Econometría 06169
Examen Parcial #2
Cali, Sábado 28 de Marzo de 2009

Profesores: Julio César Alonso y Carlos Giovanni González

Estudiante:______________________

Código:_________________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **9** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para dos horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Buena Suerte!

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique brevemente su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

1. Considere el siguiente modelo: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 D_1 + \beta_4 D_2 + \varepsilon_i$, que incluye j= 2 variables dummy cuando hay j posibilidades, sin tener en cuenta la regla de que se deben incluir j-1 variables dummy. En este caso, se puede afirmar que la multicolinealidad perfecta es un problema de diseño del modelo planteado y no de la muestra.
2. Suponga el modelo $\ln y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln x_i + \varepsilon_i$, en donde ε_i es el término de error y $\text{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \ln x_i$. Por lo tanto, no se puede transformar el modelo de modo que los estimadores MCO de los $\beta's$ sean insesgados y eficientes.
3. Con la información de los últimos 20 años se ha obtenido la siguiente estimación para la función de inversión en vivienda en Cali:
   $\ln Y_t = -0{,}913 - 0{,}381 \ln P_t + 0{,}0098 \cdot t$, $R^2 = 0{,}341$, $DW = 1{,}54$
   donde Y_t es la inversión en vivienda, P_t es el índice de precios de la vivienda y t=1,2,…..20. Además se sabe que para k-1=2 y T=20 se tiene que $d_l = 0{,}863$ y $d_u = 1{,}271$ (95% de confianza). Con esta información, se puede afirmar con un nivel razonable de precisión que existe autocorrelación negativa.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

1. Si se excluyen variables irrelevantes en un modelo econométrico entonces nos enfrentamos a los siguientes problemas:
   a. i). EMCO de los $\beta's$ estará sesgado y será inconsistente; ii). $S^2 =$ es sesgado; iii). T-calc y F-calc no son validos.
   b. i). EMCO de los $\beta's$ estará insesgado y será consistente; ii). $S^2 =$ es insesgado; iii). T-calc y F-calc son validos. iv). Costo: varianza de los $\beta's$ será más grande y tendrá meno grados de libertad.
   c. i). EMCO de los $\beta's$ estará sesgado y será consistente; ii). $S^2 =$ es insesgado; iii). T-calc y F-calc son validos.
   d. Ninguna de las anteriores.
2. Suponga el siguiente modelo $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_{2i} + \beta_3 x_{3i} + \varepsilon_i$; donde y_i es la variable dependiente, x_{2i} y x_{3i} son variables explicativas y ε_i es un término de error que cumple las condiciones del teorema de Gauss-Markov, además $i = 1,2,...10$. Entonces, dado que el coeficiente estimado para el intercepto es 10 y su correspondiente error estándar es de 1, podemos afirmar que:
   a. El intercepto no es significativo
   b. El intercepto es significativo

   c. El estimador del coeficiente no es significativo.
   d. No se puede afirmar nada sobre el intercepto.
3. Un estudiante escribe en su segundo examen parcial de econometría: "Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre Y y X es lineal. 2). Las X´s son no estocásticas y lineal mente independientes entre sí. Y 3) $E[\varepsilon]=0_{nx1}$, $\text{var}[\varepsilon_i]=\sigma_i^2$ y $E[\varepsilon_i,\varepsilon_j]=0$ i ≠ j Estos dos últimos supuestos se pueden expresar como:

$$E[\varepsilon^T,\varepsilon]=\begin{bmatrix}\sigma_i^2 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \sigma_i^2 & \ddots & \vdots\\ \vdots & \ddots & \ddots & 0\\ 0 & 0 & \dots & \sigma_i^2\end{bmatrix}."$$

   El estudiante ___ cometió un error. En este caso tendremos el problema econométrico denominado ___:
   a. Si, Multicolinealidad
   b. Si, Autocorrelacion
   c. Si, Hereroscedasticidad
   d. No, Ningún problema

3 (30 puntos)

Un investigador desea estimar la función que describa el gasto en recreación de los individuos en una pequeña localidad. Después de una exhaustiva revisión bibliográfica, el investigador encuentra que toda la teoría escrita al respecto tiene una conclusión unánime: el ***modelo teórico*** y la forma funcional del modelo debe ser tal como el modelo que se reporta al final del examen en la Tabla 1. La base de datos empleada proviene de una encuesta realizada por el departamento de estadística de la pequeña localidad e incluye las variables: gasto en recreación de un individuo (GR_i) (medido en dólares por mes), el ingreso del individuo i $(ingr_i)$ (medido en miles de dólares por mes), la edad en años del individuo i $(edad_i)$ y el tamaño del hogar en el que habita el individuo i (N_i). Así, el investigador, basado en la teoría, cree que es el modelo correcto es el que se reporta al final del examen en la Tabla 1.

Responda brevemente a cada una de las siguientes preguntas empleando la información suministrada al final del examen:

a. Escriba el modelo estimado por el econometrista que corresponde a las estimaciones presentadas en la Tabla 1. **(2 Puntos).**
b. El investigador, con miedo de tener un problema econométrico construye otro modelo y lo estima. Este segundo modelo se reporta en la Tabla 2 al final. Escriba el segundo modelo estimado por el econometrista **(2 Puntos).**
c. Dada toda la información disponible en este examen, ¿Cuál de los dos modelos debería emplear el investigador? Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. **(10 Puntos).**

d. Independientemente de sus respuestas anteriores y de la presencia o no de problemas, interprete los coeficientes del modelo reportado en la Tabla 1. Teniendo en cuenta su significancia. **(6 puntos).**
e. El gobierno de la localidad cree que el gasto en recreación de los mayores de 25 años tienen una elasticidad ingreso mayor que los menores de esta edad. En especial, se cree que la elasticidad ingreso del gasto en recreación es tres veces más grande para los mayores de 25 que para los menores de 25. Partiendo del modelo estimado en la TABLA 1., plantee un modelo que permita comprobar si esta hipótesis es cierta. Explique claramente por qué el modelo planteado sirve para este fin. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas, así como la manera en que tomaría la decisión. **(10 Puntos)**

4 (40 puntos)

El jefe de estudios económicos de la compañía de telecomunicaciones "A" desea estimar la función de demanda por "paquetes" de conexión de voz, datos y telefonía local. Para tal fin, se desea emplear la siguiente función de demanda:

$$Q_t=\beta_1+\beta_2 PA_t+\beta_3 PB_t+\beta_4 TD_t+\varepsilon_t \qquad (1)$$

Donde el Q_t corresponde al número TOTAL de "paquetes" de la compañía "A" demandados en la ciudad de Calica para el mes t (medido en miles de paquetes). PA_t y PB_t representan el precio mensual por "paquete" de la compañía "A" y "B" vigente en el mes t, respectivamente (medido en miles de pesos). Finalmente, TD_t representa la tasa de desempleo en el mes t, la cual se emplea como una variable "proxy" del ingreso disponible en la ciudad.

Además del modelo es importante tener en cuenta las características más destacables de este mercado:

- El mercado es un duopolio
- La firma "B" actúa como un seguidor en la fijación del precio.
- La política de fijación de precios de la firma "B" es cargar un precio igual al 90% del precio de la competencia.
- Los "paquetes" que se ofrecen en el mercado son iguales en sus características. Es decir, mismos canales de televisión, mismo ancho de banda y minutos ilimitados de telefonía local.

El econometrista encargado de este estudio sabe por estudios previos que $Var(\varepsilon_t)=C_t\sigma^2$. Donde C_t representa el precio promedio de los paquetes de telefonía celular con minutos ilimitados disponibles en la en la ciudad de Calica en el mes t.

A partir de la información anterior conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es ***el principal*** problema que tendrá el econometrista al estimar los coeficientes del modelo (1) por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? ¡SOLO enumere un problema, el principal! **(5 puntos)**

Econometría 06169
Examen Parcial #2
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 28 de Marzo de 2009

Profesores: Julio César Alonso y Carlos Giovanni González

Estudiante:______________________
Código:_________________________

<u>Instrucciones:</u>

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen está diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Buena Suerte!

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique brevemente su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

1. Considere el siguiente modelo: $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_i + \beta_3 D_1 + \beta_4 D_2 + \varepsilon_i$, que incluye j=2 variables dummy cuando hay j posibilidades, sin tener en cuenta la regla de que se deben incluir j-1 variables dummy En este caso, se puede afirmar que la multicolinealidad perfecta es un problema de diseño del modelo planteado y no de la muestra.

Verdadero, pues al incluir todas las características j como variables dummy en el modelo las X's no serian linealmente independientes. Si se incluyen las j variables dummy se debe quitar el intercepto, porque así evitaríamos la multicolinealidad perfecta.

2. Suponga el modelo $\ln y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln x_i + \varepsilon_i$, en donde ε_i es el término de error y $\operatorname{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \ln x_i$. Por lo tanto, no se puede transformar el modelo de modo que los estimadores MCO de los $\beta's$ sean insesgados y eficientes.

Falso, pues el término de error es heteroscedastico al no ser la varianza de los errores constante σ^2. Además, para este modelo conocemos la varianza de cada uno de los errores $\operatorname{var}(\varepsilon_i) = \sigma^2 \ln x_i$. Y, podemos utilizar el método conocido como Mínimos Cuadrados Ponderados (MCP) para corregir el problema de heteroscedasticidad. De tal forma que: $\frac{\ln y_i}{\sqrt{\ln x_i}} = \frac{\beta_1}{\sqrt{\ln x_i}} + \beta_2 \frac{\ln x_i}{\sqrt{\ln x_i}} + \frac{\varepsilon_i}{\sqrt{\ln x_i}}$. Donde el término de error de este nuevo modelo es homoscedastico:

$E\left[\frac{\varepsilon_i}{\sqrt{\ln Y_i}}\right]^2 = \frac{1}{\ln Y_i} E[\varepsilon_i]^2 = \frac{1}{\ln Y_i} \sigma^2 \ln Y_t = \sigma^2$. Finalmente, con el modelo transformado por (MCP) los estimadores MCO de los $\beta's$ son insesgados y eficientes.

3. En presencia de un problema de autocorrelación en un modelo econométrico en el que no conocemos la naturaleza de la misma podemos utilizar una transformación del modelo original (transformación de diferencias generalizadas) que solucionará el problema.

Falso, pues este método lo aplicamos cuando conocemos la naturaleza de la autocorrelación. Cuando no se conoce la naturaleza de la autocorrelación lo más apropiado seria aplicar el método de Durbin o el método Cochrane-Orcutt.

4. Con la información de los últimos 20 años se ha obtenido la siguiente estimación de la inversión en vivienda en Cali:

$$\ln Y_t = -0{,}913 - 0{,}381 \ln P_t + 0{,}0098t \,;\; R^2 = 0{,}341 \,;\; \text{DW=1,54}$$

donde, Y_t: *Inversión en vivienda*; P_t: *Indice de precios de vivienda*; t:1,2,…..20.

Los datos son una serie de tiempo y se cree que posiblemente el modelo tenga problemas de autocorrelación. Entonces, realizamos la prueba de Durbin Watson y tenemos: $\mu_t = \rho\mu_{t-1} + \varepsilon_t$; Y la prueba de hipótesis seria: $H_0 : \rho = 0$ vs $H_a: \rho > 0$ (Nota: para K=2 y T=20 se tiene que $d_l = 0{,}863$; $d_u = 1{,}271$.) Por lo tanto, se puede afirmar que existe autocorrelación negativa.

Falso, El valor del DW=1,54 es mayor a d_u =1,271 y por lo tanto no se rechaza la hipótesis nula: H_0: No existencia de autocorrelación. (era necesaria la prueba formal)

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

1. Si se excluyen variables irrelevantes en un modelo econométrico entonces nos enfrentamos a los siguientes problemas:

a. i). EMCO de los $\beta's$ estará sesgado y será inconsistente; ii). $S^2 =$ es sesgado; iii). T-calc y F-calc no son validos.

b. i). EMCO de los $\beta's$ estará insesgado y será consistente; ii). $S^2 =$ es insesgado; iii). T-calc y F-calc son validos. iv). Costo: varianza de los $\beta's$ será más grande y tendrá meno grados de libertad.

c. i). EMCO de los $\beta's$ estará sesgado y será consistente; ii). $S^2 =$ es insesgado; iii). T-calc y F-calc son validos.

d. Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d) Ninguna de las anteriores. Noten que se está preguntando por un error de especificación que no existe "*exclusión de variables irrelevantes*", en clase vimos dos tipos de errores de especificación: El primero es la omisión de variables relevantes: cuando se comete este error de especificación se cumple el enunciado (a) de las respuestas. El segundo es la inclusión de variables irrelevantes: cuando se comete este error se cumplen las condiciones de la respuesta (b). Mientras que la respuesta (c) no se cumple en ninguno de los casos. En el caso que se excluyan variables irrelevantes, el modelo estará bien especificado y si se cumplen los supuestos del Teorema de Gauss-Markov, los estimadores de MCO serán MELI.

2. Suponga el siguiente modelo $y_i = \beta_1 + \beta_2 x_2 + \beta_3 x_3 + \varepsilon_i$; donde y_i es la variable dependiente, x_2 y x_3 son variables explicativas y ε_i es un término de error que cumple las condiciones del teorema de Gauss-Markov, además $i = 1,2,\ldots 10$. Entonces, dado que el coeficiente estimado para el intercepto es 10 y su correspondiente error estándar es de 1, podemos afirmar que:

a. El intercepto no es significativo

b. El intercepto es significativo

c. El estimador del coeficiente no es

d. No se puede afirmar nada sobre el intercepto.

Respuesta: d). No se puede afirmar nada sobre el intercepto. Recuerden que la muestra no es lo suficientemente grande (n=10) y para hacer inferencia necesitaremos asumir que los errores se distribuyan normalmente. Por tanto no se puede concluir que el intercepto no será significativo hasta no constatar que los residuos en efecto si siguen una distribución normal.

3. Un estudiante escribe en su 2 examen parcial de econometría "Sabemos que los supuestos del modelo de regresión múltiple son: 1). La relación entre Y y X es lineal. 2). Las X´s son no estocásticas y lineal mente independientes entre sí. 3).i. $E[\varepsilon] = 0_{nx1}$ ii. $\text{var}[\varepsilon_i] = \sigma_i^2$ iii. $E[\varepsilon_i, \varepsilon_j] = 0 \quad i \neq j$

De ii y iii, tenemos:

$$E[\varepsilon^T, \varepsilon] = \begin{bmatrix} \sigma_i^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_i^2 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & \ldots & \sigma_i^2 \end{bmatrix}\text{,,}$$

El estudiante ___ cometió un error. En este caso tendremos el problema econométrico denominado ___:

a. Si, Multicolinealidad

b. Si, Autocorrelacion

c. Si, Hereroscedasticidad

d. No, Ningún problema

Respuesta: c). Heteroscedasticidad. Pues, en el apartado (3-ii) se observa que la varianza de los errores no es constante $\text{var}[\varepsilon_i] = \sigma_i^2$. Uno de los supuestos del modelo es la homoscedasticidad (la varianza de los errores debe ser constante $\text{var}[\varepsilon_i] = \sigma^2$).

3 (30 puntos)

Un investigador desea estimar la función que describa el gasto en recreación de los individuos en una pequeña localidad. Después de una exhaustiva revisión bibliográfica, el investigador encuentra que toda la teoría escrita al respecto tiene una conclusión unánime: el ***modelo teórico*** y la forma funcional del modelo debe ser tal como el modelo que se reporta al final del examen en la Tabla 1. La base de datos empleada proviene de una encuesta realizada por el departamento de estadística de la pequeña localidad e incluye las variables: gasto en recreación de un individuo (GR_i) (medido en dólares por mes), el ingreso del individuo *i* $(ingr_i)$ (medido en miles de dólares por mes), la edad en años del individuo *i* $(edad_i)$ y el tamaño del hogar en el que habita el individuo *i* (N_i). Así, el investigador, basado en la teoría, cree que es el modelo correcto es el que se reporta al final del examen en la Tabla 1.

Responda brevemente a cada una de las siguientes preguntas empleando la información suministrada al final del examen:

a. Escriba el modelo estimado por el econometrista que corresponde a las estimaciones presentadas en la Tabla 1. **(2 Puntos).**

El modelo inicialmente estimado fue:

$$GR_i = \beta_1 + \beta_2 (ingr_i) + \beta_3 (ingr_i^2) + \beta_4 edad_i + \varepsilon_i$$

b. El investigador, con miedo de tener un problema econométrico construye otro modelo y lo estima. Este segundo modelo se reporta en la Tabla 2 al final. Escriba el segundo modelo estimado por el econometrista **(2 Puntos).**

El segundo modelo estimado fue:

$$\frac{GR_i}{N_i} = \alpha_1 \frac{1}{N_i} + \alpha_2 \frac{(ingr_i)}{N_i} + \alpha_3 \frac{edad_i}{N_i} + \varepsilon_i$$

c. Dada toda la información disponible en este examen, ¿Cuál de los dos modelos debería emplear el investigador? Sea lo más claro posible y en caso de poder hacer pruebas efectúelas. **(10 Puntos).**

Para esta pregunta estábamos esperando que se discutieran los siguientes puntos como mínimo:

- El modelo reportado en la Tabla 1 tiene heteroscedasticidad según la prueba de Breush-Pagan:
  - se debía discutir la correspondiente hipótesis nula y alterna (1 punto) y
  - la conclusión del tipo de heteroscedasticidad (1 punto)
  - Noten que según la prueba los errores tienen una heteroscedasticidad producida por las variables que están en el modelo.
- El modelo reportado en la Tabla 2 no tiene heteroscedasticidad según la prueba de Breush-Pagan:
  - se debía discutir la correspondiente hipótesis nula y alterna (1 punto) y
  - la conclusión del tipo de heteroscedasticidad (1 punto)
  - Noten que según la prueba los errores tienen una heteroscedasticidad producida por las variables que están en el modelo.

- Reconocer que el modelo en la Tabla 2, si bien no tiene heteroscedasticidad, omite una variable que es relevante para el modelo según la teoría (según el enunciado). Así, los coeficientes estimados en este modelo tendrán un sesgo por omisión. (3 puntos)
- Así, el modelo que se debería trabajar es el presentado en la Tabla 1, ***empleando la corrección de White***. (3 puntos)

d. Independientemente de sus respuestas anteriores y de la presencia o no de problemas, interprete los coeficientes del modelo reportado en la Tabla 1. Teniendo en cuenta su significancia. **(6 puntos).**

$\hat{\beta}_1$=5680.4409591 es significativo (con un nivel de confianza del 99%). 5680 dólares corresponde a la parte del gasto mensual en recreación que no depende ni de la edad ni del ingreso. (1 punto)

$\hat{\beta}_4$=-0.6217188. Noten que este coeficiente es significativo al 99% (si se tiene en cuenta la corrección de White). Un año de edad provoca una disminución de 62 centavos de dólar en el gasto mensual en recreación. (1 punto)

Ahora, noten que:

$\frac{\partial GR_i}{\partial ingr_i} = \beta_2 + 2\beta_3 (ingr_i)$ (no se dará crédito por interpretar todo el efecto marginal se debe interpretar cada coeficiente).

Dado que ambos coeficientes son significativos (el primero con un nivel de confianza del 99% y el segundo con un nivel de confianza del 90%), tenemos las siguientes interpretaciones :

$\hat{\beta}_2$ = 0.5551415. La parte constante del efecto marginal de un aumento de mil dólares en el ingreso es de 0.55 dólares. (2 puntos)

$\hat{\beta}_3$ = -0.0000381. Un aumento de mil dólares en el ingreso disminuirá el efecto marginal de esos mil dólares sobre el gasto en recreación en $2 \bullet (0.0000381)(ingr_i)$ dólares. (2 puntos)

(por la omisión de cada gorro se descontará 0.5 puntos)

e. El gobierno de la localidad cree que el gasto en recreación de los mayores de 25 años tienen una elasticidad ingreso mayor que los menores de esta edad. En especial, se cree que la elasticidad ingreso del gasto en recreación es tres veces más grande para los mayores de 25 que para los menores de 25. Partiendo del modelo estimado en la TABLA 1., plantee un modelo que permita comprobar si esta hipótesis es cierta. Explique claramente por qué el modelo planteado sirve para este fin. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas, así como la manera en que tomaría la decisión. **(10 Puntos)**

En este caso es necesario crear la siguiente variable dummy:

$$D_i = \begin{cases} 1 & si\, i > 25\, años \\ 0 & o.w. \end{cases}$$

(1 punto por plantear la variable dummy)
Entonces, el modelo será:

$$GR_i = \beta_1 + \beta_2\left(ingr_i\right) + \beta_3\left(ingr_i^2\right) + \beta_4 edad_i + \alpha_1 D_i\left(ingr_i\right) + \alpha_2 D_i\left(ingr_i^2\right) + \varepsilon_i$$

(2 puntos por plantear el modelo)
En este caso el modelo permitirá comprobar la hipótesis pues tenemos que la elasticidad ingreso (evaluada en la media) del gasto en recreación (η) es :

$$\eta = \frac{\partial GR}{\partial ingr}\cdot\frac{\overline{GR}}{\overline{ingr}}$$

En este caso tendremos que:

$$E\left[GR_i\right] = \begin{cases} \beta_1 + \left(\beta_2+\alpha_1\right)\left(ingr_i\right) + \left(\beta_3+\alpha_2\right)\left(ingr_i^2\right) + \beta_4 edad_i & si\, i > 25\, \text{años} \\ \beta_1 + \beta_2\left(ingr_i\right) + \beta_3\left(ingr_i^2\right) + \beta_4 edad_i & o.w. \end{cases}$$

Por tanto nuestra hipótesis nula será:

$$Ho: Elasticidad\left(mayores\, de\, 25\, \text{años}\right) = 3\cdot Elasticidad\left(menores\, de\, 25\, \text{años}\right)$$

$$Ho: \left.\frac{\partial GR}{\partial ingr}\right|_{mayores\, de\, 25\, \text{años}}\cdot\left.\frac{\overline{ingr}}{\overline{GR}}\right|_{mayores\, de\, 25\, \text{años}} = 3\cdot\left[\left.\frac{\partial GR}{\partial ingr}\right|_{menores\, de\, 25\, \text{años}}\cdot\left.\frac{\overline{ingr}}{\overline{GR}}\right|_{menores\, de\, 25\, \text{años}}\right]$$

$$Ho: \left(\left(\beta_2+\alpha_1\right)+\left(\beta_3+\alpha_2\right)\cdot\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)\cdot\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} = 3\cdot\left[\left(\beta_2+\beta_3\cdot\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)\cdot\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right]$$

$$Ho: \beta_2\left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \beta_3\left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \alpha_1\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} + \alpha_2\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} = 0$$

(4 puntos por plantear la hipótesis)

Esta hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = C$ donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & \left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] & \left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] & 0 & \frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} & \frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} \end{bmatrix}$$

y $C = 0$

Y por tanto la hipótesis alterna será: $H_A:\ no\ H_0$

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T\left(R\left(X^TX\right)^{-1}R^T\right)^{-1}\left(c - R\hat{\beta}\right)\Big/ r}{SSE/n-k}$$

En este caso el denominador será: 100-5=96. El numerador es:

$$\left(-\left[\beta_2\left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \beta_3\left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \alpha_1\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} + \alpha_2\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}}\right]\right)\bullet$$

$$\left\{\begin{bmatrix} 0 & \left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] & \left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] & 0 & \frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} & \frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} \end{bmatrix}\left(X^TX\right)^{-1}\begin{bmatrix} 0 \\ \left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] \\ \left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] \\ 0 \\ \frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} \\ \frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} \end{bmatrix}\right\}\bullet$$

$$\left(-\left[\beta_2\left[\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\overline{ingr}_{<25\text{años}}}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \beta_3\left[\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} - 3\frac{\left(\overline{ingr}_{<25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{<25\text{años}}}\right] + \alpha_1\frac{\overline{ingr}_{>25\text{años}}}{\overline{GR}_{>25\text{años}}} + \alpha_2\frac{\left(\overline{ingr}_{>25\text{años}}\right)^2}{\overline{GR}_{>25\text{años}}}\right]\right)$$

(2 puntos)

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 1 grado de libertad en el numerado y 94 grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el $F_{calculado}$ es mayor que el de la tabla. (1 punto)

4 (40 puntos)

El jefe de estudios económicos de la compañía de telecomunicaciones “A” desea estimar la función de demanda por “paquetes” de conexión de voz, datos y telefonía local. Para tal fin, se desea emplear la siguiente función de demanda:

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 PA_t + \beta_3 PB_t + \beta_4 TD_t + \varepsilon_t \qquad (1)$$

Donde el Q_t corresponde al número TOTAL de “paquetes” de la compañía “A” demandados en la ciudad de Calica para el mes t (medido en miles de paquetes). PA_t y PB_t representan el precio mensual por “paquete” de la compañía “A” y “B” vigente en el mes t, respectivamente (medido en miles de pesos). Finalmente, TD_t representa la tasa de desempleo en el mes t, la cual se emplea como una variable “proxy” del ingreso disponible en la ciudad.

Además del modelo es importante tener en cuenta las características más destacables de este mercado:

- El mercado es un duopolio

- La firma "B" actúa como un seguidor en la fijación del precio.
- La política de fijación de precios de la firma "B" es cargar un precio igual al 90% del precio de la competencia.
- Los "paquetes" que se ofrecen en el mercado son iguales en sus características. Es decir, mismos canales de televisión, mismo ancho de banda y minutos ilimitados de telefonía local.

El econometrista encargado de este estudio sabe por estudios previos que $Var(\varepsilon_t) = C_t\sigma^2$. Donde C_t representa el precio promedio de los paquetes de telefonía celular con minutos ilimitados disponibles en la en la ciudad de Calica en el mes t.

A partir de la información anterior conteste las siguientes preguntas:

a) ¿Cuál es ***el principal*** problema que tendrá el econometrista al estimar los coeficientes del modelo (1) por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? ¡SOLO enumere un problema, el principal! **(5 puntos)**

Dada la política de fijación de precios de la firma "B" tenemos que $PB_t = 0.9PA_t$ entonces tendremos que existe multicolinealidad perfecta, por tanto el principal problema es que los estimadores MCO no existirán. (5 puntos por determinar que los MCO no existen) ¡No se dará crédito si el problema que se identifica como el principal es la heteroscedasticidad!

b) El econometrista, sugiere estimar un modelo que resuelve los problemas presentes en el modelo. Escriba ese modelo y demuestre que no tiene problemas econométricos. **(10 puntos)**

En este caso para resolver el problema de heteroscedasticidad y multicolinealidad perfecta al mismo tiempo, podemos dividir a ambos lados por el nivel de precios (es decir, el IPC):

$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 PA_t + \beta_3 PB_t + \beta_4 TD_t + \varepsilon_t$$
$$Q_t = \beta_1 + \beta_2 PA_t + \beta_3 0.9 PA_t + \beta_4 TD_t + \varepsilon_t$$
$$Q_t = \beta_1 + (\beta_2 + \beta_3 0.9) PA_t + \beta_4 TD_t + \varepsilon_t$$

Hasta aquí el modelo está libre de multicolinealidad perfecta, pero aún mantiene el problema de heteroscedasticidad. Para resolver el problema tenemos que:

$$\frac{Q_t}{\sqrt{C_t}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{C_t}} + (\beta_2 + \beta_3 0.9)\frac{PA_t}{\sqrt{C_t}} + \beta_4 \frac{TD_t}{\sqrt{C_t}} + \frac{\varepsilon_t}{\sqrt{C_t}}$$

Noten que este modelo no tiene multicolinealidad perfecta y además será homoscedástico. Esta última afirmación se puede demostrar de la siguiente manera:

$$Var\left(\frac{\varepsilon_t}{\sqrt{C_t}}\right) = \frac{1}{\left(\frac{\varepsilon_t}{\sqrt{C_t}}\right)^2} Var(\varepsilon_t) = \frac{C_t\sigma^2}{C_t} = \sigma^2$$

Es importante anotar que no será posible encontrar β_2 ni β_3, pero si se podrá estimar $\alpha = (\beta_2 + \beta_3 0.9)$.

Así, el modelo a estimar se puede reparametrizar de la siguiente manera:

$$\frac{Q_t}{\sqrt{C_t}} = \beta_1 \frac{1}{\sqrt{C_t}} + \alpha \frac{PA_t}{\sqrt{C_t}} + \beta_4 \frac{TD_t}{\sqrt{C_t}} + \mu_t$$

Donde μ_t es el término de error homoscedástico.

NOTA: Resolver únicamente el problema de heteroscedasticidad implicará únicamente 4 puntos.

c) Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz X^TX y X^Ty. NOTA: Para la construcción de estas matrices, el modelo se organizó lo más parecido al modelo:

$$X^TX = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 5 \\ 10 & 20 & -10 \\ 5 & -10 & 5 \end{bmatrix} \quad X^Ty = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz X^TX. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz X^TX, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Exprese su respuesta en términos de las variables en el modelo original *y no en términos de variables reparametrizadas*** (por ejemplo PA_t). **(6 puntos)**

En este caso

$$\sum_{t=1}^{T}\frac{1}{C_t} = \sum_{t=1}^{T}\frac{TD_t^2}{C_t} = \sum_{t=1}^{T}\frac{TD_t}{C_t} = 5,\ \sum_{t=1}^{T}\frac{PA_t^2}{C_t} = 20,\ \sum_{t=1}^{T}\frac{PA_t^2}{C_t} = 20 \text{ y } \sum_{t=1}^{T}\frac{PA_t \cdot TD_t}{C_t}$$

1 punto por cada una de estas sumatorias

d) Encuentre los estimadores MELI para los coeficientes que se puedan recuperar del ***modelo*** (1). ***MUESTRE*** claramente el valor estimado y su correspondiente parámetro poblacional. **(7 Puntos)**

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^TX)^{-1}X^Ty = \begin{bmatrix} 0 & 1/20 & 1/10 \\ 1/20 & 0 & -1/20 \\ 1/10 & -1/20 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/4 \\ -1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix}$$

Es decir,

$$\hat{\beta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_1 \\ \hat{\alpha} \\ \hat{\beta}_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5/4 \\ -1/4 \\ 1/4 \end{bmatrix}$$

Si no muestra a que corresponde cada coeficiente estimado se restarán 2 puntos

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(5 Puntos)**

$\hat{\beta}_1 = 5/4$ La parte de la demanda que no depende ni del precio (de la compañía A ni de la B) ni de la tasa de desempleo es de 1,250 paquetes. (1 punto)

$\hat{\alpha} = -1/4$. Un aumento de mil pesos en el precio de los paquetes de la compañía "A" implicará una disminución de 250 paquetes demandados. (2 puntos)

$\hat{\beta}_4 = 1/4$. Un aumento de un punto porcentual de la tasa de desempleo provocará un aumento en 250 paquetes demandados. Noten que el signo es contra intuitivo!!(2 puntos)

f) El jefe de estudios económicos de la compañía quiere determinar si es verdad que las viviendas cuya cabeza de hogar es mujer tienden a demandar menos "paquetes" que aquellas cuya cabeza de hogar son hombres. El jefe quiere emplear la misma muestra, y tal vez estaría dispuesto a recoger información sobre el género del jefe del hogar, pero definitivamente quiere emplear la misma series de tiempo. ¿Es posible comprobar esta hipótesis del economista jefe? Si es posible, muestre cómo se podría comprobar si esta hipótesis es correcta o no empleando los mismos datos y muestra. Si no es posible, explique porque no es posible comprobar esta hipótesis empleando los mismos datos y muestra adicionando la información del género. **Sea lo más claro posible (7 Puntos)**

Noten que este estudio hasta ahora implica emplear series de tiempo para el mercado total. Es imposible discriminar la demanda por hogar, de tal manera que se pudiese construir una variable dummy de género que permitiera comprobar la hipótesis nula. Por tal motivo, empleando la misma muestra y datos no es posible cumplir con el objetivo propuesto.

3 puntos para quien identifique que se requiere otro tipo de muestra y no presente una clara explicación

Los 4 puntos restantes por la explicación clara del porque no se puede crear la dummy.

NOTA: esta pregunta tenía como intensión que el estudiante encontrará que en un estudio de series de tiempo no es posible hacer ese tipo de distinciones, en especial con el tipo de información que se contaba. Por tanto, no se dará crédito si se plantea un modelo.

TABLA 1. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = GR (i)

Characteristics:
GR (i)
First observation = 1
Last observation = 100
Number of usable observations: 100

X variables:
X(1) = ingr (i)
X(2) = ingr (i)^2
X(3) = edad(i)
X(4) = 1
Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	0.5551415	3.366	3.638
		(0.16491)	(0.15260)
		[0.00076]	[0.00027]
b(2)	-0.0000381	-12.638	-13.677
		(0.0600)	(0.0612)
		[0.00324]	[0.00436]
b(3)	-0.6217188	-8.277	-7.284
		(0.02464)	(0.0115)
		[0.00180]	[0.00711]
b(4)	5680.4409591	39.828	43.231
		(142.62431)	(131.39687)
		[0.00000]	[0.00000]

Effective sample size (n): 100
Variance of the residuals: 72318.51487238
Standard error of the residuals (SER): 268.92101977
Residual sum of squares (RSS): 6942577.42774893
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 16455716.1564733
R-square: 0.5781
Adjusted R-square: 0.5649

Overall F test: F(3,96) = 43.85
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.14 2.7
Conclusions: reject reject

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 3.013362
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.22164
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 14.857305
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(3)
p-value = 0.00654

Universidad Icesi *Departamento de Economía*

TABLA 2. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = GR (i) x N(i)^-1

Characteristics:
GR (i) x N(i)^-1
First observation = 1
Last observation = 100
Number of usable observations: 100

X variables:
X(1) = ingr (i) x N(i)^-1
X(2) = edad (i) x N(i)^-1
X(3) = N(i)^-1
Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	3.4301224	16.782 (0.20439) [0.00000]	9.441 (0.36330) [0.00000]
b(2)	376.2885231	1.273 (295.62081) [0.20306]	1.493 (252.09817) [0.13553]
b(3)	403.4070726	2.608 (154.70599) [0.00912]	2.329 (173.23789) [0.01988]

Effective sample size (n): 100
Variance of the residuals: 619830.99012164
Standard error of the residuals (SER): 787.29345871
Residual sum of squares (RSS): 60123606.0417989

(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 268164702.681199
R-square: 0.7758
Adjusted R-square: 0.7712

Overall F test: F(2,97) = 167.82
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.36 3.09
Conclusions: reject reject

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 137.545812
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject

Breusch-Pagan test = 2.940843
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.98000

b) El econometrista, sugiere estimar un modelo que resuelve los problemas presentes en el modelo. Escriba ese modelo y demuestre que no tiene problemas econométricos. **(10 puntos)**

c) Después de realizar las transformaciones del caso para garantizar que obtengamos estimadores MELI para los parámetros se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$. NOTA: Para la construcción de estas matrices, el modelo se organizó lo más parecido al modelo:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 5 & 10 & 5 \\ 10 & 20 & -10 \\ 5 & -10 & 5 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 5 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **Exprese su respuesta en términos de las variables en el modelo original *y no en términos de variables reparametrizadas*** (por ejemplo PA_t). **(6 puntos)**

d) Encuentre los estimadores MELI para los coeficientes que se puedan recuperar del ***modelo*** (1). ***MUESTRE*** claramente el valor estimado y su correspondiente parámetro poblacional. **(7 Puntos)**

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(5 Puntos)**

f) El jefe de estudios económicos de la compañía quiere determinar si es verdad que las viviendas cuya cabeza de hogar es mujer tienden a demandar menos "paquetes" que aquellas cuya cabeza de hogar son hombres. El jefe quiere emplear la misma muestra, y tal vez estaría dispuesto a recoger información sobre el género del jefe del hogar, pero definitivamente quiere emplear la misma series de tiempo. ¿Es posible comprobar esta hipótesis del economista jefe? Si es posible, muestre cómo se podría comprobar si esta hipótesis es correcta o no empleando los mismos datos y muestra. Si no es posible, explique porque no es posible comprobar esta hipótesis empleando los mismos datos y muestra adicionando la información del género. **Sea lo más claro posible (7 Puntos)**

TABLA 1. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = GR (i)

Characteristics:
GR (i)
First observation = 1
Last observation = 100
Number of usable observations: 100

X variables:
X(1) = ingr (i)
X(2) = ingr (i)^2
X(3) = edad(i)
X(4) = 1
Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	0.5551415	3.366	3.638
		(0.16491)	(0.15260)
		[0.00076]	[0.00027]
b(2)	-0.0000381	-12.638	-13.677
		(0.0600)	(0.0612)
		[0.00324]	[0.00436]
b(3)	-0.6217188	-8.277	-7.284
		(0.02464)	(0.0115)
		[0.00180]	[0.00711]
b(4)	5680.4409591	39.828	43.231
		(142.62431)	(131.39687)
		[0.00000]	[0.00000]

Effective sample size (n): 100
Variance of the residuals: 72318.51487238
Standard error of the residuals (SER): 268.92101977
Residual sum of squares (RSS): 6942577.42774893
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 16455716.1564733
R-square: 0.5781
Adjusted R-square: 0.5649

Overall F test: F(3,96) = 43.85
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.14 2.7
Conclusions: reject reject

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 3.013362
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.22164
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 14.857305
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(3)
p-value = 0.00654

TABLA 2. Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = GR (i) x N(i)^-1

Characteristics:
GR (i) x N(i)^-1
First observation = 1
Last observation = 100
Number of usable observations: 100

X variables:
X(1) = ingr (i) x N(i)^-1
X(2) = edad (i) x N(i)^-1
X(3) = N(i)^-1
Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	3.4301224	16.782 (0.20439) [0.00000]	9.441 (0.36330) [0.00000]
b(2)	376.2885231	1.273 (295.62081) [0.20306]	1.493 (252.09817) [0.13553]
b(3)	403.4070726	2.608 (154.70599) [0.00912]	2.329 (173.23789) [0.01988]

Effective sample size (n): 100
Variance of the residuals: 619830.99012164
Standard error of the residuals (SER): 787.29345871
Residual sum of squares (RSS): 60123606.0417989

(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 268164702.681199
R-square: 0.7758
Adjusted R-square: 0.7712

Overall F test: F(2,97) = 167.82
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.36	3.09
Conclusions:	reject	reject

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 137.545812
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject

Breusch-Pagan test = 2.940843
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.98000