



**Construcción de portafolios de acuerdo con el perfil del inversionista: Una aplicación en los  
mercados bursátiles**

Natalia Andrea Neira Lara

Christian Felipe Barahona Santander

Economía y Negocios internacionales, Universidad Icesi

PhD. Yeny Rodríguez

Cali, mayo de 2022



**Construcción de portafolios de acuerdo con el perfil del inversionista: Una aplicación en los  
mercados bursátiles**

Natalia Andrea Neira Lara

Christian Felipe Barahona Santander

Economía y Negocios internacionales, Universidad Icesi

PhD. Yeny Rodríguez

Finanzas conductuales

Departamento de Economía

Cali, mayo de 2022

**TABLA DE CONTENIDO**

RESUMEN .....	4
ABSTRACT.....	4
JUSTIFICACIÓN .....	5
OBJETIVOS .....	6
1. REVISIÓN DE LITERATURA .....	6
1.1 TEORÍA MODERNA DE PORTAFOLIO.....	6
1.2. TEORÍA PROSPECTIVA .....	8
1.3. FINANZAS CONDUCTUALES APLICADAS AL PORTAFOLIO.....	9
1.4. CRITERIO DE SEGURIDAD PRIMERO DE ROY (CSPR).....	11
2. METODOLOGÍA.....	14
3. DATOS Y FUENTES .....	17
4. MODELO .....	17
BIBLIOGRAFÍA .....	38
ÍNDICE DE TABLAS:.....	40
ÍNDICE DE ILUSTRACIONES: .....	40

**RESUMEN**

El presente proyecto de grado titulado como “Portafolio conductual en el mercado MILA, S&P 500 y COLCAP” tiene como objetivo principal, analizar cuáles son las propiedades y características que posee cada inversionista según los sesgos psicológicos que surgen en busca de reducir el riesgo no sistemático y aumentar el retorno del portafolio. Para lograr observar el comportamiento de estos se realizó la construcción de un modelo de portafolio para tres perfiles de riesgo, los cuales son el inversionista racional, optimista y pesimista, con el fin de analizar las diferencias y características de cada portafolio en los diferentes mercados.

Para la construcción de los diferentes portafolios se utilizó la teoría “*Criterio de Seguridad Primero*” planteada por Roy (1952) y el modelo planteado por Langelier (2014), quienes en su teoría proponen que se debe maximizar la riqueza del inversionista para una probabilidad dada de caer en un evento desastre, en el modelo planteado por Langelier (2014) utiliza la distribución de Gumbel y Gumbel inversa para los enfoques pesimista y optimista dado que estas distribuciones subestiman y sobrestiman los precios de las acciones respectivamente. En el trabajo realizado se construyeron portafolios con 17 acciones para el mercado MILA, 10 acciones para el S&P500 y 6 acciones para el COLCAP desde enero del 2018 hasta septiembre del 2021.

**ABSTRACT**

The main objective of this degree project entitled "Behavioral portfolio in the MILA, S&P 500 and COLCAP markets" is to analyze the properties and characteristics of each investor according to the psychological biases that arise in search of reducing the unsystematic risk and increasing the return of the portfolio. In order to observe their behavior, a portfolio model was built for three risk profiles, which are the rational, optimistic and pessimistic investor, with the purpose of analyzing the differences and characteristics of each portfolio in the different markets.

For the construction of the different portfolios, the "Safety First Criterion" theory proposed by Roy (1952) and the model proposed by Langelier (2014) were used, who in his theory propose that the investor's wealth should be maximized for a given probability of falling into a disaster event, in the model proposed by Langelier (2014) he uses the Gumbel and inverse Gumbel distribution for the pessimistic and optimistic approaches given that these distributions underestimate and overestimate the stock prices respectively. In the work performed, portfolios were constructed with 17 stocks for the MILA market, 10 stocks for the S&P500 and 6 stocks for the COLCAP from January 2018 to September 2021.

### **PALABRAS CLAVE**

Distribución Gumbel, finanzas conductuales, inversionista optimista y pesimista.

### **KEY WORDS**

Gumbel distribution, behavioral finance, optimistic and pessimistic investor.

### **JUSTIFICACIÓN**

Las finanzas conductuales permiten entender a mayor profundidad las características que tiene cada inversionista como lo son los sesgos psicológicos y la aversión al riesgo, a partir de ello se construye un modelo en base al entendimiento y las necesidades de la persona al momento de tomar decisiones con su riqueza. Estos modelos se caracterizan por obtener portafolios más adecuados a los perfiles de riesgo que pueda tener cada inversionista. El propósito del estudio es construir portafolios de inversión a partir de instrumentos financieros transados en los mercados locales e internacionales como lo son S&P500, MILA y COLCAP, teniendo en cuenta la teoría de las finanzas conductuales.

## **OBJETIVOS**

### **Objetivo General**

Analizar la mejor opción de inversión a partir de la construcción de nueve portafolios conductuales en base a perfiles de riesgo racional, pesimista y optimista en los mercados S&P500, MILA y COLCAP en una ventana temporal de tres años.

### **Objetivos Específicos**

- Construcción de un portafolio eficiente que prevea el perfil de riesgo de los inversionistas, siguiendo lo planteado por Roy (1952) y Langelier (2014).
- Aplicación del modelo de portafolio en los mercados S&P500, MILA y COLCAP
- Utilización de diferentes distribuciones estadísticas como la función de Gumbel y la Gumbel inversa para los retornos de los activos, tenidas en cuenta en la optimización del portafolio conductual.

## **1. REVISIÓN DE LITERATURA**

Esta sección se enfocará en describir la teoría moderna de portafolio propuesta por Markowitz (1959), y se presenta la teoría prospectiva como base conceptual de las finanzas conductuales en la selección de carteras eficientes, en particular del desarrollo del criterio Seguridad Primero según Roy, el cual utilizamos para realizar la construcción de frontera eficiente en este trabajo.

### **1.1 TEORÍA MODERNA DE PORTAFOLIO**

La construcción del portafolio de Media-Varianza fue propuesto por Harry Markowitz en 1959, y se basa en la maximización del retorno esperado del portafolio dependiendo del nivel de riesgo tomado. Como insumos se tienen los retornos de los activos que se van a involucrar en la construcción de la cartera, así como la matriz de varianza covarianza que presentan entre ellos. Este modelo busca reducir el riesgo no sistemático a partir de diversificación del portafolio con activos no correlacionados.

El modelo se representa matemáticamente como:

$$\begin{aligned} \text{máx } E_{rp}(w_i, \mu_i) &= [(w_1 * \mu_1) + (w_2 * \mu_2) \dots + (w_n * \mu_n)] \\ \text{sujeto a } V_{rp} &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j r_{ij} \alpha_i \alpha_j = K \\ w_1 + w_2 \dots + w_n &= 1; \quad w_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \dots n \end{aligned} \quad (1)$$

Donde  $E_{rp}$  representa el retorno esperado del portafolio, el cual se calcula como el producto entre los retornos promedio de los activos,  $\mu$ , y los pesos,  $w$ . Los pesos  $w$  de los activos tienen que ser positivos y sumar 1, representando el valor completo de la inversión. Se espera que la varianza del portafolio denotada por  $V_{rp}$  sea igual a un valor constante,  $K$ ,  $\alpha_{ij}$  representa las desviaciones de los retornos y  $r_{ij}$  representa las correlaciones de dichos retornos.

A partir del modelo definido en (1) se construye la frontera eficiente, la cual está conformada por los portafolios cuya desviación estándar define los diferentes niveles de riesgo. De acuerdo con Markowitz (1959), la conformación de portafolios presenta once supuestos subyacentes sobre que el inversionista: 1) es racional desde el punto de vista económico, es decir, es maximizador de la utilidad de su cartera; 2) no percibe la existencia de costos de transacción en la compra o venta de títulos; 3) puede tomar cualquier posición en cualquier tamaño del título que desee; 4) no considera los impuestos cuando está tomando la decisión de invertir, 5) es indiferente en recibir dividendos o ganancias del capital; 6) es averso al riesgo; 7) pertenece a un grupo de inversionista quienes analizan las relaciones riesgo-retorno en el mismo horizonte temporal, y también como grupo tienen maneras similares de cómo medir el riesgo; 8) busca minimizar el riesgo con la diversificación de sus participaciones en títulos; 9) conforma un portafolio en la cual todos los activos inclusive el capital humano puede ser comprado y vendido en el mercado; 10) puede prestar

y pedir prestado a una tasa libre de riesgo y pueden vender en corto sin ninguna restricción, y finalmente 11) no tiene efecto en los mercados, en particular sus sesgos derivados de la psicología.

En la siguiente sección se profundizará sobre los estudios que se han realizado al relajar el supuesto relacionado con la racionalidad del inversionista, y en particular se describen los sesgos conductuales derivados de la psicología, que afectan la toma de decisiones del inversionista. Además, se describe la teoría prospectiva y se presenta el criterio seguridad primero que en particular involucra una situación de desastre en la toma de decisiones del inversionista.

## 1.2. TEORÍA PROSPECTIVA

La teoría prospectiva (TP) fue publicada en 1979 por Kanneman y Tversky, se presenta como una alternativa a la teoría de la utilidad esperada para la evaluación del valor de riesgo que se presenta en la toma de decisiones. A diferencia de las teorías tradicionales la TP está basada en evidencia empírica dejando a un lado el supuesto que los inversionistas toman decisiones racionales (Gómez-Limón, 2017). Para calcular la función de utilidad del inversionista se realiza una media ponderada de los resultados, como se muestra en la siguiente ecuación:

$$V(x_1, p_1; \dots, x_N, p_N) = \sum_{n=0}^N \pi(p_n) v(x_n) \quad (2)$$

En la ecuación  $v(x_n)$  representa la riqueza que depende del resultado de la toma de decisiones y  $\pi(p_n)$  es la ponderación de la probabilidad de eventos que llevaron a los resultados.  $x_i$  representa el resultado del juego,  $p_i$  es la probabilidad de eventos,  $V(x_i, p_i)$  es la función de utilidad definida por las por la probabilidad de eventos. Esta función tiene la característica de transformar las probabilidades objetivas en pesos decisionales (Tversky & Kanheman, 1992).

De acuerdo con (Gómez-Limón, 2017) la TP establece comportamientos no racionales que realizan los inversionistas al momento de tomar decisiones, como: 1) evaluar el juego a través de las ganancias o pérdidas que han tenido desde su riqueza inicial  $x_0$ , 2) padecer de una sensibilidad

decreciente con respecto a los diferentes resultados del juego a través del tiempo, 3) ser averso a las pérdidas, es decir que al inversionista le duele más perder que la satisfacción al ganar, 4) tener el efecto de posesión, el cual ocurre cuando los inversionistas generalmente venden un activo de su propiedad a un precio mucho mayor al del mercado. Ahora bien, este comportamiento no racional del inversionista ha sido explicado desde la psicología a través de sus sesgos conductuales, y que han dado origen a la denominada Finanzas Conductuales, que se torna relevante en el contexto de toma decisiones de portafolio, como se explica a continuación.

### **1.3. FINANZAS CONDUCTUALES APLICADAS AL PORTAFOLIO**

Existen sesgos conductuales que se derivan del área de la psicología, que están presentes dentro de las finanzas conductuales, y que intentan explicar cómo las emociones influyen en la toma de decisiones de un portafolio y cómo las personas construyen sus creencias a través de estas (Subash, 2012). Entre los principales sesgos se encuentran: el exceso de confianza, la representatividad, el comportamiento de pastoreo, el anclaje, la disonancia cognitiva, aversión al arrepentimiento, la falacia del jugador, la contabilidad mental y la comprensión retrospectiva (Subash, 2012).

Respecto al sesgo de exceso de confianza, este sucede cuando los inversionistas tienen una fe no racional en sus capacidades cognitivas al tomar decisiones. En este las personas tienden a sobreestimar sus conocimientos y la información que tiene disponible y a subestimar los riesgos al momento de invertir. (Michael, 2006) citado en (Subash, 2012). Por otro lado, el sesgo de la representatividad ocurre cuando los inversionistas toman una decisión con base a un resultado anterior y crean un modelo a partir de la lógica de ese resultado sin justificación científica. La representatividad pasa habitualmente, al establecer juicios bajo incertidumbre, cuando se pide a los inversionistas que juzguen la probabilidad de que A pertenezca a B. (Tversky A. , 1974) citado en (Subash, 2012). Por su parte, el comportamiento de pastoreo se determina cuando los

inversionistas se imitan unos entre otros y conlleva a convergencia mutua. Ocurre cuando los inversionistas toman decisiones con base a la toma de decisiones de la mayoría. Los inversores privados tienden a dejarse influir por las recomendaciones de los analistas populares. (Welch, 2000) citado en (Subash, 2012).

El sesgo de anclaje ocurre cuando los inversionistas le dan una importancia innecesaria a información estadística o psicológica no relevante al momento de invertir, que los lleva a tomar decisiones no racionales. Habitualmente ocurre cuando en la formulación de un dato “ancla”, se decide tomar decisiones a partir de él y no se ajusta el dato a partir de las actualizaciones del mercado. (Michael, 2006) citado en (Subash, 2012).

El sesgo de disonancia cognitiva ocurre cuando las creencias o suposiciones son equivocadas, el inversionista tiende a tener dos comportamientos: la selección perceptiva, es cuando el inversor solo capta información que coincide con sus suposiciones, o la toma de decisiones selectiva ésta ocurre cuando el inversionista tiende a continuar con compromisos que ya no le generan un beneficio y lo lleva a resultados no óptimos. (Michael, 2006) citado en (Subash, 2012).

En la misma vía, la aversión al arrepentimiento es un sesgo que ocurre cuando el inversionista se centra en ideas que lo conllevan al sentimiento de arrepentimiento por haber tomado decisiones erróneas en el portafolio. Generalmente este tipo de sesgo les pasa a individuos que odian admitir sus errores y temen que sus decisiones no sean óptimas en el rendimiento del portafolio. (Michael, 2006) citado en (Subash, 2012).

La falacia del jugador ocurre cuando el inversor predice cambios en el comportamiento de los mercados, debido a una percepción que existe errores en el mercado y estos se están ajustando.

Estos cambios en el mercado generalmente son por eventos aleatorios no controlables. (Kahneman D. , 1971) citado en (Subash, 2012).

El sesgo de contabilidad mental se determina cuando los inversionistas hacen operaciones cognitivas para organizar y evaluar sus actividades financieras, lo que conlleva a los individuos a separar su dinero en diferentes cuentas con base a criterios subjetivos. A menudo esta administración subjetiva del dinero tiene efectos negativos y no óptimos en la toma de decisiones al momento de invertir. (Subash, 2012).

Finalmente, el sesgo de la comprensión retrospectiva ocurre cuando los inversionistas opinan que ellos hubieran podido predecir eventos anteriores en los mercados, si hubieran estado presentes o tuvieran una razón para tomar atención en el sector que ocurrió ese evento pasado (Legrenzi, 2009) citado en (Subash, 2012).

Las finanzas conductuales son relevantes en la toma de decisiones de los inversionistas, en la medida que afectan su comportamiento, y en esta línea de investigación se han derivado diferentes enfoques como una necesidad de conformar portafolios óptimos que involucren estas características propias del individuo. La teoría prospectiva, y en particular las finanzas conductuales, permiten no solo identificar los sesgos psicológicos más comunes presentes en los individuos, sino involucrarlos en la construcción de portafolios óptimos. En particular, el modelo de Criterio de seguridad Primero de Roy (Safety first and Holding Assets por sus siglas en inglés) realiza la conformación de portafolio considerando una situación de desastre. El modelo CSPR se explica a continuación.

#### **1.4. CRITERIO DE SEGURIDAD PRIMERO DE ROY (CSPR)**

El objetivo del CSPR es minimizar las probabilidades de obtener resultados no deseados o temibles en los portafolios construidos ya que los individuos se ven expuestos a situaciones adversas no

controlables (Roy, 1952). Bajo esta afirmación, los inversionistas se ven influenciados por emociones como el miedo y la necesidad de supervivencia para proteger su riqueza (Arévalo, 2015).

El CSPR utiliza los fundamentos del modelo de media-varianza de Harry Markowitz, ya que realiza la maximización de la rentabilidad esperada del portafolio ( $E(\mu)$ ) para un nivel de riesgo dado ( $\sigma$ ) (Markowitz, 1959). Esta combinación de factores tiene como finalidad la maximización de una función de utilidad esperada que es igual a:

$$E(U) = U(\mu, \sigma) \quad (3)$$

Donde  $E(U)$  se refiere a la utilidad esperada, la cual está determinada por  $\mu$ , la media esperada del portafolio, y  $\sigma$ , el riesgo del portafolio, el cual es estimado a partir de la desviación estándar de los retornos.

A la función de utilidad esperada planteada en la ecuación (3), el CSPR añade un parámetro adicional al modelo, el cual es denotado por  $D$  y representa la posibilidad de desastre. Por ende, al incluir  $D$  en la función de utilidad del inversionista, ésta es igual a:

$$E(U) = \frac{(\mu - D)}{\sigma} > 0 \quad (4)$$

Donde  $E(U)$  hace referencia a la función de utilidad del inversionista,  $\mu$  es igual a la rentabilidad esperada del portafolio,  $D$  representa el nivel catastrófico o de desastre de la inversión, el cual es definido por el inversionista, y  $\sigma$  es el riesgo esperado del portafolio medido a través de la desviación estándar.

De acuerdo con (Fairchild, 2014) y (Haley & Paarsch, 2013) citados en (Arévalo, 2015), se construye una curva de indiferencia, la cual se basa en la función de utilidad esperada definida por

Markowitz, pero que involucra un parámetro de aversión al riesgo  $\psi$ , y con un nivel de utilidad constante  $\bar{U}$ . La función de utilidad esperada, involucrando el parámetro de aversión al riesgo, es expresada matemáticamente así:

$$E(U) = \bar{U} = \mu - \psi\sigma^2 \quad (4)$$

En la ecuación 4 se observa una relación directa entre el riesgo dado ( $\sigma$ ) y la rentabilidad esperada ( $\mu$ ), los cuales generan una pendiente positiva en la curva de indiferencia. Por otro lado, el modelo incluye la curva de la restricción presupuestaria que está representada por la línea de los mercados capitales. En el modelo de media-varianza, el portafolio óptimo se encuentra en la tangencia de la curva de indiferencia y la línea de mercado de capitales (Markowitz, 1959), sin embargo, en el modelo CSPR no es así.

En el caso del CSPR el portafolio óptimo se determina realizando comparaciones entre la tasa de retorno esperada y el nivel de catástrofe definido por el inversionista. Por ejemplo, se pueden presentar varias situaciones: 1) si el nivel de catástrofe ( $D$ ) es menor a la tasa libre riesgo ( $\mu_f$ ), el inversor asigna toda su riqueza al activo libre de riesgo, 2) si el nivel de catástrofe sea mayor a la tasa libre de riesgo, el inversionista invierte su riqueza en el portafolio riesgoso, y 3) si el nivel de catástrofe es igual a la tasa de libre de riesgo la respuesta es indeterminada.

Como respuesta al problema de la falta de tangencia para determinar el portafolio óptimo en el CSPR, y por ende que no es posible calcular la probabilidad de la rentabilidad del portafolio ( $\Omega$ ), Roy (1952) propuso utilizar la desigualdad de Bienaymé-Tchebycheff para hallar el límite superior de la probabilidad  $\Omega$ . La expresión matemática que permite calcular dicha probabilidad está dada por:

$$P(|\Omega - \mu| \geq \mu - D) \leq \sigma^2 / (\mu - D)^2 \quad (5)$$

Para minimizar la probabilidad de una situación de desastre, el inversionista debe minimizar la probabilidad de que  $P(\Omega \leq D)$  que es igual a maximizar la función de utilidad descrita en la ecuación (4) (Arévalo, 2015). En el CSPR, tal como en el modelo de Media-Varianza definido en (1), la rentabilidad promedio del portafolio  $E(r_p)$  y la varianza del portafolio  $V(r_p)$ , se definen así:

$$E_{rp}(w_i, \mu_i) = [(w_1 * \mu_1) + (w_2 * \mu_2) \dots + (w_n * \mu_n)] \quad (6)$$

$$V_{rp} = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j r_{ij} \alpha_i \alpha_j \quad (7)$$

Donde  $E_{rp}$  es el retorno promedio del portafolio,  $w_i$  es el peso del i-esimo activo que hay en el portafolio, y  $\mu_i$ , el retorno promedio del activo i, con i variando de 1 hasta n. En cuanto a  $V_{rp}$  es la varianza del portafolio,  $\alpha_i$  representa las desviaciones estándares del activo i y  $r_{ij}$  representa las correlaciones de los retornos del activo i y el activo j. Finalmente,  $T$  representa el monto de recursos medibles del inversionista. El portafolio minimiza la probabilidad de una situación catástrofe a través de la construcción de los valores óptimos de  $w$ .

Claramente, el modelo CSPR relaja el supuesto uno del modelo de Markowitz en el que se plantea que el inversionista es racional desde el punto de vista económico, es decir, que es maximizador de la utilidad de su cartera. Este análisis resalta que los procesos de toma de decisiones no son necesariamente orientados a maximizar esta función de utilidad (Roy, 1952), ya que existen otros elementos de igual importancia para el inversionista como lo son evitar caer en una situación catastrófica.

## 2. METODOLOGÍA

El objetivo de este estudio es aplicar las teorías de finanzas conductuales en la toma de decisiones de portafolio, en particular aplicar el modelo CSPR para conformar portafolio en diferentes mercados de renta variable. Se realizó un modelo de la construcción de un portafolio aplicando el

modelo CSPR para acciones que cotizan en el MILA, y en bolsas de Estados Unidos y Colombia. En particular, en los Estados Unidos se escogieron acciones que conforman el índice S&P 500, y en Colombia, se escogieron acciones que hacen parte del índice COLCAP. La sección contiene tres apartados. El primero describe los mercados que fueron analizados, el segundo presenta las fuentes de información y el periodo de análisis de los datos. Finalmente, se presenta el modelo de optimización utilizado para realizar la aplicación descrita.

### **DESCRIPCIÓN DE LOS MERCADOS DE RENTA VARIABLE**

A continuación, se describe los mercados del MILA, de Estados Unidos y de Colombia, donde transan las acciones que se escogieron para el estudio.

El mercado MILA fue el primer mercado que utiliza una integración virtual para combinar mercados de diferentes países para facilitar transacciones internacionales (Mellado & García, 2014). En mayo del 2011 iniciaron las operaciones conjuntas las bolsas de valores de Chile, Colombia y Perú y en el 2014 la bolsa mexicana de valores ingresó a la integración (Mellado & García, 2014). El mercado MILA tiene como objetivo simplificar y mejorar la eficiencia de la negociación de acciones entre inversionistas en cuatro mercados integrados (Mellado & García, 2014). Todas las transacciones se realizan en la moneda local del inversionista o en una moneda extranjera (si esa moneda es la moneda del instrumento) y los asientos contables se realizan a través de un corredor local que utiliza las herramientas técnicas del corredor local. (Bolaño, Kurt Burneo, & Berggrun, 2015).

En el estudio se seleccionaron acciones que conforman el índice S&P500, el cual mide el rendimiento de un segmento de gran capitalización del mercado estadounidense. S&P500 es considerado un índice representativo del mercado de acciones de Estados Unidos, y está

compuesto por las 500 empresas constituyentes que cotizan en las bolsas NYSE y NASDAQ (SPGlobal, 2022), y el peso de cada acción en el índice es proporcional a su capitalización de mercado. Entre las empresas con mayor ponderación en el índice están General Electric, Microsoft, Citigroup y Exxon Mobil. Las acciones de la empresa matriz y las inmobiliarias no son elegibles para cotización (Britannica, 2019). Finalmente, se resalta que el índice S&P500 sirve como punto de referencia para productos financieros como fondos indexados, certificados, derivados y ETF, y también lo utilizan el 97% de los administradores estadounidenses como índice de referencia (El Economista, s.f.).

El COLCAP es un índice capitalizado que refleja los movimientos de precios de las acciones más líquidas de la Bolsa de Valores de Colombia (BVC), donde cada acción del índice está determinada por su capitalización bursátil con su ajuste correspondiente. La canasta de acciones del índice COLCAP incluirá al menos 20 acciones de 20 emisores diferentes (Banco de la república, 2022). En la Bolsa de Valores de Colombia el COLCAP contiene las variaciones de los precios de las 25 acciones más líquidas en el mercado accionario colombiano, donde el valor capitalización bursátil ajustada de cada compañía determina su participación dentro del índice (ANIF, 2022). En mayo del 2021 la Bolsa de Valores de Colombia reemplazó el COLCAP por el MSCI COLCAP, el cual se desarrolló en conjunto con la empresa MSCI siguiendo estándares internacionales (Hurtado & Ospina, 2021). Este índice se diseñó para representar el rendimiento del mercado accionario colombiano e incluye al menos 25 valores y 20 emisores sobre una base de ajuste de flotación libre, criterios de capitalización bursátil, liquidez e inversión internacional (MSCI, 2022). En general la metodología MSCI, en cualquier contexto, es útil dado que brinda información de las ventas por acción (SPS), las ganancias (EPS), la utilidad en efectivo (CEPS), los dividendos (DPS) y el valor contable por acción (MSCI, 2022).

### **3. DATOS Y FUENTES**

El periodo de análisis definido fue 1/1/2018 a 1/09/2021. Los criterios utilizados para la selección de las acciones fueron en los mercados de Estados Unidos, MILA y Colombia, fueron: 1) las de mayor rentabilidad respecto al riesgo, y 2) las que presentarán menor correlación entre ellas. La Razón de Sharpe se utilizó como medida de rentabilidad respecto al riesgo de cada una de ellas, y se escogieron todas aquellas que dentro del grupo presentarán este indicador positivo y mayor. A partir de este subconjunto, se calculó la correlación entre los retornos de las acciones, y se escogieron aquellas cuya correlación fuera menor a 25%. En el caso de las acciones que pertenecen al S&P500 se seleccionaron 10 acciones, en el caso del mercado MILA 17, y para el mercado colombiano solamente 6 acciones cumplieron con estos criterios.

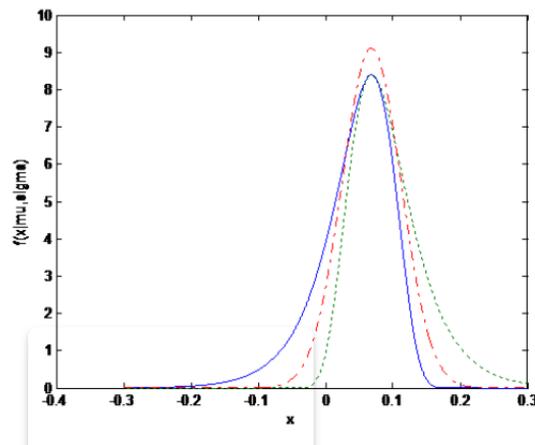
Las fuentes de información de los precios de las acciones se obtuvieron por medio del programa RStudio con la base de datos de Yahoo! finance. Se utilizó el paquete quantmod y la función getSymbols. Los datos fueron descargados en octubre en 2021.

### **4. MODELO**

Para la construcción del portafolio que tenga en cuenta el modelo CSPR de Roy (1952), se siguió la metodología planteada en (Langelier, 2014), quien propone maximizar la riqueza del inversionista para una probabilidad dada de caer en un evento desastre. El autor considera tres tipos diferentes de inversionistas: racionales optimistas y temerosos. El perfil del tipo de inversionista es definido a partir de la distribución que se utiliza para calcular la probabilidad de caer en un evento de desastre. En el caso del inversionista racional se utiliza la distribución normal, para el inversionista optimista utiliza la distribución de Gumbel inversa, ya que sobrevalora resultados positivos a los negativos, y para el temeroso utiliza la distribución de Gumbel ya que esta distribución sobrevalora los peores escenarios por encima de los mejores.

La distribución normal presenta como características como 1) tiene una única moda, la cual coincide con la media y la mediana, 2) la curva normal es asintótica a las abscisas, 3) es simétrica con respecto a su media, 4) la distancia entre la línea trazada en la media y el punto de inflexión de la curva es igual a una desviación típica, 5) El área bajo la curva comprendido entre los valores situados aproximadamente a dos desviaciones estándar de la media es igual a 0.95, 6) La forma de la campana de Gauss depende de la media y la desviación estándar (Pértegas Díaz S., 2001). En el caso de la distribución de Gumbel se calcula los valores extremos en la distribución, en este caso se calcula los valores máximos de la distribución, una de sus características principales es que la media se reemplaza con la constante de Euler-Mascheroni. (Langeler, 2014). Finalmente, la distribución de Gumbel inversa calcula los valores mínimos en la distribución. La figura 1 presenta la forma de la distribución de las tres funciones planteadas para el modelo de optimización, de acuerdo con el perfil de riesgo

*Ilustración 1: Formas distribucionales de la Normal, Gumbel y Gumbel inversa*



Fuente: Tomado de Langeler, M. (2014).

Nota: Cada línea corresponde a una distribución, la línea roja corresponde a la distribución normal, la línea verde corresponde a la distribución de Gumbel y la línea azul corresponde a la Gumbel inversa.

La formulación matemática del modelo de optimización en el caso del inversionista racional es:

$$\text{máx } E_h(W_T) = w_1 * (1 + r_{p1}) + \dots + w_n * (1 + r_{pn}) \quad (9)$$

Al maximizar su riqueza el inversionista está sujeto a una función de restricción, que prevé la situación de un evento desastre y, por ende, protege la riqueza del inversionista. La probabilidad de una situación de desastre es denotada como:

$$P_h(W_T \leq D) \leq \alpha \quad (10)$$

Donde  $W_T$  es la expectativa terminal de la riqueza,  $D$  es el umbral que los inversionistas asocian con el evento desastre y  $\alpha$  es la indicación de la probabilidad que el inversionista quisiera evitar el evento desastre. El inversionista define la función de restricción de la siguiente manera:

$$F_{W_T} \leq \alpha,$$

$$w_1, w_2, \dots, w_n \geq 0, \quad (11)$$

$$\sum_{i=1}^n W_i = w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$$

Donde  $F_{W_T}$  es la función de distribución que establece el nivel de desastre,  $\alpha$  representa la indicación del inversionista de evitar el evento de desastre,  $w$  son los pesos del portafolio. Esta restricción muestra que la función de distribución debe de ser menor a la situación de desastre, además, establece que los pesos de cada activo son positivos y su sumatoria es igual a uno. En el caso de un inversionista racional este utiliza la distribución normal para la restricción en la construcción del portafolio. La cual está denotada a continuación

$$F_{W_T} = \Phi_{r_p, \sigma^2}(1) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^1 e^{-\frac{(u-r_p)^2}{2\sigma^2}} du \quad (12)$$

Para la construcción de un portafolio de un inversionista pesimista y optimista, se denota la maximización de la riqueza de la siguiente manera:

$$\text{máx } \mathbb{E}_h(W_T) = \text{máx } w_i * (1 + r_{p1}) + \dots + w_n * (1 + r_{pn}) + \gamma * \sigma_p \quad (13)$$

Donde  $\gamma$  es la constante de Euler- Mascheroni cuyo valor aproximado es igual a 0,5772. En la función de restricción, se utiliza la función de distribución, en este caso de un portafolio para un inversionista pesimista la se utiliza la función de distribución de Gumbel con base en los parámetros  $r_p$  y  $\sigma_p$  para obtener una función menor  $\alpha$ .

$$F_{W_T} = e^{(-e^{-\left(\frac{-wi*rp}{\sigma}\right)l}} \quad (14)$$

La maximización está sujeta a las mismas restricciones expuestas en la serie de ecuaciones (11).

En la construcción de un portafolio de un inversionista optimista la maximización de riqueza se utiliza la misma ecuación del inversionista pesimista, es decir la ecuación (13). Dada la maximización de la riqueza, el inversionista está sujeto a ciertas restricciones. En el caso del inversionista optimista se utiliza la función de distribución de Gumbel inversa, esta función esta denotada como se muestra a continuación:

$$F_{W_T} = 1 - e^{(-e^{-\left(\frac{-wi*rp}{\sigma}\right)l}} \quad (15)$$

La serie de restricciones que está sujeta la función de maximización de la riqueza, la cual ya ha sido nombrada en la ecuación (11). Al analizar los tres portafolios al momento de comparar cuál fue el portafolio más eficiente se deben transformar los resultados de las distribuciones a distribución normal.

## 1. RESULTADOS

En esta sección se presentan las estadísticas descriptivas de los retornos de las acciones que conforman los portafolios en cada mercado de renta variable analizado, y se presentan los portafolios que cumplen el criterio de Roy (1952).

### 1.1.ESTADÍSTICAS DESCRIPTIVAS

La tabla 1 presenta las estadísticas descriptivas de los rendimientos diarios de las acciones escogidas en el contexto de Estados Unidos.

**Tabla 1: Estadísticas descriptivas S&P 500**

Empresa	Símbolo	Media	Desviación estándar	Sesgo	Exceso de curtosis
Spectra Energy Corp.	SE	0,37%	3,70%	0,987	4,583
Beam Inc.	BEAM	0,22%	3,40%	0,095	-0,97
Chipotle Mexican Grill	CMG	0,21%	2,60%	0,983	9,523
eBay Inc.	EBAY	0,05%	2,00%	-0,2	2,728
CA, Inc.	CA	0,04%	0,80%	5,948	64,405
Wells Fargo	WEC	0,04%	1,80%	-1,815	28,963
Hormel Foods Corp.	HRL	0,03%	1,50%	0,583	7,33
Sears Holdings Corporation	SHLD	0,02%	0,30%	0,179	-3,085
Bemis Company	BMS	0,02%	0,80%	2,536	18,505
Mattel Inc.	MAT	0,02%	3,20%	-0,02	4,27

Fuente: Elaboración propia

Como se observa en la tabla, SE y BEAM. son las acciones con mayores retornos durante el periodo de análisis, Siendo la primera la más riesgosa del portafolio con desviación estándar del 3,7%. La acción SHLD es la de menor volatilidad en el mercado. Acciones de empresas como BEAM, SE y CMG tienen un sesgo cercano a 0, lo cual indica que la distribución de los retornos muestra simetría, a diferencia de CA que es la acción cuyos retornos presentan el mayor sesgo positivo, evidenciando la existencia de retornos positivos en la mayoría de las observaciones. En el análisis del exceso de curtosis se logra analizar que en su mayoría las acciones tienen un

resultado positivo, lo cual gráficamente nos indica una distribución leptocúrtica, las únicas acciones que presentan un resultado negativo son BEAM y SHLD, indicando que la forma de la distribución de los retornos de estas acciones es platicúrtica, un poco más aplanadas que la de una distribución normal. La tabla 2 presenta las estadísticas descriptivas de los rendimientos diarios de las acciones escogidas para el mercado del MILA.

**Tabla 2: Estadísticas descriptivas MILA**

Empresa	Símbolo	Media	Desviación estándar	Sesgo	Exceso de curtosis
Tesla, Inc.	TSLA	0,66%	4,66%	-0,243	-0,08
Grupo Nacional Provincial, S.A.B.	GNP	0,35%	1,65%	-0,262	-1,741
Industrias Ch, S.A.B. De C.V.	ICHB	0,21%	1,58%	1,239	8,39
Quálitas Controladora, S.A.B. De C.V.	Q	0,20%	2,46%	-0,16	5,566
La Comer S.A.B. De C.V.	LACOMERUBC	0,18%	2,24%	0,909	8,827
Medica Sur, S.A.B. De C.V.	MEDICAB	0,16%	2,21%	0,222	-2,14
Impulsora Del Desarrollo Y El Empleo En América Latina, S.A.B. de C. V.	IDEALB.1	0,14%	2,65%	4,121	22,462
Financiera Independencia, S.A.B. De C.V. Sofom, E.N.R.	FINDEP	0,11%	1,55%	0,121	-2,213
Grupo Simec, S.A.B. De C.V.	SIMECB	0,10%	1,90%	-0,474	1,131
Grupo Industrial Saltillo, S.A.B. De C.V.	GISSAA	0,09%	2,15%	-0,494	-1,044
Pucobre-A	PUCOBRE	0,07%	1,33%	0,619	0,893
Vina San Pedro	VSPT	0,07%	0,94%	-0,253	-1,466
Grupo Lamosa, S.A.B. De C.V.	LAMOSAS	0,06%	1,48%	0,136	-2,117
Monex, S.A.B. De C.V.	MONEXB	0,04%	0,73%	0,752	-1,519
Grupo Kuo, S.A.B. De C.V.	KUOB	0,04%	1,19%	0,208	-1,434
Constructora Pasur	PASUR	0,03%	0,80%	2,567	9,618
Consorcio Aristos, S.A.B. De C.V.	ARISTOSA	0,01%	0,22%	2	1

Fuente: Elaboración propia

Se observa que de las 17 empresas analizadas en el portafolio las que presentan mayor retorno promedio durante el periodo de análisis son TSLA, GNP y ICHB con 0,66%, 0,35% y 0,21% respectivamente, siendo TSLA la que a su vez presenta la desviación estándar más alta de todo el

portafolio con un porcentaje del 4,66%. En cuanto al sesgo podemos observar que en su mayoría se ubican cercanas a 0, lo cual indica que la distribución de los retornos de las acciones muestra simetría, a excepción de ARISTOSA.MX y PASUR.SN, las cuales presentan sesgos mayores a 1, evidenciando que hay algunos retornos positivos que se alejan en gran medida del promedio. En cuanto al análisis del exceso de curtosis se observa que en su mayoría las acciones tienen un resultado negativo, lo cual gráficamente nos indica una distribución platicúrtica de los retornos, esto significa que la concentración alrededor del valor central de la distribución disminuye. Para la tabla 3 se presentan las estadísticas descriptivas de los rendimientos diarios de las acciones escogidas para el contexto colombiano.

**Tabla 3: Estadísticas descriptivas del COLCAP**

Empresa	Símbolo	Media	Desviación estándar	Sesgo	Exceso de curtosis
Interconnection Electric	ISA	0,15%	2,66%	-1,859	22,498
Mineros SA	MAS	0,06%	2,17%	-0,080	3,870
Grupo Energía Bogotá	GEB	0,05%	1,85%	-0,111	14,324
Bolsa De Valores De Colombia	BVC	0,02%	2,27%	0,103	2,708
Organización Terpel SA	TPL	0,01%	3,56%	-0,555	8,886
Promigas	PMG	0,00%	2,00%	-0,302	2,964

Fuente: Elaboración propia

En este portafolio las acciones que presentan un mayor retorno son ISA y MAS con 0,15% y 0,06% respectivamente, no obstante, la que presenta una mayor desviación estándar es TPL con uno de los retornos más bajos del portafolio. Un indicador para destacar es el sesgo de las acciones, ya que estas en su mayoría tienen un resultado negativo, la única empresa que presenta sesgo positivo es BVC. Esta tendencia negativa representa una cola de valores a la izquierda de la media. Por tanto, un coeficiente de variación negativo significa que hay casos en los que el valor de la variable es inferior a la mayoría de los casos (Velázquez, 2017). En el exceso de curtosis todas las acciones presentan un resultado mayor a 0 siendo los más altos ISA y GEB esto nos indica una distribución

leptocúrtica, este tipo de distribución a su vez manifiesta una gran concentración de los valores en torno a su media, lo que significa que su representación gráfica es muy pronunciada en el centro, más pronunciada que en la distribución normal, y desaparece muy rápidamente al principio, pero en casos extremos será ligeramente superior a la distribución normal. Esto significa que es más probable que la distribución leptocúrtica proporcione valores más extremos que la distribución normal (Aguilar, 2019).

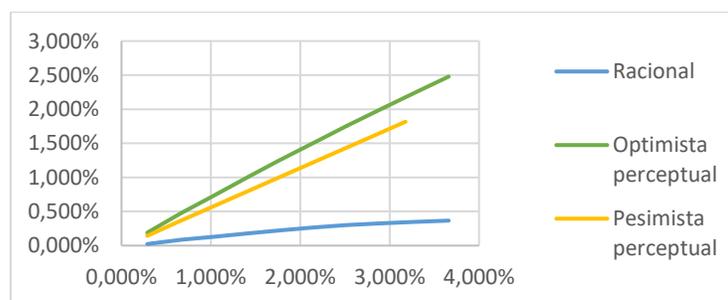
## **1.2.PORTAFOLIOS EFICIENTES**

A continuación, se presentará los resultados de los portafolios eficientes que se conformaron para los mercados S&P500, MILA y COLCAP con los perfiles de riesgo del inversionista: racional, optimista y temeroso.

### **Mercado S&P500**

En la construcción de portafolios eficientes para el mercado S&P500, se conformaron tres fronteras eficientes, siguiendo enfoques diferentes. La primera hace referencia al perfil de riesgo racional siguiendo el modelo planteado en la ecuación (11), con distribución normal para los retornos. La segunda es el modelo para definir el perfil del inversionista optimista planteado por (Langeler, 2014), siguiendo la ecuación (14) con función de distribución de Gumbel inversa. Finalmente, la tercera frontera es el modelo planteado para el perfil del inversionista pesimista en la ecuación (15), con función de distribución de Gumbel. En la Ilustración 2 se presentan las fronteras eficientes construidos para cada modelo descrito.

*Ilustración 2: Frontera Eficiente según el inversionista en el mercado S&P500*

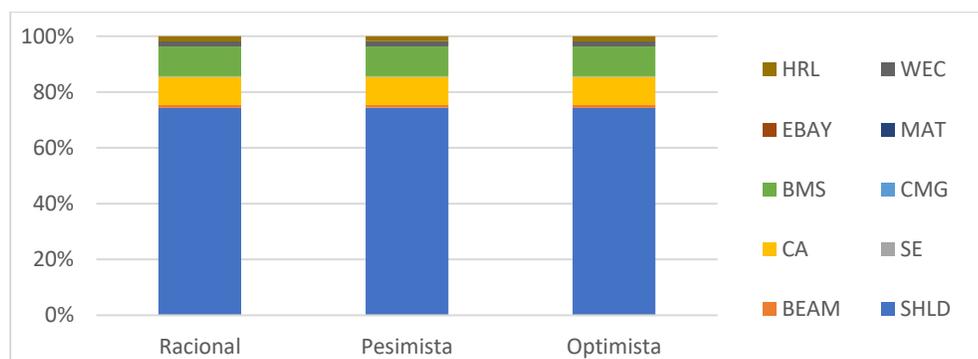


*Fuente: Elaboración propia*

Se observa que la frontera eficiente del inversionista optimista es la que obtiene retornos más altos, teniendo un portafolio de maximización del riesgo con una desviación y retorno perceptual de 3,66% y 2,47% respectivamente. La frontera eficiente del inversionista pesimista se encuentra por debajo de la frontera ya mencionada, esta maximiza la riqueza del portafolio con una desviación y retorno perceptual de 3,17% y 1,81%. Las dos fronteras mencionadas empiezan en el mismo punto de partida con una desviación de 0,28% y un retorno perceptual de 0,143%. La frontera del inversionista racional está muy por debajo de las fronteras de los otros perfiles, esta frontera maximiza su retorno con una desviación de 3,66% y un retorno de 0,36%.

En este caso, la pendiente de la frontera eficiente entre los perfiles optimista y pesimista son diferentes, además el inversionista pesimista llega a un punto de riesgo mucho mayor, a comparación del mercado MILA (véase ilustración 6). Se infiere este comportamiento ya que, el portafolio se compone mayoritariamente por acciones con retornos y desviaciones similares, este mercado tiene un rango en la media y la desviación de 0,35% y 3,30% a comparación del mercado MILA que tiene 0,64% y 4,41%, por lo tanto, el inversionista pesimista puede maximizar la riqueza sin tener volatilidades muy altas. En la ilustración 3 se presenta la distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de mínimo riesgo.

*Ilustración 3: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de mínimo riesgo*



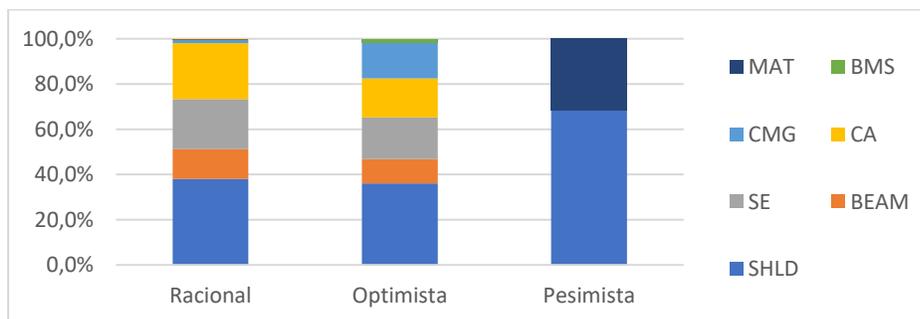
*Fuente: Elaboración propia*

La composición de las acciones tiene un comportamiento similar, independientemente del enfoque. El portafolio se constituye por 7 de las 10 acciones seleccionadas en el mercado S&P500. La acción con mayor participación es SHLD, la cual representa un 74,33%, seguida de BMS Y CA con un 10,58% y 10,17% respectivamente. En la tabla 1 se observa como SHLD es de las acciones con menores retornos y desviación en el portafolio, también tiene un sesgo levemente inclinado a la cola izquierda de los datos, además tiene una curtosis leptocúrtica, por lo tanto, no es una acción riesgosa y mantiene una estabilidad en la temporalidad estudiada. La acción BMS Y CA tienen un retorno de 0,24% y 0,37% respectivamente, las dos comparten una desviación de 0,8%. Además, tienen una curtosis leptocúrtica muy alta por lo tanto hay una gran concentración de estos. El 5% restante del portafolio corresponden a acciones con participaciones menores a 1,8%.

A pesar de ser portafolios idénticos entre los enfoques del inversionista, las fronteras eficientes entre los inversionistas optimista y pesimistas son diferentes a la frontera del inversionista racional (véase ilustración 3). Esto se debe a que los inversionistas optimista y pesimista obtienen los retornos perceptuales a través de la función de distribución de Gumbel inversa nombrada en la ecuación (14) y una distribución de Gumbel nombrada en la ecuación (15) las cuales sobrevaloran y subestiman los resultados, respectivamente. Por ello, estas fronteras tienen un sesgo psicológico al establecer cuáles serán los retornos del portafolio, mientras tanto, el inversionista racional

establece los retornos del portafolio con la utilizando la metodología de Markowitz nombrada en la ecuación (1) con una distribución normal. En cuanto a la composición de un portafolio moderado en la ilustración 4 se presenta distribución de los pesos de las acciones para este riesgo.

**Ilustración 4: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de riesgo moderado**



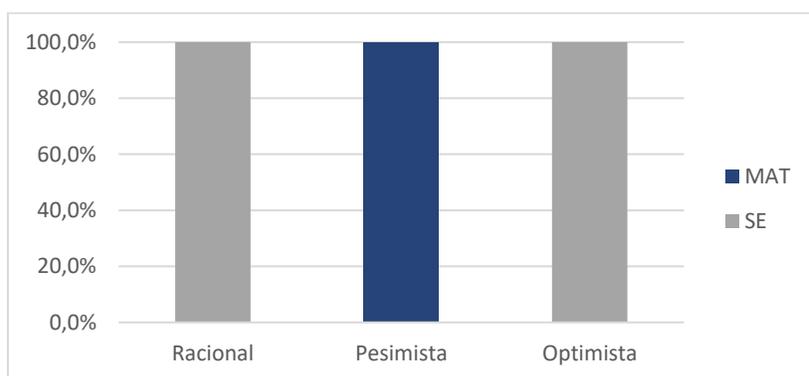
*Fuente: Elaboración propia*

En la composición del portafolio moderado todos los portafolios corresponden a una desviación del 1,03%. Para la cartera del inversionista racional se utilizaron 6 acciones, de ellas las que obtuvieron mayor participación fueron SHLD con 38%, SE con un 22% y CA con 24,8%. Este portafolio obtiene un retorno de 0,13%. La acción CA se observa en la tabla 1, CA es de las acciones con menores retornos y desviación de cartera, además tiene una curtosis muy alta lo que indica una alta concentración de datos, por lo tanto, la acción tiene una baja volatilidad en la temporalidad estudiada.

El portafolio del inversionista optimista se compone por las acciones SHLD, CA, SE, CMG, BEAM y BMS, con participaciones de 36,1%, 17,2%, 18,4%, 16,1% 10,8% y 1,6% respectivamente, esta cartera tiene una participación más equitativa entre las acciones, a diferencia del portafolio del inversionista racional en este portafolio se le da una participación mayor a la acción CMG. La tabla 1 muestra que la acción CMG es la de mayores retornos del portafolio con un retorno promedio de 0,21%, también es la acción con la razón de sharpe más alta del portafolio que corresponde a 8,04%, es decir que por cada unidad de riesgo tiene el retorno más alto. Por otro

lado, el portafolio del inversionista pesimista se compone únicamente por las acciones MAT y SHLD las cuales son las acciones con menores retornos en la cartera de 0,017%, tienen sesgos cercanos a 0 por lo que hay una poca dispersión de datos, por lo tanto, son acciones poco riesgosas. La ilustración 5 se presenta distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de máximo riesgo.

*Ilustración 5: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de máximo riesgo.*



*Fuente: Elaboración propia*

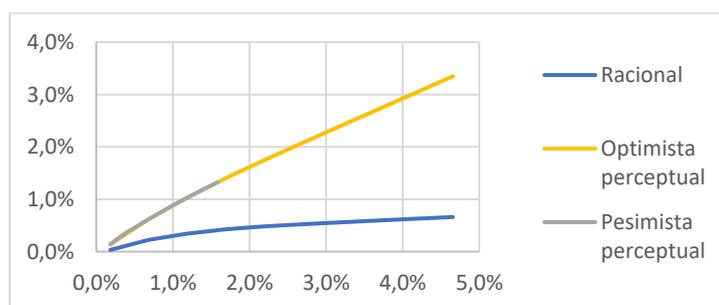
Los portafolios racional y optimista se compone únicamente por la acción SE, como se observa en la tabla 1 la acción tiene los retornos y las desviaciones más altas de cartera correspondiente a 0,37% y 3,7%, es una acción con una alta volatilidad por lo tanto la hace la más riesgosa de la cartera, la acción tiene una curtosis leptocúrtica y el sesgo presenta una inclinación a la cola izquierda de los datos. Por otro lado, el portafolio del inversionista pesimista se compone únicamente por MAT, esta acción es la de menor retorno en todo el portafolio, con una desviación de 3,2% la cual es muy alta para su retorno, dado ello es la acción con la razón de sharpe más baja del portafolio. En este mercado el inversionista pesimista no incluye la acción SE en su maximización del retorno, ya que como se observa en la figura 6, este llega hasta la desviación de 3,18% menor a la desviación un portafolio compuesto únicamente por la acción SE.

El portafolio de máximo retorno del inversionista racional y optimista se componen únicamente por la acción SE, sin embargo, cada inversionista obtiene retornos distintos. En este caso, esto se debe a que el inversionista racional calcula los retornos esperados como se muestra en la ecuación (7), maximizando la riqueza, es decir, el peso de las acciones, mediante los retornos promedio del portafolio. En el caso de inversionista optimista, este maximiza la riqueza nombrada en la ecuación (13) calculando el retorno a través de la sumatoria del parámetro de localización por la multiplicación entre la constante de Euler-Mascheroni y desviación estándar. En la siguiente sección se explicará los portafolios de los inversionistas racional, optimista y pesimista en el mercado COLCAP.

### **Mercado MILA**

En la construcción de portafolios eficientes para el mercado MILA se utilizaron los tres perfiles de inversionista mencionados en el mercado S&P500, los cuales son el inversionista racional, el optimista y el pesimista. En la siguiente figura se muestra las fronteras eficientes de cada modelo. En la ilustración 6 se presenta la frontera eficiente según el inversionista en el mercado MILA.

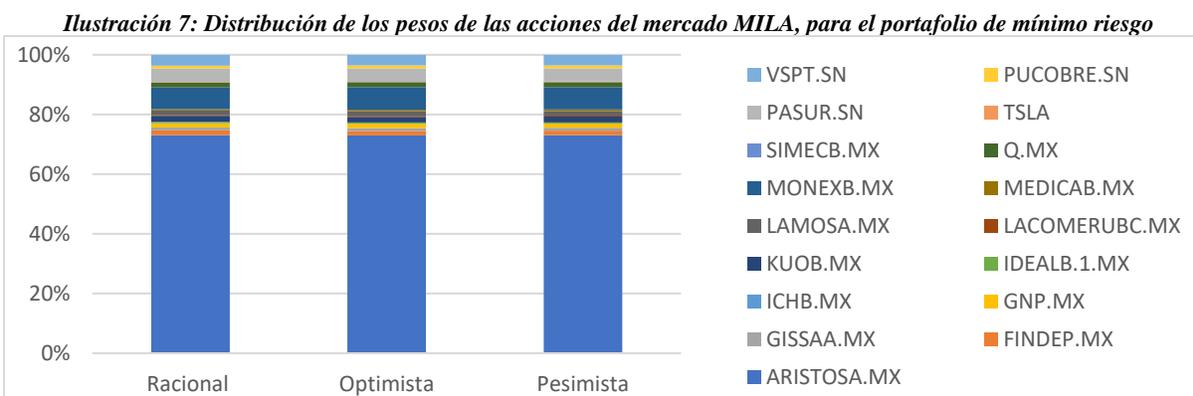
*Ilustración 6: Frontera Eficiente según el inversionista en el mercado MILA*



*Fuente: Elaboración propia*

Se observa que los retornos perceptuales que tienen los perfiles de los inversionistas optimista y temeroso presentan una misma tendencia con la diferencia que el inversionista temeroso maximiza

el portafolio hasta alcanzar una desviación un retorno perceptual esperado del 0,41% que presenta un riesgo de 1,58%, mientras que el inversionista optimista maximiza el portafolio con un retorno de 3,35% correspondiente a un riesgo de 4,65%. Se observa además que el portafolio del inversionista racional tiene menores rendimientos para el mismo nivel de riesgo, ya que éste espera obtener unos retornos del 0,66% a un riesgo del 4,65%. La explicación de estos resultados está dada en la fórmula (10) que se utiliza para maximizar la riqueza. Mientras en los modelos de optimización planteados para los inversionistas temeroso y optimista se utilizan el modelo CPSR (4), la riqueza se ve limitada por la función de restricción denotada por la ecuación (11). El inversionista optimista se utiliza la función de distribución de Gumbel inversa función de restricción de igual forma, el inversionista pesimista utiliza la función de distribución de Gumbel. Resulta interesante comparar las composiciones de diferentes portafolios de la frontera, por tipo de inversionista. En la ilustración 7, se presenta la distribución de pesos del portafolio de mínimo riesgo para cada uno de los enfoques analizados.



Fuente: Elaboración propia

Se observa que, de las 17 acciones involucradas en el análisis, 15 participan en la conformación de los portafolios, independientemente del enfoque. En particular, la distribución de las acciones para el portafolio de mínimo riesgo en el mercado MILA, son muy parecidos entre los

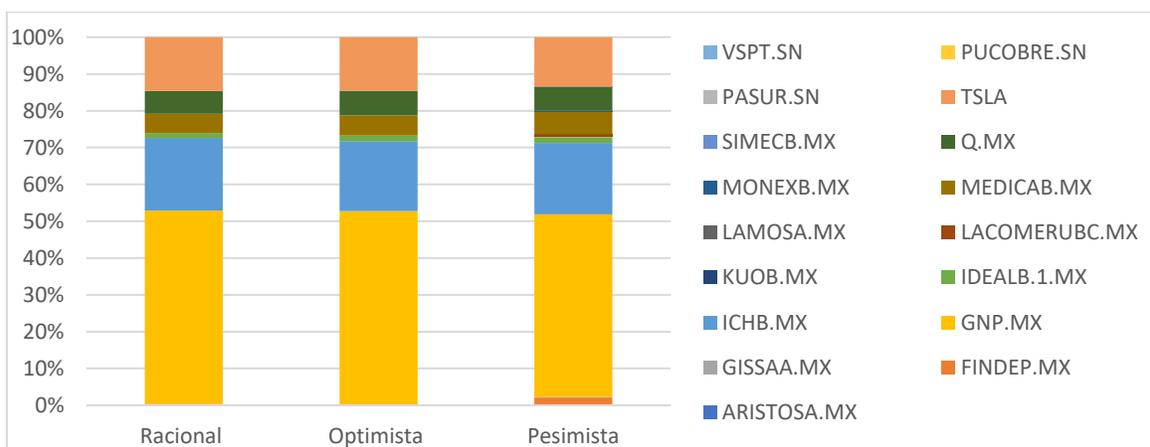
inversionistas. La acción con mayor participación es ARISTOSA.MX con 72,6%. Esta acción, aunque no es la de menor desviación, de acuerdo con los datos de la Tabla 2, es una de las acciones con desviaciones más bajas, además, tiene un sesgo cercano a 0 y una curtosis leptocúrtica, lo cual demuestra que la acción ha tenido un comportamiento estable y de baja volatilidad en la temporalidad del estudio, por ello, abarca la mayor participación del portafolio de mínimo riesgo. MONEXB.MX es la acción que sigue en participación, con 7,8% del portafolio. Esta acción representa una baja desviación y retorno de 0,71% y 0,41%, tiene un sesgo cercano 0 por lo tanto hay poca dispersión de los datos, sin embargo, la curtosis es platicúrtica por lo que hay poca concentración de estos. Finalmente, la tercera acción con mayor participación es PASUR.SN con 4,5%, la cual es tiene una desviación de 0,03% y un retorno 0,80%. El 15% restante del portafolio es cubierto por 14 acciones, con participaciones del orden del 3,6%. Estas acciones tienen retornos mayores a 0,041% en la cartera.

Vale la pena aclarar que a pesar de que la conformación de activos en los portafolios de los diferentes perfiles es casi idéntica, los retornos de cada perfil, optimista y pesimista cambian debido a que éstos contienen unos sesgos psicológicos que son calculados en la ecuación (10) que se presenta a continuación:

$$\text{máx } E_h(W_T) = \text{máx } w_i * (1 + r_{p1}) + \dots + w_n * (1 + r_{pn}) + \gamma * \sigma_p$$

Aunque para los dos perfiles la ecuación es la misma, en el perfil optimista la función de restricción está sujeta a distribución de Gumbel inversa (14), el inversionista pesimista está sujeto a la distribución de Gumbel (15), en la cual el parámetro de localización es negativo al momento de maximizar la riqueza, por lo que el objetivo principal del inversionista es el riesgo. En cuanto a la composición de un portafolio moderado, en la ilustración 8 se presenta la distribución de las acciones para este portafolio por tipo de perfil de riesgo.

*Ilustración 8: Distribución de los pesos de las acciones del mercado MILA, para el portafolio de riesgo moderado*



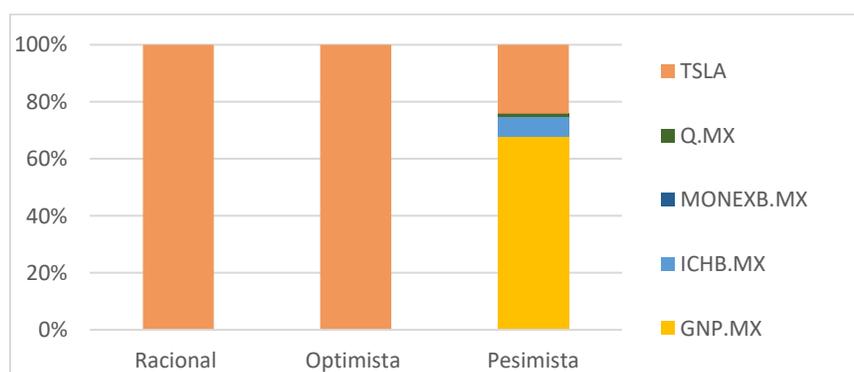
*Fuente: Elaboración propia*

Se observa que la distribución de las acciones para el perfil de riesgo moderado tiene un comportamiento muy parecido independientemente del enfoque, en el cual el portafolio se compone por seis acciones a excepción del inversionista pesimista que contiene siete acciones. La acción con mayor participación es GNP.MX, seguida por ICHB.MX y TSLA con participaciones del 52,5%, 19,1% y 14,6%, respectivamente. Estas acciones tienen la razón de sharpe más alta de la cartera de 20,97%, 13,25% y 14,16% respectivamente, es decir, tienen el mayor rendimiento por cada unidad de riesgo de todo el portafolio. El 14% restante de participación está concentrado en 3 acciones: IDEALB1.MX, Q.MX y MEDICAB.MX. Estas acciones se caracterizan por tener retornos moderadamente altos, las razones de sharpe de cada acción correspondiente 5,24%, 8,04% y 7,23%. Por otro lado, la distribución de las acciones para el perfil pesimista se compone por una acción adicional, FINDEP.MX esta se caracteriza por tener una curtosis leptocúrtica, por lo tanto, hay una gran concentración de datos.

Estos portafolios corresponden a una desviación estándar de 1,17% para los perfiles de racionales y optimista y pesimista. Como se observa en la ilustración 7, la frontera eficiente de los inversionistas pesimista y optimista están muy por encima del inversionista racional, sin embargo

el perfil pesimista llega a un nivel de riesgo mucho menor al optimista y racional, los retornos perceptuales del inversionista optimista son mucho mayores al racional debido a que en este perfil se utiliza la distribución de Gumbel inversa en la maximización de la riqueza del portafolio, esta distribución sobrevalora los resultados positivos a los negativos y por ende el inversionista optimista espera tener un retorno 1,02% con el mismo portafolio del perfil racional que espera un retorno de 0,34%. Finalmente, para el portafolio de máximo riesgo, en la ilustración 9 se presenta la distribución de las acciones por tipo de perfil.

**Ilustración 9: Distribución de los pesos de las acciones del mercado MILA, para el portafolio de máximo riesgo**



*Fuente: Elaboración propia*

En los enfoques del inversionista optimista y racional, el portafolio de alto riesgo, en el cual se maximiza el retorno, se compone únicamente la acción TSLA, esta cotiza en la bolsa de Lima. Como se muestra en la tabla 2, TSLA es la acción que tiene mayores tasas de retorno y riesgo en el portafolio con 0,66% y 4,66%, respectivamente, los precios de la acción están sesgados hacia la izquierda, además tiene una curtosis platicúrtica, por lo tanto, la acción es muy volátil y sus datos se encuentran dispersos.

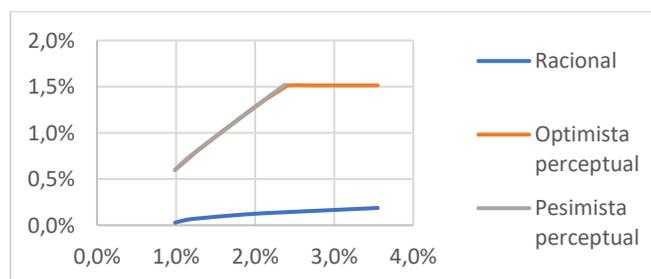
Por otro lado, el inversionista pesimista enfoca su maximización del retorno en cuatro acciones TSLA, GNP.MX, Q.MX y ICHB.MX. La acción con mayor participación en el portafolio es

GNP.MX con 67,8%, esta acción tiene la razón de sharpe más alta del portafolio de 20,97%. El portafolio del inversionista pesimista se destaca por ser un portafolio más diversificado y de menor riesgo maximizando su retorno ya que este llega a una desviación máxima de 1,58%. En la siguiente sección se analizará el comportamiento de los inversionistas optimista, racional y pesimista en el mercado S&P500.

## Mercado COLCAP

En la construcción de portafolios eficientes para el mercado COLCAP se utilizaron los 3 perfiles de inversionista mencionados en el mercado S&P500, los cuales son el inversionista racional, el optimista y el pesimista. En la ilustración 10 se presenta la frontera eficiente según el inversionista en el mercado COLCAP.

*Ilustración 10: Frontera eficiente según el inversionista en el mercado COLCAP*

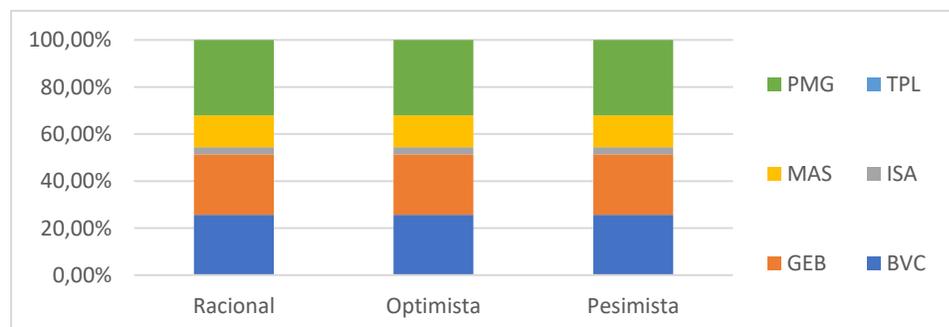


*Fuente: Elaboración propia*

En el mercado COLCAP la frontera del perfil racional tiende a tener menores retornos con el mismo nivel de riesgo a la frontera del perfil optimista, esta frontera maximiza el riesgo con una desviación de 3,55% y retorno de 0,18%. Mientras tanto, la frontera optimista maximiza el riesgo con la misma desviación, pero con un retorno perceptual de 1,5%. Como se observa en la ilustración 10, la frontera eficiente del inversionista optimista llega a un pico y se estanca el retorno perceptual. Por otro lado, la frontera del inversionista pesimista tiene la misma tendencia al optimista, pero esta se corta cuando la desviación es igual a 2,37%.

Se infiere que el comportamiento del inversionista optimista es por la poca diversidad y selección de acciones el portafolio se compone únicamente por 6 acciones, por lo tanto, la combinación máxima del retorno compuesto únicamente por la acción mas riesgosa se realizó en portafolios con menores riesgos.

*Ilustración 11: Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de mínimo riesgo.*



*Fuente: Elaboración propia*

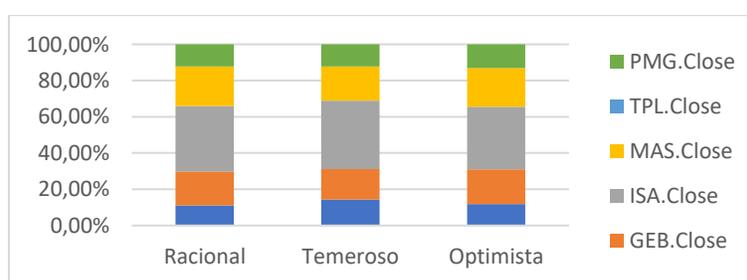
En el portafolio de mínimo riesgo los tres perfiles de inversionistas comparten la misma distribución de las acciones, en el portafolio se utilizan 5 de las 6 acciones seleccionadas con La acción con mayor participación es PMG con 32,04%, le sigue la acción GEB con 25,71% y BVC con 25,61%. Como se observa en la tabla 3 la acción PMG es la acción con menor retorno y riesgo del portafolio, tiene una curtosis leptocúrtica por lo cual muestra una alta concentración y poca variabilidad en los precios, es decir es una acción poco riesgosa y por ende abarca la mayoría en el portafolio de mínimo riesgo; también la acción con la menor razón de sharpe del portafolio con 0,06%. La acción GEB es la tercera acción más rentable del portafolio con un retorno promedio de 0,03% y una desviación de 1,59%

A pesar de tener la misma composición del portafolio de mínimo riesgo, los retornos dan distintos, esto se debe a que los inversionistas optimista y temeroso tienen distintas maneras de maximizar la riqueza sujeta a la situación de caer en un evento desastre. El inversionista optimista tiene un sesgo psicológico, el cual está representado por la función de distribución de Gumbel inversa, lo

mismo ocurre para el inversionista pesimista con la función de Gumbel inversa. Estas dos funciones de distribución son menores al 5% de probabilidades de caer en un evento desastre, en las ecuaciones (16) y (17), muestran las distribuciones con las cuales los inversionistas subestiman y sobrevaloran los precios de las acciones para no caer en evento desastre.

En la ilustración 12 se presenta la distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de riesgo moderado.

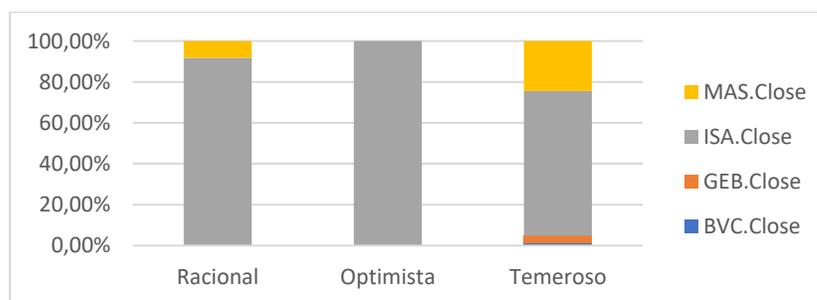
*Ilustración 12: Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de riesgo moderado.*



*Fuente: Elaboración propia*

Todos los portafolios corresponden a una desviación estándar del 1,3%. Los portafolios se diversifican en 5 acciones las cuales son ISA, MAS, GEB, PMG y BVC con participaciones de 36,1%, 21,7%, 18,7%, 12,2% y 11,1%. Las acciones con mayor participación son ISA y MAS. En la tabla 3, se muestra que las acciones MAS e ISA son las acciones con mayor riesgo teniendo una desviación de 2,16% y 2,38% respectivamente. La acción MAS tiene la segunda razón de sharpe más alta en el portafolio de 2,94%. Las acciones en este portafolio todas tienen sesgos negativos y curtosis leptocúrticas por lo hay una gran concentración de los datos. En la ilustración 13 se presenta la distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de máximo riesgo.

*Ilustración 13: Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de máximo riesgo.*



*Fuente: Elaboración propia*

En el portafolio de máximo riesgo del inversionista optimista se componen únicamente por la acción ISA, el portafolio del inversionista racional se compone de ISA y MAS con una participación del 91,7% y 8,3% respectivamente, el portafolio del inversionista temeroso contiene 4 acciones las cuales son MAS, ISA, GEB y BVC. La acción ISA es la más rentable del portafolio, también es la acción la razón de sharpe más alta.

## CONCLUSIONES

Conformar portafolios involucrando el perfil del inversionista, racional, optimista y pesimista, en diferentes mercados, MILA, S&P500 y COLCAP, resulta interesante para establecer patrones de comportamiento a la hora de invertir por tipo de perfil.

Respecto al comportamiento del inversionista pesimista, este espera un mayor retorno al inversionista racional, sin embargo, no está dispuesto a tener riesgos tan altos como los otros dos tipos de inversionista. Además, se observa que los retornos perceptuales de los perfiles optimista y pesimista están muy por encima de los retornos que el inversionista racional, explicado precisamente por la forma de calcular los retornos y el tipo de distribución que se utiliza para ajustarlos. Finalmente, independientemente del enfoque, todos los perfiles minimizan el riesgo con el mismo portafolio.

A nivel de mercado las conclusiones son diversas. En el mercado MILA se encuentra el portafolio más rentable del estudio, el cual es del inversionista racional y con una desviación estándar y retorno de 4,55% y 0,66%, el inversionista optimista tiene el mismo portafolio con un retorno perceptual de 3,34% y este se compone únicamente por la acción TSLA. Por otro lado, en el mismo mercado se encuentra el portafolio con menor riesgo en el inversionista racional el cual tiene una desviación estándar y rendimiento del 0,13% y 0,14% respectivamente. Además, se destaca que en este mercado el inversionista pesimista fue muy temeroso al momento de construir su portafolio, en este mercado tuvo una volatilidad máxima de 1,5% a diferencia de la de 3,17% en el S&P500 y 2,37% en el COLCAP.

Respecto a los resultados del mercado de Estados Unidos, se observa que las fronteras eficientes, conformadas por las acciones pertenecientes al índice S&P500, de los perfiles optimista y pesimista tuvieron comportamientos disímiles, el cual puede ser explicado porque las acciones que componen su portafolio tienen un riesgo y retorno similar por lo tanto el inversionista pesimista basa gran parte de su portafolio únicamente en las acciones MAT y SHLD y aumenta su nivel de riesgo en este portafolio.

Finalmente, en el COLCAP el inversionista optimista se estanca con el mismo portafolio hasta conseguir el portafolio de máximo riesgo. La razón de este comportamiento puede ser porque el portafolio se compone únicamente por cinco acciones de las cuales solo hay una acción que se destaca por su volatilidad, la acción de ISA, el resto de las acciones tienen rendimientos conservadores que no permitieron obtener retornos mayores.

## BIBLIOGRAFÍA

El Economista. (s.f.). *Standard & Poor's 500*. Obtenido de <https://www.economista.es/diccionario-de-economia/standard-poors-500>

- Aguilar, L. E. (2019). Diferencias en la estimación del coeficiente de curtosis en diferentes softwares estadísticos. *E-Agronegocios*.
- ANIF. (2022). ANIF, centro de estudios económicos. Obtenido de <https://www.anif.com.co/tipo-indicador/colcap/>
- Arévalo, A. J. (2015). *Construcción de portafolios de inversión desde las finanzas del comportamiento: una revisión crítica*. Bogotá.
- Banco de la república. (2022). *Banco de la republica de Colombia*. Obtenido de <https://www.banrep.gov.co/es/estadisticas/mercado-accionario>
- Bell, D. E. (1982). *Regret in Decision Making under Uncertainty*. INFORMS.
- Bolaño, E. R., Kurt Burneo, H. G., & Berggrun, L. (2015). Emerging Markets Integration in Latin America (MILA) Stock market indicators: Chile, Colombia, and Peru. *Journal of Economics, Finance and Administrative Science*.
- Brad M. Barber, T. O. (2002). Trading Is Hazardous to Your Wealth: The Common Stock Investment Performance of Individual Investors. *The journal of finance*.
- Britannica, T. E. (2019). S&P 500. *Encyclopedia Britannica*.
- Buenaventura, G. (2018). *Teoría de la inversión en evaluación de proyectos*. Cali.
- Fairchild, R. M. (2014). *Between fear and hope: Optimal portfolio choice in a model combining expected utility and safety first preferences*. Queen Mary University of London.
- Gómez-Limón, J. A. (2017). *Aplicación de la teoría de la prospectiva a las finanzas: hacia un nuevo paradigma*.
- Haley, M. R., & Paarsch, H. J. (2013). *Smoothed safety first and the holding of assets*. . Quantitative Finance.
- Hurtado, I., & Ospina, J. A. (2021). *El MSCI COLCAP: el nuevo índice bursatil en Colombia*. Medellín: Universidad Eafit.
- Johnson, E. J. (1983). Affect, generalization, and the perception of risk. *Journal of Personality and Social Psychology*.
- Kahneman, A. T. (1981). The Framing of Decisions and the. *Science*.
- Kahneman, D. (1971). Creencia en la ley de los pequeños números. *Pisicologico Boletin*.
- Langelier, M. (2014). *An application of Behavioral Portfolio Theory*. Amsterdam.
- Legrenzi, M. M. (2009). Toma de decisiones de inversión y sesgo retrospectivo. *Reunión Anual de la Sociedad de Ciencias Cognitivas*.
- Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*. Yale University.
- Mellado, C., & García, S. (2014). *The effects of the Latin American Integrated Market (MILA) on the foreign Exchange of Colombia*.
- Michael, P. (2006). *Finanzas conductuales y gestión patrimonial*.

- MSCI. (8 de 3 de 2022). *MSCI*. Obtenido de <https://www.msci.com/our-solutions/indexes/index-profiles/market-cap-weighted/msci-colcap-indexes>
- Nofsinger, J. (2012). *The Psychology of Investing* .
- Pértegas Díaz S., P. F. (2001). La distribución normal. *Fisterra*.
- Roy, A. D. (1952). *Safety first and the holding of assets*.
- Shiller, R. (1990). *Market Volatility and Investor Behavior*.
- SPGlobal. (5 de 3 de 2022). *SPGlobal*. Obtenido de S&P Dow Jones Indices: <https://www.spglobal.com/spdji/en/indices/equity/sp-500/#overview>
- Statman, H. S. (01 de 06 de 2000). Behavioral Portfolio Theory. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*.
- Subash. (2012). *Role of Behavioral Finance in Portfolio Investment* .
- Thaler, R. (1985). Mental Accounting and Consumer Choice. *INFORMS*.
- Tversky, & Kahneman. (1992). *Advances in prospect theory: Cumulative representation of uncertainty*.
- Tversky, A. (1974). *Juicio bajo incertidumbre: heurística y sesgos*.
- Velázquez, A. P. (s.f.). Recordando las medidas de tendencia central, de dispersión y de la forma.
- Welch, I. (2000). Pastoreo entre analistas de seguridad. *Economía financiera*.
- Wurgler, M. B. (2012). Behavioral Corporate Finance: An Updated Survey. *Handbook of the Economics of Finance*.

#### ÍNDICE DE TABLAS:

Tabla 1:Estadísticas descriptivas S&P 500 .....	21
Tabla 2:Estadísticas descriptivas MILA.....	22
Tabla 3: Estadísticas descriptivas del COLCAP .....	23

#### ÍNDICE DE ILUSTRACIONES:

Ilustración 1:Formas distribucionales de la Normal, Gumbel y Gumbel inversa .....	18
Ilustración 2:Frontera Eficiente según el inversionista en el mercado S&P500 .....	25
Ilustración 3: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de mínimo riesgo .....	26
Ilustración 4: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de riesgo moderado .....	27
Ilustración 5: Distribución de los pesos de las acciones del mercado S&P500, para el portafolio de máximo riesgo. ....	28
Ilustración 6: Frontera Eficiente según el inversionista en el mercado MILA .....	29
Ilustración 7: Distribución de los pesos de las acciones del mercado MILA, para el portafolio de mínimo riesgo .....	30
Ilustración 8: Distribución de los pesos de las acciones del mercado MILA, para el portafolio de riesgo moderado .....	32

Ilustración 9: Distribución de los pesos de las acciones del mercado MILA, para el portafolio de máximo riesgo .....	33
Ilustración 10: Frontera eficiente según el inversionista en el mercado COLCAP .....	34
Ilustración 11: Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de mínimo riesgo. ....	35
Ilustración 12: Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de riesgo moderado.....	36
Ilustración 13:Distribución de los pesos de las acciones del mercado COLCAP, para el portafolio de máximo riesgo. ....	37