

Cienfi centro de
investigación
en economía
y finanzas



6^{ta}
Edición

Técnicas de
Medición
económica

Metodología y aplicaciones en Colombia

Eduardo Lora y Sergio I. Prada



5 . ÍNDICES DE PRECIOS Y CANTIDADES

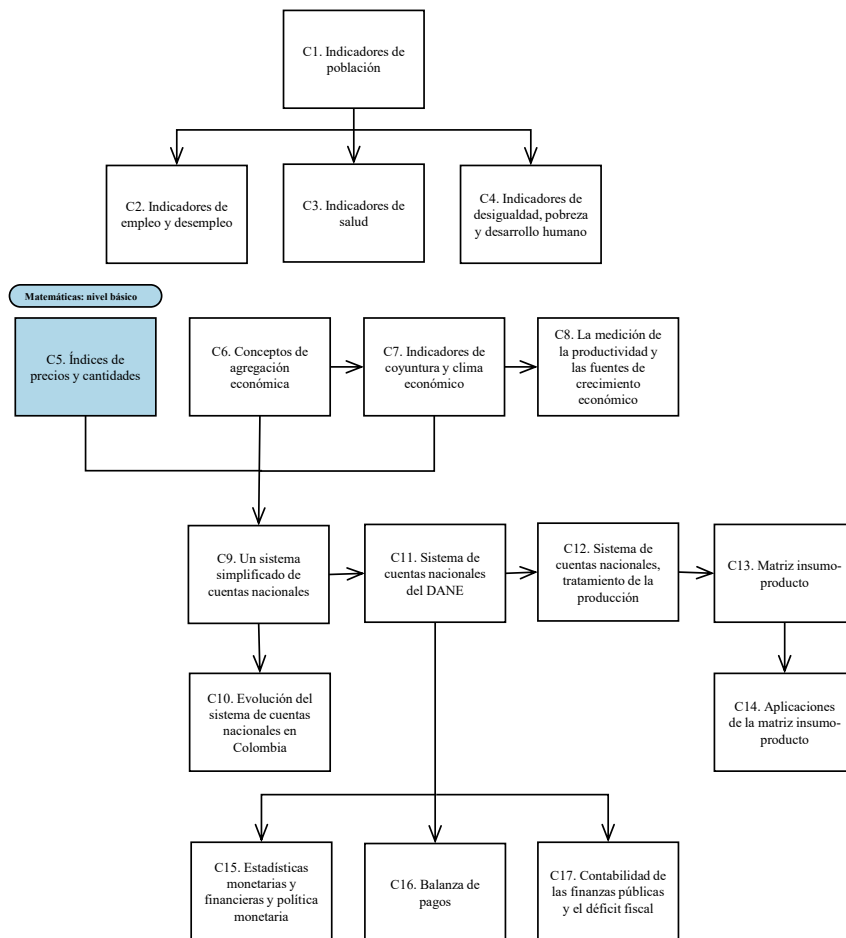
Objetivos del capítulo

Al finalizar este capítulo, el lector estará en capacidad de:

- Entender qué son los números índices y por qué se necesitan.
- Identificar las propiedades básicas de los índices simples y de los índices compuestos de precios y cantidades.
- Comprender las relaciones y las diferencias que existen entre los diferentes tipos de índices (en especial los de Laspeyres y Paasche).
- Entender el uso de los índices de precios como deflatores
- Estar en capacidad de hacer enganches de series en precios constantes.
- Conocer la forma como se calcula el índice de precios al consumidor y saber interpretar los resultados.
- Conocer los métodos de cálculo de los índices de precios al productor.
- Entender el concepto y las formas de medición de los precios relativos.
- Estar en capacidad de construir e interpretar índices de la tasa de cambio real.
- Entender el concepto de tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo y sus aplicaciones.
- Familiarizarse con las fuentes de todos estos indicadores.

Prerrequisitos: ninguno.

Nivel de matemáticas requerido: básico.



La evolución de las variables económicas a valores corrientes es el efecto combinado de los cambios que experimentan los precios y las cantidades reales. Por consiguiente, para determinar las variaciones “reales” a través del tiempo, es preciso aislar las variaciones de precios. El problema que se enfrenta en esta descomposición radica en que, cuando se trabaja con agregados económicos, no es posible separar los precios absolutos y las cantidades absolutas. Aunque ello podría hacerse para productos individuales, los precios y cantidades no podrían sumarse entre sí para obtener “el precio” y “la cantidad” del agregado. Pero, a pesar de que no pueden establecerse los precios y las cantidades *absolutas* de una variable agregada, sí es posible descomponer sus variaciones de valor en *cambios* de precios y *cambios* de cantidades. Éste es el principal propósito de los números índices. En la primera sección de este capítulo se estudian los principios de construcción y las propiedades básicas de los índices con base en algunos ejemplos de la vida real. En la segunda sección se discuten las aplicaciones más importantes de los números índices en el manejo de series de tiempo. La tercera sección reseña la metodología en la que se basan los índices de precios al consumidor y al productor, que constituyen los indicadores más usuales de la inflación en Colombia. El capítulo termina con una sección sobre los indicadores de precios relativos más utilizados, como son el índice de la tasa de cambio real y la tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo.

Los principios de construcción de índices de precios y cantidades que se presentan en este capítulo tienen muchos otros usos, algunos de los cuales se estudian en otros capítulos.

Un índice es la relación entre el valor de una variable en un periodo t_1 con respecto a un periodo base t_0 .

5.1 Construcción y propiedades de los índices

5.1.1 Índices simples y propiedades básicas

La comparación a través del tiempo de los valores que toma una variable puede facilitarse con el uso de un número índice. Un índice simple se obtiene en forma directa como el cociente entre el período considerado y el que se toma como base multiplicado por 100. Sin embargo, el resultado se expresa usualmente en valores absolutos (ignorando el porcentaje). La diferencia con respecto a 100 es el porcentaje de variación respecto al período base.

Todo índice simple reúne las propiedades de identidad, reversibilidad y transitividad. La *propiedad de identidad* consiste en que el índice toma un valor unitario (o de 100%) para el período que se toma como base. La *propiedad de reversibilidad* se cumple cuando el índice de base a , calculado para el período b , $I_{\frac{b}{a}}$, es igual al inverso del índice de base b , calculado para el periodo a , $I_{\frac{a}{b}}$,

Todo índice simple reúne las propiedades de identidad, reversibilidad y transitividad. Estas propiedades son de gran importancia para la construcción de índices más complejos.

$$I_{\frac{b}{a}} = \frac{1}{I_{\frac{a}{b}}}$$

La *propiedad de transitividad*, que es aplicable a tres o más observaciones de la variable, consiste en que el índice para un período es igual al producto de los índices entre los sub-períodos componentes:

$$I_a^c = I_b^c \times I_a^b$$

Ejemplo 5.1

El Cuadro 5.1 representa el estado de las exportaciones de café en Colombia desde 2015. A manera de ejemplo, se observa un cambio de 753,247 toneladas métricas en 2019 a 647,962 en 2024, lo que implicó una variación del -13.98%. Lo cual es exactamente equivalente a decir que el índice de volumen de exportaciones de café con base en el año 2019 se situó en 86.02 en el año 2024.

Cuadro 5.1
Exportaciones de café
(volumen e índices, 2015-2024)

Año	Toneladas métricas	Índice de volumen de exportación (2021=100)	Índice de volumen de exportación (2019=100)
2015	711,110	103.80	94.41
2016	732,967	106.99	97.31
2017	710,440	103.70	94.32
2018	710,836	103.76	94.37
2019	753,247	109.95	100.00
2020	693,071	101.17	92.01
2021	685,073	100.00	90.95
2022	624,808	91.20	82.95
2023	575,804	84.05	76.44
2024	647,962	94.58	86.02

Fuente: DANE. Cálculos propios.

Como puede comprobarse, los índices simples cumplen con las tres propiedades mencionadas previamente. La condición de identidad es una consecuencia de la forma de construcción de los índices (el índice base 2019 toma el valor de 100 en 2019). Puede mostrarse también que hay reversibilidad, ya que el índice para 2021, base 2019 (90.95), es igual al inverso del índice opuesto (109.95). Igualmente, puede deducirse que se cumple la condición de transitividad, ya que el índice para 2024, base 2019 (86.02), puede obtenerse como el producto (tomados en su forma decimal) del índice para 2021, base 2019 (90.95), y del índice base 2021 para 2024 (94.58). Estas propiedades, que resultan triviales en los índices simples, son de gran importancia para la construcción de índices más complejos.

La inmensa mayoría de las variables económicas viene expresada en valores monetarios y no en cantidades físicas. Puesto que los valores monetarios de una serie son el resultado del efecto conjunto de las variaciones físicas y de precio, la combinación de los índices de precios y de volumen debe dar como resultado el índice de valor correspondiente. Esta propiedad de descomposición del valor, como se llamará en adelante, también la cumplen los índices simples, como se invita al lector a comprobarlo con las cifras del Cuadro 5.2. De paso, puede notarse que los índices tienen un margen de error de una décima, que resulta de las aproximaciones con un solo decimal. Sin embargo, esta pérdida de exactitud queda compensada con la mayor claridad y sencillez de los números índices frente a las cifras originales. Así, puede observarse que las fluctuaciones de precios han sido mucho más pronunciadas que los cambios en los volúmenes de producción, y que ni los precios ni las cantidades han tenido tendencias estables de aumento o disminución. No es igualmente fácil llegar a estas impresiones observando sólo las cifras en valores absolutos.

Un índice de valor (precio x cantidad) puede siempre descomponerse en un índice de precios y en un índice de cantidades.

Cuadro 5.2
Volumen, precios y valor de la producción de café

Año	Miles de dólares FOB	Toneladas métricas	Miles de dólares FOB/ton	Índice de volumen de exportación (2021=100)	Índice de precio (2021=100)	Índice de valor (2021=100)
2015	2,526,532	711,110	3.55	103.80	78.72	81.72
2016	2,417,692	732,967	3.30	106.99	73.09	78.20
2017	2,513,780	710,440	3.54	103.70	78.40	81.30
2018	2,267,511	710,836	3.19	103.76	70.68	73.34
2019	2,281,674	753,247	3.03	109.95	67.12	73.80
2020	2,446,598	693,071	3.53	101.17	78.22	79.13
2021	3,091,838	685,073	4.51	100.00	100.00	100.00
2022	3,962,320	624,808	6.34	91.20	140.52	128.15
2023	2,791,950	575,804	4.85	84.05	107.44	90.30
2024	3,393,409	647,962	5.24	94.58	116.04	109.75

Fuente: DANE. Cálculos propios.

5.1.2 Índices ponderados de precios

El análisis de las series originales en valores absolutos se hace más complicado cuando comprende un conjunto de productos. Si se desea establecer, de manera sintética, cuál ha sido la evolución de la producción o los precios de un grupo de productos, tratado en conjunto, se requiere pasar de las cifras producto por producto a medidas más agregadas. En esencia, un índice de precios de un conjunto de productos es un índice construido como un promedio ponderado de los precios de los productos individuales, donde las ponderaciones son las cantidades de los productos en un año determinado. De forma semejante, un índice de cantidades de un conjunto de productos es un índice construido como un promedio ponderado de las cantidades de los productos individuales, donde las ponderaciones son los precios en un año determinado. Antes de expresar formalmente estas definiciones es útil acudir a un ejemplo para entender el concepto.

Todo índice compuesto (precio x cantidad) utiliza ponderaciones para agregar sus componentes.

Ejemplo 5.2

Cuadro 5.3
Volumen, precios y valor de la canasta de exportaciones tradicionales

Categoría	Exportaciones tradicionales				Total
	Café	Carbón	Petróleo y sus derivados	Ferróníquel	
2021					
Miles de dólares FOB	3,091,838	5,652,258	13,514,410	528,447	22,786,955
Toneladas métricas	685,073	59,632,793	31,043,175	108,537	91,469,579
Miles de dólares FOB/ton	4.51	0.09	0.44	4.87	
2022					
Miles de dólares FOB	3,962,319	12,288,826	18,724,034	908,437	35,883,618
Toneladas métricas	624,807	60,935,029	31,133,775	144,008	92,837,621
Miles de dólares FOB/ton	6.34	0.20	0.60	6.31	
2023					
Miles de dólares FOB	2,791,949	9,163,264	15,836,355	637,336	28,428,906
Toneladas métricas	575,803	60,294,823	32,834,117	146,426	93,851,171
Miles de dólares FOB/ton	4.85	0.15	0.48	4.35	
2024					
Miles de dólares FOB	3,393,408	7,106,629	15,023,840	542,146	26,066,026
Toneladas métricas	647,961	64,620,921	31,762,281	151,519	97,182,685
Miles de dólares FOB/ton	5.24	0.11	0.47	3.58	

Fuente: DANE. Cálculos propios.

Considérese la información del Cuadro 5.3, que se refiere a los volúmenes, precios y valores de los productos tradicionales de exportación en Colombia. Podrían construirse índices con base en los totales, o con base en los promedios simples de los productos. Esta alternativa tendría alguna validez para los datos de producción física, dado que todos se

encuentran expresados en una unidad común y la agregación tiene un significado claro. Sin embargo, este método de calcular un índice de cantidades no es viable cuando se tienen productos heterogéneos, que no pueden reducirse a unidades físicas comunes. De otra parte, tampoco es totalmente adecuada para fines económicos, ya que asigna la misma importancia a una tonelada de cualquier producto, al margen de que sus valores puedan ser muy diferentes. La misma crítica puede hacerse a un índice de precios basado en los promedios de los cuatro productos, ya que se estaría dando igual importancia al precio del café que al precio del carbón, cuyos volúmenes de producción son muy distintos. Estos índices basados en los promedios simples o en los totales tampoco permitirían deducir en qué medida las variaciones en el valor total de las exportaciones de productos tradicionales se deben a cambios en los volúmenes producidos y en qué medida a mayores precios.

Para salvar las deficiencias observadas en el ejemplo anterior es preciso construir índices ponderados que asignen a cada observación un peso proporcional a su importancia. En la construcción de un índice de precios, las cantidades pueden utilizarse como ponderadores, y viceversa. A su vez, en cada caso existen dos alternativas básicas de ponderación, según se tomen las participaciones que correspondan al período base de construcción del índice o al período que se está comparando, que en adelante denominaremos “período corriente”.

Ejemplo 5.3

En el Cuadro 5.4 se presenta el método de cálculo del índice de precios de los productos de exportación tradicionales para 2023 con base en 2022, usando las ponderaciones según uno u otro año. En ambos casos, el método consiste en calcular el promedio ponderado de los precios en el año base y en el año corriente, y obtener el índice entre ambos. El promedio ponderado de los precios de los productos de exportación tradicionales en 2022 usando las ponderaciones de ese mismo año es 0.3849 USD FOB por tonelada métrica y 0.3871 USD FOB por tonelada métrica cuando se utilizan como ponderadores las participaciones de los productos en el período corriente. En este caso, se observa que las diferencias no son importantes.

De igual forma, pueden obtenerse los promedios ponderados de los precios en 2023. Finalmente, pueden calcularse los dos índices alternativos, en un caso comparando los precios ponderados por las participaciones del año base:

- **Índice de precios Laspeyres:**

$$IPL_{1/0} = \frac{\sum w_0 p_1}{\sum w_0 p_0} = \frac{0.2988}{0.3849} = 0.7763$$

y en otro comparando los precios ponderados por las participaciones del año corriente:

- **Índice de precios de Paasche:**

$$IPP_{1/0} = \frac{\sum w_1 p_1}{\sum w_1 p_0} = \frac{0.3008}{0.3871} = 0.7771$$

La simbología de estas fórmulas es sencilla: la expresión w se refiere a la ponderación, mientras que p a los precios y los subíndices 0 y 1 a los periodos relativos. El signo de sumatoria (\sum) implica que los índices involucran varios productos, pero debe notarse que no se utiliza ningún símbolo que los represente (los subíndices se refieren a los periodos). De paso, obsérvese que se ha omitido el símbolo de porcentaje, como lo haremos en lo sucesivo.

El índice que utiliza las ponderaciones del año base se conoce con el nombre de *Índice de Precios Laspeyres (IPL)* o de ponderaciones fijas, ya que utiliza las mismas participaciones del año base para cualquier año corriente (véase el Cuadro 5.4). El índice que utiliza las ponderaciones del año corriente se denomina *Índice de Precios Paasche (IPP)*, o de ponderaciones variables, puesto que en este caso las ponderaciones cambian cada año, aun cuando el índice se refiera a la misma base. Por ejemplo, si se deseara calcular el índice de precios Paasche para 2023 con base en 2022, se tomarían las participaciones de las cantidades en 2023, en lugar de las de 2022 del cálculo inicial.

Según hemos mostrado en el ejemplo, los índices arrojan resultados ligeramente diferentes de la variación de los precios de los productos tradicionales entre los dos años; pero no existe ningún criterio que permita decidir cuál de los dos valores es el más acertado. La teoría microeconómica sugiere que lo más probable es que la medida más adecuada de las variaciones de precios esté en algún punto intermedio entre los dos índices.¹ Por consiguiente, la elección del índice será determinada usualmente por razones de facilidad de cálculo, operatividad y consistencia con otras variables, como se observará más adelante.

¹Por ejemplo, si los índices de precios se utilizan como la medida de la compensación que tendrían que recibir los consumidores para mantener inalterada su utilidad ante un cambio de precios, el índice de Laspeyres implica una compensación excesiva respecto al nivel de utilidad del período inicial, porque no tiene en cuenta que el consumo se orientará más hacia los bienes cuyos precios relativos han disminuido, en tanto que el índice de Paasche implicará una compensación insuficiente por la razón contraria.

Cuadro 5.4
Cálculo de los índices de precios Laspeyres y Paasche para los productos de exportación tradicionales

Categoría	Exportaciones tradicionales				Total
	Café	Carbón	Petróleo y sus derivados	Ferróniquel	
2022					
Ponderación	0.0067	0.6564	0.3354	0.0016	1.0000
Miles de dólares FOB/ton	6.3400	0.2000	0.6000	6.3100	
2023					
Ponderación	0.0061	0.6425	0.3499	0.0016	1.0000
Miles de dólares FOB/ton	4.8500	0.1500	0.4800	4.3500	
Cálculo de los índices					
w0p0	0.0427	0.1313	0.2012	0.0098	0.3850
w0p1	0.0326	0.0985	0.1610	0.0067	0.2988
w1p0	0.0389	0.1285	0.2099	0.0098	0.3871
w1p1	0.0298	0.0964	0.1679	0.0068	0.3009

Fuente: Cálculos propios.

Las expresiones anteriores de ambos índices pueden reescribirse en términos de los precios y cantidades iniciales. Teniendo en cuenta que, para cada artículo y período la ponderación w es (recuérdese que, por facilidad, no se utiliza ningún símbolo que represente cada uno de los artículos):

$$w = \frac{q}{\sum q}$$

En consecuencia, para el Índice Laspeyres

$$IPL_{1/0} = \frac{\sum w_0 p_1}{\sum w_0 p_0} = \frac{\sum \frac{q_0}{\sum q_0} p_1}{\sum \frac{q_0}{\sum q_0} p_0} = \frac{\frac{1}{\sum q_0} \sum q_0 p_1}{\frac{1}{\sum q_0} \sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

De igual forma, para el Índice Paasche puede deducirse que

$$IPP_{1/0} = \frac{\sum w_1 p_1}{\sum w_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

Mientras que el *índice de Laspeyres* utiliza las mismas ponderaciones del año base para cualquier año corriente, el *índice de Paasche* utiliza las ponderaciones del año corriente en cada uno de los años.

Estas son las formas de los índices de precios para el cálculo a partir de valores agregados, en vez de promedios ponderados. Según este método, el índice de precios de Laspeyres puede obtenerse como el cociente entre la producción del año base valorada a los precios corrientes, y la misma producción valorada a sus propios precios. Por su parte, el índice de precios de Paasche resulta de comparar el valor de la producción del año corriente, a sus propios precios, con esa misma producción valorada a los precios del año base. Estas formas de cálculo parten de la misma información inicial utilizada en el **Cuadro 5.5**, pero son operacionalmente más simples, porque no requieren del cálculo inicial de los ponderadores w . De ahí que, en la práctica, se usen en lugar de las fórmulas iniciales.

No obstante, hay una tercera forma de expresar los índices, que resulta aún más conveniente de aplicar y que se obtiene modificando las últimas expresiones de la siguiente manera:

$$IPL_{1/0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_0 \frac{p_1}{p_0}}{\sum q_0 p_0}$$

✓

$$IPP_{1/0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_1 \frac{p_0}{p_1}}$$

Estas dos fórmulas muestran que los índices ponderados de precios pueden calcularse a partir de los valores de la producción de cada producto al precio del año correspondiente ($q_0 p_0$ y $q_1 p_1$) y de los *índices simples* de precios de cada producto ($\frac{p_1}{p_0}$ y $\frac{p_0}{p_1}$). La utilidad de estas expresiones se debe a que, en la práctica, es más común disponer de los índices (o las variaciones) de los precios de los diferentes artículos y de los agregados nominales de producción o ventas, que de datos separados de las cantidades físicas y los precios unitarios correspondientes.

Cuadro 5.5
Formas de cálculo de los números índices para el periodo i con base en el periodo 0

Clase de índice	Símbolo	Definición como cociente de agregados	Formas equivalentes como promedios ponderados ^[1]	A partir de índices individuales	Formas implícitas ^[2]
Laspeyres					
- Precios	$IPL_{i/0}$	$\frac{\sum q_0 p_i}{\sum q_0 p_0}$	$\frac{\sum w_0 p_i}{\sum w_0 p_0}$	$\frac{\sum q_0 p_0 \frac{p_i}{p_0}}{\sum q_0 p_0}$	
- Cantidades	$IQL_{i/0}$	$\frac{\sum p_0 q_i}{\sum p_0 q_0}$		$\frac{\sum p_0 q_0 \frac{q_i}{q_0}}{\sum p_0 q_0}$	
Paasche					
- Precios	$IPP_{i/0}$	$\frac{\sum q_i p_i}{\sum q_i p_0}$	$\frac{\sum w_i p_i}{\sum w_i p_0}$	$\frac{\sum q_i p_i}{\sum q_i p_i \frac{p_0}{p_i}}$	$\frac{1}{IPL_{0/i}}, \frac{IV_{i/0}}{IQL_{i/0}}$
- Cantidades	$IQP_{i/0}$	$\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_0}$		$\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_i \frac{q_0}{q_i}}$	$\frac{1}{IQL_{0/i}}, \frac{IV_{i/0}}{IPL_{i/0}}$

¹ La ponderación utilizada en los índices de precios se define como $w_0 = \frac{q_0}{\sum q_0}$ o, $w_i = \frac{q_i}{\sum q_i}$

² $IV_{i/0}$ es el índice definido como $\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_0}$

5.1.3 Índices ponderados de cantidades

Los mismos principios que rigen para la construcción de los índices de precios pueden aplicarse a los índices de cantidades. Pueden emplearse dos métodos de ponderación que dan lugar a los *índices de cantidades Laspeyres (IQL)* y *Paasche (IQP)*, que se expresan inicialmente a partir de valores agregados:

$$\sqrt{IQP_{(1/0)}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0}$$

Como se aprecia, el cálculo de los índices de cantidades consiste en valorar los volúmenes del año base y del año corriente a unos mismos precios. La aplicación de este método al ejemplo de la canasta de productos tradicionales de exportación puede verse en el ejemplo siguiente.

Ejemplo 5.4

Queremos calcular los índices de cantidades a partir de la información del Cuadro 5.6. Cuando las cantidades de producto se valoran a los precios iniciales, se encuentra que el valor del producto a precios constantes de 2022 pasó de 35,737,246 USD a 36,333,978 USD entre ese año y

2023, de lo cual se deduce un índice de cantidades de Laspeyres de 101.67, que implica una variación del -1.67% en la exportación de los productos tradicionales. Si la valoración se efectúa a los precios de 2023, se obtiene un índice de Paasche de 101.78 que implica una disminución del -1.78% en las cantidades producidas. Nuevamente, la diferencia en los dos cálculos es modesta, y no hay un criterio para decidir cuál de los dos cálculos es mejor.

Cuadro 5.6
Cálculo de los índices de cantidades Laspeyres y Paasche para los productos de exportación tradicionales

Categoría	Exportaciones tradicionales				
	Café	Carbón	Petróleo y sus derivados	Ferroníquel	Total
2022					
Toneladas métricas	624,807	60,935,029	31,133,775	144,008	92,837,621
Miles de dólares FOB/ton	6.34	0.20	0.60	6.31	
2023					
Toneladas métricas	575,803	60,294,823	32,834,117	146,426	93,851,170
Miles de dólares FOB/ton	4.85	0.15	0.48	4.35	
Cálculo de los índices					
q0p0	3,961,280	12,187,005	18,680,265	908,694	35,737,246
q0p1	3,030,317	9,140,254	14,944,212	626,437	27,741,221
q1p0	3,650,594	12,058,964	19,700,470	923,948	36,333,978
q1p1	2,792,647	9,044,223	15,760,376	636,953	28,234,200

Fuente: DANE. Cálculos propios.

- Índice de cantidades Laspeyres:

$$IQL_{1/0} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{35,737,246}{36,333,978} = 101.67$$

- Índice de cantidades Paasche:

$$IQP_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = \frac{28,234,200}{27,741,221} = 101.78$$

Como se señaló para los índices de precios, no existe ningún criterio *a priori* para decidir cuál de los dos índices es más acertado. Sin embargo, por razones prácticas el índice de cantidades de Laspeyres es más conveniente. Cuando se obtienen índices de cantidades para series de varios períodos con una misma base, el índice de Laspeyres tiene una gran ventaja sobre el de Paasche, por el hecho de que usa los mismos precios del año base para todos los períodos, ya

que ello permite comparar un período con otro cualquiera, con un significado preciso: las variaciones de cantidades a unos mismos precios. Por ejemplo, la comparación de los índices base 0 para los períodos 1 y 2 equivale a:

$$\frac{IQL_{(2/0)}}{IQL_{(1/0)}} = \frac{\frac{\sum p_0 q_2}{\sum p_0 q_0}}{\frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0}} = \frac{\sum p_0 q_2}{\sum p_0 q_1}$$

Podría argüirse que los precios del año 0 no corresponden a ninguno de los dos períodos en comparación, pero dicho argumento sólo tiene validez si se han experimentado cambios importantes en la estructura de precios, como posiblemente tiende a ocurrir en períodos largos de tiempo. Lo que esto quiere decir es que el índice de Laspeyres, de base fija, es una buena construcción para períodos cortos, pero no para períodos largos. Aunque el índice de Paasche tiene la ventaja aparente de que mantiene actualizadas sus ponderaciones, en la práctica ello resulta de poca utilidad, ya que en dicho índice no son válidas las comparaciones de períodos cruzados porque las cantidades de cada período se valoran a unos precios diferentes.

La conveniencia del índice de cantidades de Laspeyres puede verse también reescribiendo la expresión inicial en forma análoga a como se hizo con los índices de precios (véase Cuadro 5.5).

$$\checkmark IQL_{(i/0)} = \frac{\sum p_0 q_0 \frac{q_i}{q_0}}{\sum p_0 q_0}$$

Esta expresión muestra que el cálculo del índice para una serie de años ($i = 1, 2, \dots$) solamente requiere disponer de información para los diferentes artículos sobre los valores corrientes del año base, que se toman como ponderadores, y sobre los índices simples de cantidades. En cambio, para un índice Paasche,

$$IQP_{(i/0)} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_i q_i \frac{q_0}{q_i}}$$

se necesita información sobre los valores corrientes de todos los años de la serie, además de los índices simples de cantidades.

Los índices de cantidades de Laspeyres tienen, además, la propiedad de ser aditivos: pueden construirse índices de Laspeyres a partir de otros más desagregados, es decir,

$$IQL^*_{(i/0)} = \frac{\sum p_0 q_0 IQL_{(i/0)}}{\sum p_0 q_0}$$

En esta expresión, $p_0 q_0$ es el valor corriente del período base para cada uno de los índices componentes, construidos en la forma convencional. Los índices de

Paasche no son aditivos y, por tanto, no pueden agregarse para obtener índices de mayor cobertura.

Un índice compuesto de valor puede descomponerse en un índice de precios de Laspeyres y un índice de cantidades de Paasche, o viceversa.

5.1.4 Los índices ponderados y las propiedades básicas

Aparentemente los índices de Laspeyres superan ampliamente a los de Paasche en términos de facilidad de cálculo y operatividad. Sin embargo, conviene saber cuál de los dos cumple las propiedades básicas de identidad, reversibilidad, transitividad y descomposición de valor mencionadas en la sección 5.1.1. La primera propiedad la satisfacen ambos índices, y no requiere discusión. Respecto a la reversibilidad, puede mostrarse que es una propiedad de la cual carecen ambos índices. Por ejemplo, para el índice de precios de Laspeyres.

$$IPL_{(1/0)} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

$$IPL_{(0/1)} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_1 p_1}$$

$$IPL_{(1/0)} \neq \frac{1}{IPL_{0/1}}$$

Igual cosa ocurre con el índice de precios de Paasche:

$$IPP_{(1/0)} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

$$IPP_{(0/1)} = \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_1}$$

$$IPP_{(1/0)} \neq \frac{1}{IPP_{0/1}}$$

Sin embargo, si se combina un índice de Laspeyres con uno de Paasche, sí se cumple la condición de reversibilidad; es decir si se toma el índice de Laspeyres para el período 1, con base en el período 0, y el de Paasche base 1 para el período 0 (o viceversa).

$$IPL_{(1/0)} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

$$IPP_{(0/1)} = \frac{\sum q_0 p_0}{\sum q_0 p_1}$$

$$IPP_{(1/0)} = \frac{1}{IPL_{0/1}}$$

Por consiguiente, cualquiera de los dos índices podría verse como la forma inversa implícita del otro. No obstante, dado que los índices de Laspeyres reúnen una serie de ventajas operativas, como ya hemos visto, debe considerárseles como básicos, y a los de Paasche como implícitos. Debe notarse, asimismo, que la propiedad de reversibilidad se refiere a índices calculados con bases diferentes, y no a los obtenidos con una misma base en una serie de varios años, puesto que entre los datos de una misma serie rigen necesariamente las propiedades de los índices simples.

La tercera propiedad básica, de transitividad, tampoco la satisfacen los índices de Laspeyres ni de Paasche, como puede apreciarse en las siguientes expresiones:

$$IPL_{(2/1)} \times IPL_{(1/0)} = \frac{\sum q_1 p_2 \sum q_0 p_1}{\sum q_1 p_1 \sum q_0 p_0} \neq \frac{\sum q_0 p_2}{\sum q_0 p_0} = IPL_{(2/0)}$$

$$IPP_{(2/1)} \times IPP_{(1/0)} = \frac{\sum q_2 p_2 \sum q_1 p_1}{\sum q_2 p_1 \sum q_1 p_0} \neq \frac{\sum q_2 p_2}{\sum q_2 p_0} = IPL_{(2/0)}$$

En este caso, la combinación de los índices no da resultados con sentido, puesto que los índices que se obtienen no corresponden a ninguno de los iniciales. El hecho de que ningún índice cumpla la condición de transitividad implica que cuando dos series de bases diferentes se enganchan, cada una de las series componentes sigue referida a sus métodos de ponderación iniciales. En la sección siguiente discutiremos algunas de las implicaciones de este punto.

La propiedad de descomposición de valor, o de reversión factorial, exige que el producto del índice de precios y el de cantidades sea igual a un índice de valor. Aunque dicha propiedad no la poseen tampoco los índices de Laspeyres ni de Paasche aisladamente, sí se cumple cuando se combinan ambos, independientemente de cuál de los dos sea utilizado para los precios y cuál para las cantidades:

$$IPL_{(1/0)} \times IQP_{(1/0)} = \frac{\sum q_0 p_1 \sum p_1 q_1}{\sum q_0 p_0 \sum p_1 q_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = IV_{(1/0)}$$

$$IPP_{(1/0)} \times IQL_{(1/0)} = \frac{\sum q_1 p_1 \sum p_0 q_1}{\sum q_1 p_0 \sum p_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = IV_{(1/0)}$$

En consecuencia, aquí también uno de los dos índices puede verse como la forma implícita del otro. Por las razones ya señaladas, deben considerarse los de Paasche como la forma implícita (véase Cuadro 5.5).

$$IPP_{(1/0)} = \frac{IV_{(1/0)}}{IQL_{(1/0)}}$$

✓

$$IQP_{(1/0)} = \frac{IV_{(1/0)}}{IPL_{(1/0)}}$$

En conclusión, dado que los índices de Laspeyres no reúnen las propiedades básicas por sí solos, pero sí las de reversibilidad y descomposición de valor cuando se combinan con los de Paasche, ambos se mantienen en escena, los de Laspeyres como índices básicos y los de Paasche como conceptos derivados o implícitos.

Desde un punto de vista puramente formal, puede construirse un índice que reúne las propiedades de reversibilidad y descomposición de valor (aunque no la de transitividad) y que resulta de una combinación de los índices de Laspeyres y Paasche. Se trata del índice ideal de Fisher, que se obtiene como un promedio geométrico de los otros dos índices. Entonces, para el índice de precios y de cantidades, respectivamente,

$$IPF_{(1/0)} = \sqrt{IPL_{(1/0)} \times IPP_{(1/0)}} = \sqrt{\frac{\sum q_0 p_1 \sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0 \sum q_1 p_0}}$$

✓

$$IQF_{(1/0)} = \sqrt{IQL_{(1/0)} \times IQP_{(1/0)}} = \sqrt{\frac{\sum p_0 q_1 \sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0 \sum p_1 q_0}}$$

No obstante sus propiedades, cuya demostración se deja como ejercicio al lector, un índice de esta naturaleza tiene exigencias excesivas de información y procesamiento, lo cual lo hace inoperante. Además, no constituye un índice necesariamente más “correcto” que los anteriores desde un punto de vista teórico.

Un índice de valor de Fisher puede descomponerse como un índice de precios de Fisher y un índice de cantidades de Fisher.

5.2 Uso de los índices como deflatores y enganche de series

5.2.1 Los índices de precios como deflatores

El proceso de convertir a *precios constantes* una serie que se encuentra inicialmente en valores corrientes se denomina *deflacción*. Para deflactar el valor de una serie simple, como la exportación de café del comienzo de este capítulo (Cuadro 5.2), basta con dividir los valores de exportación en USD corrientes de cada año por el índice de precios con base en un año cualquiera. La serie que

se obtiene es el valor de la producción a precios constantes del año escogido. Si se calcula un índice de dicha serie, con base en el mismo año, puede verse que es idéntico al índice de volumen correspondiente (compárense los resultados del Cuadro 5.7 con las cifras del Cuadro 5.2).

El proceso de convertir a precios constantes una serie que se encuentra inicialmente en valores corrientes se denomina deflatación. Para eso sirven los índices de precios.

Cuadro 5.7
Cálculo del valor de la producción de café a precios constantes de 2019

Año	Miles de dólares FOB	Miles de dólares FOB (precios constantes base 2019)	Índice del valor de la producción en pesos constantes de 2019
2015	2,526,532	2,154,090	94.41
2016	2,417,692	2,220,307	97.31
2017	2,513,780	2,152,025	94.32
2018	2,267,511	2,153,177	94.37
2019	2,281,674	2,281,674	100.00
2020	2,446,598	2,099,363	92.01
2021	3,091,838	2,075,198	90.95
2022	3,962,320	1,892,587	82.95
2023	2,791,950	1,744,206	76.44
2024	3,393,409	1,962,756	86.02

Fuente: DANE. Cálculos propios.

Ejemplo 5.6

Cuadro 5.8
Cálculo del valor de las exportaciones a precios constantes de 2021

Categoría	Exportaciones tradicionales				
	Café	Carbón	Petróleo y sus derivados	Ferróníquel	Total
2021					
Toneladas métricas	685,073	59,632,793	31,043,175	108,537	91,469,578
Miles de dólares FOB/ton	4.51	0.09	0.44	4.87	
2024					
Toneladas métricas	647,961	64,620,921	31,762,281	151,519	97,182,684
Miles de dólares FOB/ton	5.24	0.11	0.47	3.58	
Cálculo de los índices					
q0p0	3,089,680	5,366,951	13,658,997	528,577	22,644,206
q0p1	3,589,784	6,559,607	14,590,292	388,564	25,128,248
q1p0	2,922,307	5,815,882	13,975,404	737,902	23,451,497
q1p1	3,395,319	7,108,301	14,928,272	542,441	25,974,335

Fuente: DANE. Cálculos propios.

Queremos obtener el valor de las exportaciones de productos tradicionales del 2024 a *precios constantes* de 2021 a partir del valor corriente del 2024 y el índice de precios Paasche con base en 2021. Si se toma el valor corriente de las exportaciones en 2021, según el Cuadro 5.8 (25,974,335 USD FOB), y se divide por el índice de precios Paasche correspondiente, con base en 2021 (110.76), se obtiene el valor de la producción de 2024 a precios constantes de 2021 (23,451,497 USD FOB). Debe advertirse que este cálculo es preciso en la medida en que lo sea el índice de precios utilizado como deflactor. Es decir, sin asignar criterios de redondeo en las cifras utilizadas. En efecto, en el Cuadro 5.8 se aprecia que la operación realizada es redundante en cuanto que tenemos $\sum q_1 p_0$.

Si la serie que se busca deflactor es un agregado, el índice de precios que debe aplicarse será un índice ponderado. De la discusión anterior sobre las relaciones entre los índices Laspeyres y Paasche se deduce que el deflactor adecuado es un índice de precios de la forma Paasche, con el cual se consigue que las cantidades de cualquier período queden valoradas a los precios de un mismo año base (0):

$$\frac{\sum p_i q_i}{IPP_{(i/0)}} = \frac{\sum p_i q_i}{\frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i}} = \sum p_0 q_i$$

Puesto que no es práctico ni usual construir índices de Paasche directamente, dado que éstos se obtienen más fácilmente de forma implícita, como vimos en la sección anterior, se deduce que la deflactación es un subproducto del cálculo del índice de cantidades de Laspeyres, cuyo numerador, $\sum p_0 q_1$, es el resultado buscado. El cociente entre la serie inicial, en valores corrientes, y la serie a precios constantes obtenida es el deflactor implícito de la serie que, formalmente, equivale a un índice de precios Paasche:

$$\checkmark \text{ Deflactor implícito} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum p_0 q_i} = IPP_{(i/0)}$$

Sin embargo, en un terreno práctico, es común efectuar deflactaciones con índices de precios de Laspeyres, lo cual no implica distorsiones importantes en los resultados si la composición en que se basan las ponderaciones fijas del índice de precios es similar a la del período corriente del agregado que se deflacta:

$$\frac{\sum p_i q_i}{IPL_{(i/0)}} = \frac{\sum p_i q_i}{\frac{\sum p_i q_0}{\sum p_0 q_0}} \approx \sum p_0 q_i,$$

si

$$\frac{q_i}{\sum q_i} \approx \frac{q_0}{\sum q_0}$$

para cada producto.

Por consiguiente, la validez de las deflataciones realizadas con índices de precios de base fija depende de la estabilidad de la composición del agregado y de su similitud con la del deflactor. Este es un criterio importante para seleccionar los índices de precios que deben utilizarse a fin de deflatar series que no disponen de su propio índice de precios. Supóngase, por ejemplo, que se desea expresar en precios constantes el valor de las ventas del comercio, pero no existe un índice de precios elaborado específicamente a partir de las estadísticas de precios y cantidades del sector. Entonces será necesario acudir a un índice alternativo, cuya estructura se asemeje a la de las ventas del comercio pero que puede haber sido construido para otros fines. No obstante, a menudo se presenta otro problema diferente en la selección de los deflatores, que consiste en que la variable que se desea deflatar no es teóricamente susceptible de descomposición entre cantidades y precios. Tómese por caso el ahorro de la economía: no puede hablarse de sus precios y cantidades y, por tanto, no existe un “índice de precios del ahorro”. En consecuencia, la escogencia del deflactor debe basarse en otros criterios, dependiendo de la finalidad de la deflatación. Si la deflatación es necesaria para mantener la consistencia entre diferentes agregados macroeconómicos, el deflactor vendrá dado implícitamente por los de las demás variables. Así, para mantener en precios constantes la igualdad macroeconómica entre el ahorro y la inversión, el deflactor del ahorro es necesariamente el mismo índice de precios de la inversión. Sin embargo, el propósito de la deflatación puede ser analizar la evolución de la capacidad de compra de los ahorros en términos de cierto tipo de bienes (de consumo durable o de bienes de importación, por ejemplo), lo cual determinará cuál es el deflactor adecuado.

Es usual también que, aunque sea factible obtener un índice de precios específicos para la variable en cuestión, no sea de utilidad para los fines de la deflatación. Por ejemplo, si el objeto de deflatar la remuneración de los asalariados es determinar la evolución de la capacidad de compra de la clase trabajadora, el deflactor adecuado será un índice de precios de los bienes de consumo que tenga una composición que refleje los patrones de gasto de los trabajadores y no un índice de salarios, que sería el índice de precios correspondiente a la serie de remuneración a los asalariados.

5.2.2 Enganche de series y cambios de base

Uno de los problemas más comunes en el manejo de índices consiste en elaborar series largas a partir de otras de menor cubrimiento, cuyas bases son diferentes, pero las cuales tienen algunos períodos en común. Esto se conoce usualmente como “enganche de series”, y el método consiste sencillamente en “cambiarle la base” a una de las series para que quede con la misma base que la otra. Todo consiste en aplicar una regla de tres, como se explica en siguiente ejemplo.

Ejemplo 5.7

Cuadro 5.9
Índices de exportaciones de café

Año	Índice de volumen de exportación (2015=100)	Índice de volumen de exportación (2019=100)	Índice de volumen de exportación (2021=100)	Índice enganchado (2019 = 100)
2015	100.00			94.41
2016	103.07			97.31
2017	99.91			94.32
2018	99.96			94.37
2019	105.93	100.00		100.00
2020	97.46	92.01		92.01
2021		90.95	100.00	90.95
2022			91.20	82.95
2023			84.05	76.44
2024			94.58	86.02

Fuente: DANE. Cálculos propios.

En el Cuadro 5.9 se presentan tres índices de las exportaciones de café, relacionados entre sí en cada caso al menos por un año en común. Para obtener una sola serie es preciso reducir los tres índices a una misma base, lo que equivale a cambiar la escala de las series que están expresadas en una base diferente. Para convertir el índice base 2015 a base 2019, el factor de escala será el inverso del índice de 2019 en base 2015, dado que es el valor del índice en ese año. Aplicando dicho factor a todas las observaciones, se obtienen los datos del índice entre 2015 y 2020 de la última columna del cuadro. Puede advertirse que el dato así obtenido para 2020 es igual al de la serie original de 2019 que ya se tenía. Esta es una implicación de la propiedad de transitividad de que gozan los índices simples, como se mencionó antes. También puede mostrarse que las diferencias proporcionales entre cualquier par de datos de la serie original se conservan en la serie con la nueva base, es decir, que la tasa de crecimiento de la producción entre año y año que se obtienen de la serie transformada a la base 2019 son iguales a la de la serie original, lo cual implica que en un índice simple de cantidades es indiferente el año de comparación que se utilice, dado que ello no altera la evolución del índice.

Todo **número índice** tiene un periodo de base en que es igual a 1 (o 100). Un **cambio de base** consiste en cambiar el periodo en el que el índice toma el valor de 100.

Veamos ahora, con expresiones matemáticas, el caso de dos series en precios constantes. Por ejemplo, si para el período $o - s$ se tiene la serie en precios del año o , $p_o q_i$, y para el período $s - t$ la serie en precios del año s , $p_s q_i$, el enganche de esta última serie se hace multiplicando todos sus datos por el factor de escala $\frac{p_o}{p_s}$, que resulta de la relación entre las dos observaciones que se tienen para el año s : $\frac{p_o q_s}{p_s q_s}$. Puesto que $p_s q_i \times \frac{p_o}{p_s} = p_o q_i$, esta transformación convierte la serie

del período $s - t$ a los mismos precios constantes p_o de la serie para el período $o - s$. Tampoco en este caso el cambio de escala altera la evolución de la serie. En síntesis, el enganche de índices simples (o de valores en precios constantes) es una transformación aritmética que simplemente reduce a un factor de escala común series que se encuentran en bases diferentes.

Las cosas son un poco más complicadas cuando se trata de *enganches de índices ponderados*, porque el año de base utilizado para el cálculo del índice inicial determina un sistema de ponderaciones que no se modifica con un cambio de escala. Supóngase que se tiene un índice de precios base o de tipo Laspeyres, que cubre el período $o - s$:

$$IPL_{(i/o)} = \frac{\sum q_o p_i}{\sum q_o p_o} \text{ cuando } i = o \dots s$$

y otro índice de la misma forma con base en el período s , que cubre el período $s - t$:

$$IPL_{(i/s)} = \frac{\sum q_s p_i}{\sum q_s p_s} \text{ cuando } i = s \dots t$$

Si se enganchan estos dos índices cambiando la escala del primero de acuerdo con la relación entre uno y otro en el período s , se estaría efectuando implícitamente la operación de multiplicar cada uno de los datos del primer índice por la siguiente constante:

$$\frac{\frac{\sum q_s p_s}{\sum q_s p_s}}{\frac{\sum q_o p_s}{\sum q_o p_o}} = \frac{1}{\frac{\sum q_o p_s}{\sum q_o p_o}}$$

Mediante esta operación, el primer índice quedaría convertido en:

$$\frac{\frac{\sum q_o p_i}{\sum q_o p_o}}{\frac{\sum q_o p_s}{\sum q_o p_o}} = \frac{\sum q_o p_i}{\sum q_o p_s}$$

Lo cual no es, en sentido estricto, un cambio de base, porque el índice mantiene sus ponderaciones fijadas en el período o (dados por el elemento q_o), sino un cambio del período de referencia. Como resultado del cambio de escala el índice queda ahora igual a 1 en el período s . Puesto que lo único que se ha hecho es cambiar la escala, la evolución del índice (en el período $o - s$) continuará siendo la misma, mostrando las mismas variaciones porcentuales de año que cuando estaba referida al año o .

El hecho de que cada uno de los índices tenga su base y sus ponderaciones diferentes implica que si hay varios años comunes entre ambos, la evolución que muestran no es necesariamente igual. Además, por lo regular los índices de diferentes bases no sólo tienen ponderaciones diferentes entre los mismos artículos, sino coberturas distintas.

Para evitarle al usuario los problemas que implica enganchar índices de precios o cantidades, las entidades responsables ya no publican índices con bases distintas (como ocurría el siglo pasado), sino que, cuando hay cambio de base (es decir, de la canasta de bienes utilizada para las ponderaciones), recalculan todos los datos anteriores del índice que sea posible y hacen los enganches que hagan falta. Mencionaremos algunos ejemplos de esta práctica en las secciones siguientes. El usuario avezado debe tener en cuenta que en series largas son usuales los cambios de base, aunque no se presenten, pues las canastas pierden validez con el tiempo a medida que aparecen nuevos productos, pierden importancia otros, y cambian las calidades y características de los incluidos originalmente. Como esto es inevitable, es importante tener en cuenta sus implicaciones. Lo primero que debe recordarse es que las series enganchadas continúan basadas en sus ponderaciones iniciales, y que el comúnmente llamado cambio de base que se hace para lograr el enganche es apenas un cambio de referencia del período en el que el índice se hace igual a 100 (o a la variable de precios constantes equivalente a la de precios corrientes). En segundo lugar, las series transformadas dejan de tener su forma inicial, como se vio en las expresiones anteriores, y por consiguiente pierden dos propiedades importantes: una, la de descomposición de valor en combinación entre los índices de Laspeyres y los implícitos de Paasche, y otra, la de aditividad, propia de los índices de Laspeyres. Sin embargo, la pérdida de la propiedad de descomposición de valor sólo implica por lo regular un sacrificio poco importante en el nivel de exactitud. Las implicaciones de la ausencia de aditividad pueden ser más sustanciales, y en la práctica impiden el uso de estos procedimientos en sistemas de cuentas que exigen consistencia entre diferentes agregados.

5.3 Los índices de precios al consumidor y al productor

El índice de precios al consumidor, IPC es un indicador del comportamiento de precios al por menor de un conjunto de bienes y servicios de consumo final.

En Colombia el DANE calcula diversos índices de precios que buscan medir las variaciones en el valor de la canasta de compras de bienes y servicios de los hogares, o de los precios pagados a los productores de diversos grupos de bienes y servicios, o de los costos de los insumos adquiridos por diversos sectores productivos, como la construcción, la educación superior o el transporte de carga. El DANE calcula incluso un índice de costos de las campañas electorales. En esta sección nos ocuparemos solamente del índice de precios al consumidor (*IPC*) y del índice de precios al productor (*IPP*), puesto que son los de mayor cobertura y los de mayor utilidad.

5.3.1 El Índice de Precios al Consumidor

El *Índice de Precios al Consumidor, IPC*, es un indicador del comportamiento de precios al por menor de un conjunto de bienes y servicios de consumo final que demandan los consumidores. Por su objetivo, cobertura y frecuencia es la medida más utilizada de la inflación. El Recuadro 5.1 resume la historia del *IPC*, que se remonta a 1918.

Recuadro 5.1

Más de un siglo de historia del *IPC*

Prácticamente todos los países cuentan con *IPC* construidos con metodologías semejantes a la del *IPC* colombiano. Los primeros cálculos de índices de precios en el país se hicieron en 1918 para Medellín y en 1923 para Bogotá. Por la misma época, el Banco de la República elaboró un índice de precios para establecer la tendencia nacional del comportamiento de los artículos alimenticios. En 1937 la Contraloría General de la República empezó el cálculo de un índice mensual para Bogotá, con base en la composición del presupuesto de las familias, obtenida en una encuesta realizada el año anterior, y luego se comenzó a calcular para otras ciudades. El DANE empezó a calcular índices de precios mensuales para dos estratos socioeconómicos y siete ciudades en 1954. Esa primera serie, denominada *IPC-20*, subsistió hasta 1979, cuando fue remplazada por el *IPC-40*, que cubrió desde diciembre de 1979 hasta diciembre de 1988.

Le siguió el *IPC-60* que estuvo en vigencia desde diciembre de 1988 hasta diciembre de 1998, y amplió la cobertura geográfica de siete a trece ciudades. Después estuvo vigente el *IPC-98*, el cual tuvo en cuenta los cambios que habían tenido hasta entonces los patrones de gasto de las familias e introdujo un novedoso sistema de seguimiento de precios para mantener actualizada la composición de los artículos dentro de cada grupo de bienes y servicios considerados. Entre 2008 y 2018 estuvo vigente el *IPC-08*, con base en los patrones de gasto de 2006-7 para 24 ciudades. La actualización a partir de diciembre de 2018, *IPC-18*, tuvo en cuenta los patrones de gasto de 2016-2017 y la cobertura se amplió de 24 a 38 ciudades (32 capitales de departamentos y otros seis municipios). Los resultados se presentan para 22 ciudades capitales y un agregado de “otras áreas urbanas”.

Los índices de precios al consumidor se construyen mediante el método de Laspeyres de ponderaciones fijas a partir de grupos de artículos seleccionados que conforman la “canasta básica”² en el período base. El sistema de ponderaciones para los artículos seleccionados se basa en las encuestas de ingresos y gastos que realiza el DANE, de acuerdo con las cuales se obtiene información sobre la manera como los hogares distribuyen su presupuesto en un período de tiempo (diario, semanal, mensual, semestral y anual), con lo cual se determinan los hábitos de consumo y la estructura del gasto de la población. De estas encuestas se derivan los valores, la estructura y la periodicidad de los gastos de consumo de los hogares de forma muy detallada, permitiendo continuidad en la información estadística y cierto grado de comparabilidad internacional.

A continuación se describen los aspectos más importantes del *IPC-18*:

1. *Cubrimiento*: El *IPC-18* cubre 32 ciudades capitales de departamento y otras seis municipios priorizados pero los resultados se presentan sólo para 22 ciudades capitales y un agregado de “otras áreas urbanas”.
2. *Grupos de hogares por nivel de ingreso*: Se utiliza el nivel de ingreso de los hogares para clasificar a los hogares en cuatro grupos: pobres, vulnerables, clase media e ingresos altos. Las líneas de corte entre estos grupos son las mismas que se explican en el Capítulo 4 de desigualdad y pobreza.
3. *Clasificación de los artículos*: Los bienes y servicios se escogen teniendo en cuenta que su consumo se derive de decisiones libres del consumidor y de transacciones de mercado. Por primera vez, en el *IPC-18* se tuvo en cuenta que los hogares unipersonales tienen patrones de consumo distintos a las de los demás hogares. Las doce divisiones de gastos considerados son: alimentos y bebidas no alcohólicas; bebidas alcohólicas y tabaco; prendas de vestir y calzado; alojamiento, agua, electricidad, gas y otros combustibles; muebles, artículos para el hogar y para la conservación ordinaria del hogar; salud; transporte; información y comunicación; recreación y cultura; educación; restaurantes y hoteles; y bienes y servicios diversos. Aparte de esta clasificación por divisiones, que responde a la finalidad del gasto, cada división se descompone en grupos y en clases y subclases de gasto, que permiten identificar los sectores productivos donde se originan los artículos. Las clases y subclases tienen correspondencia con la clasificación por ramas de actividad de los sectores de cuentas nacionales.
4. *Sistema de ponderaciones*: El *IPC* se define como un índice de canasta fija tipo Laspeyres encadenado a partir del primer nivel agregativo (subclase). Todo el sistema de ponderaciones se basa en los valores del gasto. Los artículos se ponderan según su importancia en el gasto de cada estrato de cada ciudad y, a su vez, éstos se ponderan según el tamaño relativo de su gasto de consumo dentro del agregado correspondiente. Se utilizan

²La canasta básica del *IPC* difiere de la denominada “canasta familiar”. La primera se basa en los patrones de consumo de todos los hogares del país (hogares de ingresos bajos, medios y altos), mientras que la segunda tiene en cuenta sólo los estratos de trabajadores que devengan salario mínimo. Véase “El *IPC* en Colombia: 50 años de un dato de coyuntura”, *Boletín de Estadística* 600, marzo 2003.

dos niveles en la estructura de ponderaciones, uno fijo –tipo Laspeyres—y otro flexible de encadenamientos, lo cual permite actualizar la canasta de bienes y servicios por cambios en el consumo final, en un período de tiempo relativamente corto. El componente flexible permite tener en cuenta los procesos de sustitución que el consumidor puede hacer a nivel de artículos o entre variedades de ellos, e incluso incorporando el efecto de la aparición de un nuevo artículo. Tiene la ventaja adicional de que, con base en un análisis económico y estadístico especializado, otorga una mayor rapidez en la actualización del patrón para el seguimiento de precios con lo cual se minimizan los sesgos en la medición que pueden surgir cuando se está trabajando el índice con base en una estructura muy rígida y con períodos de actualización muy extensos. El cálculo del índice total se efectúa a partir de este nivel. El procedimiento consiste en calcular para cada fuente informante f_i el índice simple de variación de precios del bien o servicio $\frac{(P_t, f_i)}{(P_{t-1}, f_i)}$ y a partir de ahí calcular el índice promedio de variación como un promedio geométrico: ³

$$\text{Índice de variación promedio} = \left(\frac{(P_t, f_1)}{(P_{t-1}, f_1)} \times \frac{(P_t, f_2)}{(P_{t-1}, f_2)} \times \frac{(P_t, f_3)}{(P_{t-1}, f_3)} \times \dots \right)^{\frac{1}{i}}$$

donde i es el número de fuentes informantes, o sea el número de índices simples que intervienen en el cálculo. Con este índice de variación se indexa el valor del índice del bien o servicio del período anterior. Luego se agrega en su correspondiente subclase. El resto de la estructura se obtiene por agregaciones sucesivas sobre las categorías que componen el nivel fijo, mediante la sumatorias aritméticas que conservan las ponderaciones del índice de Laspeyres.

5. *Fuentes de información:* El IPC-18 recoge información de numerosas fuentes representativas. Los establecimientos de comercio minorista, que son la principal fuente de información, se escogen por métodos no probabilísticos, teniendo en cuenta las siguientes características: abundante variedad de artículos para la venta al por menor, ubicación en sitios de gran afluencia de compradores, buen volumen de ventas al por menor y especialización en la venta de uno o varios artículos o en la prestación de uno o varios servicios. También son fuente de información los hogares (para precios de vivienda arrendada), las empresas de servicios públicos domiciliarios, los establecimientos educativos, las alcaldías, las entidades prestadoras de ser-

³En la medida en que la razón geométrica otorga mayor estabilidad y consistencia en la producción de los índices simples, hay dos ventajas para este tipo de índices. En primer lugar, el cálculo de los índices simples queda menos sesgado por las cotizaciones extremas (que pueden resultar de errores de observación o de peculiaridades individuales poco representativas), corrigiéndose así una posible razón de volatilidad artificial en los resultados. En segundo lugar, está la consistencia de los resultados, pues con este tipo de índices la variación del promedio es igual al promedio de las variaciones.

vicios de salud, servicios de diversión y esparcimiento y los establecimientos financieros.

6. *Frecuencia de recolección de la información:* La periodicidad de recolección de la información está relacionada con la frecuencia con la que suelen ocurrir los cambios de precios. Puede ser una periodicidad abierta (servicios públicos, transporte terrestre o aéreo, por ejemplo), o puede ser mensual (alimentos), bimestral (licores, medicamentos), trimestral (muebles), cuatrimestral (arriendos), semestral (educación superior) o anual (matrículas escolares). Dependiendo de la frecuencia de cambio, se determinan fracciones de muestra mensual, con lo cual siempre se puede obtener un precio testigo que permite capturar incrementos inesperados en cualquiera de los bienes y servicios de la canasta.
7. *Difusión de los resultados:* A partir del *IPC-18*, el DANE no difunde los valores absolutos de los índices (excepto el total, con base diciembre 2018=100). Los resultados que se difunden son las variaciones porcentuales (total nacional, por ciudades, por niveles de ingreso, por divisiones del gasto) de un mes cualquiera en relación con el mismo mes del año anterior (“acumulado año completo”), con respecto a diciembre del año anterior (“acumulado año corrido”), o en relación con el mes inmediatamente anterior. Los principales resultados se publican en los primeros días del mes siguiente al de referencia en la forma de boletines de prensa y avances estadísticos. Valga decir que el *IPC* busca medir las variaciones de precios, no los niveles. Por consiguiente, el *IPC* no indica qué ciudad o qué grupo de artículos es más caro que otro, como a menudo se interpreta en los medios periodísticos. El *IPC* no permite deducir qué tan caros son los artículos, sino qué tan rápido suben sus precios.

5.3.2 Índice de Precios al Productor

El objetivo del *Índice de Precios al Productor*, *IPP*, es medir la evolución de las cotizaciones en su primer canal de distribución de los bienes (sin incluir servicios) más característicos de la producción nacional. El *IPP* tiene una historia más corta pero metodológicamente más compleja que el *IPC*, la cual se resume a continuación.

Recuadro 5.2

IPP: Una historia de ajustes y ampliaciones

Entre 1948 y 2005, el Banco de la República elaboró mensualmente el Índice de Precios al Productor (*IPP*), que en un principio se conoció con el nombre de Índice de Precios al Mayor (*IPM*). El DANE asumió esta responsabilidad en 2006.

La cobertura del primer *IPM* se limitó a Bogotá y lo conformaban apenas 220 artículos. En 1951 fue reestructurado y ampliado. En 1970 empezó

a cubrir 14 ciudades y 540 artículos seleccionados y ponderados según su importancia en el valor de la producción, las importaciones y las exportaciones. Los precios que se investigaban eran los que pagaba el intermediario al productor en el caso de artículos de producción agrícola, el mayorista al productor cuando se trataba de bienes manufacturados y el importador (cobrados por el exportador) en productos negociados con el exterior. Las clasificaciones empleadas fueron la Clasificación Uniforme del Comercio Internacional (CUCI), la Clasificación Industrial Internacional Uniforme, CIIU, y la Clasificación según Uso o Destino Económico, Cuode, siendo esta última la única vía por la cual se podía llegar al total nacional, con un promedio ponderado de índices.

Durante su vigencia se detectaron algunos problemas inherentes a la metodología de cálculo y a su objetivo de medición. En efecto, cada artículo pertenecía sólo a un grupo de clasificación Cuode, lo cual resultaba inconsistente debido a que muchos bienes pueden ser utilizados como productos intermedios o como bienes de consumo final.

Por otra parte, se incluían productores y distribuidores mayoristas y, por tanto, se mezclaban los diferentes canales de distribución y comercialización, generando heterogeneidad en el origen de la información, lo cual llevaba a diversas interpretaciones y a confusión respecto a lo que se quería medir.

Para resolver estos inconvenientes, a partir de enero de 1991 (con base diciembre 1990=100) entró a operar el primer índice de precios al productor, *IPP*, propiamente dicho. Su objetivo era medir la variación de los precios del productor en su primer nivel de comercialización sobre una canasta de bienes representativa de la oferta interna de la economía,^a a los cuales se les asignaba un uso o destino económico diferente al de los bienes exportados, para los cuales se les calculaba un índice de forma paralela. Sin embargo, este índice presentaba doble contabilidad de precios ya que contenía la demanda intermedia (materia prima) en su cálculo.

La metodología empleada para la construcción del *IPM* y sus actualizaciones, y posteriormente para el primer *IPP*, fue el sistema de ponderaciones fijas a nivel de artículo sobre una canasta de bienes, lo cual hacía que el índice perdiera vigencia rápidamente en el tiempo tanto en su estructura de ponderaciones como en la canasta de artículos que lo componían.

En 1999, el Banco de la República inició la elaboración de un nuevo *IPP* con base en junio de ese año con una canasta de artículos compuesta para reflejar únicamente el valor agregado de la economía, es decir, excluyendo la producción intermedia del cálculo del índice total.^b La responsabilidad de elaboración del *IPP* pasó en 2006 al DANE. La principal modificación que hizo el DANE al asumir esta labor fue introducir un método de agregación de los productos con base en una clasificación internacional (la Clasificación Central de Productos, CPC, por sus siglas en inglés).

Finalmente, en enero de 2015 entró en vigencia el *IPP-2014*, en el cual se introdujo un índice agregado de la producción nacional (sin importar su destino) y se rediseñaron algunos aspectos del índice para ajustarse a las convenciones estadísticas internacionales y actualizar las canastas de productos. Actualmente el DANE presenta, junto con la nueva serie base diciembre 2014=100, las series empalmadas desde junio de 1999 de los *IPP-99* e *IPP-2006*.

^aLa oferta interna se define como el agregado de la producción nacional más las importaciones más las exportaciones, como se estudia en detalle en el Capítulo 6.

^bLa metodología del *IPP-99* adoptó el enfoque de la matriz insumo-producto, que se estudia en el Capítulo 13.

El *IPP* muestra los cambios de precios de grupos de productos de toda la producción nacional y según distintas clasificaciones, tales como: la Clasificación Internacional Industrial Uniforme (CIU, Revisión 4), que agrupa los bienes según su origen sectorial; la Clasificación según Uso o Destino Económico (Cuode), que distingue consumo final, materias primas y bienes intermedios, bienes de capital y materiales de construcción; y la clasificación según procedencia de los bienes de producción nacional (distinguiendo entre producidos para el consumo interno y para la exportación) e importados.

El Índice de Precios al Productor, IPP mide los precios de una canasta de bienes representativos de la oferta de bienes producidos domésticamente.

El precio que se observa en el caso de los bienes producidos y consumidos es el valor que recibe el productor por la venta de la misma cantidad de un bien, pagado de contado contra entrega, excluidos los impuestos al consumo y el IVA, incluidas todas las rebajas y descuentos y sin considerar los gastos de transporte entre el vendedor y el comprador. En el caso de los productos agrícolas, se toma la información de las centrales de abastos y de los principales centros de acopio del país. En el caso de los importados, interesa captar el precio más cercano a CIF (costo, seguro y flete) que representa el costo de entrada de las mercancías al país, y en el caso de los exportados el precio más próximo a FOB (libre a bordo de la nave o vehículo), que representa el precio de salida del país.

El *IPP* es un índice de Laspeyres modificado, que utiliza un sistema mixto de ponderaciones fijas y flexibles (lo mismo que el *IPC*). La canasta de productos se establece con base en la Encuesta Anual Manufacturera (EAM) para los productos industriales, el Sistema de Cuentas Nacionales (SCN) para los sectores de agricultura, pesca, silvicultura y minería; y las estadísticas de comercio exterior para los productos de importación y exportación. Las ponderaciones fijas se calculan de forma que se asegure la consistencia con los balances de oferta-utilización de bienes del año 2011, suministrado por el Sistema de Cuentas Nacionales. Las ponderaciones flexibles se aplican al nivel de los artículos. Tanto los artículos como las cotizaciones de este nivel pueden variar en el tiempo y sólo ante un cambio significativo pueden implicar cambios en las ponderaciones a niveles más agregados de clasificación. De esta manera, se facilita la actualización del índice y se pueden asignar ponderaciones a los precios de los productos de acuerdo con los lugares de producción (como en el caso de los productos

agrícolas).

5.4 Indicadores de precios relativos

El concepto de precio relativo se refiere al valor resultante de dividir el precio de un bien en relación con el precio de otro bien en la misma moneda. De esta manera se obtiene cuántas unidades se deben recibir de un bien (denominador) a cambio de una unidad del otro (numerador). Como hemos visto, el cálculo de índices *ponderados* de precios tiene por objeto medir las variaciones de los precios de *grupos* de bienes que no tienen una unidad física común. Los *índices de precios relativos* tienen una función semejante: comparar la evolución de los precios de dos grupos de bienes que no tienen una unidad física común. Un índice de precios relativos es, por consiguiente, el cociente entre dos índices de precios ponderados. Para hacer viable la comparación es preciso que ambos índices tomen el valor de 100 en el mismo año, de forma que el índice de precios relativo resultante para un año cualquiera pueda interpretarse como el cambio porcentual en el precio relativo con respecto a dicho año. Es usual que el nombre que se da al índice resultante sea el del índice utilizado en el numerador. Así, el índice de precios relativos de los alimentos es un índice de precios de los alimentos dividido por algún otro índice. Por supuesto, ésta es una imprecisión, ya que deja la duda sobre cuál es el índice utilizado en el denominador (aunque, presumiblemente, debe tratarse de algún índice que represente el conjunto de todos los bienes de la economía). En sentido estricto, por consiguiente, siempre que se habla de un índice de precios relativos deben especificarse ambos índices.

Una forma particular de índices de precios relativos son los denominados usualmente índices “reales” o de poder de compra. Por ejemplo, un índice de los salarios reales o del poder de compra de los salarios es un índice de precios relativos de los salarios contra una canasta de consumo, cuyos precios se miden con el *IPC*. En esta sección nos ocuparemos solamente de índices que relacionan los precios domésticos de un país con los de otros países, cuyo cálculo e interpretación amerita cierta discusión.

5.4.1 El índice de la tasa de cambio real

Uno de los índices de precios relativos más utilizados en la teoría económica y en las decisiones de negocios y de política económica es el índice de la tasa de cambio real. Para entender este concepto es conveniente definir primero qué es la tasa de cambio y la devaluación.

La *tasa de cambio*, en términos nominales, se define como la cantidad de unidades de moneda nacional que se deben entregar a cambio de una unidad de moneda extranjera (por ejemplo el dólar). Cuando aumenta la tasa de cambio se dice que hay *devaluación nominal*, y cuando cae se dice que hay *apreciación nominal*

Un precio relativo es el valor resultante de dividir el precio de un bien en relación con el precio de otro bien en la misma moneda.

La tasa de cambio nominal es la cantidad de unidades de moneda nacional que se deben entregar a cambio de una unidad de moneda extranjera.

*Los cambios en la tasa de cambio nominal se denominan **devaluación** (aumento) o **apreciación** (disminución).*

(se sobreentiende que es de la moneda nacional con respecto al dólar).⁴ Por supuesto, la *tasa de devaluación* es simplemente la variación porcentual de la tasa de cambio (anual, mensual, etc.). Un *índice de la tasa de cambio nominal* es, por definición, una simple comparación relativa entre la tasa de cambio nominal en un período con respecto a otro que se toma como base. Cuando se trata de comparar el valor nominal de una moneda contra una canasta de monedas (dólar, euro, etc.), es preciso utilizar un *índice ponderado de la tasa de cambio nominal*, donde las ponderaciones seguramente reflejarán la importancia relativa de esas monedas en las transacciones internacionales del país, como se discutirá más adelante. Obsérvese que un índice de la tasa de cambio nominal es un índice de precios pero no un índice de precios *relativos*, ya que no es una comparación de precios.

En cambio, el *Índice de la Tasa de Cambio Real*, *ITCR*, sí es un índice de precios relativos, que compara un índice de precios de bienes extranjeros con un índice de precios domésticos, expresados en una moneda común:

$$\sqrt{ITCR} = \frac{(IPX \times ITC)}{IPD}$$

donde *IPX* es un índice de precios externos (en moneda extranjera), *ITC* es un índice de la tasa de cambio de la moneda nacional (con respecto a esa moneda extranjera) e *IPD* es un índice de precios domésticos (en la moneda nacional). Al multiplicar el *IPX* por el *ITC* simplemente se está obteniendo un índice de los precios externos expresado en la moneda nacional, que puede ser comparado así con el *IPD*. Si *IPX* tomara siempre el valor de uno (1), es decir, si no hubiera inflación externa, entonces el *ITCR* sería, estrictamente, un índice “real” de la tasa de cambio (es decir, un índice del poder de compra del dólar dentro del país).

La tasa de cambio real es un índice de precios relativos entre los bienes extranjeros y nacionales.

Puesto que el *ITCR* es un índice del precio relativo de los bienes extranjeros respecto a los nacionales, cuando el *ITCR* aumenta implica que los productos extranjeros se están encareciendo respecto a los nacionales y que, por tanto, está haciéndose más atractivo comprar productos nacionales en vez de extranjeros y, asimismo, exportar más e importar menos. Este aumento del *ITCR* ocurre cuando la inflación externa más la devaluación superan la inflación doméstica, puesto que,

$$\sqrt{ITCR} = IPX + ITC - IPD$$

donde el punto encima de la variable significa tasa de crecimiento (logarítmica)⁵

⁴En Estados Unidos (y en muchos textos de economía escritos en inglés) la tasa de cambio se expresa al revés: es decir, como la cantidad de la otra moneda que compra un dólar. Por consiguiente, cuando se dice que el dólar se devaluó, digamos, 10% respecto a una canasta de monedas, esto se representa como una caída del 10% en el índice de la tasa de cambio.

⁵Véase el Apéndice del Capítulo 8 sobre las fuentes de crecimiento económico para una explicación del uso de logaritmos en el cálculo de tasas de crecimiento. Cuando las tasas de crecimiento son pequeñas esto no hace mayor diferencia.

de la variable correspondiente (y bajo el supuesto de que los índices escogidos de precios externos e internos son los índices de precios al consumidor u otra medida de la inflación).

Ejemplo 5.8

En diciembre de 2023, la *Tasa de Cambio Representativa del Mercado (TRM)* de Colombia, que es la relación del peso colombiano con respecto al dólar, se situó en promedio en 3,948.21 CO/USD. Un año más tarde, la TRM estuvo en 4,388.15 CO/USD y la inflación entre diciembre de 2023 y diciembre de 2024 fue 5.2% en Colombia y del 2.9% en Estados Unidos.

Para calcular la tasa de cambio real en 2024 con respecto a Estados Unidos y en relación a diciembre de 2023, es necesario que los índices correspondientes tengan base diciembre 2023. Así, los resultados son $ITC=111.1$ ($=4,388.15/3,948.21$); $IPD=105.2$ e $IPX=102.9$. Por consiguiente:

$$ITCR = \frac{IPX \times ITC}{IPD} = \frac{1.029 \times 1.111}{1.052} = 1.086$$

Se encuentra así que el $ITCR$ es 108.6. Es decir, el peso colombiano se devaluó en términos reales un 8.6% entre diciembre de 2023 y diciembre de 2024.

Observe que habríamos obtenido (casi) el mismo resultado a partir de las variaciones de los índices:

$$2.9\% + 11.1\% - 5.2\% = 8.8\%$$

¿Recuerda por qué los resultados no son idénticos? (Haga usted mismo el cálculo en logaritmos naturales para comprobarlo).

En el cálculo de un $ITCR$ intervienen, por lo general, varios países, con respecto a los cuales se desea medir la evolución de los precios relativos domésticos. Por consiguiente, es preciso ampliar la expresión anterior para tener en cuenta ahora varios IPX y sus correspondientes ITC . Se trata, entonces, de calcular un $ITCR$ multilateral como un promedio ponderado de los $ITCR$ bilaterales, lo que implícitamente corresponde a un promedio de devaluaciones nominales de la moneda doméstica frente a las otras monedas, y también, una media ponderada de las inflaciones externas.

Como ocurre con cualquier índice ponderado, es necesario establecer en qué forma van a ponderarse cada uno de sus componentes. Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con los índices de grupos de bienes o servicios, no existe un sistema “natural” de ponderaciones para calcular un $ITCR$ ponderado. La forma más común de ponderación es según el valor del comercio internacional de exportaciones o importaciones entre el país en cuestión y cada uno de los países

Los índices de tasa de cambio real ponderada sintetizan la relación de precios con los países con los cuales comercia Colombia.

considerados en el *ITCR*. Por consiguiente, un *ITCR* ponderado se define como

$$\sqrt{ITCR} = \frac{(\sum_j w_j \times IPX_j \times ITC_j)}{IPD}$$

donde w_j es la participación del comercio (de exportación o importación) del país j dentro del total del comercio de todos los países considerados en el *ITCR*; IPX_j es el índice de precios interno del país j ; e ITC_j es el índice de la tasa de cambio de la moneda nacional con respecto a la moneda del país j (todos estos índices iguales a 100 en un mismo año). En la práctica, cada uno de los ITC_j puede ser calculado más fácilmente como el cociente entre el índice de la tasa de cambio de la moneda nacional con respecto al dólar, $ITC\$U$, y un índice de la tasa de cambio de la moneda del país en cuestión con respecto al dólar, $ITCU_j$,

$$\sqrt{ITCU_j} = \frac{ITC\$U}{ITCU_j}$$

Los bancos centrales calculan periódicamente índices de la tasa de cambio real, con metodologías cada vez más refinadas, como se resume en el Recuadro 5.3.

Recuadro 5.3

Avances en la medición del Índice de la Tasa de Cambio Real

Aunque los conceptos de devaluación y apreciación real (del peso frente a una canasta de monedas) ya eran bastante conocidos en el país, el Banco de la República sólo empezó a publicar cálculos oficiales del *ITCR* en 1982. Inicialmente se tomó como base 1975, una canasta de 18 países y ponderadores basados en el comercio total externo realizado entre 1975 y 1980. Le siguió un índice con el mismo año de base, pero con varias diferencias respecto al anterior. Se adoptó un sistema geométrico de cálculo (método que se explica en el texto), se pasó de frecuencia trimestral a mensual, se cambió de *IPC* a *IPM* como deflactor y se utilizó el comercio global sin café entre 1982 y 1983 como ponderador. El siguiente índice tomó como base diciembre de 1986 y sus ponderaciones se calcularon con base en el comercio global sin café de 1986. En 1991 se cambió de deflactor de *IPM* a *IPP* y se empezó a calcular paralelamente un *ITCR* deflactado con *IPC*.

En 1997 el Banco de la República introdujo el *ITCR* con base en 1994, manteniendo el método geométrico de cálculo, pero con ponderaciones móviles (tomando cada mes los últimos 12 meses con información) para los 20 principales socios comerciales del país basadas en el destino de las exportaciones no tradicionales (es decir, excluyendo café, petróleo, carbón, ferróníquel, esmeraldas y oro) y el país de compra de las importaciones. También empezó a producir *ITCR* con ponderaciones según

comercio global total de las exportaciones y de las importaciones, utilizando en ambos casos como deflactor el *IPP* y, alternativamente, el *IPC*. De esta manera, desde 1997 el *ITCR* se calcula de cuatro formas. (En adición el Banco de la República presenta una “*ITCR* de competitividad” para el mercado de Estados Unidos con ponderaciones para 24 países que compiten con Colombia en ese mercado, y deflactando por el *IPC*). Aunque las metodologías introducidas en 1997 se han mantenido en lo esencial, en 2014 se hicieron modificaciones importantes. Se incluyó a Corea y China entre la lista de países, pasando así de 20 a 22 países, con el fin de alcanzar nuevamente una representatividad de al menos el 80% del comercio del país. (En adelante la selección de países será modificada para mantener siempre como mínimo esa representatividad.) Y en vez de utilizar el país de compra de las importaciones para definir las ponderaciones, se pasó a utilizar el país de origen, es decir donde tiene lugar la última etapa de producción del bien. A partir de abril de 2019 se modificaron las series históricas de *ITCR* desde enero de 2017, debido a que se revisaron las estimaciones de precios y el esquema de tasa de cambio de Venezuela.

Las series que presenta actualmente el Banco de la República utilizan las metodologías más recientes, aplicadas en forma retrospectiva a partir de diciembre de 1986 y con base en 2010=100. De esta manera, se evita la discontinuidad y las inconsistencias que implicarían los empalmes de series basadas en metodologías sustancialmente diferentes.

Para interpretar cualquier *ITCR* es importante tener presente qué indicador de precios utiliza. Un *ITCR* deflactado con *IPP* mide los cambios en los precios relativos de los bienes en el extranjero con respecto a los bienes nacionales a precios del productor. Como la mayoría de los bienes incluidos en el *IPP* son productos industriales que pueden ser exportados o importados, un *ITCR* de este tipo se considera una buena medida del atractivo relativo del mercado externo respecto al interno desde el punto de vista de los productores⁶. Cuando el deflactor utilizado es el *IPC* la comparación de precios incluye todos los bienes y servicios que son demandados por los consumidores, y por tanto es más relevante desde el punto de vista de éstos, si hipotéticamente tuvieran la opción de escoger dónde hacer todas sus compras (o si todos los componentes de la canasta de consumo fueron importables). Puesto que éste no es un supuesto muy razonable, se considera más apropiado usar los *IPP* como deflatores y acogerse a la primera interpretación.

Este tipo de *ITCR* a menudo se interpreta como una medida de competitividad internacional, bajo la presunción de que los *IPP* evolucionan de acuerdo con los precios de los bienes comercializables (importados y exportados) de cada país. Sin embargo, para construir un verdadero indicador de competitividad es necesario

⁶Estrictamente ello requeriría que los *IPX* fueran también precios al productor, pero esta variable no se calcula en todos los países.

tener en cuenta la estructura de los mercados y el origen de la competencia de los productos comercializados. La competencia puede darse más intensamente entre el país en cuestión y los países que producen bienes semejantes, con los cuales el comercio es muy reducido, que entre la producción del país y la de aquellos países con los cuales el comercio es más intenso. Por consiguiente, el sistema de ponderaciones de acuerdo con la importancia del comercio puede no ser el más adecuado para un *ITCR* que busque medir competitividad. De otra parte, es preciso distinguir entre competitividad-precio, que se mide por los precios de venta, y competitividad-costo, que se mide por un índice representativo de los costos de producción en cada país. En este último caso, los IPC son posiblemente mejores indicadores, precisamente porque incluyen un conjunto más amplio de bienes y servicios y porque a ellos se ciñe más estrechamente la evolución de los salarios, que son el principal componente de los costos desde un punto de vista agregado.

En algunos países se utiliza un sistema de ponderaciones geométricas para calcular el *ITCR*. Lo que esto significa es que, en vez de obtener una sumatoria ponderada de los índices, calcula una multiplicatoria ponderada, de la siguiente manera:

$$\sqrt{ITCR} = \prod_j \left(\frac{IPX_j \times ITC_j}{IPD} \right)^{w_j}$$

donde \prod_j es la operación multiplicatoria para todos los j . Esta forma de ponderación tiene la ventaja de que evita los sesgos positivos que resultan cuando se presentan grandes variaciones de signo opuesto en las tasas de cambio. El sesgo se debe a que una tasa de cambio puede caer a lo sumo en 100%, pero en cambio puede aumentar en cualquier porcentaje. Como este tipo de sesgo no existe en logaritmos, queda corregido con el método de ponderaciones geométricas.

5.4.2 Tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo

Cuando se trata de hacer comparaciones internacionales, es preciso expresar los valores en una moneda común, que usualmente es el dólar (y si además se quiere hacer comparaciones entre países a través del tiempo, es necesario expresarlos en dólares constantes de algún año común para todos los países). Las tasas de cambio de mercado son el factor de conversión más usual para expresar en dólares valores que vienen dados en otra moneda. Por ejemplo, es la forma natural de comparar el valor de las ventas, o los activos de las grandes empresas de distintos países. Es también la forma en que un turista puede comparar si son más baratos los hoteles en París o en Buenos Aires. Pero para otros fines no resulta muy adecuado hacer las conversiones a dólares de esta manera. Por ejemplo, si se quiere comparar el nivel de vida del trabajador típico de París con el de Buenos Aires no es buena idea tomar sus salarios en francos y en pesos y dividirlos por los correspondientes tipos de cambio, precisamente

porque el poder adquisitivo del dólar puede ser muy diferente en un país y otro. Usualmente, el poder adquisitivo del dólar es mayor en los países de menores ingresos, especialmente en lo referente a servicios que no son comercializables internacionalmente, como el servicio doméstico o los arriendos de viviendas. Por esa razón, si se quiere utilizar el *PIB* per cápita como un indicador del desarrollo o el bienestar económicos, la conversión usando las tasas de cambio de mercado tiende a subvalorar el *PIB* de los países pobres en relación con el de los ricos. Para estos propósitos, la conversión debe hacerse, no usando la tasa de cambio de mercado, sino la Tasa de Cambio de Paridad de Poder Adquisitivo, *TCPPA*.

Por definición, la *TCPPA* es la tasa que iguala lo que un dólar podría comprar en dos países con monedas diferentes. Comparando la *TCPPA* con la tasa de cambio de mercado, *TCM*, puede deducirse qué tan apreciada o depreciada está la moneda del país (con respecto al otro país) en términos de su capacidad de compra.

Una forma muy elemental de calcular la *TCPPA* consiste sencillamente en comparar los precios de un mismo bien en los dos países en cuestión. Por ejemplo, la revista *The Economist* reporta periódicamente los niveles de apreciación relativa de las monedas con respecto al dólar utilizando exclusivamente el precio de las hamburguesas BigMac. El cálculo es como sigue:

La tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo es la tasa que iguala lo que un dólar podría comprar en dos países con monedas diferentes.

$$\checkmark IA_j = \frac{P_j}{P_{US} \times TC_j}$$

donde IA_j es el índice de apreciación relativa de la moneda del país j , P_j es el precio de la hamburguesa en la moneda del país j y TC_j es la tasa de cambio de mercado del país j . Multiplicando ambos lados de esta expresión por TC_j se obtiene la *tasa de cambio de paridad de poder adquisitivo* (de hamburguesas solamente, en este caso):

$$\checkmark TCPPA_j = TC_j \times IA_j = \frac{P_j}{P_{US}}$$

Ejemplo 5.9

En el año 2021 una hamburguesa Big Mac en Colombia costaba 12,950 pesos y la tasa de cambio era 3,942 pesos por dólar. Sabiendo que esa hamburguesa costaba 5.81 dólares en los Estados Unidos, deduzca si el peso colombiano estaba apreciado o depreciado en términos de paridad de compra. ¿Cuál debería ser el tipo de cambio para que estuviera en paridad respecto a Estados Unidos?

Se deduce fácilmente que la Big Mac en Colombia costaba 3.28 dólares, es decir apenas 56.45% de su precio en Estados Unidos. Esto implica que el peso estaba depreciado 43.54% en términos de paridad de compra, y

que por consiguiente el tipo de cambio de paridad con respecto a Estados Unidos debería ser 2,229 pesos por dólar.

La ventaja de usar las hamburguesas Big Mac es que son prácticamente el mismo artículo en todos los países. Además, como su producción requiere materias primas agrícolas e industriales, mano de obra y capital, puede incluso argüirse que refleja bastante bien los costos más importantes y puede usarse, por tanto, como una medida aproximada de competitividad-costo. Sin embargo, tomar un solo artículo es una gran simplificación para calcular una verdadera *TCPA*. Su cálculo debe basarse en los precios de la canasta de bienes y servicios relevante para el agregado que se quiere comparar. Si se quiere expresar el *PIB* per cápita en dólares de paridad, tendrían que usarse para todos los bienes y servicios los precios en dólares en Estados Unidos (suponiendo que éste es el patrón de comparación, como usualmente es el caso). Este cálculo no es fácil en la práctica, pues las características de los productos difieren entre un país y otro, y por las demás complicaciones técnicas que implica el cálculo de agregados macro a precios constantes, como se analiza en uno de los capítulos sobre cuentas nacionales. Las estimaciones del *PIB* en dólares de paridad de poder adquisitivo que han sido preparadas por los organismos internacionales con el liderazgo del Banco Mundial utilizan métodos aproximados (y no totalmente homogéneos entre países), que se basan en comparar los precios de productos clave que forman parte de las canastas básicas de consumo de los países.

Conceptos clave

Tipos de índices

- Índices simples
- Índices compuestos
 - Índices Laspeyres
 - Índices Paasche
 - Índices ideales de Fisher

Propiedades básicas de los índices

- Propiedad de identidad
- Propiedad de reversibilidad
- Propiedad de transitividad
- Propiedad de descomposición de valor o de reversión factorial

Usos de los índices

- Deflatación
- Deflactor implícito
- Enganches de series y cambios de base

Índices de tasas de cambio

- Tasa de cambio
 - Devaluación o apreciación nominal
 - Índice de tasa de cambio nominal
 - Índice ponderado de la tasa de cambio nominal
 - Índice de la tasa de cambio real
 - Devaluación o apreciación real
 - Sistema de ponderaciones geométricas
 - Tasa de cambio de paridad bilateral respecto a Estados Unidos
 - PIB* (per cápita) en dólares de paridad de poder adquisitivo
-

Preguntas y ejercicios

Pregunta 5.1

A partir de la información del Cuadro 5.3, calcule los siguientes índices para el período 2021-2024:

- a) Índice de precios Laspeyres, base 2022 = 100
 - b) Índice de precios Paasche, base 2022 = 100
 - c) Índice de cantidades Paasche base 2022 = 100
 - d) Índice de valor total, base 2022 = 100
-

Pregunta 5.2

Compruebe que el índice de cantidades de Paasche del ejercicio anterior puede deducirse a partir del índice de precios de Laspeyres. De igual forma, deduzca el índice de cantidades de Laspeyres.

Pregunta 5.3

Con la información del Cuadro 5.3 obtenga los índices simples de precios base 2024 = 100 para los cuatro productos de la canasta de exportaciones tradicionales. Obtenga ahora las ponderaciones según el valor de los productos en 2023 y 2024. Finalmente, con los índices simples y las ponderaciones, calcule los índices de precios Laspeyres y Paasche para 2023 con base en 2021. Compruebe que los resultados son iguales a los obtenidos en el ejercicio 5.1.

Pregunta 5.4

Escriba la fórmula básica de cálculo del índice de cantidades Paasche para el año 1 con respecto al año 0, y la del mismo índice para el año 2 respecto al año 0. Explique por qué a partir de estos dos índices no puede deducirse cuál fue la evolución de las cantidades entre los períodos 1 y 2. ¿Y si los índices que se comparan fueran de tipo Laspeyres?

Pregunta 5.5

Demuestre formalmente que los índices de cantidades de Laspeyres son aditivos, más no así los de Paasche.

Pregunta 5.6

Teniendo en cuenta los resultados obtenidos en el ejercicio 5.1 y los cálculos que se presentan en el Cuadro 5.6, muestre que el índice de precios de Laspeyres para 2024, con base 2021, no es el inverso del correspondiente a 2021 con base en 2024. Muestre ahora que la propiedad de reversibilidad sí se cumple entre el índice de precios de Laspeyres con base en 2021 y el de Paasche con base en 2024.

Pregunta 5.7

Explique las razones por las que los índices de Paasche se interpretan como los índices implícitos de los Laspeyres.

Pregunta 5.8

Muestre si los índices ideales de Fisher reúnen las propiedades de reversibilidad, transitividad y descomposición de valor.

Pregunta 5.9

Considere la siguiente información de precios:

Índice de precios al consumidor

(Diciembre 2018=100)

Mes	2022	2023	2024
Enero	113.26	128.27	138.98
Febrero	115.11	130.40	140.49
Marzo	116.26	131.77	141.48
Abril	117.71	132.80	142.32
Mayo	118.70	133.38	142.92
Junio	119.31	133.78	143.38
Julio	120.27	134.45	143.67
Agosto	121.50	135.39	143.67
Septiembre	122.63	136.11	144.02
Octubre	123.51	136.45	143.83
Noviembre	124.46	137.09	144.22
Diciembre	126.03	137.72	144.88

Fuente: DANE, Índice de precios al consumidor.

- Calcule la tasa de inflación para el año completo a junio de 2023
 - Calcule la tasa de inflación para lo corrido del año a junio de 2024
 - Calcule la tasa promedio de inflación durante 2022
-

Pregunta 5.10

Considere la siguiente información de precios para ingresos bajos:

Índice de precios al consumidor para ingresos bajos

(Diciembre 2018=100)

Divisiones	Ponderación	Octubre de 2023	Octubre de 2024
Alimentos y bebidas no alcohólicas	23.78	175.98	179.05
Bebidas alcohólicas y tabaco	1.82	135.61	143.64
Prendas de vestir y calzado	3.30	109.82	112.16
Alojamiento, agua, electricidad, gas y otros combustibles	40.17	125.20	135.29
Muebles, artículos para el hogar y para la conservación ordinaria del hogar	2.97	136.12	139.14
Salud	1.51	133.54	141.35
Transporte	7.08	141.31	149.22
Información y comunicación	2.66	90.70	89.82
Recreación y cultura	2.61	121.31	120.43
Educación	1.64	119.32	132.01
Restaurantes y hoteles	7.23	153.85	167.59
Bienes y servicios diversos	5.23	135.79	140.78

Fuente: DANE, Índice de precios al consumidor.

- Calcule los índices totales mediante la fórmula de Laspeyres
- Obtenga las tasas de variación de los precios entre octubre de 2023 y octubre de 2024 para los diferentes grupos
- Compruebe que la variación del total no se obtiene exactamente como un promedio ponderado de las variaciones de los grupos. ¿Por qué?
- Obtenga los índices para 2023 y 2024 de los “no-alimentos” a partir de los índices y las ponderaciones de los demás grupos. ¿Cuál fue la variación de precios de los “no-alimentos” entre junio de 2023 y junio de 2024?
- Compruebe que puede llegarse a los mismos resultados a partir de la ponderación de los alimentos y los índices de alimentos y total.

Pregunta 5.11

A partir de sus respuestas al ejercicio anterior, calcule el índice de precios relativos de los alimentos (con respecto al resto de artículos de la canasta familiar) para octubre de 2023 y octubre de 2024. Interprete sus resultados.

Pregunta 5.12

¿Cuánto varía el índice de la tasa de cambio real del peso en relación con el dólar de Estados Unidos si en un mes se devalúa el peso 2%, la inflación en Colombia es 1.5% y la inflación en Estados Unidos es 0.3%?

Pregunta 5.13

Calcule el índice ponderado de la tasa de cambio real del peso para 2023 con base 2022 = 100 con respecto a los cuatro principales socios comerciales del país, a partir de la siguiente información (datos son para fin de año):

Países	Inflación 2022	Inflación 2023	Tasa de cambio por dólar 2022	Tasa de cambio por dólar 2023	Ponderaciones % (ITCR total)
Colombia	13.12	9.28	4,256.19	4,325.96	
Estados Unidos	6.45	3.35	1.00	1.00	53.49
China	1.80	-0.30	6.74	7.08	27.06
Brasil	5.79	4.62	5.16	4.99	10.41
México	7.82	4.66	20.13	17.76	9.03

Fuente: OCDE. Tipo de cambio anual e IPC Nacional

Pregunta 5.14

Haga nuevamente los cálculos de la pregunta anterior utilizando ponderaciones geométricas, como lo hace el Banco de la República.

Pregunta 5.15

La empresa ABC dispone de la siguiente información sobre sus volúmenes de producción y su valor de venta. Se pide calcular:

- Precios unitarios de venta por producto
- Índice de precios (Laspeyres) con base en 2020 para las ventas de la empresa
- Ventas totales a precios constantes de 2020
- Índice del volumen de ventas, 2020 = 100.

Años	Artículo A	Artículo B	Artículo C
2020			
Producción (unidades)	450	3,200	100
Valor (miles \$)	21,000	12,000	2,800
2021			
Producción (unidades)	530	3,120	150
Valor (miles \$)	28,300	11,400	4,400
2022			
Producción (unidades)	490	3,400	145
Valor (miles \$)	28,470	13,550	4,360
2023			
Producción (unidades)	430	3,480	95
Valor (miles \$)	25,150	14,000	3,800
2024			
Producción (unidades)	520	3,700	110
Valor (miles \$)	32,000	14,700	4,800

Pregunta 5.16

Con base en sus cálculos del punto anterior y la siguiente información del DANE,

Años	Inflación (%)	Crecimiento de la industria manufacturera (%)
2020	1.61	1.36
2021	5.62	13.43
2022	13.12	0.52
2023	9.28	-6.61
2024	5.20	1.92

Fuente: Índice de producción industrial DANE, cálculos propios.

Responda a las siguientes preguntas:

- ¿Qué tan aceptable ha sido el crecimiento de la empresa?, ¿ha ganado o perdido mercado y en qué años?
- ¿Qué tanto se han encarecido o abaratado relativamente los productos de la empresa?
- ¿Cuál deber ser el valor total de las ventas de la empresa en 2025 para mantener su participación en el mercado similar a la obtenida en 2021, suponiendo un crecimiento de la industria nacional del 1.5% y un crecimiento de precios del 3.4%? (en espera)
- ¿Cuál debería ser el precio de cada uno de los productos en 2022 para que fueran relativamente iguales de costosos para los compradores que en 2017?

Pregunta 5.17

La empresa ABC cuenta, además, con la siguiente información de su Departamento de Recursos Humanos:

Años	Número de empleados	Sueldos pagados a empleados	Número de obreros	Sueldos pagados a obreros
2020	18	3,600	120	6,000
2021	23	4,950	100	5,500
2022	27	6,200	90	5,000
2023	35	8,300	95	5,400
2024	40	10,400	85	5,100

Se pide explicar si los siguientes reclamos de los trabajadores en 2021 son justificados:

- Que el poder de compra de los salarios por trabajador se redujo, y que la prueba de tal cosa está en que en ese año les alcanzaría para comprar menos de los artículos producidos por la empresa.
- Que la empresa no les habría reconocido sus aumentos de productividad, antes bien, que su mayor productividad sólo servía para pagar una burocracia cada vez mayor dentro de la empresa.

Pregunta 5.18

Con base en la siguiente información sobre los precios de las hamburguesas Big Mac y los tipos de cambio en enero de 2023, calcule la apreciación (o depreciación) relativa de las monedas y los tipos de cambio de paridad de poder adquisitivo con respecto a Estados Unidos y con respecto a China:

País	Precio en moneda local	Tipo de cambio
Argentina	4,188.07	806.95
China	24.58	7.08
Colombia	22,019.11	4,325.96
Estados Unidos	5.69	1.00
Zona del euro	4.70	0.80
México	92.17	17.76
Uruguay	306.59	43.55

Fuente: Statista, Precios mundiales hamburguesa Big Mac a enero de 2024 y OCDE: Tasa de cambio promedio y cierre de año. Cálculos Propios.

Pregunta 5.19

Con base en las siguientes cifras calcule la tasa de cambio (implícita) de mercado, la tasa de cambio (implícita) de paridad de poder adquisitivo (*TCPPA*) y el índice de apreciación relativa (por poder de compra) del peso colombiano.

Colombia	<i>PIB</i> (millones de pesos corrientes)	PIB (millones de dólares constantes de 2015)	PIB, PPA (millones de dólares corrientes internacionales)	PIB (millones de dólares corrientes)
2020	998,471,000	298,309.7	785,737.6	270,348.3
2021	1,192,634,000	330,530.7	888,221.7	318,524.6
2022	1,469,791,000	354,622.7	1,068,041.6	345,329.9
2023	1,572,458,000	356,787.3	1,081,779.1	363,493.8

Fuente: Banco Mundial.

Bibliografía

Fuentes y métodos

Banco de la República. “Metodología de cálculo del Índice de Tasa de Cambio Real (*ITCR*) de Colombia” (sin fecha). Explica los cambios de metodología del 2014: www.banrep.gov.co/economia/pli/Metodologia_ITCR_u.PDF

Banco Mundial, *World Development Indicators* 2003, Washington, DC, 2003. Incluye cálculos del PIB en dólares de paridad. Se encuentra disponible en: <https://databank.worldbank.org/source/world-development-indicators>

www.banrep.gov.co Presenta las series del IPC, el *IPP* y la *ITCR* según las metodologías más recientes.

www.dane.gov.co Presenta las series del IPC y el *IPP* según las metodologías más recientes, y documentos técnicos que explican la construcción de ambos índices.

<http://data.worldbank.org> Presenta las tasas de cambio de paridad de poder adquisitivo y los PIB a precios de paridad de poder de compra.

Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico (OCDE). Series internacionales sobre tipo de cambio e inflación. <https://www.oecd.org/en/data.html>

Textos y manuales

Balk, Bert M. *Price and Quantity Index Numbers. Models for Measuring Aggregate Change and Difference*. Cambridge University Press. 2008. Excelente recuento de la historia, la teoría, las aplicaciones y las limitaciones de los índices de precios y cantidades.

Organización Internacional del Trabajo / Fondo Monetario Internacional / Organización de Cooperación y Desarrollo Económicos / Oficina Estadística de las Comunidades Europeas / Naciones Unidas / Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento / Banco Mundial, *Manual del Índice de Precios al Consumidor. Teoría y práctica*. 2006. La más completa guía teórica y práctica sobre el IPC: https://www.imf.org/external/pubs/ft/cpi/manual/2004/esl/cpi_sp.pdf