

**Caracterización de La faceta interaccional de un profesor de matemáticas de la  
universidad Icesi en el marco de un curso de Álgebra y Funciones.**

Gloria Selene Quibano Muñoz

Universidad Icesi

Maestría en Educación

Escuela de Ciencias de la Educación, Universidad Icesi

Santiago de Cali

2022

**Caracterización de La faceta interaccional de un profesor de matemáticas de la  
universidad Icesi en el marco de un curso de Álgebra y Funciones.**

**Proyecto de grado para optar por el título de  
Magíster en Educación**

Gloria Selene Quibano Muñoz

Directora:

Sara Marcela Henao Saldarriaga

Universidad Icesi

Maestría en Educación

Escuela de Ciencias de la Educación, Universidad Icesi

Santiago de Cali

2022

## TABLA DE CONTENIDO

Introducción .....	7
Planteamiento del Problema: .....	9
Justificación .....	9
Objetivo General.....	12
Objetivos Específicos.....	13
Estado del Arte.....	14
Marco Teórico.....	19
Modelo de aprendizaje activo .....	19
Enfoque Onto-Semiótico .....	20
1. Sistema de prácticas (operativas, discursivas y normativas) .....	20
2. Configuración de objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas. ....	21
3. Configuración didáctica.....	21
4. La dimensión normativa. ....	22
5. Idoneidad didáctica. ....	22
Modelo de conocimientos didáctico-matemático del profesor .....	23
Marco Metodológico.....	25
Contexto empírico de la investigación:.....	25
Instrumentos de recolección de la información .....	26
Tipo de investigación.....	26
Análisis .....	27
Faceta interaccional .....	28

Interacción docente-estudiante.....	32
Interacción entre los estudiantes .....	39
Autonomía.....	39
Evaluación formativa .....	41
Conclusiones .....	42
Recomendaciones .....	44
Referencias.....	45

## Listas de tablas

Tabla 1 .....	28
Tabla 2 .....	29

## Lista de figuras

Figura 1 ..... ;Error! Marcador no definido.

## Introducción

El presente trabajo exhibe una descripción y el análisis del marco de una clase de matemáticas del curso de Álgebra y Funciones, realizada por un profesor del departamento de Matemáticas y Estadística de la universidad Icesi, a partir de la faceta interaccional del Conocimiento Didáctico Matemático. El curso de Álgebra y Funciones se ofrece a estudiantes de primer semestre que cursan carreras de los programas pertenecientes a las facultades: Ciencias Administrativas y Económicas e Ingeniería y Diseño. Con la finalidad de identificar las características de la faceta interaccional que está inmersa en los conocimientos matemáticos y didácticos (CDM) que tiene el profesor al colocar en práctica el modelo de Aprendizaje Activo, el cual, enmarca a la universidad Icesi. Lo anterior, se efectúa para tener un referente como pauta de identificar los CDM que debería poseer el profesor de matemáticas que gestiona su práctica de enseñanza-aprendizaje en primer semestre, como también puede servir de referente para aquellos profesores que ejercen en otros cursos de matemáticas de educación superior.

Para tal fin, el trabajo se divide en cinco partes, la primera parte, es la justificación, el estudio y el reconocimiento de la problemática del trabajo, el porqué y el para qué de la descripción de los CDM en la faceta interaccional, comprendiendo que habrá una mayor idoneidad interaccional cuando en un proceso de enseñanza-aprendizaje, las configuraciones y trayectorias permiten identificar conflictos semióticos potenciales y resolver los conflictos que acontecen en el desarrollo de la instrucción (Godino et. al, 2009), además, se entiende como el conocimiento sobre las interacciones que se generan en el aula de clase según Pino-Fan y Godino (2015).

Luego, se expone una revisión documental de otros trabajos de investigación que han realizado su respectivo análisis a partir de los conocimientos didácticos y matemáticos, haciendo

énfasis en una, dos o más facetas, de las seis que conforman el CDM, dando punto de referencia al marco teórico, donde se amplía y profundiza en los conceptos claves que guiarán el análisis de este trabajo como, Aprendizaje Activo, Enfoque Onto-Semiótico (EOS), Conocimientos Didácticos y Matemáticos (CDM) y la faceta Interaccional.

Seguidamente se caracteriza el contexto social, económico y cultural de la universidad Icesi. Nuevamente se retoma la contextualización del problema de este proyecto para justificar la estrategia del análisis de la faceta interaccional del CDM, y, explicar el por qué de la metodología escogida para su desarrollo.

Después, se tiene la cuarta parte, la cual se aborda la faceta interaccional, pero esta vez, describiendo los componentes e indicadores que enmarcan esta faceta. De igual manera, se contextualiza a partir del aprendizaje activo, un instrumento de enseñanza y aprendizaje que crean los profesores del curso de algebra y funciones para guiar el aprendizaje del estudiante y guiar el desarrollo de la clase. Este instrumento es conocido por parte del profesor y del estudiante como *La Ruta de Clase*. Asimismo, se explica a partir del Proyecto educativo Institucional los tres momentos que obedecen el docente y el alumno, que son: *antes de la clase, durante la clase y después de la clase*. Posteriormente, se realiza el respectivo análisis y descripción de los componentes de la faceta interaccional.

Finalmente se presentan las conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones, estas giran en torno a las características que desarrolla el profesor de matemáticas que fue observado bajo el marco del aprendizaje activo. Tomando en consideración las conclusiones obtenidas se expresan algunas recomendaciones con el fin de fortalecer y enriquecer futuros proyectos de investigación que dialoguen sobre los CDM y en especial de la faceta interaccional.



## **Planteamiento del Problema:**

### **Justificación**

Es evidente que en la actualidad se encuentran diferentes maneras de entender y practicar la relación entre los conocimientos matemáticos (disciplina) y cómo enseñar matemáticas (didáctica), esto lo menciona Escobar (2017) haciendo referencia a Forero y Pardo (1999) acerca de que en Colombia, las universidades no cuentan con la sistematización de procesos en la formación de estudiantes y que el profesor desde su misma perspectiva e intuición desarrolla sus prácticas de enseñanza, es decir, que trabaja a veces de manera consciente pero a la vez inconsciente. Por lo anterior, Escobar (2017) infiere que “no se puede concebir una pedagogía sin didáctica, pues se caería en la mera teorización, y tampoco puede pensarse en una didáctica sin pedagogía, ya que se llegaría al puro instrumentalismo” (p. 3).

Así mismo, concluye después de ver y comparar diferentes planteamientos sobre la didáctica y la enseñanza universitaria (Lucarelli, 2000; Damaris, 1999; Herrera, 1999) que el aula se puede convertir en un lugar de interacción, donde las actividades que se desarrollan se transforman en enseñanzas, tanto para el profesor como para el estudiante; aparte de ello, el profesor debe reflexionar sobre sus prácticas de enseñanza, los métodos, las actividades y materiales que usa para poder desarrollar satisfactoriamente su clase.

Sin embargo, Sepúlveda (2018) afirma que se han realizado varias investigaciones alrededor de la identificación de los conocimientos que el profesor necesita o debería tener para que su práctica de enseñanza sea efectiva y que su vez, esta facilite el aprendizaje de sus estudiantes; tomando como referencia a Shulman, 1986; Ball, 2000; Hill, Ball & Schilling, 2008; Godino, 2009. Afirmando, también, que hay escasez de trabajos de investigación orientados a la caracterización del conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) de los estudiantes de

Licenciatura en Matemáticas y los estudiantes que estudian Matemáticas puras para ejercer la labor de docente en universidades, especialmente en el estudio del objeto matemático del concepto y características de Grupo, por tal motivo, caracterizar dicho estudio en CDM en los estudiantes en formación matemática, se convierte en su objetivo de estudio, mediante el instrumento de evaluación del componente epistémico del CDM de los estudiantes para la labor de la enseñanza universitaria.

La investigación mencionada anteriormente, se caracteriza por realizar un exhaustivo estudio y análisis de las características del conocimiento Didáctico-Matemático del profesor universitario, alrededor del concepto de Grupo desarrollado en un curso de Álgebra abstracta. Este proceso se lleva a cabo en diferentes sesiones con instrumentos de evaluación y de práctica que se les aplica a los estudiantes y que el investigador analiza a partir del componente epistémico de CDM.

Del mismo modo, Castro, et. al (2018) realiza su estudio de manera teórica del modelo del CDM de los profesores: nuevas perspectivas y horizontes para la formación docente, para caracterizar los conocimientos de los profesores que son necesarios para gestionar idóneamente los aprendizajes de objetos matemáticos específicos; describiendo y mostrando cada una de las dimensiones que hacen parte del CDM. Para llevar esto a cabo, analiza las categorías y subcategorías en el que se divide el CDM (los detalles de cada una de estas se encuentran en el marco teórico).

Es importante notar que son pocos los estudios desarrollados en Colombia alrededor de este tema y que, en términos generales, de los estudios que se desarrollan, la mayoría se enfocan en analizar la práctica de los profesores en formación, y no del profesor en ejercicio, en este aspecto se tiene el ejemplo de Sepúlveda (2018) como se describe en párrafos anteriores.

Por otro lado, tenemos de Aloiso, Hernandez & Prada (2021), quienes abordan el CDM en profesores de básica y media, desde un análisis cuantitativo-descriptivo de un grupo de educadores de diferentes instituciones educativas oficiales de San José de Cúcuta – Colombia, los cuales orientan la asignatura de Matemáticas. El instrumento abordado fue un cuestionario a partir de las categorías e indicadores del CDM, el cual fue enviado a este grupo de profesores para que lo respondieran con toda sinceridad, analizando y reflexionando desde su propio ejercicio docente. Concluyendo que, resulta complejo caracterizar el conocimiento matemático que poseen hoy en día los profesores de matemáticas, pero que a partir de los datos obtenidos se puede llegar a una aproximación de dicha caracterización. Finalmente, sugieren que, para poder llegar a dar una caracterización más fiable, sería necesario ampliar la muestra de docentes.

A partir del panorama que se describe en el anterior párrafo, se puede concluir que hay un campo por explorar en Colombia sobre este tema y que faltan estudios sobre la caracterización de los conocimientos matemáticos y didácticos de los profesores en ejercicio a nivel universitario. En este trabajo se hizo una pesquisa y se encontró que los autores que respaldan los anteriores trabajos, pocos son colombianos y los aportes que dan, son en la formación de futuros docentes matemáticos sin especificar el nivel de escolaridad, y los que lo especifican lo hacen en los niveles de Media y Básica. En la búsqueda bibliográfica de este tema a nivel nacional, es clara la escasez de material que se encuentra al respecto y lo poco que se encuentra es lo que se acaba de mencionar en este párrafo.

Por otro lado, revisando los análisis que hace cada autor: Escobar (2017), Lucarelli (2000), Damaris (1999), Herrera (1999), Castro, et. al (2018), Sepúlveda (2018) y Aloiso, Hernandez & Prada (2021); el modelo pedagógico de la universidad Icesi, no está en discrepancia con el marco del CDM, antes, al contrario, estos coinciden en que la

intercomunicación entre profesor - estudiantes debe ser muy activa, permitiendo que el estudiante al interactuar con recursos genere un aprendizaje significativo del objeto matemático en estudio, llevando esto a una fuerte interrelación entre los estudiantes y el profesor para que ambas partes puedan participar satisfactoriamente del proceso de enseñanza y aprendizaje de los actores en mención.

Dadas las similitudes encontradas entre el modelo de la Universidad y el marco del Conocimiento Didáctico-Matemático, se puede concluir que este marco ampliaría y aportaría significativamente al modelo pedagógico de la universidad Icesi, especialmente, en el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Para esto, es necesario conversar, analizar y caracterizar de unas de las facetas que hacen parte CDM que es la Interaccional, la cual aborda el diálogo, la interacción y comunicación que debe haber en un aula de clase, entre profesor y estudiantes. Es decir, este proyecto de investigación permite aportar elementos teóricos al modelo pedagógico de la universidad Icesi y esto impactaría positivamente las prácticas de los profesores que hacen parte de la misma, como también enriquecería las distintas investigaciones que se desarrollan alrededor del modelo pedagógico de la Universidad.

A partir de los elementos teóricos mencionados, se plantea la pregunta que enmarca esta investigación:

¿Qué características de la faceta interaccional desarrolla un profesor de matemáticas de la universidad Icesi en el marco de una clase de Álgebra y Funciones?

### **Objetivo General**

Identificar las características de la faceta interaccional que desarrolla un profesor de matemáticas de la universidad Icesi en el marco de una clase de Álgebra y Funciones

### **Objetivos Específicos**

Documentar los aspectos teóricos de la faceta interaccional propuesta por el Enfoque Onto-Semiótico (EOS).

Establecer categorías de análisis para el estudio de la faceta interaccional en un profesor de matemáticas de la universidad Icesi.

Describir la faceta de interaccional desarrollada por un profesor de matemáticas en el marco de una clase Álgebra y Funciones.

## Estado del Arte

Se realizó una búsqueda de investigaciones que dialoguen sobre cómo y qué analizar en una clase de matemáticas a nivel universitario; cómo debe ser la interacción entre profesor, estudiante y recursos dentro del aula de clase; y cómo hacer, que esto a su vez, pueda conversar con el modelo de Aprendizaje Activo de la universidad Icesi para poder tener varios referentes teóricos y dieran luces de proceder con dicho estudio. En el proceso de indagación se encontraron palabras claves como: Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), dimensión didáctica, idoneidad didáctica y sus respectivas fases.

Cabe resaltar que, queriendo relacionar el contexto colombiano con el actual proyecto, en la búsqueda se les dio prioridad a investigaciones publicadas a nivel nacional y de Latinoamérica, lamentablemente, a nivel de Colombia no se encontraron, y las publicaciones que más se acercaron a lo que se buscaba son originarias de Argentina, Perú, Chile, Costa Rica y España. Sin embargo, la lista encontrada no fue muy amplia, entre ellas tenemos:

En primer lugar, captó el interés el trabajo de Oviedo y Pino (2017), quienes tuvieron la finalidad de, permitir al profesor gestionar aprendizajes a partir de la caracterización de los conocimientos didáctico-matemático, tomando en consideración las facetas de idoneidad epistémica e interaccional. Esta investigación permitió tener un punto de inicio para dar una primera revisión al modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) que está inmerso dentro del Enfoque Onto-Semiótico (EOS). La metodología que llevaron a cabo fue cualitativa descriptiva-interpretativa de diseño no experimental de tipo transaccional, porque el material que tenían era un video de una clase de matemáticas de primer semestre de una universidad, el cual corresponde a un estudio de caso. Los instrumentos abordados fueron: la transcripción de la clase y la caracterización de algunos momentos en la sesión y, finalmente, procedieron a analizar la

información a partir de las herramientas teórico-metodológicas del EOS, especialmente en las facetas epistémica e interaccional del CDM. Esta última se presentó muy global dado que el trabajo aún está en construcción.

Uno de los resultados más relevantes que obtuvieron y concluyeron fue que, en el video se evidenció que el profesor en cuestión tuvo una adecuada idoneidad epistémica, pero aclaran que no se puede decir que esta haya sido totalmente adecuada, pues para que ella se cumpla a total cabalidad, debe tener una gran relación con las otras dimensiones: interaccional, mediacional, afectiva, ecológica y cognitiva; y para ello, se deben observar más sesiones de clase, sugiriendo que sean las correspondiente a un solo tema de estudio. Finalmente, dejan pendiente el análisis de la fase interaccional.

Como consecuencia de la anterior investigación Oviedo (2018), propone un análisis de las dimensiones matemáticas y didácticas del conocimiento didáctico-matemático de profesores peruanos sobre la noción de función, con el propósito que este pueda ser de gran utilidad para aquellos profesores interesados en reflexionar sobre sus prácticas y el trámite de la enseñanza-aprendizaje que desarrolla en ellas, y así, poder mejorar tanto es su práctica cotidiana, como en la práctica didáctica-matemática, conociendo una perspectiva más amplia de las características del CDM.

Para lo anterior, Oviedo (2018) lleva su investigación con el mismo marco teórico basado en el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático, analizando dos grandes categorías: la primera, Didáctica, que incluye las dimensiones del conocimiento: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica; y la segunda, Matemática, que integra los conocimientos disciplinares matemáticos, es decir, los conocimientos comunes y ampliados del contenido matemático. Para esto, lleva a cabo su investigación a partir de una metodología

cualitativa de estudio de casos; siendo observador no participante de dos grabaciones de clase de un profesor universitario de primer semestre en un curso de matemáticas sobre funciones.

Al igual que el proyecto anterior, se dice que aún está en curso, se muestra la descripción y análisis de cada uno de los indicativos que se mencionan en el párrafo anterior, pero sin hacer una articulación entre ellos, llegando a la conclusión que, en efecto el modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) lleva a conocer y entender las habilidades y necesidades que se presentan en el proceso de enseñanza-aprendizaje en el tema de funciones. De esta manera, se da la posibilidad de que el profesor pueda potenciar su práctica docente.

En el análisis que realiza Oviedo (2018), en la fase interaccional, capta la atención cada uno de los indicador evaluados: interacción docente-alumno, interacción entre estudiantes, autonomía, faltando la evaluación formativa (no indica el porqué de la ausencia de este), porque es en este punto donde se quiere abordar el análisis del presente proyecto de investigación, dado que esto permite articularlo con el modelo institucional de la universidad Icesi, con respecto a las actividades y roles que deben ejercer el profesor y el estudiante cuando están inmersos en el modelo de Aprendizaje Activo.

Otro referente, ya no desde el nivel universitario, sino desde el nivel secundario, es el que propone Morales & Font (2019), con la finalidad de analizar las valoraciones que realiza un docente de matemáticas, a partir de la observación de una clase, cuyo objeto de estudio es la función logarítmica. La metodología realizada corresponde, nuevamente a un estudio de caso en la manera cualitativa, respaldado por el Enfoque Onto-Semiótico del conocimiento y la instrucción matemática, desde dos aspectos importantes: la valoración de idoneidad didáctica y el enfoque para determinar prácticas, procesos y objetivos matemáticos (Morales & Font, 2019). Evidenciando que el Enfoque Onto-Semiótico del conocimiento e instrucción matemática



(Godino, Batanero, & Font, 2007) representa un soporte pertinente para realizar cualquier tipo de investigación. Otro aspecto para resaltar es la importancia de estos tipos de trabajos investigativos que pueden ser de apoyo para los profesores que deseen reflexionar y evaluar sobre su propia práctica de enseñanza-aprendizaje, al igual como lo propone Oviedo y Pino (2017); & Oviedo (2018).

Así mismo, en su investigación de carácter exploratorio y analítico-interpretativo sobre el uso combinado del estudio de clases (EC) y la idoneidad didáctica (IC), con el objetivo de analizar en qué medida un dispositivo formativo promueve la reflexión de profesores de matemáticas en ejercicio sobre el diseño, implementación, evaluación y rediseño de secuencias de tareas, Hummes et al. (2019) hallaron como en la etapa de EC van apareciendo, en las reflexiones de los participantes, de manera implícita, algunos de los componentes e indicadores de los Criterios de Idoneidad, en particular, en la fase de planificación de la clase y en la fase de reflexión conjunta sobre los datos recolectados después de cada uno respecto al efecto de sus estrategias usadas, donde los participantes tratan de justificar que la propuesta didáctica que desarrollan representa una mejora de la enseñanza de las matemáticas.

En la misma línea, en su trabajo de análisis de narrativas de futuros profesores con el modelo de conocimiento y competencias didáctico-matemáticas (CCDM), Font, V. et al. presentaron las características del modelo y lo aplicaron para inferir, a partir de una narrativa aportada por el mismo, los conocimientos y competencias de esta futura maestra. Mediante un análisis cualitativo, los autores infirieron las categorías del modelo CCDM presentes, en particular el nivel de desarrollo de la competencia de análisis e intervención didáctica y los diferentes tipos de conocimientos del profesor. Demostrando, de acuerdo con sus análisis, la potencia del modelo CCDM presentado bajo dos direcciones: la primera, el modelo resulta una

herramienta potente para inferir conocimientos y competencias de la autora de la narrativa. La segunda, mediante la presentación de sus categorías en el registro tabular del modelo CCDM (RT-CCDM) se puede evaluar la pauta usada para organizar la narrativa, mostrando sus limitaciones y orientando posibles mejoras de esta.

En otra línea, pero no menos importante, se resalta la investigación sobre las Concepciones del profesor universitario acerca de la ciencia y su aprendizaje, de cómo abordan la promoción de competencias científicas en la formación de futuros profesores de Biología, por Galaz & Weil (2014). Donde el objetivo corresponde a las diferentes visiones acerca de qué es la ciencia y cómo se aprende esta, analizando la información acerca de las competencias científicas que declaran promover los docentes, de esta manera se evidenció una relación positiva entre la visión empirista o menos tradicional de la ciencia y la visión de transmisión -recepción del aprendizaje, esta responde a la parte epistemológica; y una relación entre la visión constructivista del aprendizaje y la declaración del fomento de competencias, respondiendo a la parte pedagógica con la pregunta de ¿cómo se aprende la ciencia?. Teniendo un gran interés en estas dos últimas relaciones, debido a que el modelo de la universidad trabaja en estos aspectos a nivel general.

Adicional a todo lo que se ha mencionado anteriormente, en el documento La función tutorial del profesorado universitario: una nueva competencia de la labor docente en el contexto del espacio europeo de educación superior, por Pedro R. Álvarez Pérez publicado en la revista portuguesa de pedagogía en el año 2013, se expone que en el contexto del marco del Espacio Europeo de Educación Superior (EEES), el rol de un tutor se ha convertido en una tarea integrada y personalizada con un grupo de estudiantes por parte del docente encargado, con la finalidad de hacer un seguimiento al estudiante en el proceso de aprendizaje y en el

acompañamiento del perfil profesional del mismo. En la investigación se obtienen resultados tanto positivos como negativos de llevar a cabo este proceso de tutoría, cuyo parentesco con la labor que debe de cumplir el perfil del maestro en la universidad Icesi puede ser apreciada.

A partir del proceso de la revisión literaria realizada, se trabajarán en este documento los modelos teóricos del Enfoque Onto-Semiótico (EOS) relacionado con el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), a partir de la fase de idoneidad interaccional.

## **Marco Teórico**

### **Modelo de aprendizaje activo**

En el modelo educativo de la universidad Icesi, se plantean tres características: la primera, está relacionada con lograr un balance entre las acciones educativas de profesionalización de los egresados y las de formación integral de los estudiantes, estipuladas en los diferentes planes curriculares. La segunda, concierne a modificar la relación entre los estudiantes, los profesores y los materiales de estudio; en donde el estudiante llega a la universidad a escuchar y a aprender, y el profesor a diseñar y a facilitar su aprendizaje mediante la motivación, evaluación, guía y complemento de procesos, para maximizar la probabilidad de que el estudiante construya sus propios conocimientos, es decir, educación activa (Gonzalez, 2014). Y tercero, se tiene la de introducir en las dependencias académicas, académico-administrativas y administrativas en general pertenecientes a la Universidad, diferentes formas de discernir y de proceder dentro de un conjunto de valores y de capacidades propias de todo egresado de la Universidad Icesi.

En consecuencia, *el docente* es un facilitador del proceso enseñanza-aprendizaje: establece el objetivo de aprendizaje, guía los pasos de las actividades, proporciona los medios para que el estudiante construya sus conocimientos proponiendo acuerdos y reglas durante la

experiencia, estableciendo una interacción personalizada entre el profesor y el alumno (EAFIT, 2018). Esta propuesta de interacción maestro-estudiante es de vital importancia y utilidad en el ámbito de las matemáticas al optimizar la eficacia de aprehensión de los conocimientos asociados a sus prácticas concretas y aplicables en diferentes aspectos de la vida cotidiana.

También, se puede ver al profesor como un diseñador que forma parte del modelo activo en el proceso de enseñanza-aprendizaje, es el que guía y monitorea las actividades, sitúa el alcance de los objetivos del contenido temático, promueve el uso de herramientas educativas, tecnológicas y medios digitales. Incentivando a sus alumnos a que también cambien su rol de estudiantes pasivos, receptores, mecánicos, memorísticos, etc. a convertirse en participantes activos, propositivos, creativos, críticos, analíticos, autónomos y comprometidos con la aprehensión de sus propios conocimientos.

### **Enfoque Onto-Semiótico**

Como lo menciona Godino et al. (2017), el Enfoque Onto-Semiótico (EOS) se fundamenta en supuestos antropológicos y semióticos sobre las matemáticas, y acoge principios didácticos de tipo socio-constructivista e interaccionista para el proceso de enseñanza y aprendizaje. Lo anterior, parte de sistemas teóricos que intentan relacionar las diversas aproximaciones y modelos teóricos usados en la investigación en Educación Matemática.

El EOS se compone de cinco grupos de nociones teóricas que permiten analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas desde procedimientos complementarios a este (Godino; Batanero & Font, 2007).

Estos grupos son:

#### ***1. Sistema de prácticas (operativas, discursivas y normativas)***

Este grupo asume una concepción pragmática-antropológica de las matemáticas, tanto del punto de vista institucional como el personal. Para el EOS, la actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central en la construcción de conocimiento matemático y el sistema de prácticas conlleva al análisis de los significados globales (Godino y Batanero, 1994; Godino et al,2017).

## ***2. Configuración de objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas.***

También se conoce como configuración ontosemiótica, se analiza e identifica la configuración de procesos y objetos matemáticos que nacen o participan en la resolución de las situaciones-problema que se desarrolla en las prácticas matemáticas. Igualmente, se asume esta, como una noción interaccionista de objeto y pragmatista del significado, articulando de manera coherente la concepción antropológica con posiciones realistas, es decir, no platónicas de las matemáticas. Lo cual, implica un análisis ontosemiótico de las prácticas (Godino et al, 2017; Godino et al, 2011).

## ***3. Configuración didáctica***

Es conocida como un sistema articulado de roles profesores y estudiantes, a propósito de una configuración de objetos y procesos matemáticos enlazados a una situación problema, por lo cual, esto constituye a la principal herramienta para el análisis de la instrucción matemática (Godino et al, 2017). Las configuraciones didácticas y su secuencia en trayectorias didácticas tienen en cuenta las siguientes facetas que caracterizan los procesos de estudio:

**Faceta epistémica (conocimientos institucionales):** Es la manera propia en que el profesor comprende y conoce las matemáticas.

**Faceta cognitiva (conocimientos personales).** Responde a la pregunta de ¿cómo lo estudiantes aprenden, razonan y entienden las matemáticas? y como progresan en su aprendizaje.

**Faceta afectiva.** incluye los conocimientos sobre los aspectos afectivos, emocionales, actitudinales y creencias de los estudiantes con relación a los objetos matemáticos y al proceso de estudio.

**Faceta mediacional (recursos tecnológicos y temporales).** Es el conocimiento de los recursos (tecnológicos, materiales y temporales) apropiados para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

**Faceta interaccional.** Esta refiere al conocimiento sobre la enseñanza de las matemáticas, organización de las tareas, resolución de dificultades de los estudiantes, e interacciones que se puede establecer en el aula.

**Faceta ecológica.** Esta implica las relaciones del contenido matemático con otras disciplinas, y los factores curriculares, socio-profesionales, políticos, económicos que condicionan los procesos de instrucción matemática.

#### ***4. La dimensión normativa.***

Es conocida como el sistema de reglas, hábitos, normas que limitan y sobrellevan las prácticas matemáticas y didácticas, que generaliza la noción de contrato didáctico y normas socio-matemáticas. El reconocimiento del efecto de las normas y meta-normas que intervienen en las diversas facetas que caracterizan los procesos de estudio matemático es uno de los factores explicativo de los fenómenos didácticos (Godino et al, 2017).

#### ***5. Idoneidad didáctica.***

Como criterio general de adecuación y pertinencia de las acciones de los agentes educativos, de los conocimientos puestos en juego de estudio matemático. El sistema de indicadores empíricos identificados en cada una de las facetas constituye una guía para el análisis y reflexión sistemática que aporta criterios para la mejora progresiva de los procesos de enseñanza y aprendizaje (Godino et al, 2017)

Las nociones del *conocimiento* y *competencia* se conectan, teniendo en cuenta las conexiones entre práctica y objeto, bajo el marco del EOS.

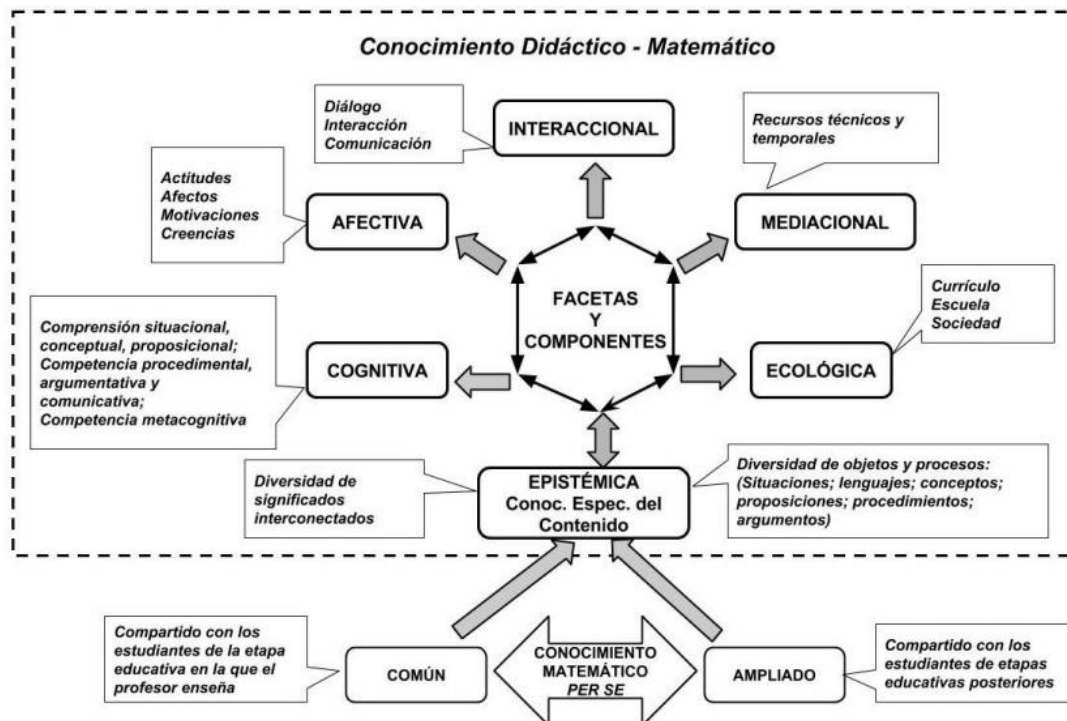
### **Modelo de conocimientos didáctico-matemático del profesor**

Según Godino et al, (2017), para que el profesor pueda diseñar, implementar y evaluar los procesos de enseñanza y aprendizaje no es suficientes tener únicamente los conocimientos matemáticos, sino que se hace necesario tener un conocimiento más reflexivo tanto de la matemática como su enseñanza, y es a este al que se le llamará de ahora en adelante como conocimiento didáctico-matemático (CDM).

En la Figura 1 se muestra el modelo de conocimiento didáctico-matemático, que se superpone al conocimiento matemático per-se (común y ampliado):

### **FIGURA**

*Dimensiones y componentes del Conocimiento Didáctico-Matemático*



*Nota: Castro, Pino-Fan, & Parra-Urrea (2018)*

El modelo incluye las facetas descritas en la noción de la *Configuración didáctica*, estas son: epistémica, cognitiva, afectiva, mediacional, interaccional y ecológica. Estas facetas conforman el conocimiento especializado del profesor de matemáticas en la medida en su proceso de enseñanza esté expuesto algún contenido matemático.

Cabe mencionar que, el modelo CDM comprende tres dimensiones las cuales se muestran en la figura 1, estas dimensiones son: matemática, metadidáctico-matemática y didáctica. La primera incluye el conocimiento común y ampliado del contenido; la segunda hace referencia a los conocimientos que debe poseer el profesor de matemáticas para reflexionar sobre su propia práctica y así poder valorar la idoneidad didáctica de los procesos de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas; y la última, incluye las facetas anteriormente mencionadas y descritas. Estas



facetas, están divididas en categorías y subcategorías, las categorías se conocen como componentes y las subcategorías como indicadores (Oviedo y Pino, 2017).

Es en la última dimensión que se abordará el estudio de este trabajo de investigación, especialmente en la faceta interaccional, a partir de sus cuatro componentes y sus respectivos indicadores, los cuales se describen y muestran en la tabla 1 que se encuentra en el desarrollo del marco metodológico.

### **Marco Metodológico**

En este documento se plasma el análisis de una sesión de clase cuyo objeto matemático es la función cuadrática, que desarrolló un profesor de hora cátedra del Departamento de Matemáticas y Estadística de la Universidad Icesi, en el curso de Álgebra y Funciones (en el periodo 2018-2). La sesión tuvo una duración de dos horas aproximadamente, con 25 estudiantes activos que oscilaron entre los 16 a 18 años.

#### **Contexto empírico de la investigación:**

Para poder continuar con el desarrollo de este documento, se pasa a describir un poco el contexto de la universidad Icesi. El proyecto Educativo Institucional dice que: Icesi es una institución educativa privada que se encuentra ubicada en el sector de Pance, al sur de la ciudad de Santiago de Cali – Valle del Cauca. Forma profesionales en 29 programas de pregrado, 2 doctorado, 35 maestrías, 24 especializaciones médico-quirúrgicas y 17 especializaciones. Cuyo modelo de aprendizaje es el Aprendizaje Activo, el cual establece un compromiso con la formación de individuos autónomos que piensan, escuchan, analizan y juzgan, después de recopilar la información pertinente.

*La misión es:* Aprendemos a conocer y actuar para construir un mundo mejor. *La visión del Futuro al 2022:* En el año 2022, la Universidad Icesi será reconocida por la sociedad colombiana, las organizaciones nacionales y pares académicos de prestigio internacional, por la excelente formación de sus egresados, por la creciente visibilidad de sus resultados de investigación y por el impacto positivo de su interacción con la región y con el país.

*Los valores centrales son:* Reconocimiento de la dignidad de toda persona. Honestidad en las acciones personales y en las actuaciones institucionales. Pasión por el aprendizaje. Compromiso con el bienestar de la sociedad y el cuidado del medio ambiente.

Actualmente la Universidad Icesi cuenta con 7.253 estudiantes de los cuales 6.057 son estudiantes en programas de pregrado y 1.196 son estudiantes en programas de posgrado.

Un dato importante es que fue la primera Universidad privada en el suroccidente colombiano, en recibir la Acreditación Institucional de Alta Calidad, en el año 2010, y desde esta fecha cuenta con dicha acreditación, esto es muestra de la calidad en sus programas académicos y por supuesto, la formación integral de los estudiantes.

### **Instrumentos de recolección de la información**

Con el aval del profesor, se grabó una sesión de clase del curso de Álgebra y Funciones, en uno de los días que se tenía programado trabajar con el objeto de estudio de Función Cuadrática. Este vídeo ha sido analizado desde los indicadores que nos aporta el marco teórico descrito anteriormente, específicamente en lo relacionado con la faceta interaccional. A partir de este análisis, se expondrán, en este trabajo de investigación, las características más predominantes de la faceta interaccional que desarrollar el profesor.

### **Tipo de investigación**

La metodología que se empleó para el procesamiento y análisis de datos es una investigación cualitativa -descriptiva-ilustrativa de un estudio de casos con técnica de observación no participante de una clase dada por un profesor de Álgebra y Funciones de la universidad Icesi.

Entendiéndose un estudio de caso como un método de aprendizaje acerca de una situación compleja (como un aula en un centro escolar); se basa en el entendimiento comprensivo de dicha situación (aula), el cual se obtiene a través de la descripción y análisis de la situación, situación tomada como un conjunto y dentro de su contexto (Murillo et al, 2013). La investigación es cualitativa porque se espera caracterizar los conocimientos de un profesor en ejercicio en la faceta interaccional y la recolección de datos no es numérica. Por otro lado, también es descriptiva, dado que el análisis es una descripción rica y contextualizada y, finalmente es ilustrativa, puesto que, como se menciona anteriormente es de carácter descriptivo y la finalidad de añadir cierto realismo al resto de la información obtenida.

Ahora bien, finalizando toda la contextualización anterior, se dará paso al análisis de este trabajo de investigación.

### **Análisis**

Para la realización del análisis de la descripción de los momentos de la clase, se reflexionó a partir del modelo del conocimiento didáctico-matemático (CDM), que está constituido por 6 facetas: 1. Epistémica; 2. Cognitiva; 3. Interaccional; 4. Mediacional; 5. Afectiva y 6. Ecológica. El propósito de esta reflexión está enfocado en la faceta 3: Interaccional, considerando los componentes e indicadores de idoneidad e interacción dados en Brenda, et al. (2016) y Godino (2011) para poder resaltar e identificar los aspectos a tener en cuenta, ya sea para mejorarlos o continuar desarrollándolos, con la finalidad de permitirle al profesor y demás

profesores una reflexión sobre su propia práctica con el objetivo de que los estudiantes desarrollen habilidades para la apropiación adecuada de los conceptos y conocimientos matemáticos que hacen parte del tema de función cuadrática.

### **Faceta interaccional**

En este apartado se encuentra el resultado del análisis de la descripción de la clase dada por el profesor en la faceta interaccional, se espera, como menciona Godino (2013) resaltar la importancia del discurso, el diálogo, la discusión matemática en la clase como un factor central de aprendizaje, tanto para el mismo profesor como para los estudiantes y así, poder evaluar y aprender de las prácticas docentes.

Lo anterior, se articula con en el modelo de la universidad Icesi, donde se observa las diferentes interacciones que se espera que se da entre: los estudiantes, profesor – estudiante y profesor - recursos.

A continuación, se presentan las tablas:

Tabla 1: En esta se encuentran los componentes e indicadores del análisis de la fase de idoneidad interaccional

Tabla 2: En esta se describen los roles que desempeñan o espera que desarrollen los profesores y los estudiantes en el aprendizaje activo.

### **TABLA 1**

*Componentes e Indicadores de la Idoneidad Interaccional.*

Componentes	Indicadores
-------------	-------------

Interacción Docente-Estudiante	<p>El profesor hace una presentación adecuada del tema (presentación clara y bien organizada, no habla demasiado rápido, enfatiza los conceptos claves del tema, etc).</p> <p>Se reconocen y resuelven los conflictos de significado de los estudiantes (se interpreta correctamente el silencio de los estudiantes, sus expresiones faciales, sus preguntas, se hace un juego de preguntas y respuestas adecuado, etc.)</p> <p>El objetivo es alcanzar un consenso sobre el mejor argumento.</p> <p>Se usan diversos recursos retóricos y argumentativos para implicar y captar la atención de los alumnos.</p> <p>Se facilita la inclusión de los alumnos en la dinámica de la clase y no la exclusión.</p>
Interacción entre los estudiantes	<p>El diálogo y la comunicación entre los estudiantes es promovido.</p> <p>Se favorece la inclusión en el grupo y se evita la exclusión.</p>
Autonomía	<p>Se contemplan momentos en los que los estudiantes asumen la responsabilidad del estudio (exploración, formación y validación)</p>
Evaluación formativa	<p>Observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.</p>

*Nota: Fuente: Godino, (2013).*

## **TABLA 2**

*Roles y Actividades del profesores y estudiantes en el modelo de Aprendizaje Activo.*

Profesor	Estudiante
<p>Diseña y administra experiencias de aprendizaje que maximizan la probabilidad de que el estudiante</p>	<p>*Llega a estudiar</p>

---

construya su propio conocimiento (motivando, guiando, cuestionando, evaluando)	*Su propio conocimiento
	*Procure su autonomía
	*Participe de manera activa en el su aprendizaje

---

***Debe:***

Reconoce que los estudiantes aprenden por diferentes medios (diagramas, esquemas, imágenes, formas verbales -ya sea de manera escrita o habladas-, interactuando con otros, individual, introspectivamente)

Plantearles a los estudiantes interrogantes (formular buenas preguntas).

***Debe:***

Leer, cuestionarse, escribir, discutir, aplicar conceptos, utilizar reglas y principios, resolver problemas.

***Debe de estar retando al estudiante con preguntas******acerca de:***

Información, propósito, interpretación, suposición, implicación, punto de vista, relevancia, exactitud, precisión, consistencia, lógica.

***Debe estar expuesto a:***

A situaciones que le demanden operaciones intelectuales de orden superior: Analizar, evaluar, interpretar, inferir, crear.

***Estándares intelectuales:***

Claridad, Exactitud, precisión, relevancia, profundización, amplitud, lógica

---

En concordancia con el proyecto de la universidad Icesi, como se menciona en la tabla 2, el profesor diseña y administra experiencias de aprendizaje que maximizan la probabilidad de

que el estudiante construya su propio conocimiento, uno de estos diseños es la *Ruta de clase*, un instrumento que permite movilizar los momentos de la clase y, a su vez, es una guía de estudio, que el estudiante preparará con anterioridad, con un compromiso de seriedad, responsabilidad y disciplina.

La ruta se construye a partir de diferentes temáticas de interés del curso de Álgebra y Funciones, que apunta a objetivos que tienden a que el estudiante adquiera competencias en: resolución de problemas, modelación, comunicación y argumentación, y desarrollo de procesos algorítmicos. La Ruta se divide en tres partes: la *primera* consta de preguntas teóricas y dos columnas de ejercicios y problemas, cabe resaltar que, en las preguntas también se encuentran enlaces de páginas o videos de interés relacionados con el objetivo de aprendizaje que se desarrolla en la ruta, igualmente se le adjunta un texto guía que sirve como medidor del aprendizaje del tema y en el cual se encuentran los ejercicios y problemas propuestos en la Ruta. La *segunda* parte, se desarrolla en el transcurso de la sesión de clase, donde se proponen una serie de ejercicios y problemas en los cuales se discute, cuestiona, analiza, interpreta, infiere, etc. por parte de los dos agentes (profesor y estudiante), con el objetivo de aclarar y profundizar en las temáticas correspondientes de estudio llevando al estudiante a afianzar las competencias matemáticas que en este curso se desarrolla, que son, la resolución de problemas, la modelación, el proceso algorítmico y comunicación. Y la *tercera*, la desarrolla el profesor finalizando la clase, presentando el tema y objetivo de la siguiente ruta.

La preparación de cada ruta conlleva a tres momentos en el estudiante: *antes de la clase*, prepara y desarrolla la primera parte de la ruta; *durante la clase*, participa activamente de manera individual y en las mesas de trabajo, bajo el diseño de clase que haya planeado el profesor, también se desarrollan la discusión de las respuestas y soluciones sobre el trabajo realizado

previamente a la clase; *después de la clase*, profundizar los temas vistos con ejercicios adicionales y relacionados con los antiguos y nuevos saberes.

A continuación, se presentan los análisis de los resultados obtenidos a partir de los indicadores de los componentes de la *faceta Interaccional* de la sesión de clase del profesor en estudio, articulada con los roles y actividades que debe tener y hacer tanto el profesor como los estudiantes a partir del modelo pedagógico de la universidad Icesi, cabe mencionar que el objeto de estudio fue la función cuadrática.

### ***Interacción docente-estudiante***

Dentro de este componente tenemos los siguientes indicadores:

**El profesor presenta apropiadamente el tema.** Después de dar una información el profesor inicia la clase proyectando la Ruta y preguntando *¿hicieron los ejercicios?*, en este caso, el profesor parece que da por hecho que el estudiante conoce el objetivo de la sesión, dado que no hace ninguna presentación previa al empezar la discusión, esto debido a que, se espera que el estudiante ~~ha~~ haya realizado el *antes de la clase*, es decir, ha leído, indagado, buscado ayuda, entre otras.

Durante la sesión el profesor y los estudiantes son protagonistas, ambos tienen la autonomía y la voz en el salón de clase constantemente se observa la participación de los estudiantes. El profesor habla de manera clara y pausada, dando espacio y tiempo para que el estudiante aclare o logre entender el tema, se evidencia cuando el estudiante está explicando en el tablero el profesor dice: *“vamos a ver que hizo José Darío, ¿qué hiciste?, ¿es cóncava hacia abajo y no cóncava hacia arriba?, ¿podría ser cóncava hacia arriba?”*, por ejemplo; se nota que constantemente está haciendo énfasis en el tema de la clase, esto se nota cuando de manera



reiterativa, realiza preguntas de las características de la gráfica de una parábola, la importancia de conocer cada una de ellas, esto, con el fin de poder analizar los problemas y las situaciones problema que se le plantean en la ruta al estudiante.

Uno de los problemas que se analizó fue el siguiente: “Un fabricante puede producir grabadoras a un costo de \$40 dólares cada una. Se estima que, si las grabadoras se venden a  $p$  dólares cada una, los consumidores comprarán  $120 - p$  de estas al mes. Exprese la utilidad mensual del fabricante como una función del precio, grafique esta función y encuentre el precio óptimo de venta”. En este caso, se detienen a conversar un poco sobre la relevancia del vértice de una parábola, si este es máximo o mínimo, qué significa este en el problema de utilidad (fue un problema que se le estuvo trabajando y sacando beneficio para que los estudiantes entendieran la importancia de la función cuadrática, la socialización de este tema duró aproximadamente 30 minutos de la clase), las preguntas y las anotaciones que hizo el profesor en este espacio fueron: *¿Qué es el costo?*, “... el costo es lo que sale al vendedor cada grabadora...”, “cuando el precio es 0, ¿qué significa eso?”, “¿Cuándo el costo y los ingresos son iguales?”, etc. A las cuales los estudiantes empezaban a dar las posibles respuestas, algunas correctas, con cierta idea o incorrectas, pero en la mayoría de los casos, se atrevían a responder con tranquilidad.

Ejemplos como el anterior, se desarrollaron otros dos, con la misma metodología de interacción entre los estudiantes y el profesor. Al finalizar, se espera que el profesor presente el tema de la siguiente clase, esto, por la forma en que está diseñada la ruta, pero, no se realiza.

En consecuencia, articulando el Aprendizaje activo y el indicador inicial, se logra evidenciar que el profesor lo alcanza parcialmente: presentar de manera apropiada el tema de la clase, con una buena moderación de preguntas y respuestas claras, a partir del diseño y desarrollo de la ruta en el transcurso de la clase. Pero, faltó que el profesor realizara una breve presentación

del tema, lo cual permitiera que el estudiante entrara en contexto, antes de iniciar directamente con la *primera* parte de la ruta; de igual manera, faltó realizar la *tercera* parte de ruta, que corresponde a la presentación del siguiente tema.

**Los conflictos de conceptualización de los estudiantes son reconocidos y resueltos.** En este indicador se observa claramente que, el profesor logra en su clase identificar e interpretar aquellos gestos y silencios de los estudiantes cuando se encuentran un poco perdidos o no entienden lo que se está explicando, ya sea por parte de los estudiantes que participan en la clase o por las explicaciones y aclaraciones que hace el profesor. En el video se observa que el docente organiza a los estudiantes en grupos de trabajo y que, al parecer estos grupos no son organizados arbitrariamente sino que hay una previa caracterización de los estudiantes que es aprovechada por el profesor para establecer estos grupos, ya en los grupo de trabajo, el profesor se acerca e indaga sobre lo que están trabajando, resuelve algunas dudas y en algunos casos, les plantea preguntas que permiten la discusión del ejercicio o el problema que están desarrollando.

Lo anterior, se prueba en los momentos cuando el profesor comenta los posibles errores que se pueden cometer al hacer una mala interpretación de las partes que se tienen en cuenta para la gráfica de una función cuadrática, muestra dos maneras posibles para encontrar la ecuación de la función; un diálogo que se forma en una de las dos ecuaciones es: “**profesor (p):** *tenemos una, que es la que se muestra allá,  $ax^2 + bx + c$  y cuando tenemos  $f(x)$  lo llamamos como “y”y lo escribimos como  $f(x) = ax^2 + bx + c$ . ¿Será que tenemos algún  $x$  o  $y$  que podamos reemplazar ahí?; **estudiante (e):** *sí, los cortes con el eje  $x$ ,  $e$ : el vértice;  $p$ : entonces, se puede resolver a partir de un sistema, a partir de una coordenada que se tiene...*” cuando siguen el proceso de construcción de la ecuación, al final organizan los datos entre todos y lo grafica en Geogebra. de esta manera, construye definiciones o conclusiones a partir de preguntas y respuestas de los*

estudiantes, enlaza ejemplos similares a los que se están viendo, brinda confianza a los estudiantes que están muy callados para que puedan opinar a partir de lo que conocen y entienden.

Ahora bien, bajo el modelo educativo y lo que se menciona en el párrafo anterior, se analiza que el profesor ha reconocido algunas formas o maneras de aprendizaje de los estudiantes, en otras palabras, el profesor ha buscado diferentes estrategias de enseñanza para que el estudiante pueda entender el tema, lo cual ha permitido que los alumno por medio de diferentes ejemplos similares, gráficas en Geogebra, exposición de diferentes errores comunes, la interacción continua de preguntas y respuestas, lo lleva a la articulación de sus saberes previos con los nuevos para construir su propio conocimiento. Así mismo, en las discusiones que se desarrollan sobre los diferentes objetos de estudio, entre los dos agentes profesor y estudiante, lleva a este segundo a cuestionarse, aplicar conceptos previos y nuevos, utilizar reglas, propiedades, etc.

Finalmente, se puede concluir que el indicador de los conflictos de conceptualización de los estudiantes es reconocido y resuelto por parte del profesor; y el rol junto con las actividades que tanto el profesor como los estudiantes deben desempeñar en el aula en consecuencia del modelo del aprendizaje activo, se evidencia que está articulado.

**El objetivo es alcanzar un consenso sobre el mejor argumento.** Como se ha mencionado en los párrafos anteriores, en el video es claro que, el profesor en conjunto con los estudiantes construye definiciones y conclusiones del objeto de estudio de los ejercicios y los problemas, ejemplo clave, como cuando se discute en el problema anteriormente mencionado: *“p: ¿... en qué variable está lo que ella está trabajando?... ¿precio o unidades? e: en x. p: ¿qué es x? e: Las unidades no, p: no son las unidades, una de las cosas que*

*genera problemas en otros cursos, por ejemplo, es que a  $x$  siempre está asociando con las unidades. Entonces, por ejemplo, después van a ver, que el precio se va a llamar por  $x$  ... En este caso la  $x$  no son las unidades, entonces, ¿que son las que es  $x$ ? e: ...son las unidades que él decide bajar el precio ...”*, a partir de este ejemplo de mediación, desarrolla aproximadamente el 75% de la clase, la cual va avanzando a través que se le va dando solución a la *ruta de clase*, que contiene lecturas, enlaces, videos y actividades que los estudiantes han revisado, analizado e interpretado previo a ella. De esta manera, es evidente que existe una muy buena relación entre la finalidad de llegar a conclusiones y definiciones por medio de buenos argumentos que hacen los dos protagonistas (profesor - estudiante), y lo que se expone el PEI.

**Una variedad de dispositivos retóricos y racionales son utilizados para involucrar a los estudiantes y capturar su atención.** Se evidencia en el video cuatro momentos de trabajo de los estudiantes:

- 1) **En el tablero.** Algunos estudiantes, voluntariamente, salen al tablero a exponer los procesos de ejercicios y el desarrollo de la resolución de los problemas que se encuentran tanto en la ruta, como los planteados por el profesor para reforzar los temas de estudio de la clase. En otros momentos, el profesor invita al estudiante a que salga al tablero para que comparta sus resultados con el resto del grupo.
- 2) **Individual.** En diferentes instantes los estudiantes trabajan de manera individual, esto se evidencia más en la *segunda* parte del desarrollo de la ruta, cuando ellos se enfrentan solos a nuevos ejercicios y problemas planteados tanto en la ruta como por el profesor. Cabe recordar que, en esta parte, el objetivo es afianzar las competencias

matemáticas por medio de una serie de ejercicios y problemas en los cuales se discute, cuestiona, analiza, interpreta, infiere, etc.

- 3) **En equipo.** En un tiempo de aproximadamente 40 minutos, los estudiantes trabajan en grupos (*equipo*) donde, entre ellos leen, se cuestiona, hay explicaciones entre pares a partir de la apropiación de propiedades y definiciones, analizan diferentes puntos de vista, infieren o conjeturan a partir de lo que entienden y conocen, etc.
- 4) **Grupal.** Este momento es muy constante durante el proceso de enseñanza y aprendizaje de la clase, en el que el profesor hace aclaraciones y resuelve dudas generales cuando se da cuenta que, por ejemplo, hay un problema que la mayoría de los estudiantes no logra entender y/o resolver, del mismo modo lo hace al finalizar la clase, para poder concluir y verificar si se logró el objetivo de aprendizaje de esta.

Considerando lo anterior, en el video fue visible que, el profesor estaba movilizándose constantemente hacia los estudiantes para revisar cómo era el trabajo que realizaba cada uno ellos, esto a lo largo de los momentos descritos previamente. También, se encuentra mediando la exposición y la intervención de los estudiantes de manera activa y dinámica a partir de las preguntas que hace el profesor, como: *¿están de acuerdo?*, *¿qué opina usted?* *¿qué piensan ustedes?*, *¿se tienen más datos?*, *¿por dónde van?*, *¿qué preguntas tienen?*, entre otras; da ejemplos hipotéticos para que los estudiantes logren encontrar la conexión de éste con el problema que están desarrollando; usa el software Geogebra para explicar más profundo y visual los problemas que presentaron mayor dificultad sobre el tema de Función Cuadrática.

Al mismo tiempo en que se desarrollan las intervenciones del profesor, se observa que éstas están acompañadas de un buen manejo del lenguaje tanto matemático como natural y una expresión gestual, que permite notar sus emociones de: pensativo, sorprendido, contento,

calmado, interesado ante las preguntas y respuestas, y, sobre todo, satisfacción por lo que logra en el instante: Cabe mencionar que, todo lo anterior, siempre estuvo acompañado con un notorio lenguaje corporal (manos y postura del cuerpo). Los gestos, el lenguaje y la apertura que se nota del profesor frente a las preguntas de los estudiantes, permite evidenciar las participaciones activas de los estudiantes, notando que no hay timidez a la hora de preguntar ni en algunos casos de equivocarse.

Así mismo, durante la grabación se analizó que los estudiantes estuvieron activos y dinámicos cuando se evidencia que por voluntad propia salen al tablero y responden de manera inmediata a las preguntas que surgen en el momento. También se logra percibir las caras de confusión o sorpresa ante lo que están aprendiendo, cuando dicen expresiones como “¡Ahhhh... eso era!”, “¡Ya entendí!”, “¡Me quedó bien!”, entre otras. Estas emociones fueron percibidas por el profesor, a las cuales, a la mayoría les dio la adecuada solución y tratamiento. Lastimosamente, no a todas, un caso que se percibió fue de un estudiante que se le notaba que no entendía mucho, él hizo la pregunta “¿... es claro para todo?” y no pasó más de dos segundos y continuó con el desarrollo de la clase y en el video se nota con una cara de desmotivación y de duda por los gestos que hizo.

Para finalizar este indicador, es notorio que el profesor a partir de su gestualidad y expresión corporal logró que la mayoría de los estudiantes participaran activamente en su aprendizaje e ir construyendo sus propios significados y conjeturas ante el objeto de estudio.

**La inclusión de los estudiantes dentro de la dinámica de clase.** Es notorio, tal como ocurre en el indicador anterior, se destaca que hay una considerable inclusión de los estudiantes durante toda la observación del video de clase, evidenciado en el constante diálogo que hay entre profesor y estudiante.

### ***Interacción entre los estudiantes***

Este componente lo abarcan dos indicadores que son:

**El diálogo y la comunicación entre los estudiantes es promovido.** Es perceptible en el desarrollo de la observación que la comunicación, la participación y el diálogo es un factor principal dentro del progreso y ejecución de la clase por parte del profesor y de los mismos estudiantes, de igual manera, se cumple las actividades de los roles de los dos actores de la clase.

Es decir, en el transcurrir de los minutos, es claro que hay una constante comunicación y diálogo entre los estudiantes, cuando aportan a las soluciones de los procesos que hace algún compañero en el tablero, propone una solución y otro lo refuta, en el momento de *equipo* discuten entre ellos para llegar a una solución o a una conjetura, al responder las preguntas del profesor y las de alguno de sus compañeros.

**La inclusión en el grupo es privilegiada y la exclusión es rechazada.** No se evidencia, en lo que se puede observar, que haya algún tipo de inconveniente, prevención o ~~perjuicio~~ prejuicio entre los estudiantes. Lo que se percibe es que hay apoyo por parte de algunos estudiantes para ayudar y compartir con otros, con la finalidad que se motiven a hablar y preguntarle al profesor sin ningún temor. También se puede evidenciar, cuando el estudiante que sale al tablero siente pánico escénico de hablar o de explicar, se escuchan palabras de aliento y de motivación, lo cual, permite que el estudiante responda con una sonrisa nerviosa ante el ejercicio que está resolviendo.

### ***Autonomía***

Se caracteriza por el siguiente indicador:

**Los momentos en los cuales los estudiantes toman responsabilidad por su estudio son observados.** Según Godino (2013) en este indicador se observa, si hay momentos donde el estudiante asume responsabilidades de cuestionarse, presentar soluciones propias, conjeturar, resolver problemas, saber comunicarse, entre otras. Con base a en lo anterior, en el video se observa que hay ocasiones donde el profesor revisa el trabajo que hacen los estudiantes, se sienta acerca a ellos para participar en las discusiones que hay en los equipos, hace una serie de preguntas para verificar el trabajo del estudiante. De algún modo, se puede decir que, el profesor está observando y analizando los estudiantes han hecho una exploración exhaustiva o trivial, tomando en cuenta la forma en que argumentan y evalúan sus procesos a partir de inferencias lógicas y coherentes.

De igual manera, en los instantes en que el profesor interactúa con los aprendices se nota que éstos tratan de concluir a partir de lo que perciben y han aprendido, presentan sus propias soluciones y piden validación por parte del docente, y algo por resaltar, es la ayuda que ofrecen los mismos estudiantes a otros.

Sin embargo, no se puede afirmar que el indicador se lleve satisfactoriamente, ya que, haría falta analizar un poco más lo que ocurre en otras sesiones de clase, no sólo en el momento del *durante*, sino, en los otros dos: *antes y después de la clase*. De esta manera, se podría hacer un seguimiento riguroso, en el que se pueda mostrar si el profesor genera algunos instrumentos de consigna, donde se exhiba el progreso del estudiante, no únicamente la parte académica y el cumplimiento de las tareas, sino que también, se pueda evidenciar el proceso actitudinal y comportamental del estudiante.

Por otro lado, en el proyecto educativo de la universidad Icesi, tiene como capacidad central la autonomía, desarrollando en ella las competencias de: creatividad, relaciones



interpersonales significativas, propósitos de vida reflexionados y valiosos y, aprendizaje individual permanente. Este aspecto es más amplio desde el punto de vista institucional, es decir, a nivel de la universidad Icesi, el cual se podría analizar en una futura investigación.

### ***Evaluación formativa***

Analizar el componente por medio de una sola sesión de clase, no se puede evidenciar ni inferir que se esté desarrollando una evaluación formativa, en los documentos investigados no desglosan en específico qué se entiende por evaluación formativa, pero entendamos evaluación formativa como aquellos procesos de evaluación que tenga como objetivo primordial el de perfeccionar los procesos de enseñanza-aprendizaje que se desarrollan, Mínguez et al. (2019).

El único indicador que conforma el este componente es:

**Observación sistemática del progreso cognitivo de los estudiantes.** No se pudo evidenciar una observación sistemática por parte del profesor ya que todo el tiempo se encuentra en contacto activo con el grupo de estudiantes y no se perciben momentos en los cuales pueda llevar un registro de los avances del aprendizaje de los alumnos o el cambio de conducta de los mismo. Para dar cuenta de este indicador se hace necesario revisar a largo plazo las clases del profesor. No obstante, se podría decir, que este indicador se cumple parcialmente, porque en la medida que el profesor pregunta, interviene o conversa con los estudiantes, trata de que ellos logren entender el objeto de estudio y en algunos casos específicos, le reitera la pregunta al estudiante que no entendía para ver si ya había logrado comprender el tema, también se evidencia que el profesor vuelve sobre algunos conceptos que no han quedado claro a algunos de los estudiantes, lo que permite ver que el profesor tiene presente las dificultades de los estudiantes.

## Conclusiones

La investigación realizada muestra los aspectos teóricos de la faceta interaccional propuesta por el Enfoque Onto-Semiótico (EOS). El EOS se compone por cinco grupos: 1. Sistema de prácticas (operativas, discursivas y normativas), 2. Configuración de objetos y procesos matemáticos, emergentes e intervinientes en las prácticas matemáticas. 3. Configuración didáctica. 4. La dimensión normativa y 5. Idoneidad didáctica. Los cuales son herramientas que se requieren en el Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) cuyas dimensiones que lo enmarcan son: 1. matemática, 2. metadidáctico-matemática y 3. Didáctica, Esta última, contiene seis facetas que hacen parte de la configuración didáctica y cada una de ellas se divide en categorías y subcategorías, y una de ellas es la faceta interaccional. El estudio de todas las facetas es bastante arduo y complejo, se necesitarían otros elementos y más sesiones de clase.

En este sentido se puede describir las características que de la faceta interaccional que desarrolla el profesor de matemáticas en el marco de una clase de Álgebra y Funciones de la universidad Icesi:

Con respecto a la interacción docente-estudiante, se observa que en el desarrollo de la clase hay una interacción activa y constante entre el profesor y los estudiantes, estos dos actores, en la totalidad de la clase fueron protagonistas, es decir, ambos eran transmisores y receptores activos, aunque no faltan algunos casos, donde el estudiante no quiere participar y se queda en la posición de receptor pasivo (tres casos). Por otro lado, se percibe que el profesor reconoce y resuelve apropiadamente los conflictos conceptuales que presentan los estudiantes en clase, dando a una discusión organizada y coherente donde llegan a acuerdos de conclusiones de manera conjunta. Igualmente, promueve el diálogo, la participación, el respeto al otro, el uso

de herramientas o instrumentos de aprendizaje. No obstante, el docente, no hace una adecuada introducción al objeto de estudio, esto puede suceder, por la forma que está diseñada la clase a partir del instrumento de trabajo que corresponde a la Ruta. Pero, esto no debería ser justificación, al inicio de la clase debe haber una contextualización de lo que se va a desarrollar y trabajar en la clase. Por lo tanto, el indicador de interacción profesor-estudiante se desarrolló parcialmente.

Desde el componente de la interacción entre estudiantes, se cumplió en su totalidad, el profesor promovió activamente el diálogo y la comunicación entre sus estudiantes, siempre tratando de integrar a todos. No se evidenciaron momentos donde algún estudiante fuera excluido por sus compañeros.

Por otra parte, tanto en el componente de la autonomía como en la evaluación formativa se cumplieron parcialmente. Aunque se ven momentos en que el profesor se da cuenta que el estudiante está explorando y validando procesos desde su misma autosuficiencia, esto no implica que el docente esté llevando registro o una observación sistemática de los procesos cognitivos de los estudiantes. Para ello, se necesitaría observar más sesiones de clase y ser un observador participante para no perder tanto detalle.

Finalmente, se puede concluir que el profesor observado tiene una idoneidad interaccional parcial.

Por lo tanto, estos resultados abren puertas para futuras investigaciones de las otras facetas y analizar si hay una articulación entre ellas, y así, poder concluir que el modelo pedagógico de la universidad en el área de matemáticas. Visto desde el modelo del CDM es efectivo.

### **Recomendaciones**

Para tener mayor evidencia, de que un profesor de Álgebra y Funciones cumple a cabalidad con la faceta interaccional del CDM, es necesario observar más sesiones de clase y en un continuo acompañamiento y seguimiento del proceso de planeación y ejecución de las clases; conocer los materiales, los recursos e instrumentos que tiene en cuenta para la evaluación de sus estudiantes, ya sea numérica o cualitativa.

También sería interesante, analizar las otras facetas, no solo en un contenido en específico sino, en todo el curso, y de esta manera, poder articular el modelo CDM con el modelo de Aprendizaje Activo y analizar si el curso de Álgebra y Funciones es efectivo bajo el modelo CDM.

## Referencias

- Aloiso, A., HERNANDEZ SUAREZ, C. A., & Prada Nuñez, R. (2021). Conocimiento didáctico-matemático en docentes de básica y media. *Boletín Redipe*, 10(6 (2021)), 259-273.
- Breda, A., Pino-Fan, L. R., & Font, V. (2017). Meta didactic-mathematical knowledge of teachers: criteria for the reflection and assessment on teaching practice. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 13(6), 1893-1918.
- Castro, W. F., Pino-Fan, L. R., & Parra-Urrea, Y. (2018). El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático de los profesores: Nuevas perspectivas y horizontes para la formación docente. *RECME-Revista Colombiana de Matemática Educativa*, 3(2), 25-25.
- de la Educación, E. D. C. proyecto educativo institucional.
- Escobar Gutiérrez, D. P. (2017). Didáctica universitaria y configuraciones didácticas, bases para la formación en la educación superior. *El toldo de Astier*, 8(15), 60-70.
- Franke, M. L., Kazemi, E., & Battey, D. (2007). Mathematics teaching and classroom practice. *Second handbook of research on mathematics teaching and learning*, 1(1), 225-256.
- Galaz & Weil (2014). Concepciones del profesorado universitario acerca de la ciencia y su aprendizaje y cómo abordan la promoción de competencias científicas en la formación de futuros profesores de Biología. *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas*, 51-81.
- Giacomone, B., Godino, J. D., & Beltrán-Pellicer, P. (2018). Desarrollo de la competencia de análisis de la idoneidad didáctica en futuros profesores de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 44.

Godino, J. D. (2013). Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. *Cuadernos de investigación y formación en educación matemática*, 111-132.

Godino, J. D., Batanero, C., Rivas, H., & Arteaga, P. (2013). Componentes e indicadores de idoneidad de programas de formación de docentes en la educación matemática. *REVEMAT: Revista Electrónica de matemática*, 8(1), 46-74.

Godino, J., Font, V., Wilhelmi, M., & Lurduy, O. (2009). Sistemas de prácticas y configuraciones de objetos y procesos como herramientas para el análisis semiótico en educación matemática. Recuperado de [http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sistemas%20semioticos\\_%2024junio2009.pdf](http://www.ugr.es/~jgodino/eos/sistemas%20semioticos_%2024junio2009.pdf).

Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C., & Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113

González, J. (2014) *El aprendizaje activo y la formación universitaria*. 2da. Edición. Universidad Icesi.

Hummes, V. B., Font, V., & Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*, 21(1), 64-82.

Llinares, S. (2011). Formación de profesores de matemáticas. Caracterización y desarrollo de competencias docentes. In *XIII Conferencia Interamericana de Educación Matemática* (pp. 1–9). Recife.

Martínez Galaz, Carolina; González Weil, Corina. "Concepciones del profesorado universitario acerca de la ciencia y su aprendizaje y cómo abordan la promoción de competencias científicas en la formación de futuros profesores de Biología". *Enseñanza de las ciencias: revista de investigación y experiencias didácticas* [online], 2014, Vol. 32, Núm. 1, p. 51-81. <http://www.raco.cat/index.php/Ensenanza/article/view/287508> [Consulta: 18-04-18].

Mínguez, M. L. M., Prados, L. M., Boza, C. N., & Ortiz, D. C. (2019). Percepciones de estudiantes y docentes: evaluación formativa en proyectos de aprendizaje tutorados. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 12(1), 59-84.

Morales-López, Y., & Moll, V. F. (2019). Valoración realizada por una profesora de la idoneidad de su clase de matemáticas. *Educação e Pesquisa*, 45

Murillo, F. J., Payeta, A. M., Martín, I. M., Lara, A. J., Gutiérrez, R. C., Sánchez, J. C. S., & Moreno, R. V. (2013). Estudio de casos.

Oviedo, T., & Pino-Fan, L. R. (2017). El conocimiento didáctico-matemático en las facetas epistémica e interaccional de profesores peruanos sobre la noción de función: ejemplificando con un estudio de caso.

Oviedo, T. (2018). Análisis de las dimensiones matemática y didáctica del conocimiento Didáctico-Matemático de profesores peruanos sobre la noción de función.

Ruiz, M. Á. G., & Serra, V. Q. (2017). Coevaluación o evaluación compartida en el contexto universitario: la percepción del alumnado de primer curso. *Revista Iberoamericana de Evaluación Educativa*, 10(2), 9-30.

Pérez, P. R. Á. (2013). La función tutorial del profesorado universitario: una nueva competencia de la labor docente en el contexto del EEES. *Revista portuguesa de pedagogía*, 85-106.

Pino-Fan, L. R., & Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109.

Sepúlveda Delgado, O. (2018). El conocimiento didáctico-matemático del profesor universitario.

Ventura, A. C. (2016). ¿Enseño como aprendí?: el rol del estilo del aprendizaje en la enseñanza del profesorado universitario. *Aula abierta* 44, 91 - 98 .