, caja 2</i>					
	4 grupos organizaron correctamente las cajas en orden ascendente, el otro grupo lo hizo en forma descendente.			Los 2 grupos organizaron las cajas en orden ascendente.		
9.a.	<i>Se esperaba que los estudiantes al analizar la situación de los acuarios 1, 2 y 3 pudieran concluir qué características tienen en común. En este caso podían decir que: los tres son prismas rectangulares, tiene dos dimensiones comunes de 10cm y 20 cm.</i>					
	4 grupos dijeron lo común era que “todos tienen 10 cm de ancho” y el otro grupo escribió que no había una característica en común porque “todos los acuarios son diferentes”.			1 grupo dijo que “todos tienen 10 cm de ancho” y el otro grupo escribió que no sabían.		
9.b.	<i>Se esperaba que los estudiantes calcularan el volumen o capacidad de almacenamiento a partir de las medidas dadas en el gráfico. En este caso deben decir que el volumen del acuario 1 es <math>20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 10\text{cm} = 2000\text{cm}^3</math>, volumen del acuario 2 es <math>20\text{cm} \times 10\text{cm} \times 20\text{cm} = 4000\text{cm}^3</math> y volumen del acuario 3 es <math>10\text{cm} \times 10\text{cm} \times 20\text{cm} = 2000\text{cm}^3</math>.</i>					
	3 grupos calcularon correctamente el volumen de los tres acuarios, los 2 grupos restantes al hallar el producto de las tres dimensiones se equivocaron en el resultado colocando 200 ó $400 \text{ cm}^3$ .			Los 2 grupos calcularon correctamente el volumen de los tres acuarios.		
9.c.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran concluir qué acuario tenía mayor capacidad y argumentar por qué. En este caso deben decir que el acuario 2 porque almacena <math>4000 \text{ cm}^3</math>.</i>					
	4 grupos concluyeron que el acuario 2 era el de mayor capacidad y argumentaron eso se debía a que su volumen era mayor, el otro grupo dijo que el acuario 2 pero no argumentó por qué.			Los dos grupos concluyeron que el acuario 2 era el de mayor capacidad y argumentaron eso se debía a que su volumen era mayor.		
9.d.	<i>Se esperaba que los estudiantes al comparar los volúmenes de los acuarios 1 y 3 pudieran concluir que son iguales; porque a pesar de que en la gráfica se vean de diferente altura,</i>					

	<i>tienen las mismas dimensiones 20 cm, 10 cm y 10cm y en ambos casos el volumen es igual <math>2000\text{cm}^3</math>.</i>	
	3 grupos concluyeron que los volúmenes de las cajas 1 y 3 eran iguales porque en ambos casos es $2000\text{cm}^3$ , los otros dos grupos dijeron cuál era el volumen de ambos pero no expresaron que eran iguales.	Los dos grupos concluyeron que los volúmenes de las cajas 1 y 3 eran iguales porque en ambos casos es $2000\text{cm}^3$ .
9.e.	<i>Se esperaba que los estudiantes pudieran calcular el volumen total de los tres acuarios. En este caso debían sumar <math>2000\text{cm}^3 + 4000\text{cm}^3 + 2000\text{cm}^3 = 8000\text{cm}^3</math>.</i>	
	Los 5 grupos calcularon correctamente el volumen total de las tres cajas.	Los 2 grupos calcularon correctamente el volumen total de las tres cajas.

## 5. PRUEBA FINAL

Al finalizar la aplicación de las situaciones didácticas, los estudiantes realizan la misma prueba de diagnóstico, con el propósito de verificar las fortalezas y oportunidades de mejora de las situaciones didácticas.

**Tabla 16. Fecha de aplicación de la prueba final en los estudiantes de grado quinto de las IE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza**

Actividad	IE Semilla de la Esperanza		IE Sagrada Familia de Potrerillo	
	Fecha	Hora	Fecha	Hora
Aplicación de la prueba final	25/10/2017	6:30am	25/10/2017	7:00am

A continuación se muestra el análisis cuantitativo de la prueba:

Las respuestas que están en la tabla con color rojo son las correctas.

**Tabla 17. Número de estudiantes de grado quinto de la IE Sagrada Familia Potrerillo que presentaron la prueba final**

NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE PRESENTARON LA PRUEBA FINAL: 8				
PREGUNTA	A	B	C	D
1	0	8	0	0
2	0	0	0	8
3	0	0	0	8
4	0	0	0	8
5	0	0	8	0
6	0	1	7	0

7	0	7	1	0
8	6	1	0	1
9	8	0	0	0
10	0	8	0	0
11	0	8	0	0
12	7	0	0	1
13	0	0	1	7

**Tabla 18. Número de estudiantes de grado quinto de la IE Semilla la Esperanza que presentaron la prueba final**

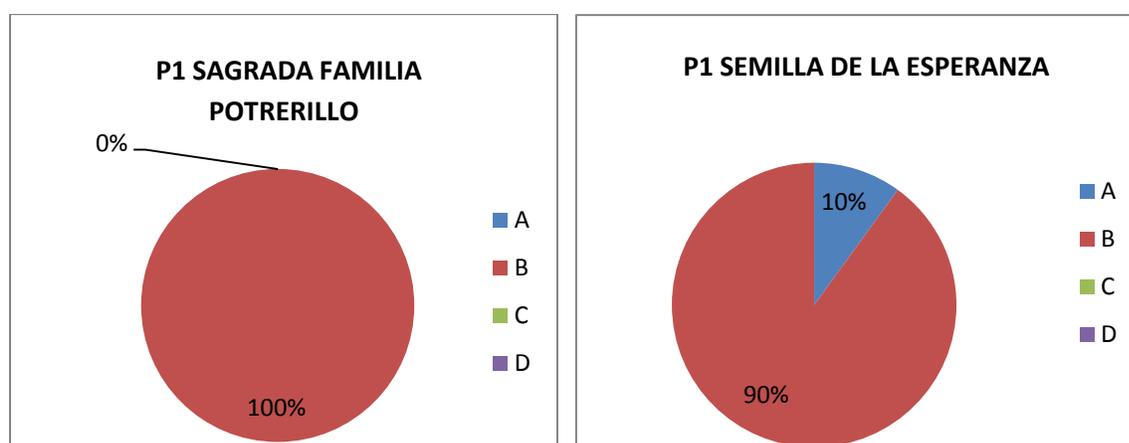
NÚMERO DE ESTUDIANTES QUE PRESENTARON LA PRUEBA FINAL: 20				
PREGUNTA	A	B	C	D
1	2	18	0	0
2	0	3	1	16
3	2	1	0	17
4	0	0	0	20
5	2	0	18	0
6	1	2	15	2
7	1	15	3	1
8	16	3	1	0
9	17	1	2	0
10	4	16	0	0
11	1	19	0	0
12	16	1	1	2
13	4	3	3	10



**Imagen 6. Estudiante de la IE Sagrada familia de Potrerillo presentando la prueba final**



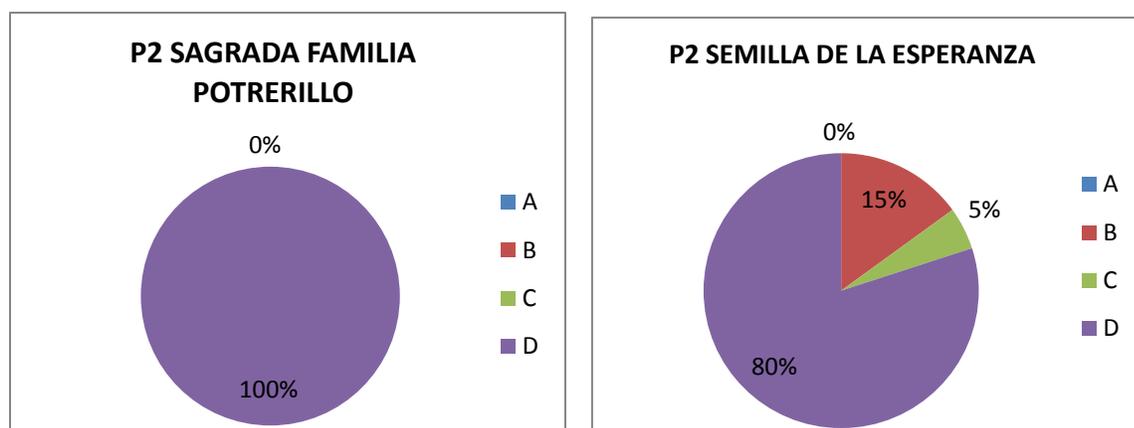
*Imagen 7. Estudiantes de la IE Semilla de la Esperanza presentando la prueba final*



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 18 niños (90%) N° de respuestas incorrectas: 2 niños (10%).

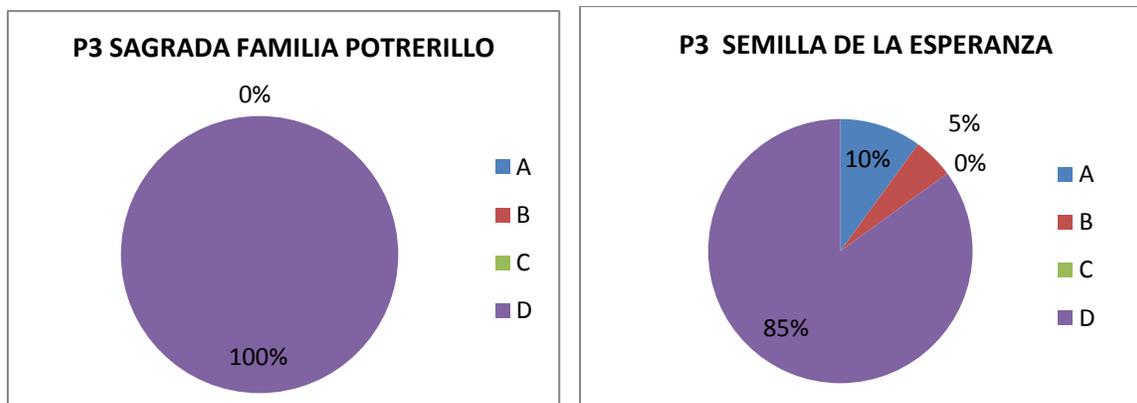
En la primera pregunta del diagnóstico, en el EESFP se puede comprobar que todos los estudiantes fueron capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100 %) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 16 niños (80 %) N° de respuestas incorrectas: 4 niños (20%).

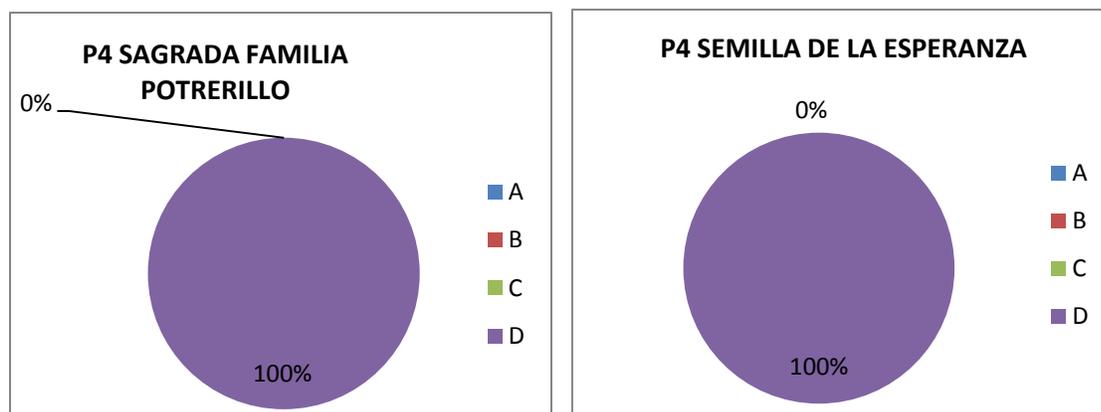
Con esta pregunta se puede evidenciar que todos los estudiantes fueron capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 17 niños (85%) N° de respuestas incorrectas: 3 niños (15%)

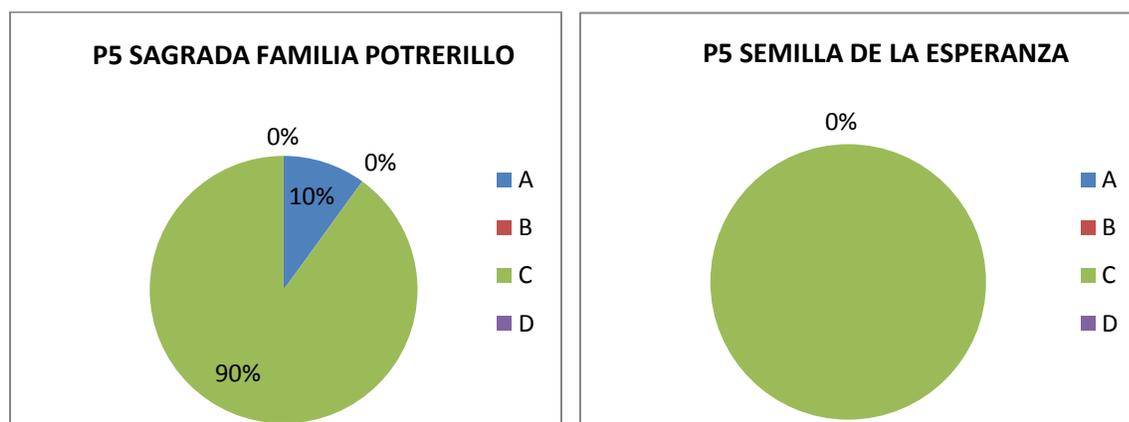
En esta pregunta se evidencia que todos los estudiantes relacionaron objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niño (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 20 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

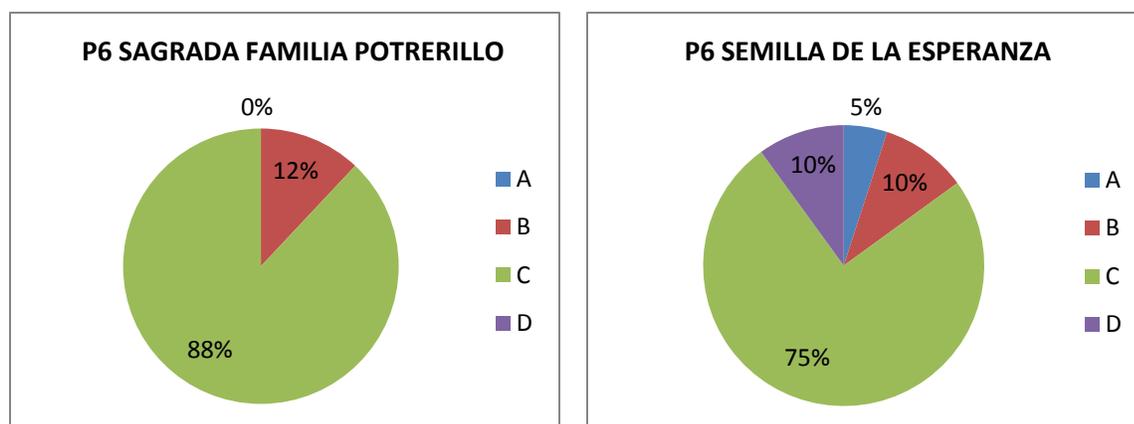
La pregunta N° 4 muestra que los estudiantes de ambos EE construyen y descomponen figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas (componente: espacial métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 18 niños (90%) N° de respuestas incorrectas: 2 niños (10%).

EESE: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

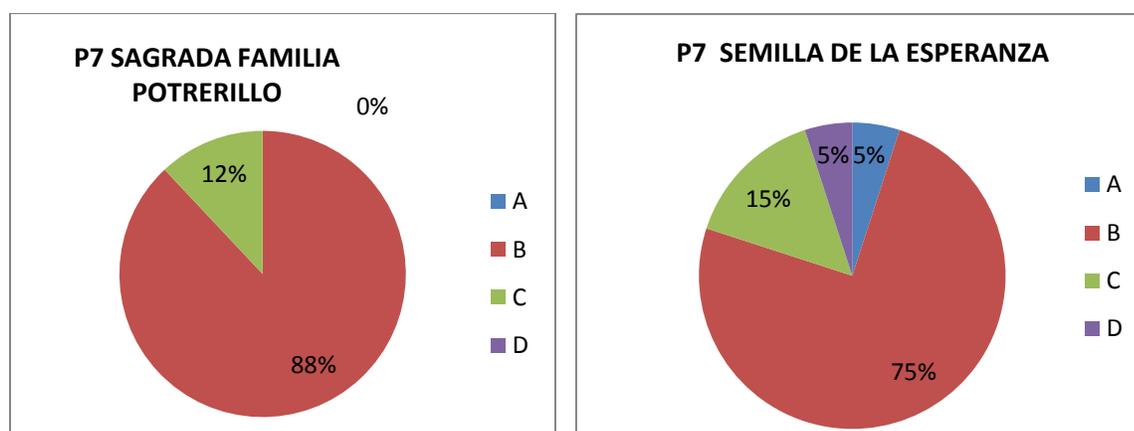
En esta pregunta todos los estudiantes relacionan objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niño (12%).

EESE: N° de respuestas correctas: 15 niños (75%) N° de respuestas incorrectas: 5 niño (25%).

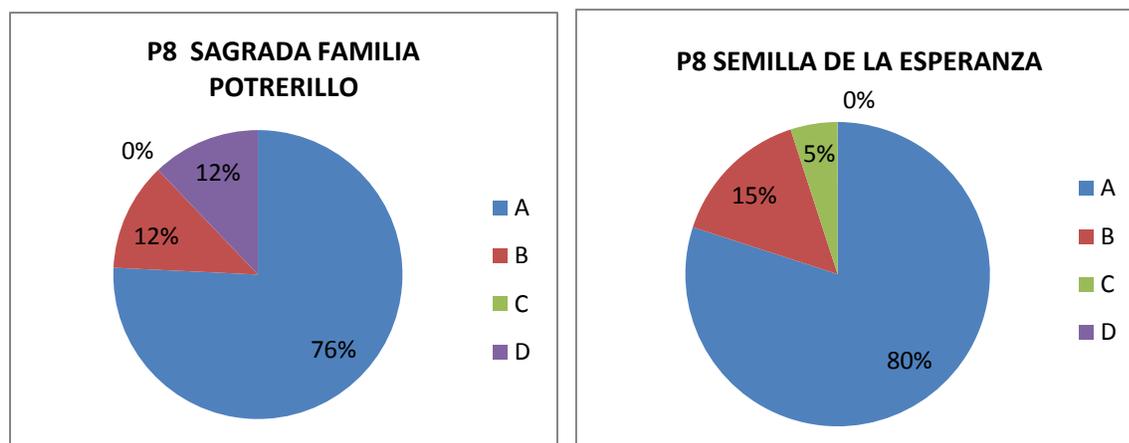
Con esta pregunta se evidencia que en ambos EE la mayoría de los estudiantes relacionan objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niño (12%).

EESE: N° de respuestas correctas: 15 niños (75%) N° de respuestas incorrectas: 5 niño (25%).

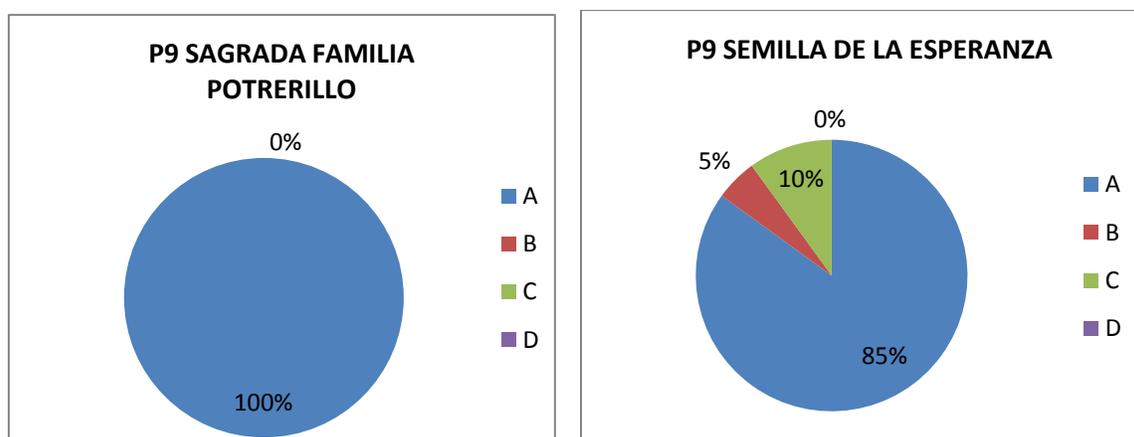
En esta pregunta se puede verificar que la mayoría de los estudiantes usan representaciones geométricas y establecen relaciones entre ellas para solucionar problemas (componente: geométrico - métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 6 niños (76%) N° de respuestas incorrectas: 2 niños (24%).

EESE: N° de respuestas correctas: 16 niños (80%) N° de respuestas incorrectas: 4 niños (20%).

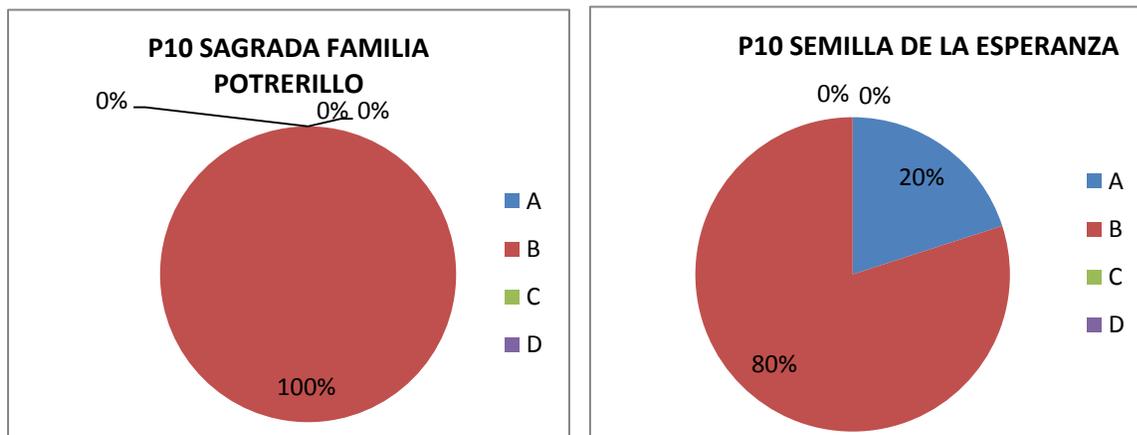
En esta pregunta se puede comprobar que en ambos EE la mayoría de los estudiantes son capaces de comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 17 niños (85%) N° de respuestas incorrectas: 3 niños (15%).

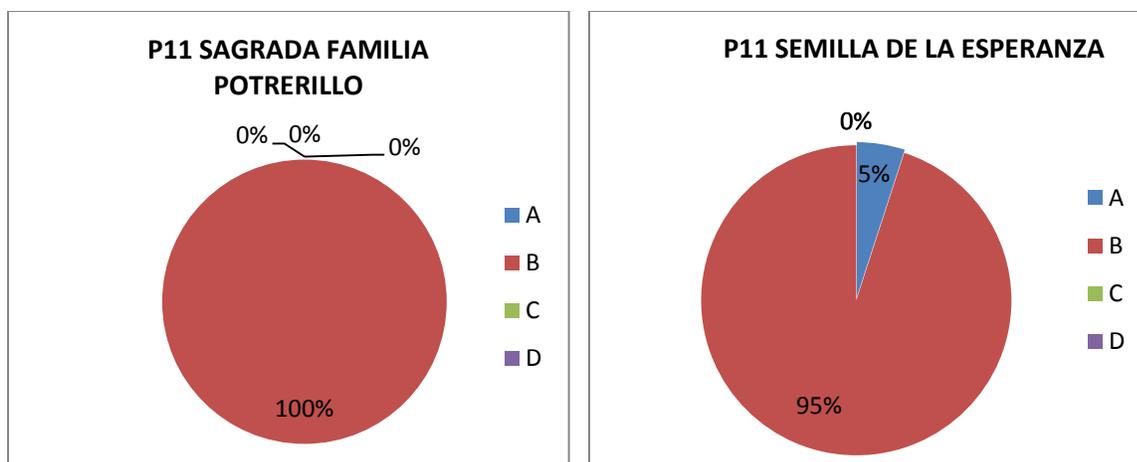
En esta pregunta del diagnóstico, se puede comprobar que en ambos EE la mayoría de los estudiantes son capaces de relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (Componente: espacial métrico).



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 16 niños (80%) N° de respuestas incorrectas: 4 niños (20%).

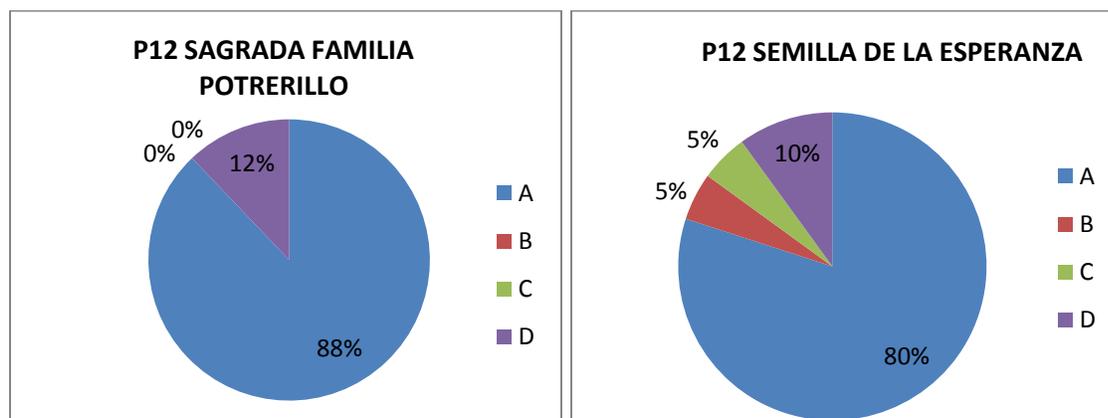
Se observa que todos los estudiantes utilizan sistemas de coordenadas para ubicar figuras planas u objetos y describir su localización (componente – geométrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 8 niños (100%) N° de respuestas incorrectas: 0 niños (0%).

EESE: N° de respuestas correctas: 19 niños (95%) N° de respuestas incorrectas: 1 niño (5%).

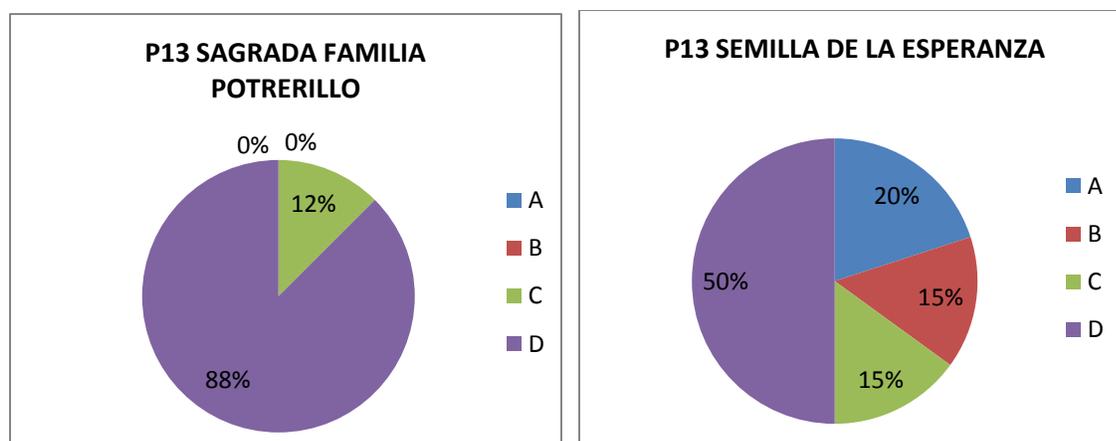
En esta pregunta se evidencia que todos los estudiantes realizan conjeturas y verifican los resultados de aplican transformaciones a figuras en el plano (Componente: geométrico - métrico) y en el EESE no fueron todos los estudiantes pero si la gran mayoría.



EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niños (12%).

EESE: N° de respuestas correctas: 16 niños (80%) N° de respuestas incorrectas: 4 niños (20%).

En esta pregunta se evidencia que la mayoría de los estudiantes construyen y descomponen figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas (Componente: espacial métrico).

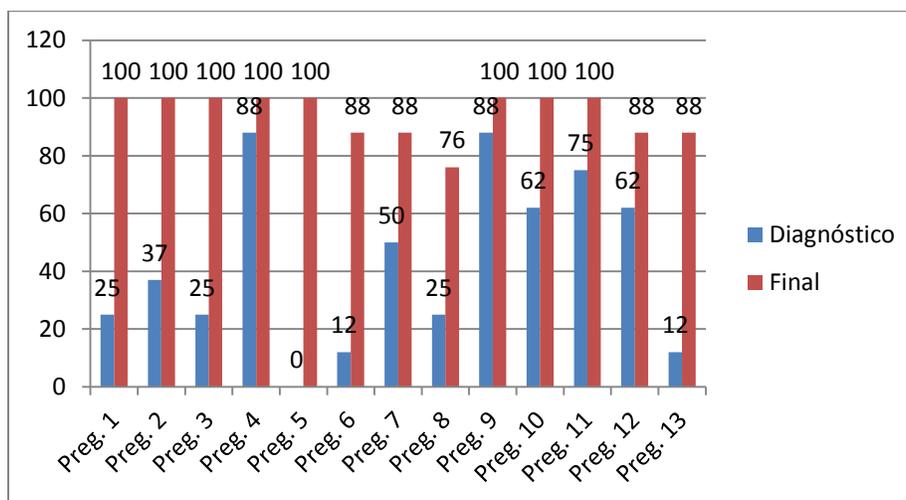


EESFP: N° de respuestas correctas: 7 niños (88%) N° de respuestas incorrectas: 1 niños (12%).

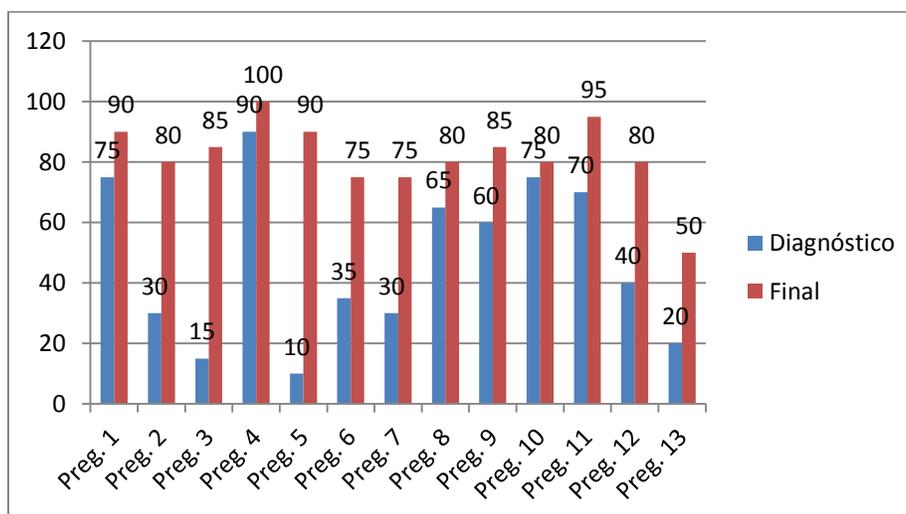
N° de respuestas correctas: 10 niños (50%) N° de respuestas incorrectas: 10 niños (50%).

EESE: En esta pregunta se evidencia que en el EESFP gran parte de los estudiantes relacionan objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos (geométrico – métrico) y en el EESE solo la mitad lo hicieron.

**Tabla 19. Comparativa de las pruebas inicial y final. EE Sagrada Familia Potrerillo**



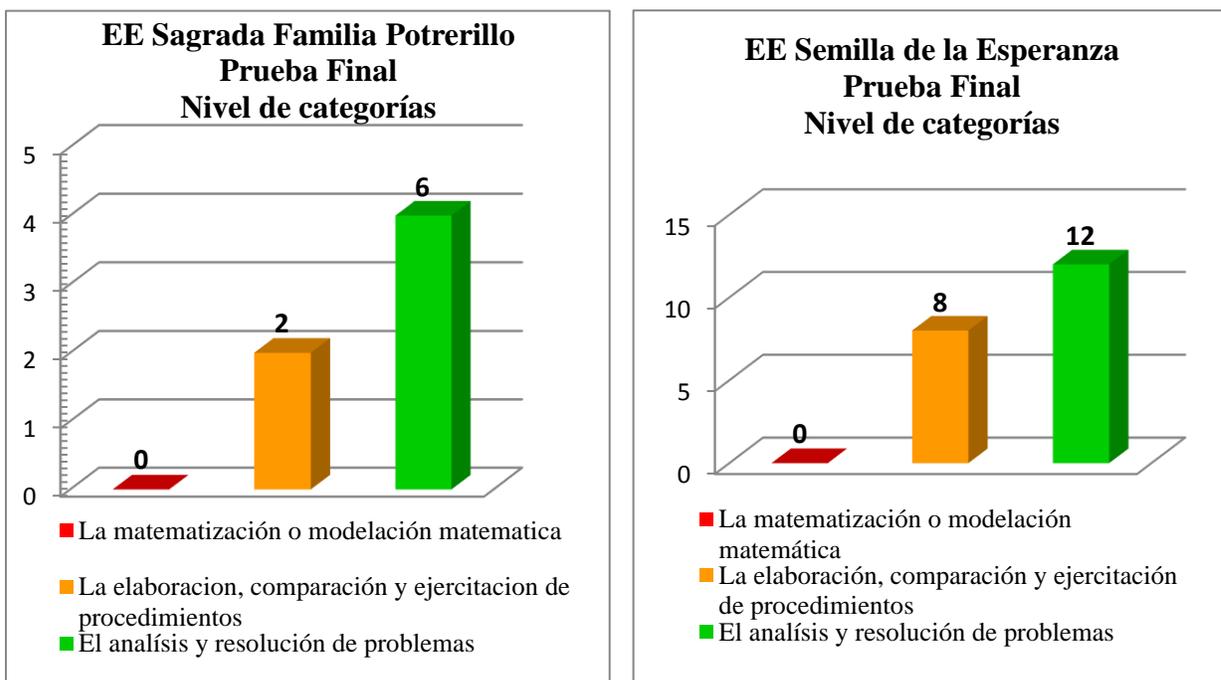
**Tabla 20. Comparativa de las pruebas inicial y final. EE Semilla de la Esperanza**



La gráfica A compara los resultados de las respuestas correctas obtenidas en la prueba diagnóstica y final de la muestra seleccionada en el EE Sagrada Familia de Potrerillo, y la B compara los resultados del EE Semilla de la Esperanza, se evidencia que la implementación de las situaciones didácticas permitió que los estudiantes de ambas instituciones mejoraran sus aprendizajes con relación al pensamiento espacial.

A continuación se muestra la ubicación de los estudiantes desde las categorías de análisis establecidas en la investigación y que responde a los resultados obtenidos en la prueba final.

**Tabla 21. Comparativa de los niveles de categorías de la prueba final. EE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza**



Al analizar los resultados de la prueba final aplicada a los 28 estudiantes de los dos establecimientos educativos se encontró que 18 estudiantes, es decir el equivalente al 64%

superaron las tres categorías logrando ubicarse en la última que corresponde al análisis y resolución de problemas; lo que nos demuestra que la implementación de las situaciones didácticas movilizó en los estudiantes el desarrollo de las competencias modelar, razonar, comunicar y resolver problemas. El 36% restante, es decir 10 estudiantes se ubicaron en el segundo nivel logrando superar los niveles de matematización o modelación matemática y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Lo anterior, nos permite deducir que las competencias matemáticas no se alcanzan por generación espontánea, sino que requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas contextualizadas, significativas y comprensivas, que posibiliten avanzar a niveles de competencia más y más complejos; tal como lo exponen los estándares básicos de competencias.

Si bien el 100% de los estudiantes no logró superar los tres niveles de categorización, es de entenderse que el desarrollo de competencias es algo progresivo y muy relativo al desarrollo cognitivo de los estudiantes y los contextos.

## 6. CONCLUSIONES

Después del análisis y reflexión de la implementación de las situaciones didácticas con los estudiantes del grado quinto de los EE Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza, podemos concluir que se evidenciaron resultados satisfactorios para el alcance de los objetivos propuestos.

Los estudiantes fortalecieron el desarrollo del pensamiento espacial, desde la representación y visualización de las figuras tridimensionales; dado que en un alto porcentaje lograron el desarrollo de las competencias, modelar, comunicar, razonar y resolver problemas. Ello se logró con la implementación de las situaciones didácticas donde se trabajaron actividades significativas, prácticas y contextualizadas que permitieron a los estudiantes ser capaces de manipular las representaciones mentales de los objetos en el espacio y hacer transformaciones pasando del plano bidimensional al tridimensional y viceversa.

Con la implementación de las situaciones didácticas se logró la motivación de los estudiantes hacia el aprendizaje de las matemáticas en el pensamiento espacial; el trabajo colaborativo fue muy importante para el desarrollo de la argumentación y el pensamiento crítico; ya que permitió a los estudiantes tener en cuenta la opinión de sus compañeros, la escucha, aceptar la crítica razonable y realizar juicios equilibrados.

La aplicación de la prueba diagnóstica nos permitió identificar los aprendizajes logrados y aquellos aprendizajes por mejorar en el pensamiento espacial, referenciados desde los Estándares, Derechos básicos de aprendizaje y los aprendizajes que son

evaluados en la prueba Saber. Este diagnóstico nos proporcionó la información pertinente para direccionar la construcción de las situaciones didácticas; esperamos que los resultados de la prueba Saber 2018 nos permitan evidenciar la efectividad de las situaciones didácticas implementadas y poder comparar los resultados obtenidos en años anteriores frente a los aprendizajes evaluados en el pensamiento espacial.

Al diseñar e implementar las situaciones didácticas, como recurso metodológico y didáctico pudimos comprobar que la metodología empleada para la transposición didáctica es un factor fundamental en el proceso de enseñanza aprendizaje; con la teoría propuesta por Guy Brousseau se logra que la enseñanza se planee desde una metodología constructivista y activa.

Dadas situaciones problemas para resolver en forma precisa los estudiantes evidencian que primero bosquejan, razonan a través de preguntas antes de iniciar en la solución propiamente dicha, esto nos demuestra que la competencia de análisis ha mejorado y que utilizan intencionalmente una estructura a modo de método para resolver los problemas.

El uso del lenguaje matemático es mayormente utilizado por los estudiantes, no solo en la forma discursiva, sino también en lo escritural, pues ahora plantean problemas similares a los estudiados en clase e incluso esgrimen argumentos si se presenta alguna modificación en las variables matemáticas en cuestión.

Las situaciones didácticas aplicadas mejoraron las competencias modelar, razonar, comunicar y resolver problemas, ello se evidenció en los resultados de la prueba final y específicamente desde los siguientes aprendizajes:

- Relacionar los aspectos conceptuales de figuras y cuerpos geométricos con las situaciones de la vida cotidiana.
- Relacionar objetos tridimensionales y sus propiedades con sus respectivos desarrollos planos.
- Construir y descomponer figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas.
- Usar representaciones geométricas y establecer relaciones entre ellas para solucionar problemas.
- Comparar y clasificar objetos tridimensionales o figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes y propiedades.
- Utilizar sistemas de coordenadas para ubicar figuras planas u objetos y describir su localización.
- Realizar conjeturas y verificar los resultados de aplican transformaciones a figuras en el plano.
- Construir y descomponer figuras planas y sólidas a partir de condiciones dadas.

Lo anterior se evidencio al realizar el análisis de los resultados desde las categorías de análisis establecidas en la investigación, donde se pasó del 11% al 64% de los estudiantes que superaron los tres niveles establecidos.

Finalmente, algunas dificultades para obtener mejores resultados se presentaron por el paro del magisterio y que uno de los dos grupos de investigación es multigrado, sobre todo en los niveles de competencia alcanzados.

Un aspecto importante dentro de la investigación, radico en poder hacer un contraste entre los resultados obtenidos por un grupo pequeño en la Institución Educativa Sagrada Familia de Potrerillo y un grupo grande en la institución educativa Semilla de la Esperanza.

## 7. RECOMENDACIONES

Partiendo del análisis realizado y el resultado obtenido en este estudio, se sugiere que los maestros de las instituciones educativas Sagrada Familia Potrerillo y Semilla de la Esperanza, reflexionen sobre la importancia de continuar fortaleciendo sus clases en relación con el pensamiento espacial, las cuales deben darse a partir de escenarios significativos teniendo en cuenta el contexto de los estudiantes.

Por lo anterior, es necesario un esfuerzo mancomunado de los maestros, para que propicien ambientes de aprendizaje innovadores que motiven a los estudiantes hacia el aprendizaje, es decir, construyendo el saber y no solo reproduciéndolo. Se hace necesario que transformen sus prácticas de aula, para obtener mejores resultados. Pueden recurrir a diferentes alternativas didácticas, como las representaciones mentales, el material didáctico y el contacto con lo real.

Es pertinente también, abordar desde preescolar el pensamiento geométrico espacial para propiciar el desarrollo cognitivo, el pensamiento lógico y la percepción. Hay que promover la visualización a través de guías atractivas, en donde se vea una matemática dinámica, los maestros deben hacer uso de las TIC, softwares educativos como Geogebra y material concreto como figuras y cuerpos geométricos, el Cubo Soma, el Tangram, para el aprendizaje de la geometría y utilizar una metodología participativa.

Se recomienda motivar y procurar mantener al estudiante interesado por la geometría espacial, porque esto le permite propiciar una concepción al desarrollar el potencial intelectual y así transformar su pensamiento espacial.

Es importantísimo que la secretaría de educación se preocupe más por la actualización de los docentes en las didácticas particulares y la apropiación de teorías que pueden ser trabajadas por una red de docentes investigadores en el municipio.

## 8. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alonso, A. (2011). Desarrollo del pensamiento espacial y sistema geométrico en el aprendizaje de los sólidos regulares mediante el modelo de Van Hiele, con los estudiantes de 6° grado del colegio San José de la comunidad Marista. En 12 Encuentro colombiano de matemática educativa octubre 6, 7 y 8. Quindío, Colombia.
- Araya, V., Alfaro, M. y Andonegui, M. (2007). “Constructivismo: orígenes y perspectivas”. En: Revista Educación, 13(24), 76-92. Caracas. Universidad Pedagógica Experimental Libertador. Disponible de: <http://www.redalyc.org/pdf/761/76111485004.pdf>
- Ausubel, D. P. (2002). Adquisición y retención del conocimiento. Una perspectiva cognitiva. Barcelona. Editorial Paidós.
- Ausubel, D., Novak, J. y Hanesian, H. (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo, 2°. México, Editorial TRILLAS.
- Brousseau, G. (1999). Educación y didáctica de las matemáticas. Disponible de: <http://www.revista-educacion-matematica.org.mx/descargas/Vol12/1/03Brousseau.pdf>.
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas. Buenos Aires. Libros del Zorzal.
- Carrascal, C. (2012). “El cubo soma: desarrollo del pensamiento lógico e intuición espacial”. En: Revista Ingenio, 4(2), 58-64. Medellín. Universidad Pontificia Bolivariana.
- Bulla, J y Gutiérrez, R. (2013). Desarrollo de pensamiento espacial: una propuesta de aula en el campo de la geometría descriptiva (Tesis de pregrado). Universidad Distrital Francisco José de caldas, Bogotá, Colombia. Recuperado de

<http://repository.udistrital.edu.co/bitstream/11349/2412/3/GutierrezUribeRobertoAndres2015.pdf>.

Chevallard, Y. (1998). La transposición didáctica. Del saber aprendido al saber enseñado.

Argentina. AIQUE Grupo Editorial, 3 Edición.

Duval, R. (2006). “Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación”. En: La Gaceta de la RSME, 9(1), 143-168. España. Real Sociedad Matemática Española.

Flórez, C., Rivera, L. y Tejada, M. (2016). “Una experiencia didáctica con incidencia en la interpretación de gráficas cinemáticas”. En: Revista de la escuela de ciencias de la educación, 2(11), 129-154. Argentina. Universidad Nacional de Rosario. Disponible de:

<http://www.revistacseducacion.unr.edu.ar/ojs/index.php/educacion/article/viewFile/264/247>

Godino, J. (2004). Didáctica de la Matemáticas para maestros. España. Departamento de Didáctica de la Matemática Facultad de Ciencias de la Educación, Universidad de Granada.

Godino, J. (2011) Indicadores de idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza aprendizaje de las matemáticas. XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática (CIAEM-IACME), Recife (Brasil).

Gómez, M. (2005). “La transposición didáctica: historia de un concepto”. En: Revista Latinoamericana de Estudios Educativos, 1(1), 83-115. Colombia. Universidad de Caldas.

González, J. F. (1990). Sobre la fundamentación y el valor de la didáctica. *Comlutense de educación*. Vol. 1 (2). Pág. 241 – 266.

- Gutiérrez, et al. (2006). Módulo 4. Pensamiento Espacial y Sistemas Geométricos. Medellín, Antioquia: Gobernación de Antioquia, Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia y Universidad de Antioquia.
- Jiménez, A. (2015). El pensamiento espacial en los procesos de representación gráfica en el área de educación artística desde una perspectiva lúdica en estudiantes del grado 7-1 de la institución educativa Kennedy-Medellín (Tesis de especialización). Fundación Universitaria los Libertadores, Medellín, Antioquía. Recuperado de <http://repository.libertadores.edu.co/bitstream/11371/461/1/Jim%C3%A9nezMendoza%203%81lvaroLe%C3%B3n.pdf>
- Laborde, C. y Capponi B. (1994) Aprender a ver y manipular un objeto trazado con Cabri geometre. En Aberto , N° 62, Brasilia.
- Lenis, M. (2014). “Estrategias y mediaciones pedagógicas. Tensiones y relaciones con el saber escolar”. En: Revista Educación y Pedagogía, 26(67-68), 96-110. Colombia. Universidad de Antioquía.
- Parra, C. & Saiz, Irma (1997). *Didáctica de matemáticas, aportes y reflexiones*. Buenos Aires: Paidós Educador.
- Rico L., Castro E. y Romero I. (1997) Sistemas de representación y aprendizajes de estructuras numéricas. En Debates Enseñanza de las ciencias, 15 (3), 361-371 Recuperado de [https://www.researchgate.net/publication/39077241\\_Sistemas\\_de\\_representacion\\_y\\_aprendizaje\\_de\\_estructuras\\_numericas](https://www.researchgate.net/publication/39077241_Sistemas_de_representacion_y_aprendizaje_de_estructuras_numericas).
- Rico, L. (2014) Conferencia: Evaluación de la alfabetización de la matemática escolar. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=hTp1kx2fC8k>.

- Rico, L. (2014) Conferencia: Los procesos de cambio curricular en matemática fundamentos y resultados. Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=84679t8r3fU>.
- Pimienta, J. (2005). “Metodología Constructivista. “Guía para la planeación docente”. México. Editorial Pearson Educación.
- Salinas, M. (2010). “Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas”. En: Revista Q. Investigación, Comunicación Tecnología, 5(9), 1-7. Medellín. Universidad Pontificia Bolivariana.
- Vidal, C. (2002). La Transposición Didáctica: Un Modelo Teórico para investigar los estatus de los objetos matemáticos. Disponible de:  
<http://repositorio.uahurtado.cl/static/pages/pdf/mfn313.pdf>
- Zambrano, A. (2015). “Pedagogía y didáctica: esbozo de las diferencias, tensiones y relaciones de dos campos” Disponible de: <http://www.scielo.org.co/pdf/prasa/v7n13/v7n13a03.pdf>

## 9. APENDICE

## Apéndice A. Situación didáctica 1 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA  
Guía de Aprendizaje 1

Nombre del estudiante:

Lina Johanna Legarda Reyes.

1. Situación de Acción
<p>1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.</p> <p>Link video:  <a href="https://www.youtube.com/watch?v=ZPwkPKbD71A">https://www.youtube.com/watch?v=ZPwkPKbD71A</a>. 14 minutos.  <a href="https://www.youtube.com/watch?time_continue=24&amp;v=XPRSONHI-bQ">https://www.youtube.com/watch?time_continue=24&amp;v=XPRSONHI-bQ</a> . 4:30 minutos.</p> <p><u>Entendi perfectamente los videos estan excelentes.</u></p>
<p>2. Con los palillos y plastilina que te entregó la docente, construya 2 figuras planas (bidimensionales) y 2 cuerpos geométricos (tridimensionales). (Recuerda que los palillos serán los lados o aristas y la plastilina indicará los vértices).</p>
<p>3. Después cuenta los lados, vértices caras y aristas de cada figura, defina si la figura es regular o irregular. Una vez terminadas las figuras, diligencia la etiqueta y expone tu trabajo en el lugar indicado.</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;"><b>ETIQUETA</b></p> <p>Nombre figura o cuerpo geométrico: <u>piramide pentagonal</u></p> <p>No. Lados: <u>0</u>          No. vértices: <u>6</u>          No. Aristas <u>10</u></p> <p>Figura regular <input type="checkbox"/> irregular <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>Figura geométrica <input type="checkbox"/></p> <p>Cuerpo geométrico <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>¿A qué objeto de la realidad se asemeja esta figura o cuerpo geométrico? <u>el tabo de una chosa</u></p> </div>

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Realiza una marcha silenciosa pasando por la mesa, observando las figuras expuestas.

**Situación de Formulación**

4. Organízate en pareja para hacer primeras interacciones de intercambio académico (planeación de cómo construir figuras geométricas), luego conforma grupos de 4 participantes, nombren un relator para socializar a los demás grupos sus argumentaciones finales; cada grupo debe formular 2 consideraciones que permitan orientar la construcción de una figura geométrica y un cuerpo geométrico utilizando los materiales antes mencionados (pajillos y plastilina).

Fíjate en los ejemplos que te damos a continuación:

Ej 1: Construir una figura geométrica regular que tenga 6 lados y 6 vértices.

Ej 2: Construir un cuerpo geométrico irregular que tenga 12 aristas, 8 vértices y 6 caras.

**Indicación 1**

Construir una figura geométrica irregular que tenga 4  
lados y 4 vértices.

**Indicación 2**

Construir un cuerpo geométrico regular que tenga  
12 aristas 8 vértices y 6 caras

5. Después de construir las figuras y cuerpos geométricos respondan las siguientes preguntas:

- ¿Qué nombre recibe cada figura y cuerpo geométrico?

FIGURA GEOMÉTRICA trapezio

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

CUERPO GEOMÉTRICO Pentagonal

- ¿Con que formas de la realidad se asemeja cada figura o cuerpo geométrico?

FIGURA GEOMÉTRICA un techo de una casa

CUERPO GEOMÉTRICO un tanque

**Situación de validación**

6. En grupo responde:

- ¿Las figuras elaboradas por sus compañeros responden a las indicaciones dadas? Justificar.

Si, Consideramos que las condiciones fueron claras y  
es por medio que identificamos que figuras deberiamos  
realizar.

- ¿Cuál es la diferencia entre una figura geométrica y un cuerpo geométrico?

el cuerpo geométrico tiene mas y las figuras geométricas  
no tienen. Fig geométricas - 2 dimensiones  
cuerpo geométrico - 3 dimensiones

- Las figuras geométricas se consideran objetos bidimensionales. ¿Por qué?

Si, porque se proyectan en forma plana

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

- Los cuerpos geométricos son objetos tridimensionales. ¿Por qué?

Sí, porque tienen 3 medidas: longitud, ancho y profundidad.

- ¿Qué partes que componen las figuras geométricas?

lados y vértices

- ¿Qué partes componen los cuerpos geométricos?

lados, vértices, y caras.

## Apéndice B. Situación didáctica 2 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

### Guía de Aprendizaje 2

Nombre del estudiante:

Isabella Leclerc penagos grado 5<sup>o</sup>

<p><b>Situación de acción.</b></p> <p>1. Observar con atención el video proyectado por la docente, tomar apuntes y formular preguntas que te puedan surgir. Link video: <a href="https://www.youtube.com/watch?v=Mm_ueBLk2m8">https://www.youtube.com/watch?v=Mm_ueBLk2m8</a> 8 minutos.</p> <p>poligonos regulares: tienen lados iguales poligonos irregulares: no tienen los lados iguales 5 Lados: pentagono, 6 lados: Hexagono</p>
<p>2. Clasificar de acuerdo al número de lados y vértices las figuras geométricas entregadas por la docente (polígonos regulares e irregulares). ¿Qué nombre recibe cada grupo de figuras? Explique su respuesta.</p> <p>Hexagonos: tienen 6 lados, cuadrilateros: tienen 4 lados, pentagonos: tienen 5 lados, octagono tienen 8 lados, triangulos: tienen 3 lados</p>
<p>3. Realizar una segunda clasificación del grupo de figuras geométricas teniendo en cuenta los lados de igual medida y los lados de diferentes medidas.</p> <p>a. ¿Qué nombre reciben las figuras que tienen lados de igual medida? poligonos regulares</p> <p>b. ¿Qué nombre reciben las figuras que tienen lados de diferentes medidas? poligonos irregulares</p>
<p><b>Situación de formulación.</b></p>
<p>Nombre de los estudiantes: Marlin yurieda 5<sup>o</sup> Isabella Leclerc 5<sup>o</sup></p>
<p>4. Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior. ¿Cuál es la diferencia entre polígonos regulares e irregulares?</p>

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

5. Con la figura geométrica de cartulina (rectángulo), la hoja con cuadrículas de 1 cm de lado y el trozo de piola de 50 cm entregados por la docente, realicen lo siguiente:

a. Observar la figura geométrica y responder:

¿Qué figura geométrica es? rectángulo

¿Qué dimensiones se pueden medir en esa figura geométrica? largo y ancho

¿Cuáles son las dimensiones aproximadas de la figura? 7.0 centímetros aproximadamente, 8 centímetros aproximada-

b. Recortar un cuadrado de la cuadrícula y responder:

¿Cuánto mide el cuadrado por cada lado? 1cm x 1cm

¿Cuál es la medida de la superficie de esa figura geométrica? 1cm<sup>2</sup>

c. Recortar varios cuadrados de la cuadrícula entregada y pegarlos sobre la figura geométrica hasta cubrir toda su superficie, luego responder:

¿Cuántos cuadrados cubrieron la superficie de la figura? 42

¿Cuál es entonces la medida de la superficie de la figura? 42cm<sup>2</sup>

d. Tomen la piola y midan la longitud del contorno de la figura, cortar dicho trozo.

¿Cuánto mide el trozo de piola cortado? 26cm

Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: María Alejandra<sup>5<sup>o</sup></sup> y James Steven<sup>5<sup>o</sup></sup>  
Isabella Leier<sup>5<sup>o</sup></sup>

Formen un grupo de 4 estudiantes y comparen las respuestas anteriores, concierten y validen.

a. Medir con la regla la figura geométrica ¿Cuáles son sus dimensiones? 7cm x 6cm

ancho = 7cm y largo 6cm

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

b. ¿Cómo se denomina la medida del contorno de la figura geométrica? perímetro

c. ¿Cómo se denomina la medida de la superficie de la figura? área

d. ¿Cómo se pueden calcular dichas medidas sin utilizar cuerdas y cuadrados? \_\_\_\_\_

Utilizando las operaciones matemáticas  
(suma y multiplicación)

6. Posteriormente, observen la siguiente imagen y respondan los interrogantes.



• ¿Cuáles figuras geométricas se aprecian en el dibujo?

círculo, triángulo, cuadrado, rectángulo,  
rectángulo

• Las figuras que observan en el dibujo corresponden a una realidad, como por ejemplo: los triángulos al techo de la casa. ¿Qué otras realidades puedes apreciar?

círculos al sol, las hojas de los árboles, el  
hucho, cuadrado de la casa

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

triángulo el árbol de pino, las flores

- ¿Por qué consideras o crees que el título del dibujo se denomina "Bienvenido al mundo de las formas"?

porque el dibujo está conformado por figuras geométricas

### Apéndice C. Situación didáctica 3 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

#### Guía de Aprendizaje 3

Nombre del estudiante:

Veronica Rivera Scaasty 5-3

#### Situación de acción.

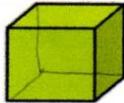
1. Observa con atención el video proyectado por la docente, toma apuntes y formula preguntas que te puedan surgir.

Link video:

<https://www.youtube.com/watch?v=MxO-Xk7xnM> 10 minutos.

Figuras geométricas: Triángulo, Cuadrado, Rectángulo, Círculo, Óvalo, Rombo, hexágono.

2. Observa los cuerpos geométricos identifícalos, escribe su nombre y cuenta el número de vértices, aristas y caras.

CUERPO GEOMETRICO	NOMBRE	Nº VERTICES	Nº ARISTAS	Nº CARAS
	Cubo	8	12	6
	Paralelepípedo	8	12	6
	Esfera	0	0	1
	pirámide Cuadrangular	5	8	5

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

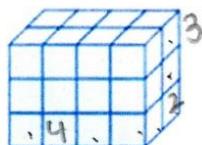
	Prisma Pentagonal	10	15	7
	cono	1	1	2
	Cilindro	0	2	3

Situación de formulación.

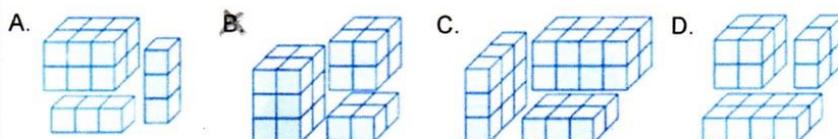
Nombre de los estudiantes: maria paula cruz veronica rivera

3. Organizarse en parejas, compararen y validen las respuestas del punto anterior.
4. Responder cada pregunta y justificar la respuesta seleccionada.

4.1. Observa el sólido.



¿Con cuáles fichas se puede armar el sólido?



Justificación: Porque tiene 24 cubos la figura b y el sólido que aparece en la parte de arriba tiene la misma cantidad sus dimensiones son 4x2x3

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

4.2. Luisa utilizó algunos bloques como este  para construir dos sólidos.

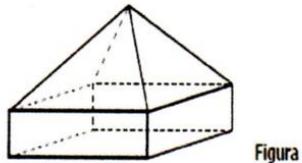


Para construir el sólido 1, Luisa utilizó 4 bloques. ¿Cuántos bloques utilizó Luisa para construir el sólido 2?

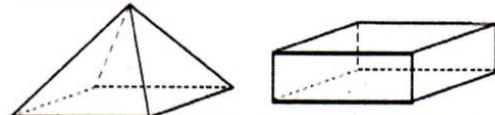
- A. 7
- B. 8
- C. 14
- D. 16

Justificación: Es la d porque al contar el sólido 2 hay 16 bloques (8x2=16)

4.3. Se quiere armar el sólido que aparece en la figura utilizando dos piezas.



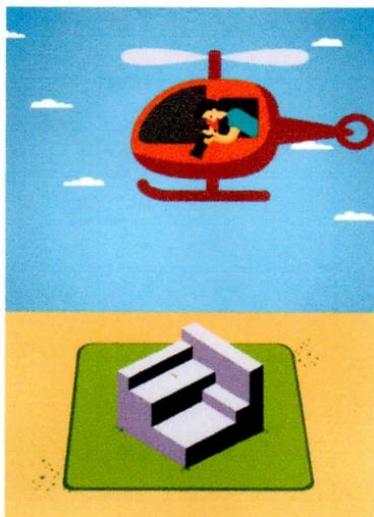
¿Con cuál par de piezas se puede armar el sólido?

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

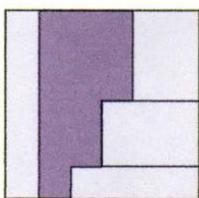
Justificación: es la d porque si unen las dos piezas Forma la Figura que nos muestra la forma de arriba.

4.4. Observa la siguiente imagen.

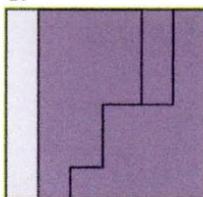


¿Cuál figura corresponde a la foto que se tomó?

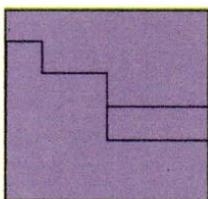
A.



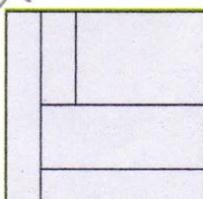
B.



C.



D.



Justificación: es la d porque al girarla así el lado derecho corresponde a la foto que tomó el señor.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

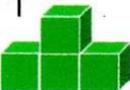
Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: Maria Alejandra G.B Maria Paula C.h.  
Veronica Rivera S. James Estiven

Formen grupos de 4 estudiantes y comparen las respuestas y justificaciones del punto anterior.

5. Con las siete piezas del cubo soma entregadas, realizar lo siguiente:

a. Observen las siete piezas e identifiquenlas de acuerdo a la descripción que se muestra a continuación:

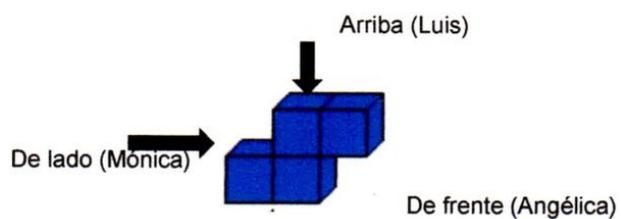
PIEZA	DESCRIPCION
	Pieza 1 o "V": formada por tres cubos
	Pieza 2, o "L": una fila de tres bloques con un añadido por debajo del lado izquierdo.
	Pieza 3, o "T": una fila de tres bloques con un añadido por debajo del centro.
	Pieza 4, o "Z": triominó doblado con el bloque colocado en el exterior del lateral a la derecha
	Pieza 5, o "A": unidad de cubo colocada en la parte superior del lado de las agujas del reloj.
	Pieza 6, o "B": unidad de cubo colocada en la parte superior de lado en sentido antihorario.
	Pieza 7, o "P": unidad de cubo colocada en curva

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

¿Todas las piezas están formadas por la misma cantidad de cubos? \_\_\_\_\_

Explican su respuesta Porque una tiene 3 cubos y las dema  
tienen 4

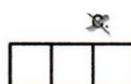
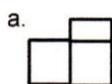
- b. Armen un cubo de 3x3x3 empleando las siete piezas entregadas.
6. Luis, Mónica y Angélica están mirando la pieza número 4 del cubo Soma. Luis la mira desde arriba, Mónica de lado y Angélica de frente.



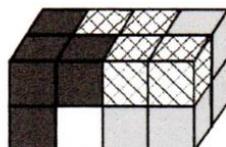
- Dibujen cómo se visualiza la figura desde las diferentes perspectivas (arriba, de frente, y de lado)

Arriba	De frente	De lado

- ¿Cuál de las siguientes figuras muestra cómo ve el sólido Luis?



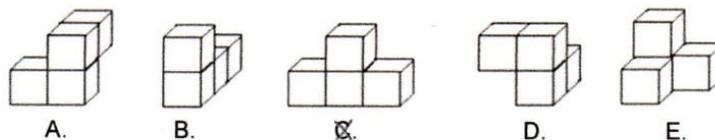
7. Observen en la figura.



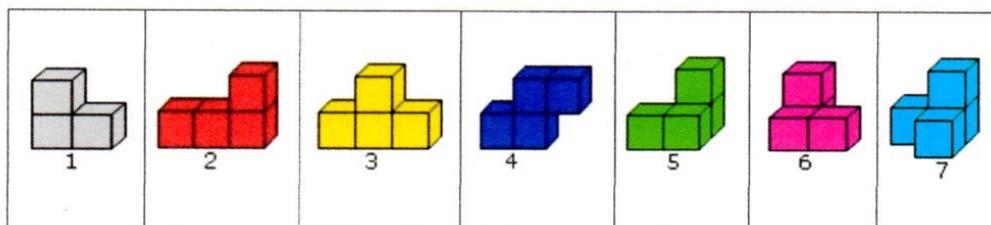
## I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO

## I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

- a. Tres de las piezas se observan por completo, la pieza de color blanco solo se observa parcialmente ¿Cuál de las cinco piezas siguientes es la blanca?



- b. Identifiquen las piezas del cubo Soma utilizado en la construcción del paralelepípedo, señálas en la tabla.



- c. Luego, armen el paralelepípedo utilizando las piezas del cubo Soma entregado. Respondan:  
¿La ficha escogida en el ítem "a" fue la correcta?

Si porque al armar el paralelepípedo fue la ficha que  
encaja perfectamente

**Apéndice D. Situación didáctica 4 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.**

**I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA**

**Guía de Aprendizaje 4**

**Nombre del estudiante:**

Marlen Loreidy Buritica Gordillo 5º3

**Situación de acción.**

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que te puedan surgir.

Links videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=9pCL1jZyZJc> 8 minutos.

[https://www.youtube.com/watch?v=13prEHw\\_0\\_Y](https://www.youtube.com/watch?v=13prEHw_0_Y) 7 minutos.

---



---



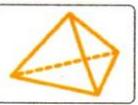
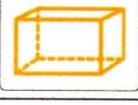
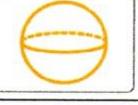
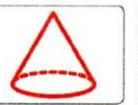
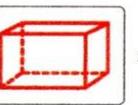
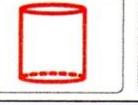
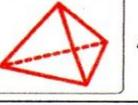
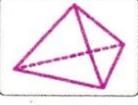
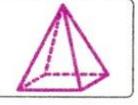
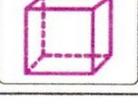
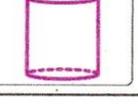
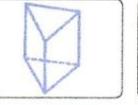
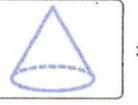
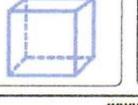
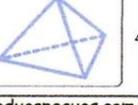
---



---

2. Lee las preguntas y marca la respuesta correcta.

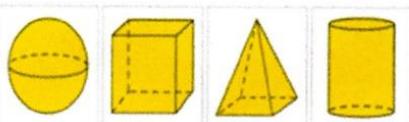
Marca con una cruz la casilla donde está la figura correcta

<p><b>a.</b> ¿Cuál de estas figuras tiene 6 caras?</p> <p>1. <input type="checkbox"/>   3. <input type="checkbox"/></p> <p>2. <input checked="" type="checkbox"/>   4. <input type="checkbox"/></p>	<p><b>b.</b> ¿Cuál de estas figuras solo tiene 4 caras?</p> <p>1. <input type="checkbox"/>   3. <input type="checkbox"/></p> <p>2. <input type="checkbox"/>   4. <input checked="" type="checkbox"/></p>
<p><b>c.</b> ¿Cuál de estas figuras tiene solo 5 caras?</p> <p>1. <input type="checkbox"/>   3. <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>2. <input type="checkbox"/>   4. <input type="checkbox"/></p>	<p><b>d.</b> ¿Cuál de estas figuras tiene solo 5 caras?</p> <p>1. <input checked="" type="checkbox"/>   3. <input type="checkbox"/></p> <p>2. <input type="checkbox"/>   4. <input type="checkbox"/></p>

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

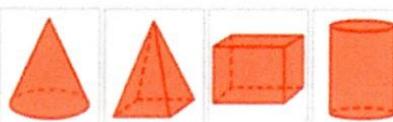
Marca con una X la respuesta correcta que se plantea

a. ¿Cuál de estas figuras tiene solo una cara cuadrada?



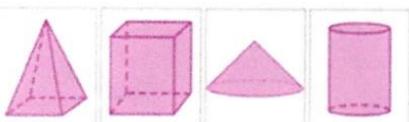
1.  2.  3.  4.

b. ¿Cuál de estas figuras tiene algunas caras triangulares?



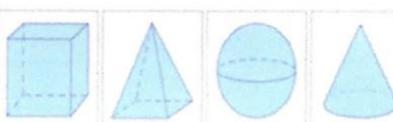
1.  2.  3.  4.

c. ¿Cuál de estas figuras tiene dos caras redondas?



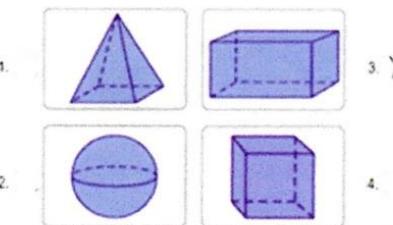
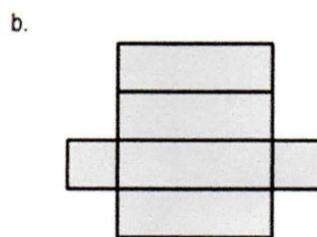
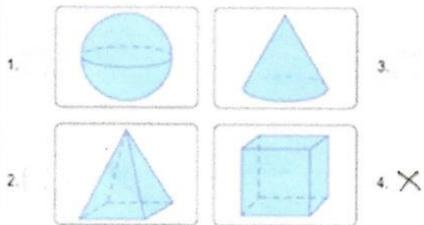
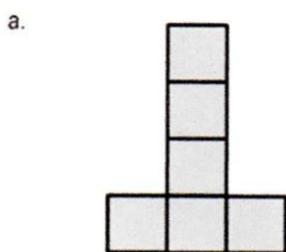
1.  2.  3.  4.

d. ¿Cuál de estas figuras tiene más caras?



1.  2.  3.  4.

Qué figura se puede construir con...

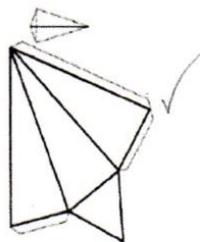
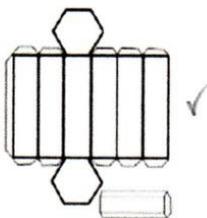
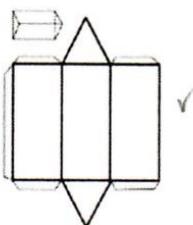
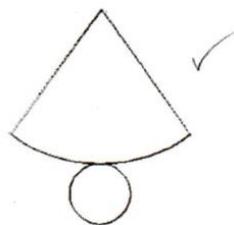
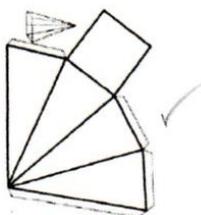
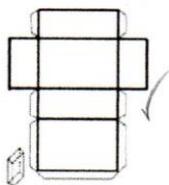
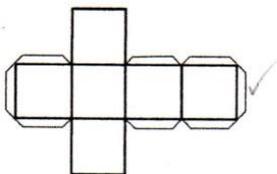


I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de formulación.

Nombre de los estudiantes: Isabela lecer marlen Loreidy B.

- Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.
- Recortar y armar los sólidos.



- Observar los sólidos armados y completar la siguiente tabla.

CUERPO GEOMETRICO	Nº CARAS	Nº VERTICES	Nº ARISTAS
cu bo	6	8	12
Prisma rectangular	6	8	12
Piramide cuadra	5	5	8
Prisma triangular	5	6	9
cono	2	1	1
Prisma Hexagonal	8	12	18
Piramide triangul	4	4	6

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: Maira G. James y  
Isabela lecler Marlen loreidy

Formen grupos de 4 estudiantes y comparen las respuestas y justificaciones del punto anterior.

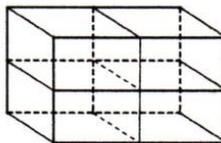
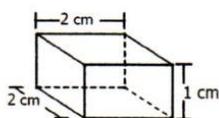
6. En grupo hallar el volumen de algunos de los cuerpos geométricos elaborados en el punto anterior a partir de las fórmulas dadas.

CUERPO GEOMETRICO	FORMULA PARA HALLAR VOLUMEN
CUBO	$V = a \times a \times a = a^3$ Donde "a" es la longitud de la cara del cubo.
PRISMA RECTANGULAR	$V = a_b \times h$ Donde "a <sub>b</sub> " es área de la base y "h" es altura.
PRISMA CUADRANGULAR	$V = l^2 \times h$ Donde "l" es lado y "h" altura.

Cubo =  $6\text{cm} \times 6\text{cm} \times 6\text{cm} = 216\text{cm}^3$

7. Resolver la siguiente situación.

Con bloques como el que se observa a la izquierda, Beto armó el cuerpo geométrico que se muestra a la derecha.



- a. Calculen el volumen del cuerpo geométrico de la izquierda?  $2\text{cm} \times 2\text{cm} \times 1\text{cm} =$

$4\text{cm}^3$

- b. A partir de la información suministrada por el cuerpo geométrico de la izquierda, ¿Cómo podrían calcular el volumen del cuerpo geométrico que armó Beto?

multiplicando  $4\text{cm}^3 \times 4 = 16\text{cm}^3$

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

c. ¿Cuál es el volumen del sólido geométrico que armó Beto? 16cm<sup>3</sup>

d. Escriban la operación matemática que usaron para hallar el volumen.

4 x 4cm = 16cm<sup>3</sup>

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

**Apéndice E. Situación didáctica 5 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.**

**I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA**

**Guía de Aprendizaje 5**

**Nombre del estudiante:**

Veronica Rivera Sacaoti 5<sup>o</sup>-3

**Situación de acción.**

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que te puedan surgir.

Link video.

<https://www.youtube.com/watch?v=TN9rp8-xWy4> 5,24 minutos.

---



---



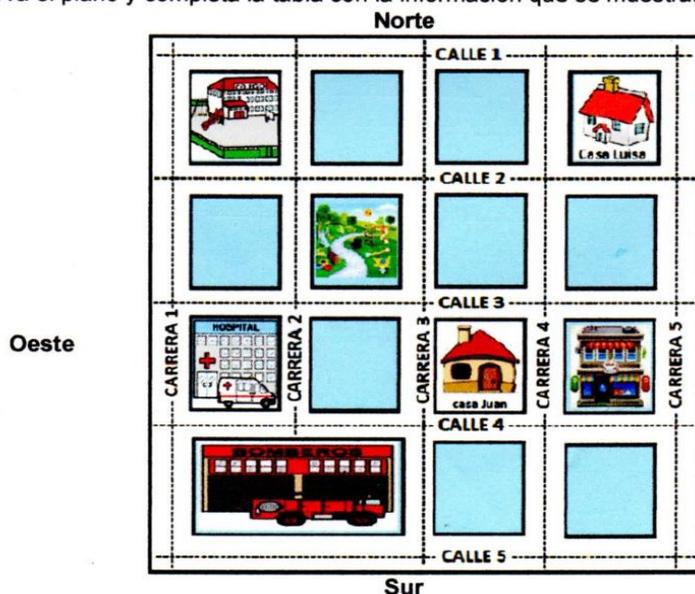
---



---

Orientación del sujeto en espacios reales.

2. Observa el plano y completa la tabla con la información que se muestra.



I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Lugar	Calles	Carreras
Casa de Luisa	Entre la calle 1 y 2	Entre la carrera 4 y 5
Bomberos	entre la calle 4 y 5	entre la carrera 1 y 3
Cafetería	entre la calle 4 y 3	entre la carrera 4 y 5
Parque	entre la calle 3 y 2	entre la carrera 2 y 3
Casa de Juan	entre la calle 3 y 4	entre la carrera 3 y 4
Hospital	entre la calle 3 y 4	entre la carrera 1 y 2
Colegio	entre la calle 1 y 2	entre la carrera 1 y 2

3. Describe en palabras, el camino que debe seguir Juan para ir a cada uno de los lugares que se indican:

- Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el norte, luego girar a la derecha en la calle 2 para llegar a la casa de Luisa.
- Juan debe \_\_\_\_\_ para llegar al Colegio.
- Juan debe \_\_\_\_\_ para llegar al Hospital.
- Juan debe \_\_\_\_\_ para llegar a los bomberos.
- Juan debe \_\_\_\_\_ para llegar al parque.

**Situación de formulación.**

Nombre de los estudiantes: Maria Yuseida M. R. Verónica Rivera S.

4. Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.

5. Cada pareja debe tener a la mano 1 cubeta para huevos (reciclada con anterioridad), tapas de gaseosa (25), cinta de enmascar o números y pegante; presten atención a las indicaciones para construir el cuadrante 1 del plano cartesiano.



Luego procedan a jugar con las tapas ubicando los pares ordenados; inicialmente ubicando números y luego figuras o formas. Expliquen o describan la ubicación de los objetos a sus compañeros, así como explicar los movimientos realizados.

3. Describe en palabras, el camino que debe seguir Juan para ir a cada uno de los lugares que se indican:

a. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el norte, luego girar a la derecha en la calle 2 para llegar a la casa de Luisa.

b. Juan debe

salir de su casa en la calle cuarta y caminar por la carrera cuarta 2 cuadras al norte y girar a la izquierda 3 cuadras al oeste por la calle 2

para llegar al Colegio.

c. Juan debe

salir de su casa en la calle cuarta y caminar 2 cuadras por la calle cuarta al oeste

para llegar al Hospital.

d. Juan debe

salir de su casa por la calle cuarta y caminar una cuadra hacia el sur por la carrera tercera luego girar a la derecha

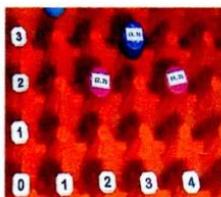
para llegar a los bomberos.

e. Juan debe

salir de su casa en la calle cuarta caminar una cuadra por la carrera tercera al norte luego girar a la izquierda

para llegar al parque.

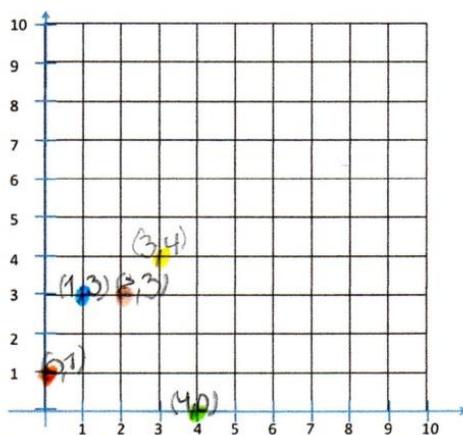
I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA



<https://www.youtube.com/watch?v=NDXCiD9LD3s>

a. Ubiquen en el plano elaborado con el panel de huevos y las tapas, las siguientes parejas ordenadas; luego de confirmar que la ubicación es correcta representarlo en el plano de la cuadrícula.

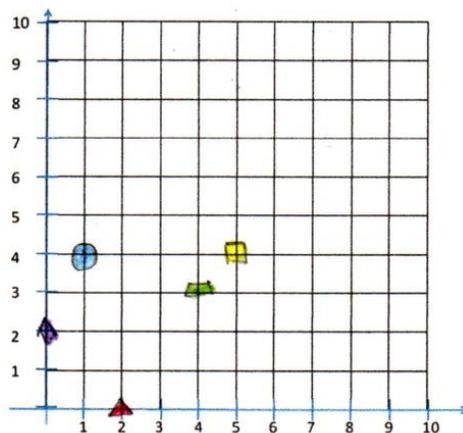
- (1, 3)
- (3, 4)
- (2, 3)
- (0, 1)
- (4, 0)



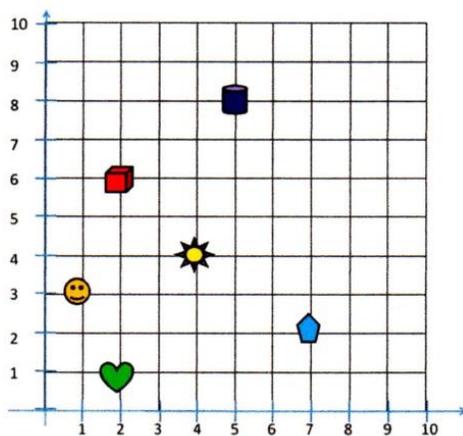
b. Ubiquen en el plano elaborado con el panel de huevos las siguientes figuras, de acuerdo a las parejas ordenadas; luego de confirmar que la ubicación es correcta representarlo en el plano de la cuadrícula.

-  (5, 4)
-  (2, 0)
-  (1, 4)
-  (4, 3)
-  (0, 2)

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA



c. Escribir las coordenadas de ubicación de cada figura.



- 😊 1,3 \_\_\_\_\_
- ❤️ 2,1 \_\_\_\_\_
- 🟥 2,6 \_\_\_\_\_
- ⭐ 4,4 \_\_\_\_\_
- 🟦 5,8 \_\_\_\_\_
- ⬠ 7,2 \_\_\_\_\_

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

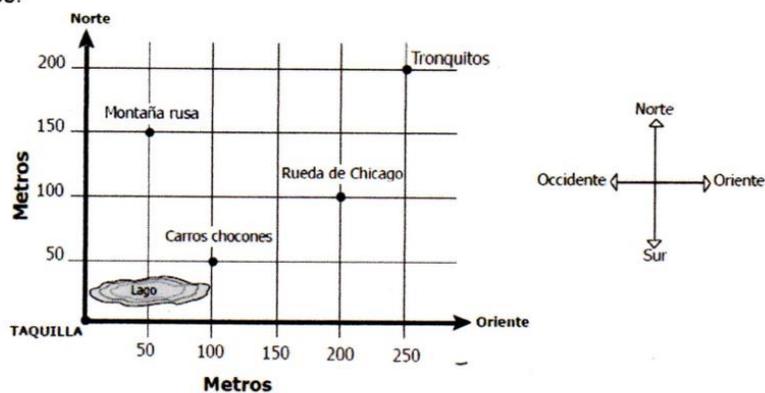
Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: MARLEN LOPEZ TORIBIO KEINER BRON SANCHEZ  
MARTIN YANEZ MORA B VERONICA BUIROA SANCHEZ

6. Se forman grupos de 4 estudiantes, comparen y validen las respuestas del punto anterior.

7. Respondan las siguientes preguntas y justifiquen.

7.1. La siguiente gráfica muestra la ubicación de diferentes atracciones de un parque de diversiones.



a. Describan la localización de las diferentes atracciones, para ello debes ubicar como punto de referencia la taquilla: Ej: Si tú te ubicas en la taquilla, para llegar a los carros chocones debes caminar 100 metros al oriente y 50 metros al norte.

la montaña rusa debe caminar 150 metros al norte

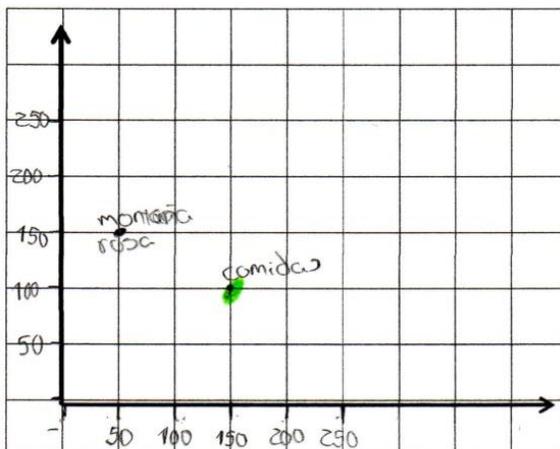
tronquitos debe caminar 250 metros al oriente y 200 al

norte. y para ir a chicago: 200 metros al oriente y

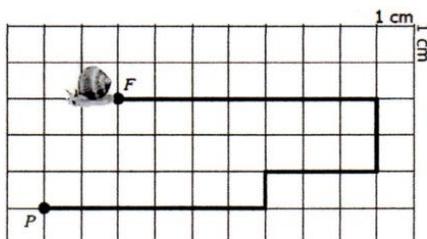
100 al norte

b. Se va a construir una zona de comidas 50 metros al sur de la montaña rusa y 100 metros al oriente de la montaña rusa. Representen en un plano cartesiano donde quedaría la zona de comidas.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

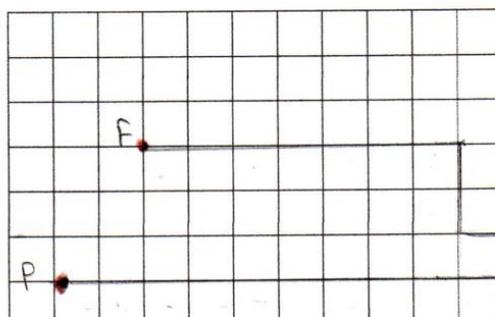


7.2. La figura ilustra el camino que recorrió un caracol desde el punto P hasta el punto F.



- a) Describan el recorrido que realizó el caracol. 7 cm al oriente y 2 cm al sur y 3 cm al occidente y 6 al occidente
- b) ¿Qué distancia recorrió el caracol? 19 cm recorrido
- c) Proponga una ruta de desplazamiento más larga para el caracol partiendo del punto P y llegando al punto F. (representar gráficamente), describir el recorrido y calcular la distancia.

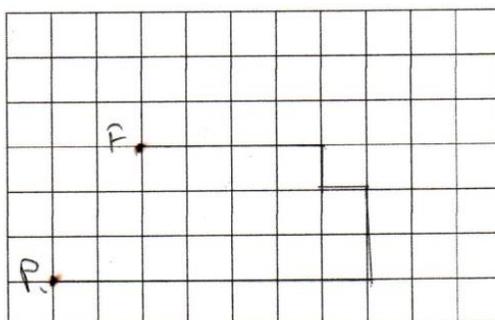
I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA



debe recorrer el caracol 7 cm al oriente 2 cm hacia el  
sur 1 cm al oriente 1 cm al sur y 10 cm al occidente

total distancia recorrida por el caracol 21 cm

Propongan una ruta de desplazamiento más corta para el caracol partiendo del punto P y llegando al punto F (representar gráficamente), describir el recorrido y calcular la distancia.



debe recorrer 4 cm al oriente 1 cm al sur 1 cm  
al oriente 2 cm al sur y 7 cm al occidente

total distancia recorrida 15 cm

## Apéndice F. Situación didáctica 6 implementada a los estudiantes del EE Sagrada Familia Potrerillo.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

### Guía de Aprendizaje 6

Nombre del estudiante:

James Steven Acevedo Vidar 2000 53

#### Situación de acción.

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que te puedan surgir.

Links videos.

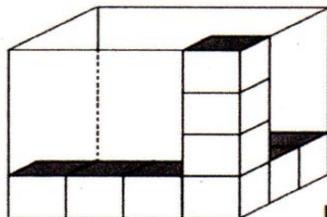
<https://www.youtube.com/watch?v=-65RnPKnDPA> 2,05 minutos.

<https://www.youtube.com/watch?v=rpfPs3cMrMc> 10,10 minutos.

<https://www.youtube.com/watch?v=XqiwLL-1ds> 7,16 minutos.

2. Analiza la siguiente situación.

Observa los cubos contenidos en la caja de la figura.



Figura

- ¿Cuántos cubos hay de largo? 4
- ¿Cuántos cubos hay de ancho? 3
- ¿Cuántos cubos hay de alto? 4
- ¿Cuántos cubos se necesitan para cubrir la cara de la base de la caja? 12
- ¿Cuántos cubos de esos faltan para llenar la caja? 39
- ¿Cuántos cubos se necesitan para llenar el total de la caja? 48
- El total de cubos que se requieren para llenar la caja corresponde a:

Área

Perímetro

Volumen

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

**Situación de formulación.**

Nombre de los estudiantes: Maira Alejandra James Utiver Acovono

3. Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.
4. Con el paquete de 42 cubitos de madera entregados, armen la figura anterior, confronten y validen las respuestas de la pregunta 2.
5. Con los cubos entregados inician armando un cubo que tenga 2 cubitos por cada lado y luego 3 cubos por cada lado y luego 4, a medida que se van armando los cubos se va diligenciando la información en la tabla.



Llenar la siguiente tabla

Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen (total cubos)
1	1	1	1	1
2	2	2	2	8
3	3	3	3	27
4	4	4	4	64

¿Cómo se podría calcular el volumen para la figura 5? \_\_\_\_\_

Multiplicando 5x5x5

**Situación de validación.**

Nombre de los estudiantes: Maira Alejandra Lina Diana

Isabella Iqelerc James Utiver Acovono

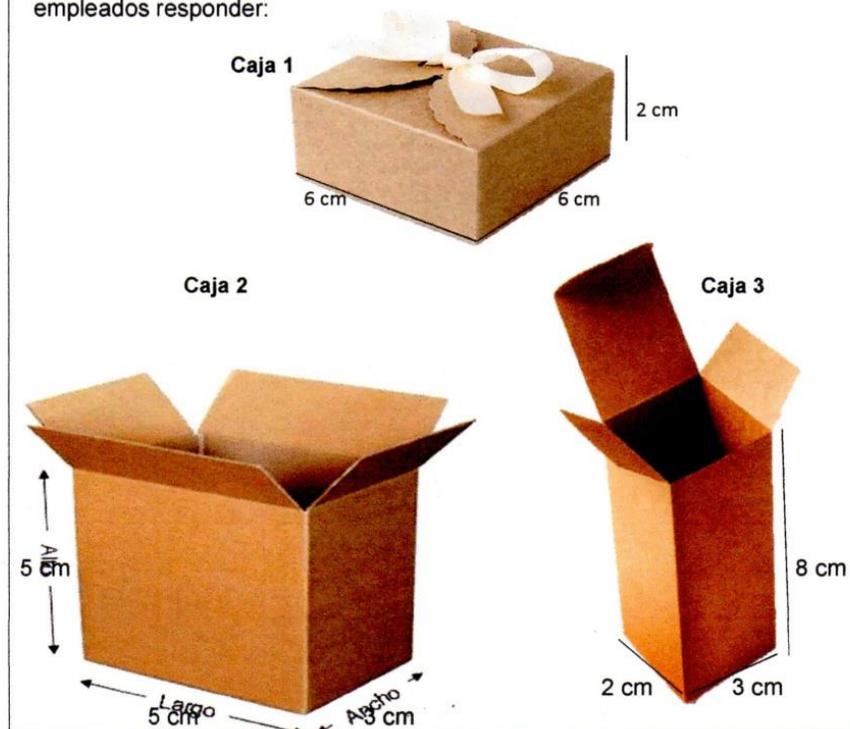
I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

6. Formen grupos de 4 estudiantes y comparen las respuestas y justificaciones del punto anterior.

7. Completen las casillas faltantes en la tabla deduciendo el volumen del cubo sin armar el cuerpo geométrico.

Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen (total cubos)
1	1	1	1	1
2	2	2	2	8
3	3	3	3	27
4	4	4	4	64
5	5	5	5	125
6	6	6	6	216
7	7	7	7	343
8	8	8	8	512
9	9	9	9	729
10	10	10	10	1000

8. Observen las dimensiones de las diferentes cajas, utilizando los cubos de madera armar el cuerpo geométrico que corresponde a dichas dimensiones y de acuerdo al número de cubos empleados responder:



I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

a. ¿Cuál es el volumen de cada caja?

Caja 1 72 cm<sup>3</sup>

Caja 2 75 cm<sup>3</sup>

Caja 3 48 cm<sup>3</sup>

b. Organicen las cajas en orden ascendente según el volumen. 48 cm<sup>3</sup>, 72 cm<sup>3</sup> y 75 cm<sup>3</sup>

9. Resolver en grupo la siguiente situación.

- En una tienda se venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.



Figura

a. ¿Qué tienen en común los tres acuarios?

que todos son prismas

b. ¿Cuál es el volumen o capacidad de almacenamiento de cada acuario?

20 cm x 10 cm x 10 cm = a 2000 cm<sup>3</sup>

20 cm x 20 cm x 20 cm = a 8000 cm<sup>3</sup>

10 cm x 10 cm x 20 cm = a 2000 cm<sup>3</sup>

c. ¿Cuál acuario tiene mayor capacidad y por qué?

el segundo acuario por que el total de sus medidas es mayor que los otros acuarios

d. ¿Cómo son los volúmenes de los acuarios 1 y 3?

son iguales

e. ¿Cuál es el volumen total de los tres acuarios?

8000 cm<sup>3</sup>

## Apéndice G. Situación didáctica 2 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA  
Guía de Aprendizaje 2

Nombre del estudiante:

Jose Edgar Galardo Quermaz Junior

### 1. Situación de acción.

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.

Link video

[https://www.youtube.com/watch?v=Mm\\_ueBLk2m8](https://www.youtube.com/watch?v=Mm_ueBLk2m8) 8 minutos

2. Se le solicita al estudiante clasificar de acuerdo al número de lados y vértices las figuras geométricas entregadas por la docente (polígonos regulares e irregulares).

¿Qué nombre recibe cada grupo de figuras? Explique su respuesta.

Se llama triángulo tiene 3 lados 3 vértices. Se llama cuadrilátero tiene 4  
lados 4 vértices. pentágono tiene 5 lados 5 vértices. Hexágono tiene 6  
lados y 6 vértices. se llama heptágono tiene 7 lados 7 vértices.

### Situación de formulación.

Se les solicita a los estudiantes que se organicen en parejas y comparen sus respuestas.

¿Cuál es la diferencia entre polígonos regulares e irregulares?

4. Se entrega a cada pareja una figura geométrica de cartulina (rectángulo), una hoja con cuadrículas de 1 cm de lado y un trozo de piola de 50 cm para realizar lo siguiente:

a. Observar la figura geométrica y responder:

¿Qué figura geométrica es? rectángulo

¿Qué dimensiones se pueden medir en esa figura geométrica? altura y ancho

¿Cuáles son las dimensiones aproximadas de la figura? base 2.5" y altura 2.0"

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

- b. Recortar un cuadrado de la cuadrícula y responder:  
¿Cuánto mide el cuadrado por cada lado? 1cm por cada lado  
¿Cuál es la medida de la superficie de esa figura geométrica? 1cm<sup>2</sup>
- c. Recortar varios cuadrados de la cuadrícula entregada y pegarlos sobre la figura geométrica hasta cubrir toda su superficie, luego responder:  
¿Cuántos cuadrados cubrieron la superficie de la figura? 42 cuadrillos  
¿Cuál es entonces la medida de la superficie de la figura? 42cm<sup>2</sup>
- d. Tomen la piola y midan la longitud del contorno de la figura, cortar dicho trozo.  
¿Cuánto mide el trozo de piola cortado? 26cm

**Situación de validación.**

Se forman grupos de 4 estudiantes y comparan las respuestas anteriores.

5. Comparar las respuestas anteriores, concertar y validar.

- a. Medir con la regla la figura geométrica ¿Cuáles son sus dimensiones? base mide

6cm y altura mide 7cm

- b. ¿Cómo se denomina la medida del contorno de la figura geométrica? perímetro

- c. ¿Cómo se denomina la medida de la superficie de la figura? área

- d. ¿Cómo se pueden calcular dichas medidas sin utilizar cuerdas y cuadrados? \_\_\_\_\_

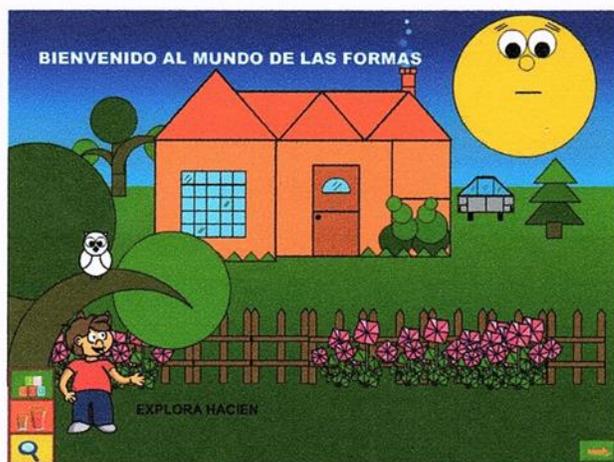
para hallar el perímetro tengo que sumar el perímetro de los  
lados

debo multiplicar la base x la altura

Gamboa, maria sotoydi, Shanikt, michell arias.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

6. Posteriormente, observen la siguiente imagen y respondan los interrogantes.



Responder:

- ¿Cuáles figuras geométricas se aprecian en el dibujo?

circulo triangulo cuadrado rectangulo

- Las figuras que observan en el dibujo corresponden a una realidad, como por ejemplo: los triángulos al techo de la casa. ¿Qué otras realidades puedes apreciar?

circulo al sol rectangulo avitrinco  
triangulos a los pines

- ¿Por qué consideras o crees que el título del dibujo se denomina "Bienvenido al mundo de las formas"?

porque todo esto dibujo son figuras Geometri-  
cas.

### Apéndice H. Situación didáctica 3 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA  
Guía de Aprendizaje 3

Nombre del estudiante: Dayana Thalía Guanga Getial

**Situación de acción.**

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.

Link video:

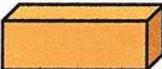
[https://www.youtube.com/watch?v=MxO\\_-Xk7xnM](https://www.youtube.com/watch?v=MxO_-Xk7xnM) 10 minutos

Triángulo  $\Delta$

cuadrado  $\square$

¿Que tiene que ver la figura del corazón con las figuras geométricas?

2. Observa los cuerpos geométricos identificalos, escribe su nombre y cuenta el número de vértices, aristas y caras, escribe el nombre.

	NOMBRE	N° VERTICES	N° ARISTAS	N° CARAS
	Cubo	8	12	6
	Prisma Rectangular	8	12	6
	Esfera	0	0	1
	Piramide rectangular	5	7	3
	Pentagono	10	15	7

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

	Cono	1	0	2	✓
	Cilindro	0	2	3	
		0	0	1	!

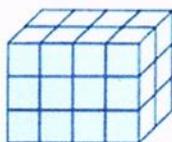
**Situación de formulación.**

Nombre de los estudiantes: Dayana Thalia Getial y Diana Jimena Gomez

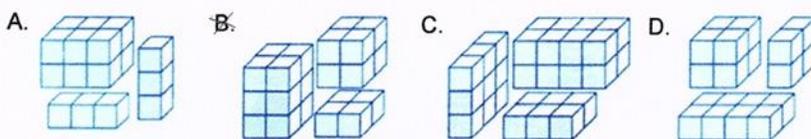
3. Organizarse en parejas, compararen y validen las respuestas del punto anterior.

4. Responder cada pregunta y justificar la respuesta seleccionada.

4.1. Observa el sólido.



¿Con cuáles fichas se puede armar el sólido?



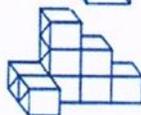
Justificación: Para mi es la respuesta B porque al unir las 3 piezas me daría el solido escrito. Porque tiene los mismos cubos, y la misma cantidad que se ve en la imagen.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

4.2. Luisa utilizó algunos bloques como este  para construir dos sólidos.



Sólido 1



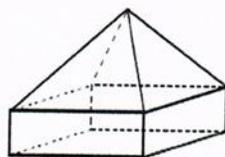
Sólido 2

Para construir el sólido 1, Luisa utilizó 4 bloques. ¿Cuántos bloques utilizó Luisa para construir el sólido 2?

- A. 7
- B. 8
- C. 14
- D. 16

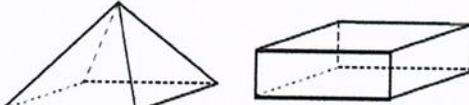
Justificación: Porque en cada cubo hay dos bloques o sea que puedo también multiplicar así  $2 \times 8$  que me daría 16 como resultado exacto

4.3. Se quiere armar el sólido que aparece en la figura utilizando dos piezas.



Figura

¿Con cuál par de piezas se puede armar el sólido?

- A. 
- B. 
- C. 
- D. 

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

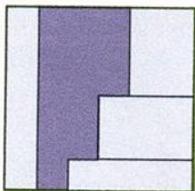
Justificación: Porque al unir la pirámide rectangular con la pirámide rectangular se formaría el sólido que está en la parte de arriba de la pregunta.

4.4. Observa la siguiente imagen.

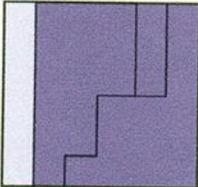


¿Cuál figura corresponde a la foto que se tomó?

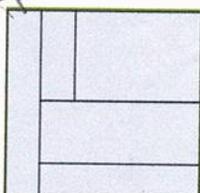
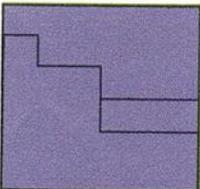
A.



B.



C.



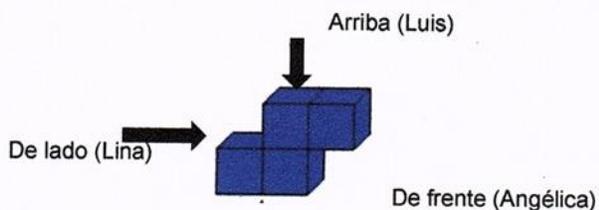
I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

¿Todas las piezas están formadas por la misma cantidad de cubos? No

Expliquen su respuesta Porque 6 de ellas tienen 4 cubos, mientras que 1 sola tiene 3 cubos.

b. Armen un cubo de 3x3x3 empleando las siete piezas entregadas.

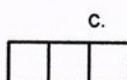
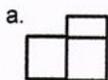
6. Luis, Mónica y Angélica están mirando la pieza número 4 del cubo Soma. Luis la mira desde arriba, Mónica de lado y Angélica de frente.



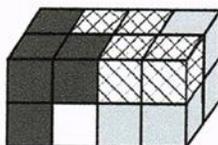
• Dibujen cómo se visualiza la figura desde las diferentes perspectivas (arriba, de frente, y de lado)

Arriba	De frente	De lado

• ¿Cuál de las siguientes figuras muestra cómo ve el sólido Luis?

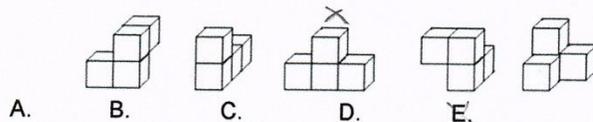


7. Observen en la figura.

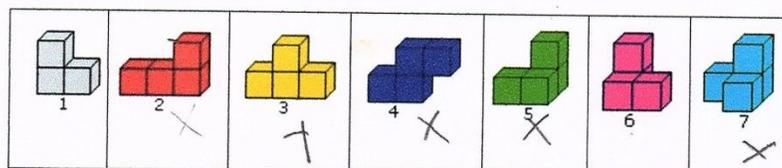


I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

- a. Tres de las piezas se observan por completo, la pieza de color blanco solo se observa parcialmente. ¿Cuál de las cinco piezas siguientes es la blanca?



- b. Identifiquen las piezas del cubo Soma utilizado en la construcción del paralelepípedo, señálaslas en la tabla.



- c. Luego, armen el paralelepípedo utilizando las piezas del cubo Soma entregado. Respondan:  
¿La ficha escogida en el ítem "a" fue la correcta? Si porque al armado comprobamos

## Apéndice I. Situación didáctica 4 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

### Guía de Aprendizaje 4

Nombre del estudiante:

Daniela Fernanda Taborda Valdez

#### Situación de acción.

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.

Links videos:

<https://www.youtube.com/watch?v=9pcL1jZyZJc> 8 minutos  
[https://www.youtube.com/watch?v=13prEHw\\_0\\_Y](https://www.youtube.com/watch?v=13prEHw_0_Y) 7 minutos

---



---



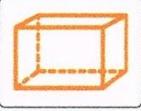
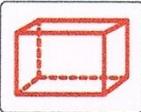
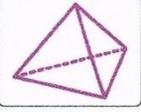
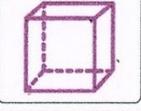
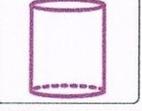
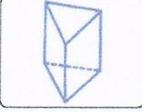
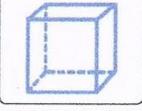
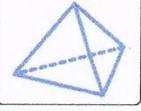
---



---

2. Se entrega a cada estudiante las siguientes preguntas para resolver.

Marca con una cruz la casilla donde está la figura correcta

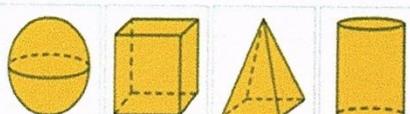
a. ¿Cuál de estas figuras tiene 6 caras?			
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>
2. <input checked="" type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>
b. ¿Cuál de estas figuras solo tiene 4 caras?			
1. <input type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>
2. <input checked="" type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>
c. ¿Cuál de estas figuras tiene solo 5 caras?			
1. <input type="checkbox"/>			3. <input checked="" type="checkbox"/>
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>
d. ¿Cuál de estas figuras tiene solo 5 caras?			
1. <input checked="" type="checkbox"/>			3. <input type="checkbox"/>
2. <input type="checkbox"/>			4. <input type="checkbox"/>

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Marca con una X la respuesta correcta que se plantea

a.

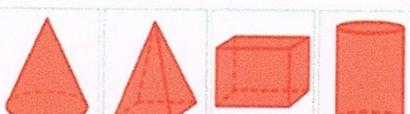
¿Cuál de estas figuras tiene solo una cara cuadrada?



1.      2.      3. X      4.

b.

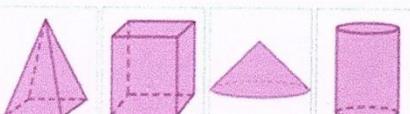
¿Cuál de estas figuras tiene algunas caras triangulares?



1.      2. X      3.      4.

c.

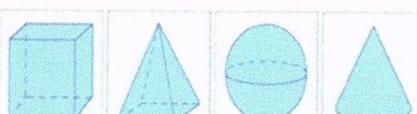
¿Cuál de estas figuras tiene dos caras redondas?



1.      2.      3.      4. X

d.

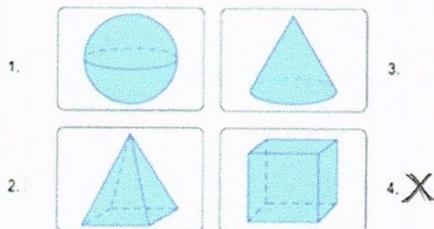
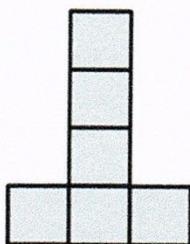
¿Cuál de estas figuras tiene más caras?



1. X      2.      3.      4.

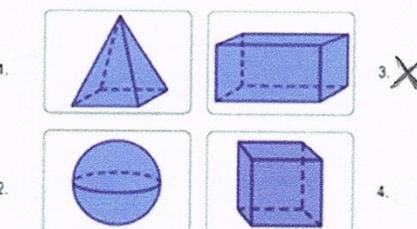
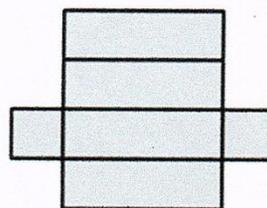
Qué figura se puede construir con...

a.



1.      2.      3.      4. X

b.



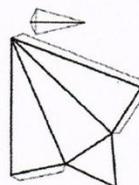
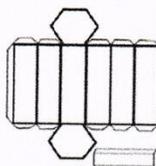
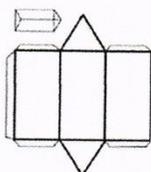
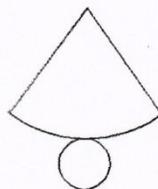
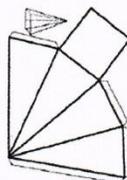
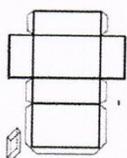
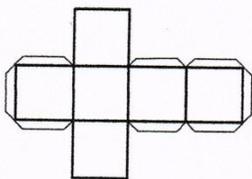
1.      2.      3. X      4.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de formulación.

Nombre de los estudiantes: Miliana Patricia Rivas Daniela Taborda

- Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.
- Se entregara a cada pareja los desarrollos planos de algunos cuerpos geométricos más comunes y se solicita recortar y armar los sólidos.



- Observar los sólidos armados y completar la siguiente tabla.

CUERPO GEOMETRICO	No. CARAS	No. VERTICES	No ARISTAS
cubo	6	8	12
prisma rectangular	6	8	12
piramide cuadrada	5	5	8
cono	2	1	1
prisma triangular	5	6	9
prisma hexagonal	8	12	18
piramide triangular	4	4	6
prisma pentagonal	7	10	15

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: Jose Alejandro Samuel Muñoz  
Juan Pablo Santiago Gomez

Formen grupos de 4 estudiantes y comparen las respuestas y justificaciones del punto anterior.

6. En grupo hallar el volumen de algunos de los cuerpos geométricos elaborados en el punto anterior a partir de las formulas dadas.

CUERPO GEOMETRICO	FORMULA PARA HALLAR VOLUMEN
CUBO	$V = a \times a \times a = a^3$ Donde "a" es la longitud de la cara del cubo.
PRISMA RECTANGULAR	$V = a_b \times h$ Donde "a <sub>b</sub> " es área de la base y "h" es altura.
PRISMA CUADRANGULAR	$V = l^2 \times h$ Donde "l" es lado y "h" altura.

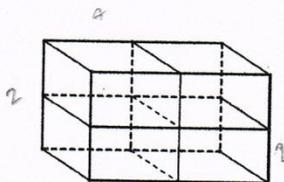
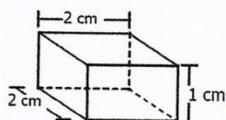
$$V_{\text{Cubo}} = 3,5 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm} \times 3,5 \text{ cm} = 42,875 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Prisma rectangular}} = 4,5 \times 4,5 \times 4,5 = 20,25 \times 7,5 = 151,875 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{Prisma cuadrangular}} = 4,5 \times 4,5 \times 4,5 = 20,25 \times 7,5 = 151,875 \text{ cm}^3$$

7. Resolver la siguiente situación.

Con bloques como el que se observa a la izquierda, Beto armó el cuerpo geométrico que se muestra a la derecha.



- a. Calcula el volumen del cuerpo geométrico de la izquierda.

$$V = 2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm} \times 1 \text{ cm} = 4 \text{ cm}^3$$

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

- b. A partir de la información suministrada por el cuerpo geométrico de la izquierda, ¿Cómo podrías calcular el volumen del cuerpo geométrico que armó Beto?

S = Suman  $4\text{ cm}^3$  4 veces

- c. ¿Cuál es el volumen del sólido geométrico que armó Beto?  $16\text{ cm}^3$

- d. Escriban la operación matemática que usaron para hallar el volumen.

$$4\text{ cm}^3 + 4\text{ cm}^3 + 4\text{ cm}^3 + 4\text{ cm}^3 = 16\text{ cm}^3$$

**Apéndice J. Situación didáctica 5 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.**

**I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA  
Guía de Aprendizaje 5**

Nombre del estudiante:

Diana Ximena Gomez Montaña

**Situación de acción.**

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.

Link video.

<https://www.youtube.com/watch?v=TN9rp8-xWy4> 5,24 minutos

---



---



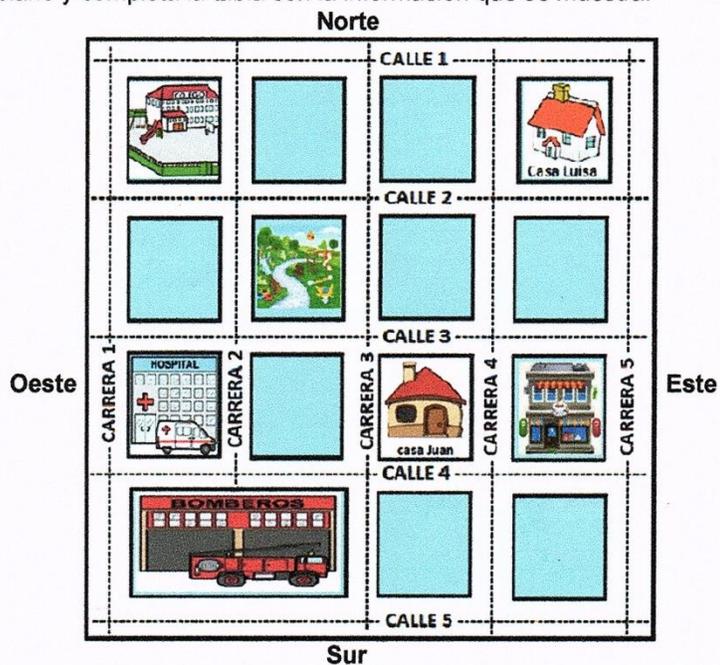
---



---

Orientación del sujeto en espacios reales.

2. Observa el plano y completa la tabla con la información que se muestra.



**I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO**  
**I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA**

Lugar	Calles	Carreras
Casa de Luisa	Entre la calle 1 y 2	Entre la carrera 4 y 5
Bomberos	Entre la calle 4 y 5	Entre la carrera 1 y 3
Cafetería	Entre la calle 3 y 4	4 y 5
Parque	Entre la calle 2 y 3	2 y 3
Casa de Juan	Entre la calle 3 y 4	3 y 4
Hospital	Entre la calle 2 y 4	1 y 2
Colegio	Entre la calle 1 y 2	1 y 2

3. Describe en palabras, el camino que debe seguir Juan para ir a cada uno de los lugares que se indican:

- a. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el norte, luego girar a la derecha en la calle 2 para llegar a la casa de Luisa.
- b. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 4 dos cuadras hacia el oeste y girar a la izquierda una cuadra para llegar al Colegio.
- c. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 3 dos cuadras y seguir caminando para llegar al Hospital.
- d. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 3 una cuadra y girar al oeste para llegar a los bomberos.
- e. Juan debe salir de su casa en la calle 4 y caminar por la carrera 3 una cuadra y girar a la derecha al oeste para llegar al parque.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

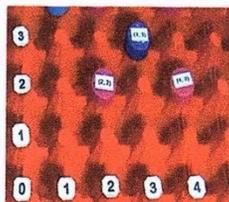
Situación de formulación.

Nombre de los estudiantes: Diana Gomez Thalia Guanga

4. Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.
5. Cada pareja debe tener a la mano 1 cubeta para huevos (reciclada con anterioridad), tapas de gaseosa (25), cinta de enmascar o números y pegante; presten atención a las indicaciones para construir el cuadrante 1 del plano cartesiano.



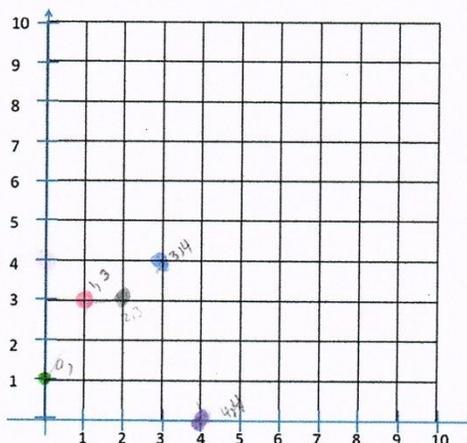
Luego procedan a jugar con las tapas ubicando los pares ordenados; inicialmente ubicando números y luego figuras o formas. Expliquen o describan la ubicación de los objetos a sus compañeros, así como explicar los movimientos realizados.



<https://www.youtube.com/watch?v=NDXCiD9LD3s>

- a. Ubiquen en el plano elaborado con el panal de huevos y las tapas, las siguientes parejas ordenadas; luego de confirmar que la ubicación es correcta representarlo en el plano de la cuadrícula.

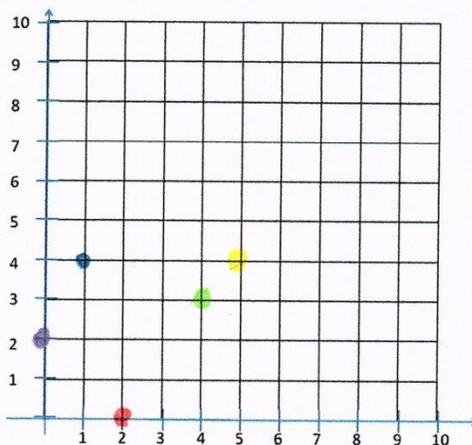
- (1, 3)
- (3, 4)
- (2, 3)
- (0, 1)
- (4, 0)



I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

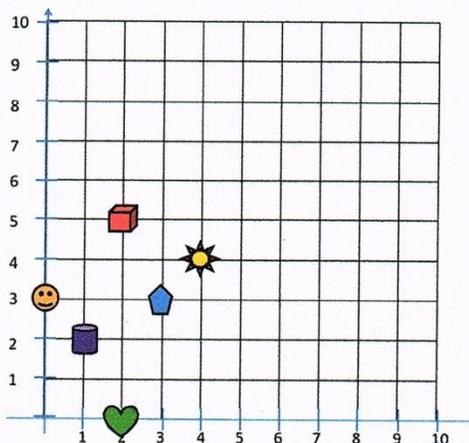
b. Ubiquen en el plano elaborado con el panel de huevos las siguientes figuras, de acuerdo a las parejas ordenadas; luego de confirmar que la ubicación es correcta representarlo en el plano de la cuadrícula.

-  (5, 4)
-  (2, 0)
-  (1, 4)
-  (4, 3)
-  (0, 2)



c. Escribir las coordenadas de ubicación de cada figura.

-  (0, 3)
-  (2, 0)
-  (2, 5)
-  (4, 4)
-  (1, 2)
-  (3, 3)



I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

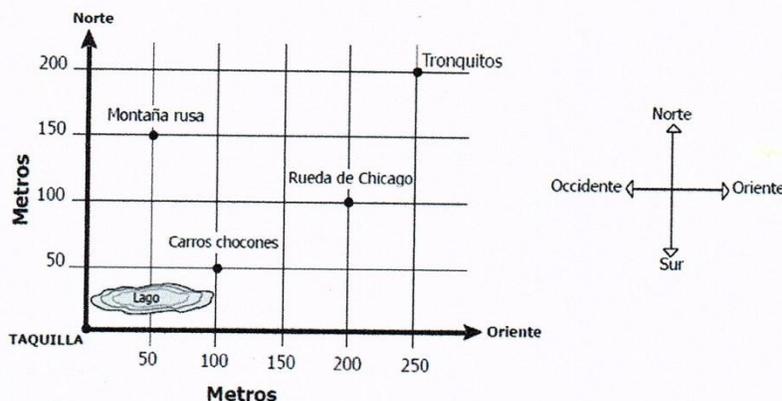
Situación de validación.

Nombre de los estudiantes: Thalia getial Michell camila sanchez  
Diana Gomez Doña monica

6. Se forman grupos de 4 estudiantes, comparen y validen las respuestas del punto anterior.

7. Respondan las siguientes preguntas y justifiquen.

7.1. La siguiente gráfica muestra la ubicación de diferentes atracciones de un parque de diversiones.

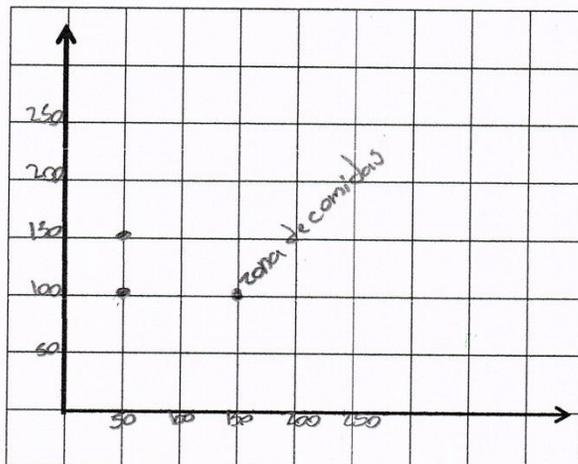


a. Describan la localización de las diferentes atracciones, para ello debes ubicar como punto de referencia la taquilla: **Ej:** Si tú te ubicas en la taquilla, para llegar a los carros chocones debes caminar 100 metros al oriente y 50 metros al norte.

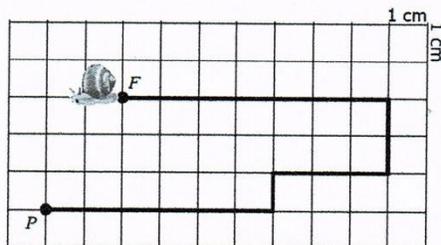
Debo caminar 100m hacia el oriente y debo subir 50m al  
norte

b. Se va a construir una zona de comidas 50 metros al sur de la montaña rusa y 100 metros al oriente de la montaña rusa. Representen en un plano cartesiano donde quedaría la zona de comidas.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA



7.2. La figura ilustra el camino que recorrió un caracol desde el punto P hasta el punto F.



a. Describan el recorrido que realizó el caracol.

El caracol estaba en el punto P y camino 6 cm hacia el oriente y subió 7 cm hacia el norte y 3 cm hacia el oriente y 2 cm hacia el norte y después 6 cm hacia el occidente para llegar al punto F.

b. ¿Qué distancia recorrió el caracol? el caracol recorrió 18 cm

c. Proponga una ruta de desplazamiento más larga para el caracol partiendo del punto P y llegando al punto F. (representar gráficamente), describir el recorrido y calcular la distancia.



## Apéndice K. Situación didáctica 6 implementada a los estudiantes del EE Semilla de la Esperanza.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA  
Guía de Aprendizaje 6

Nombre del estudiante:

*Juan Pablo Delgado Vazquez*

### Situación de acción.

1. Observa con atención los videos proyectados por la docente, toma apuntes y formula preguntas que le puedan surgir.

Links videos.

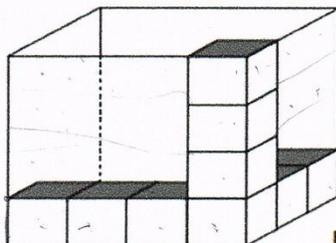
<https://www.youtube.com/watch?v=-65RnPKnDPA> 2,05 minutos

<https://www.youtube.com/watch?v=rpfPs3cMrMc> 10,10 minutos

<https://www.youtube.com/watch?v=XqjwLL-1ds> 7,16 minutos

2. Analiza la siguiente situación.

Observa los cubos contenidos en la caja de la figura.



Figura

- a. ¿Cuántos cubos hay de largo? 4
- b. ¿Cuántos cubos hay de ancho? 3
- c. ¿Cuántos cubos hay de alto? 4
- d. ¿Cuántos cubos se necesitan para cubrir la cara de la base de la caja? 12
- e. ¿Cuántos cubos de esos faltan para llenar la caja? 36
- f. ¿Cuántos cubos se necesitan para llenar el total de la caja? 48
- g. El total de cubos que se requieren para llenar la caja corresponde a:

Área

Perímetro

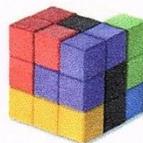
Volumen

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de formulación.

Nombre de los estudiantes: Dayana Thalía Diana Jimena

3. Organizarse en parejas, comparen y validen las respuestas del punto anterior.
4. Con el paquete de 42 cubitos de madera entregados, armen la figura anterior, confronten y validen las respuestas de la pregunta 2.
5. Con los cubos entregados inician armando un cubo que tenga 2 cubitos por cada lado y luego 3 cubos por cada lado y luego 4, a medida que se van armando los cubos se va diligenciando la información en la tabla.



Llenar la siguiente tabla

Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen (total cubos)
1	1	1	1	1
2	2	2	2	8
3	3	3	3	27
4	4	4	4	64

¿Cómo se podría calcular el volumen para la figura 5? multiplicando  $5 \times 5 \times 5$  que  
es igual a 125

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

Situación de validación.

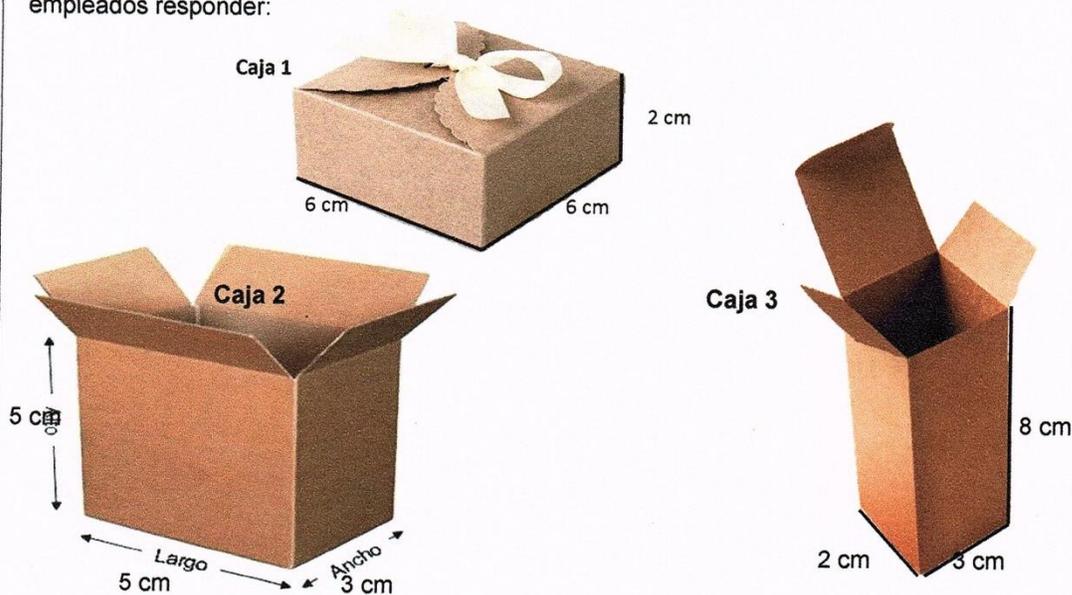
Nombre de los estudiantes: Thalia Diana Jimena  
Michell camila Doña Monica

6. Formen grupos de 4 estudiantes y comparen las respuestas y justificaciones del punto anterior.

7. Completen las casillas faltantes en la tabla deduciendo el volumen del cubo sin armar el cuerpo geométrico.

Figura	Alto	Largo	Ancho	Volumen (total cubos)
1	1	1	1	1
2	2	2	2	8
3	3	3	3	27
4	4	4	4	64
5	5	5	5	125
6	6	6	6	216
7	7	7	7	343
8	8	8	8	512
9	9	9	9	729
10	10	10	10	1000

8. Observen las dimensiones de las diferentes cajas, utilizando los cubos de madera armar el cuerpo geométrico que corresponde a dichas dimensiones y de acuerdo al número de cubos empleados responder:



I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

a. ¿Cuál es el volumen de cada caja?

Caja 1 el volumen es  $72 \text{ cm}^3$

Caja 2 el volumen es  $75 \text{ cm}^3$

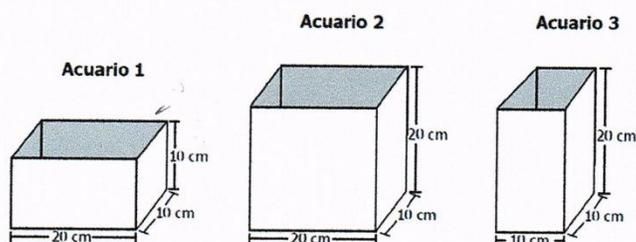
Caja 3 el volumen es  $48 \text{ cm}^3$

b. Organicen las cajas en orden ascendente según el volumen.

caja 3  $48 \text{ cm}^3$     caja 1  $72 \text{ cm}^3$     caja 2  $75 \text{ cm}^3$

9. Resolver en grupo la siguiente situación.

- En una tienda se venden acuarios con forma y tamaño como los que muestra la figura.



Figura

a. ¿Qué tienen en común los tres acuarios?

Ninguno porque los tres son diferentes.

b. ¿Cuál es el volumen o capacidad de almacenamiento de cada acuario?

Que los tres tienen el mismo volumen y otro no está que en el acuario 2 cuentan más en el acuario 1 y 3.

c. ¿Cuál acuario tiene mayor capacidad y por qué?

El acuario 2 tiene más capacidad porque es muy ancho y muy largo por eso es el que tiene más capacidad.

I.E. SAGRADA FAMILIA POTRERILLO  
I.E. SEMILLA DE LA ESPERANZA

d. ¿Cómo son los volúmenes de los acuarios 1 y 3?

acuario 1) 3000cm acuario 3) 7000cm tienen el mismo volumen.

e. ¿cuál es volumen total de los tres acuarios?

8000cm son el volumen de los tres

### Apéndice L. Rejilla de observación

Nombre del estudiante: \_\_\_\_\_

Pensamiento espacial y sistemas geométricos.					
Estándar:					
Competencias:					
1. Evidencias de aprendizaje					
E D	ESCRIBE	PARTICIPA	MODELA	IDENTIFICA	
Observo que					
E F					
Observo que					
E M					
Observo que					
E. A	ESCRIBE	PARTICIPA	MODELA	DESCRIBE	IDENTIFICA
Observo que					

**Apéndice M. Fotografías de la implementación de la situación didáctica**

*Imagen 8. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 9. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo*



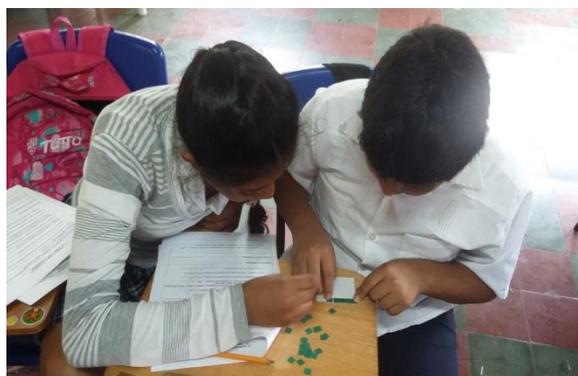
*Imagen 10. Implementación de la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 11. Exposición de trabajos realizados en la situación didáctica 1. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 12. Implementación de la situación didáctica 2. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 13. Implementación de la situación didáctica 2. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 14. Implementación de la situación didáctica 2. EE Sagrada Familia Potrerillo.*



*Imagen 15. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 16. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 17. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 18. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 19. Implementación de la situación didáctica 3. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 20. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 21. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 22. Implementación de la situación didáctica 4. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 23. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 24. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo.*



*Imagen 25. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 26. Implementación de la situación didáctica 5. EE Sagrada Familia Potrerillo*



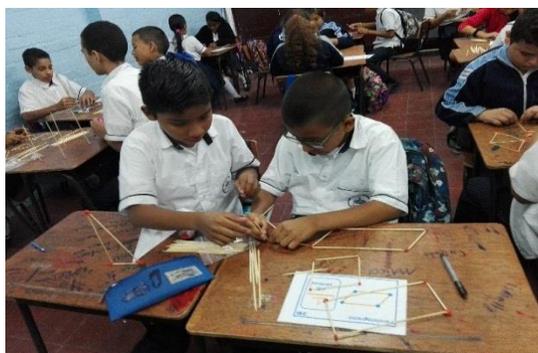
*Imagen 27. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo*



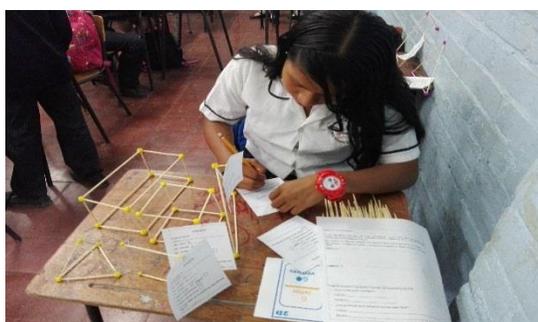
*Imagen 28. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 29. Implementación de la situación didáctica 6. EE Sagrada Familia Potrerillo*



*Imagen 30. Implementación de la situación didáctica 1. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 31. Implementación de la situación didáctica 1. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 32. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 33. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 34. Implementación de la situación didáctica 3. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 35. Implementación de la situación didáctica 4. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 36. Implementación de la situación didáctica 5. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 37. Implementación de la situación didáctica 6. EE Semilla la Esperanza*



*Imagen 38. Implementación de la situación didáctica 6. EE Semilla la Esperanza*