

Taller #3
Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Monitores: Hernán Betancur

David Valencia

Notas:

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller es para ser entregado entre las 8:30 am y 9:30 am del 5 de febrero en mi oficina.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

En una pequeña República Caribeña, un econometrista estimó el siguiente empleando datos anuales para el período 1966 - 1998:

$$B_t = 0.1728 Y_t \quad (1)$$

(0.0289)

Donde B_t y Y_t representan el rendimiento del índice de la bolsa de valores (medido en puntos porcentuales) y el crecimiento porcentual del PIB (medido en puntos porcentuales), respectivamente. Entre paréntesis se reporta el correspondiente error estándar. Además encontró que:

$$\sum_{t=1966}^{1998} (Y_t)^2 = 335340 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t^2 = 18984.3 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t Y_t = 57937.72 \quad S^2 = 260.18$$

1. A partir de esta información:
 - a. Interprete el coeficiente estimado
 - b. Determine si dicho coeficiente es significativo o no
2. De acuerdo a la información disponible,
 - a. Construya el máximo número de elemento de la tabla ANOVA
 - b. De ser posible, determine que tan buena es la regresión. Explique en cualquier caso su respuesta.
3. Siguiendo con la información de las preguntas anteriores,
 - a. Calcule cual es el rendimiento promedio que se encuentra en la muestra.
 - b. ¿Cuál sería el rendimiento esperado para un año en el que el crecimiento económico fuera del 10%? Presente estimaciones puntuales y un intervalo de confianza del 99%. Interprete sus resultados.

Para el modelo $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$, y una muestra de 22 observaciones se encuentra que:

$$\text{Var}(X) = 40; \quad \text{Var}(Y) = 15; \quad \text{Cov}(X, Y) = 20; \quad \bar{X} = 12; \quad \bar{Y} = 12$$

4. A partir de esta información,
 - a. Estime los coeficientes y determine si la pendiente es o no significativa. Explique su decisión.
 - b. Encuentre el R^2 e interprételo.
5. Ahora suponga que Y_t representa el consumo de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994:
 - a. Suponga además que $X_t = \frac{1}{-C_t}$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.
 - b. Ahora suponga que $X_t = C_t^2$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.
 - c. Ahora suponga que $X_t = \frac{1}{-\ln(C_t)}$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.
6. Suponga que tenemos los siguientes resultados:

$$\hat{y}_t = 300 + 6w_t \quad R^2 = 0.85 \quad (2)$$

Donde $w_t = (x_t/x_{t-1})$. Suponga ahora que la regresión es corrida de nuevo pero w_t se expresa en términos de cambios porcentuales. Es decir, no se emplea w_t sino $w_t^* = 100(x_t - x_{t-1})/x_{t-1}$. ¿Qué resultados esperaría usted obtener? ¿Cuáles serían los coeficientes estimados en este caso? Sea lo más claro posible.

Taller #3

Respuestas Sugeridas
Econometría 06169

Profesor: Julio César Alonso

Monitores: Hernán Betancur
David Valencia

Notas:

- Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado entre las 8:30 am y 9:30 am del 5 de febrero en mi oficina.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.

En una pequeña República Caribeña, un econometrista estimó el siguiente empleando datos anuales para el período 1966 - 1998:

$$B_t = 0.1728 Y_t \quad (1)$$

(0.0289)

Donde B_t y Y_t representan el rendimiento del índice de la bolsa de valores (medido en puntos porcentuales) y el crecimiento porcentual del PIB (medido en puntos porcentuales), respectivamente. Entre paréntesis se reporta el correspondiente error estándar. Además encontró que:

$$\sum_{t=1966}^{1998} (Y_t)^2 = 335340 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t^2 = 18984.3 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t Y_t = 57937.72 \quad S^2 = 260.18$$

1. A partir de esta información:

a. Interprete el coeficiente estimado

Un aumento de un punto porcentual en el crecimiento del PIB provocará un aumento de 0.1728 puntos porcentuales en el rendimiento del índice de la bolsa de valores.

b. Determine si dicho coeficiente es significativo o no

En este caso tenemos que:

$$t = \frac{\hat{\beta}_2}{s_{\hat{\beta}_2}} = 5.979$$

Al comparar este t calculado con el t de la tabla con 31 grados de libertad y un nivel de significancia del 1%, se puede concluir que el coeficiente es estadísticamente diferente de cero.

2. De acuerdo a la información disponible,

a. Construya el máximo número de elementos de la tabla ANOVA

Una tabla ANOVA viene dada por:

Tabla 1. Estructura de la Tabla ANOVA en general

Fuente de Variación	SS	Grados de Libertad	MS
Regresión	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1	
Residuo (Error)	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	n-2	S^2
Total	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	n-1	

Dado que:

$$S_{\hat{\beta}_2}^2 = \frac{1}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} S^2 = \frac{260.8}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} = (0.0289)^2$$

Entonces

$$\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2 = 312256.798$$

Además, El SSE será igual a $(n-2)S^2 = 31 \cdot 260.8$. Así, la tabla Anova será:

Tabla 2. Tabla ANOVA calculada

Fuente de Variación	SS	Grados de Libertad	MS
Regresión	###	1	##
Residuo (Error)	8,084.80	31	260.8
Total	312,256.80	32	

= no existe suficiente información para calcular este número

Noten, que dado que el modelo no tiene intercepto, entonces no se cumple que el $SSR+SSE=SST$. Y dado que no existe información directa del valor estimado, por tanto no podemos calcular el SSR ni el MSR.

- b. De ser posible, determine que tan buena es la regresión. Explique en cualquier caso su respuesta.

En este caso no es posible calcular el coeficiente de determinación (R^2), pues al no tener intercepto el modelo, será imposible determinar la información necesaria. Así mismo, el coeficiente de determinación no tiene sentido cuando no existe intercepto en el modelo.

3. Siguiendo con la información de las preguntas anteriores,
 - a. Calcule cual es el rendimiento promedio que se encuentra en la muestra.

Esta media se puede determinar fácilmente, pues:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{t=1}^n (B_t - \bar{B})(Y_t - \bar{Y})}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{t=1}^n Y_t B_t - n \cdot \bar{Y} \cdot \bar{B}}{\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2} = \frac{57937.72 - 33 \cdot 26.448 \cdot \bar{B}}{312256.798} = 0.1728$$

$$\bar{B} = 4.56$$

- b. ¿Cuál sería el rendimiento esperado para un año en el que el crecimiento económico fuera del 10%? Presente estimaciones puntuales y un intervalo de confianza del 99%. Interprete sus resultados.

En este caso tendremos que: $\hat{B}_t = 0.1728 \cdot 10 = 1.728$. Es decir se esperará que en promedio el rendimiento de la bolsa será de 1.728 puntos porcentuales. Para el cálculo del intervalo de confianza del 99% será necesario conocer la media del crecimiento del PIB. Esto se puede encontrar fácilmente, pues:

$$\sum_{t=1}^n (Y_t - \bar{Y})^2 = \sum_{t=1}^n Y_t^2 - n \bar{Y}^2 = 335340 - 33 \bar{Y}^2 = 312256.798$$

$$\bar{Y} = 26.448$$

Así, el intervalo de confianza para este valor esperado será:

$$\hat{B}_t \pm t_{\alpha/2, n-2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(Y_p - \bar{Y})^2}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}} = 1.728 \pm t_{0.05, 33-2} \cdot \sqrt{260.18} \cdot \sqrt{\frac{1}{33} + \frac{(10 - 26.448)^2}{312256.798}}$$

$$= 1.728 \pm t_{0.05, 33-2} \cdot \sqrt{260.18} \cdot \sqrt{0.031} = 1.728 \pm 2.04 \cdot 16.307 = 1.728 \pm 33.918 = [-32.19, 35.646]$$

Noten que el intervalo contiene a cero, por tanto no existe suficiente evidencia para rechazar la hipótesis de que el valor esperado del rendimiento de la bolsa será cero (con un 99% de confianza)

Para el modelo $Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t$, y una muestra de 22 observaciones se encuentra que:

$$\text{Var}(X) = 40; \quad \text{Var}(Y) = 15; \quad \text{Cov}(X, Y) = 20; \quad \bar{X} = 12; \quad \bar{Y} = 12$$

4. A partir de esta información,
 - a. Estime los coeficientes y determine si la pendiente es o no significativa. Explique su decisión.

En este caso la ecuación estimada corresponde a: $\hat{Y} = 6.0 + 0.5X$

Así mismo, es fácil mostrar que $se(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{105/(22-2)}{21 \cdot 40}} = 0,00625$. Por tanto, el correspondiente t calculado será 6.32. Al comparar este coeficiente estimado con el valor crítico de 2.086 (con 5% de significancia y 20 grados de libertad) se puede rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes son iguales a cero. Es decir la pendiente es estadísticamente significativa.

b. Encuentre el R^2 e interprételo.

Se puede mostrar fácilmente que: $SST = 315$; $SSR = 210$ y $SSE = 105$. Por tanto el R^2 será 0.67. Esto quiere decir que la variable x permite explicar el 67% de la variación de la variable dependiente.

5. Ahora suponga que Y_t representa el consumo de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994:

a. Suponga además que $X_t = \frac{1}{-C_t}$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{-C_t} + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 (-C_t^{-1}) + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 - \beta_1 C_t^{-1} + v_t$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = \frac{1}{C^2} \beta_1$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = \frac{1}{C} \beta_1$$

$$\frac{\partial Y}{\Delta \% C} = \frac{1}{100C} \beta_1$$

Ante un aumento de un 1% en la renta, el consumo aumentará en $\frac{1}{100C} \beta_1$.

β_0 representa el nivel de consumo que no depende de la renta, en este caso el consumo autónomo.

b. Ahora suponga que $X_t = C_t^2$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.

c.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 C_t^2 + v_t$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = 2\beta_1 C$$

Ante un aumento de una unidad en la renta, el consumo aumentara en $2\beta_1 C$. β_0 representa el nivel de consumo que no depende de la renta, en este caso el consumo autonomo.

- d. Ahora suponga que $X_t = \frac{1}{-\ln(C_t)}$, donde C_t es el ingreso de los hogares medido en miles de millones de pesos constantes de 1994. De acuerdo a esto, interprete los coeficientes estimados.

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 \left(-\frac{1}{\ln(C_t)} \right) + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 - \beta_1 \left(\frac{1}{\ln(C_t)} \right)_t + v_t$$

$$Y_t = \beta_0 - \beta_1 (\ln(C_t))^{-1} + v_t$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = \beta_1 (\ln(C_t))^{-2} \left(\frac{1}{C_t} \right)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = \left(\frac{\beta_1}{(\ln(C_t))^2 C_t} \right)$$

$$\frac{\partial Y}{\partial C} = \left(\frac{\beta_1}{100(\ln(C_t))^2} \right)$$

$$\frac{\partial Y}{\Delta \% 100} = \frac{\beta_1}{(\ln(C_t))^2}$$

6. Suponga que tenemos los siguientes resultados:

$$\hat{y}_t = 300 + 6w_t \quad R^2 = 0.85 \quad (2)$$

Donde $w_t = (x_t / x_{t-1})$. Suponga ahora que la regresión es corrida de nuevo pero w_t se expresa en términos de cambios porcentuales. Es decir, no se emplea w_t sino $w_t^* = 100(x_t - x_{t-1}) / x_{t-1}$. ¿Qué resultados esperaría usted obtener? ¿Cuáles serían los coeficientes estimados en este caso? Sea lo más claro posible.

$$X_t = \frac{W_t}{W_{t-1}}$$

Partiendo de que $X_t^* = 100 \frac{W_t}{W_{t-1}} - 100$ podemos entonces tomar X_t^* y reemplazarlo en la

$$X_t^* = 100X_t - 100$$

fomula del estimador para $\hat{\beta}_2$ por lo que tenemos:

$$\begin{aligned}\beta_2 &= \frac{\sum (100x_i y_i - 100y_i) - n(100\bar{x} - 100)\bar{y}}{\sum (100x_i - 100)^2 - n(100\bar{x} - 100)^2} \\ &= \frac{100\sum x_i y_i - 100\sum y_i - n100\bar{x} \cdot \bar{y} + 100n\bar{y}}{\sum 100^2(x_i - 1)^2 - n100^2\bar{x}^2 + 2n100^2\bar{x} - n100^2} \\ &= \frac{100\sum x_i y_i - 100n\bar{y} - n100\bar{x} \cdot \bar{y} + 100n\bar{y}}{100^2(\sum x_i^2 - 2\sum x_i + 1) - n\bar{x}^2 + 2n\bar{x} - n} \\ &= \frac{100(\sum x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y})}{100^2(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)} \\ &= \frac{100(\sum x_i y_i - n\bar{x} \cdot \bar{y})}{100^2(\sum x_i^2 - n\bar{x}^2)}\end{aligned}$$

Como puede verse, dicho resultado puede expresarse como:

$$\hat{\beta}_2^* = \frac{1}{100} \hat{\beta}_2$$

$$\hat{\beta}_1^* = \bar{y} - \hat{\beta}_2^* \bar{x}$$

$$\hat{\beta}_1^* = \bar{y} - \hat{\beta}_2^* (100\bar{x} - 100)$$

$$\hat{\beta}_1^* = \bar{y} - \frac{\hat{\beta}_2}{100} 100\bar{x} + \frac{\hat{\beta}_2}{100} 100$$

$$\hat{\beta}_1^* = (\bar{y} - \hat{\beta}_2 \bar{x}) + \hat{\beta}_2$$

$$\hat{\beta}_1^* = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2$$

siguientes el estimador para $\hat{\beta}_1$

en este caso, $\hat{\beta}_2$ seria igual a $\frac{6}{100} = 0.06$ y $\hat{\beta}_1$ es igual a 306

La primera linea representa el estimador para $\hat{\beta}_2$ y las