Econometría 06216
Examen Parcial #1
Grupo 1
Cali, Lunes 7 de Marzo de 2005

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:______________________
Código:____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para 2 horas, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) El siguiente modelo $y_t = \frac{X_{1t}}{X_{2t}} + sen(\gamma)\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta} X_{2t}^{\tau}\varepsilon_t$ se puede estimar por MCO.

b) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente. Entonces: $Cov(cX, X) = Var(X)$

c) El muestreo por conglomerados siempre es la mejor opción para efectuar estudios por muestreo cuando la población es muy grande y se encuentra naturalmente dividida en subgrupos relativamente pequeños.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = (1/3)SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos la cuadrado. Entonces:

a) $R^2 = 1.0$.
b) $R^2 = 0.75$
c) $R^2 = 0.25$
d) $R^2 = 0.33$

2.2 Una de las siguientes afirmaciones NO es correcta:

a) El tamaño de una muestra para un MAS sin reposición es proporcional al tamaño de la población.
b) Siempre el MAS sin reposición es una posibilidad para efectuar un estudio por muestreo sin importar el tamaño y las características de la población.
c) Una prueba piloto corresponde una pequeña muestra que permite determinar parámetros desconocidos de la población antes de efectuar un estudio más profundo.
d) Para encontrar el tamaño de una MAS con reposición no es necesario conocer el valor de la varianza poblacional.

2.3 El muestreo estratificado es mucho más conveniente que el muestreo por conglomerados si:

a) El tamaño de la población es muy grande.
b) La población es homogénea y se puede dividir en pequeños subgrupos.
c) Existen pocos grupos en la población
d) Ninguna de las anteriores.

3 (25 puntos)

La división de estudios económicos de un banco comercial desea estimar el efecto que poseen sus tasas de colocación $X_{1,i}$, (medida en %) y las tasas de colocación de su competidor directo $X_{2,i}$ (también medida en %) sobre los prestamos desembolsado en el trimestre i, y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

a) Escriba el **modelo** estimado por el investigador **(4 Puntos)**
b) Interprete el significado de cada coeficiente estimado (**9 Puntos**).
c) ¿Son los coeficientes individual y conjuntamente significativos? Explique claramente las pruebas y conclusiones que realice. **(5 Puntos)**
d) La persona encargada de realizar los cálculos econométricos se encuentra en una sucursal del banco fuera de la ciudad y no contaba con correo electrónico al momento de enviar los resultados, por tanto los envió vía fax. Pero, al momento de recibir el fax unos números aparecieron muy borrosos y fueron remplazados por "XXXX". Determine el SST del modelo estimado (No requiere dar un valor exacto, puede dejar los cálculos indicados). **(7 Puntos)**

4 (45 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida y_t de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \qquad t = 1, 2, ...$$

donde X_{2t} representa el logaritmo del tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos).

a) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio de error, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(6 puntos)**
b) Después de recoger la información del caso se obtienen las siguientes matrices $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 20 \\ 10 & 30 & 0 \\ 20 & 0 & 20 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al segundo elemento de la primera fila de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) **(6 puntos – medio punto cada uno)**
c) Encuentre los estimadores de máxima verosimilitud de los β´s del modelo. **(8 Puntos)**

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos)**
e) ¿Cuál será la elasticidad (promedio) de la demanda de lácteos con respecto a la propaganda en revistas? Explique sus cálculos e interprete **(10 Puntos)**.

f) Un investigador desea determinar si es cierto que el efecto de un aumento del 1% en el tiempo de propaganda en televisión en el periodo t tiene el mismo efecto que un aumento de 0.5% en el número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t. ¿Cómo probaría usted esto? Sea lo más claro posible de ser necesario, deje los cálculos indicados, pero determine como tomaría la decisión de que el investigador tiene o no la razón. **(9 Puntos)**.

Resultados de EasyReg Para la Pregunta 3.

```
Dependent variable:
Y = y

Characteristics:
y
  First observation = 1(=1980.1)
  Last observation  = 100(=2004.4)
  Number of usable observations: 100
  Minimum value: 7.3148694E+004
  Maximum value: 1.3922194E+005
  Sample mean:   1.0461250E+005

X variables:
X(1) = ln(X1)
X(2) = X2
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters     Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                           [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)            -0.14375     -2.526          -2.535
                           [0.01154]       [0.01124]
b(2)           116.02391    208.740         175.320
                           [0.00000]       [0.00000]
b(3)         62971.52303    181.943         164.358
                           [0.00000]       [0.00000]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100
Variance of the residuals = XXXXX
Standard error of the residuals = XXXXX
Residual sum of squares (SSE)= 51699980.084391
Total sum of squares (SST) = XXXXXX
R-square = 0.998351
Adjusted R-square = XXXXX
Overall F test: F(2,97) = 29360.99
p-value = 0.00000
Significance levels:        10%         5%
Critical values:          2.36       3.09
Conclusions:            reject     reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .519371
```

Prof: Julio César Alonso C

MAS sin reposición

$$\frac{n}{N} \qquad \frac{N!}{n!(N-n)!} \qquad \frac{n!(N-n)!}{N!}$$

$$S_{\bar{y}} = \sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}\frac{S}{\sqrt{n}} \qquad n = \frac{\frac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{\delta^2}}{1+\frac{1}{N}\left(\frac{z_{\alpha/2}^2 S^2}{\delta^2}\right)}$$

$$\hat{P} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_i}{n} \qquad S_{\hat{P}}^2 = \frac{N-n}{N-1}\frac{\hat{P}\hat{Q}}{n} \qquad n_{(P)} = \frac{\frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}}{\frac{N-1}{N}+\frac{1}{N}\left(\frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}\right)}$$

MAS con reposición

$$1-\left(\frac{N-1}{N}\right)^n \qquad N^n \qquad \frac{1}{N^n}$$

$$S_{\bar{y}} = \frac{S}{\sqrt{n}} \qquad n_0 = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 S^2}{\delta^2}$$

$$S_{\hat{P}}^2 = \frac{\hat{P}\hat{Q}}{n} \qquad n_{(p)} = \frac{z_{\alpha/2}^2 \hat{P}\hat{Q}}{\delta^2}$$

MEA

$$W_h = \frac{N_h}{N} \text{ para } \quad h = 1,2,\ldots H \qquad n = \sum_{h=1}^{H} n_h$$

$$\bar{y} = \sum_{h=1}^{H} W_h \bar{y}_h \qquad \bar{y}_h = \frac{\sum_{i=1}^{n_h} y_{h,i}}{n_h} \qquad Var[\bar{y}] = \sum_{h=1}^{H} W_h^2 Var[\bar{y}_h]$$

$$S_{\bar{y}_h} = \sqrt{\left(1-\frac{n_h}{N_h}\right)}\frac{S_h}{\sqrt{n_h}} \qquad n = \frac{\frac{z_{\alpha/2}^2\left(\sum_{h=1}^{H} W_h S_H\right)^2}{\delta^2}}{1+\frac{1}{N}\left(\frac{z_{\alpha/2}^2\left(\sum_{h=1}^{H} W_h S_H\right)^2}{\delta^2}\right)}$$

$$n_h = n\frac{W_h S_H}{\sum_{h=1}^{H} W_h S_H}$$

Muestreo por Conglomerado

$$\bar{y}_{congl} = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}}{n_C} \qquad \bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}}{n} = \frac{\bar{y}_{congl}}{M}$$

$$S_{congl}^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\left(\left(\sum_{j=1}^{M} y_{i,j}\right)-\bar{y}_{congl}\right)^2}{n_C-1} \qquad S^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_C}\sum_{j=1}^{M}\left(y_{i,j}-\bar{y}\right)^2}{n-1}$$

$$S_{\bar{y}_{congl}}^2 = \frac{N_C\left(N_C-n_C\right)}{n_C} S_{congl}^2 \qquad S_{\bar{y}}^2 = \frac{\left(N_C-n_C\right)}{N_C n_C}\frac{S_{congl}^2}{M^2}$$

$$n_c = \frac{\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S_{congl}^2}{\delta^2 M^2}}{1 + \dfrac{1}{N_c}\left(\dfrac{z_{\alpha/2}^2 S_{congl}^2}{\delta^2 M^2}\right)} \quad n = n_c M$$

Regresión

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^n X_{1i} & \sum_{i=1}^n X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{ki} \\ & \sum_{i=1}^n X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^n X_{1i}X_{ki} \\ & & \sum_{i=1}^n X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^n X_{2i}X_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{i=1}^n X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^n y_i \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^n y_i X_{ki} \end{bmatrix} \quad y^T y = \sum_{i=1}^n y_i^2$$

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y \quad s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right] = \sigma^2 \left(X^T X\right)^{-1} \quad SST = y^T y - n\overline{Y}^2$$

$$SSR = \hat{\beta}^T X^T y - n\overline{Y}^2 \quad t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T \left(R\left(X^T X\right)^{-1} R^T\right)^{-1} \left(c - R\hat{\beta}\right) \Big/ r}{SSE/n-k}$$

$$F_C = \frac{R^2/(k-1)}{\left(1-R^2\right)/(n-k)} = \frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c = \frac{\left(SSE_R - SSE_U\right)/r}{SSE_U/(n-k)} \quad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k} s_{\hat{\beta}_i} \quad \overline{R}^2 = 1 - \left(1-R^2\right)\frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p = x_p^T \hat{\beta} \quad , \quad x_p^T = \begin{pmatrix} 1 & x_{1p} & x_{2p} & \dots & x_{kp} \end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k} \sqrt{\sigma^2 x_p^T \left(X^T X\right)^{-1} x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k} \sqrt{\sigma^2 \left[1 + x_p^T \left(X^T X\right)^{-1} x_p\right]}$$

$$\hat{\beta}_j^E = \hat{\beta}_j \frac{s_{X_j}}{s_y} \quad , \quad j = 2,3,\dots,k \qquad E_j = \hat{\beta}_j \frac{\overline{X}_j}{\overline{y}}$$

Econometría 06216 **Fórmulas** **Examen Parcial #1**

Prof: Julio César Alonso C

$$s_{X_j} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left(X_{ji} - \bar{X}_J\right)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} X_{ji}^2 - n\bar{X}_J^2}{n-1}$$

Cantidades Importantes

$\sqrt{2} = 1.414$ $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{5} = 2.236$ $\sqrt{7} = 2.646$ $\sqrt{10} = 3.162$
$\sqrt{13} = 3.606$

Valores críticos de la distribución normal y t

α	$z_{\frac{\alpha}{2}}$	z_{α}
0.01	**2.58**	**2.33**
0.05	**1.96**	**1.64**
0.1	**1.64**	**1.28**

n	$t_{0.025,n-2}$
5	**3.18**
52	**2.01**
102	**1.98**

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Grupo 1
Respuestas Sugeridas
Cali, Lunes 7 de Marzo de 2005

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:_______________________
Código:_____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 3 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) El siguiente modelo $y_t = \frac{X_{1t}}{X_{2t}} + sen(\gamma)\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta} X_{2t}^{\tau}\varepsilon_t$ se puede estimar por MCO.

Verdadero, pues:

$$y_t = \frac{X_{1t}}{X_{2t}} + sen(\gamma)\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta} X_{2t}^{\tau}\varepsilon_t$$

$$y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}} = sen(\gamma)\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta} X_{2t}^{\tau}\varepsilon_t$$

$$\ln\left(y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}}\right) = \ln\left[sen(\gamma)\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta} X_{2t}^{\tau}\varepsilon_t\right]$$

$$\ln\left(y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}}\right) = \ln\left(sen(\gamma)\right) + \ln\left(\left(\frac{1}{X_{1t}}\right)^{\theta}\right) + \ln\left(X_{2t}^{\tau}\right) + \ln\left(\varepsilon_t\right)$$

$$\ln\left(y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}}\right) = \beta_1 - \theta\ln\left(X_{1t}\right) + \tau\ln\left(X_{2t}\right) + \mu_t$$

$$\ln\left(y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}}\right) = \beta_1 + \beta_2\ln\left(X_{1t}\right) + \tau\ln\left(X_{2t}\right) + \mu_t$$

$$y_t^* = \beta_1 + \beta_2\ln\left(X_{1t}\right) + \tau\ln\left(X_{2t}\right) + \mu_t$$

Donde $y_t^* = y_t - \frac{X_{1t}}{X_{2t}}$, $\mu_t = \ln\left(\varepsilon_t\right)$, $\beta_2 = -\theta$ y $\beta_1 = \ln\left(sen(\gamma)\right)$.

b) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente. Entonces: $Cov(cX, X) = Var(X)$

Falso, pues por definición tenemos que:

$$Cov(cX, X) = E\left[cXX\right] - E\left[cX\right]E\left[X\right] = c\left(E\left[X^2\right] - E\left[X\right]\right) = cVar\left(X\right)$$

c) El muestreo por conglomerados siempre es la mejor opción para efectuar estudios por muestreo cuando la población es muy grande y se encuentra naturalmente dividida en subgrupos relativamente pequeños.

Falso, Si bien el muestreo por conglomerados es una buena opción para efectuar estudios por muestreo cuando la población es muy grande y se encuentra naturalmente dividida en subgrupos relativamente pequeños, este tipo de muestreo no tendrá mucho sentido si los grupos o conglomerados son relativamente parecidos a su interior. Así, la afirmación de que siempre es mejor el muestreo por conglomerado es errada.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = (1/3)SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos la cuadrado. Entonces:

a) $R^2 = 1.0$.
b) $R^2 = 0.75$
c) $R^2 = 0.25$
d) $R^2 = 0.33$

Respuesta: b)

Recuerden que SST=SSR+SSE. Por tanto, SST=SSR + (1/3)SSR=(4/3)SSR. Dado que R^2=SSR/SST, entonces tenemos que R^2=SSR/SST=SSR /((4/3)SSR)=3/4=0.75.

2.2 Una de las siguientes afirmaciones NO es correcta:

a) El tamaño de una muestra para un MAS sin reposición es proporcional al tamaño de la población.
b) Siempre el MAS sin reposición es una posibilidad para efectuar un estudio por muestreo sin importar el tamaño y las características de la población.
c) Una prueba piloto corresponde una pequeña muestra que permite determinar parámetros desconocidos de la población antes de efectuar un estudio más profundo.
d) Para encontrar el tamaño de una MAS con reposición no es necesario conocer el valor de la varianza poblacional.

a) Recuerden, que existe un tamaño de población tal que a medida que crece la población la muestra no crece. Como lo vimos en clase, el tamaño de la muestra no es proporcional al tamaño de la población.(ver diapositivas para una demostración de esto).

2.3 El muestreo estratificado es mucho más conveniente que el muestreo por conglomerados si:

a) El tamaño de la población es muy grande.
b) La población es homogénea y se puede dividir en pequeños subgrupos.
c) Existen pocos grupos en la población
d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: d)

El muestreo por conglomerados es mucho más conveniente cuando la muestra se encuentra dividida en muchos grupos, los cuales poseen miembros relativamente heterogeneos entre si. En el caso del estratificado, se desea que existan pocos grupos relativamente diferentes, pero cada grupo debe ser muy homogeneo. Así, la opción c) no es adecuada pues puede que los pocos grupos sean relativamente heterogeneos a su interior. Así ninguna de las anteriores opciones es correcta.

3 (25 puntos)

La división de estudios económicos de un banco comercial desea estimar el efecto que poseen sus tasas de colocación $X_{1,i}$, (medida en %) y las tasas de colocación de su competidor directo $X_{2,i}$ (también medida en %) sobre los prestamos desembolsado en el trimestre i, y_i medidos en miles de millones de pesos. Usted cuenta con la información reportada al final del examen. Responda las siguientes preguntas.

a) Escriba el **modelo** estimado por el investigador **(4 Puntos)**

El modelo estimado por el investigador es el siguiente:

$$y_i = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(X1)_i + \beta_2 \cdot X2_i + \varepsilon_i$$

b) Interprete el significado de cada coeficiente estimado (**9 Puntos**).

Explicación (3 Puntos c/u):

$\hat{\beta}_1 = -0.14375$ **,** un aumento de un uno por ciento en la tasa de colocación del banco provocará una caída en 1.4375 millones de pesos (0.14375/100 = 0.0014375 miles de millones) en los prestamos desembolsados.

$\hat{\beta}_2 = 116.02391$ **,** un aumento de un punto porcentual en las tasas de colocación de su competidor directo proboca un aumento de 116.02391 miles de millones de pesos en los prestamos desembolsados.

$\hat{\beta}_0 = 62971.52303$, no posee interpretación económica.

c) ¿Son los coeficientes individual y conjuntamente significativos? Explique claramente las pruebas y conclusiones que realice. **(5 Puntos)**

Para comprobar la hipótesis nula de que cada uno de los coeficientes es individualmente igual $(\beta_i = 0,\ para\ i = 0,1,2)$ a cero versus la hipótesis alterna de ese coeficiente es diferente de cero $(\beta_i \neq 0,\ para\ i = 0,1,2)$, se emplea una prueba t. Para el intercepto, el correspondiente t calculado es -2.526, empleando el correspondiente valor p podemos afirmar que la hipótesis nula de que el intercepto es cero se puede rechazar con un nivel de confianza del 95%. Para el caso de los otros dos coeficientes se tiene que ambos son individualmente diferentes de cero con un nivel de confianza del 99%. (3 puntos por pruebas individuales)

Para comprobar la hipótesis nula que $\beta_1 = \beta_2 = 0$ versus la alterna no Ho, se puede emplear una prueba F conjunta. En este caso el F global corresponde a 29360.99, lo que implica que podemos rechazar la hipótesis nula. Es decir los coeficientes asociados a las variables explicativas son conjuntamente significativos. (2 puntos)

d) La persona encargada de realizar los cálculos econométricos se encuentra en una sucursal del banco fuera de la ciudad y no contaba con correo electrónico al momento de enviar los resultados, por tanto los envió vía fax. Pero, al momento de recibir el fax unos números aparecieron muy borrosos y fueron remplazados por "XXXX". Determine el SST del modelo estimado (No requiere dar un valor exacto, puede dejar los cálculos indicados). **(7 Puntos)**

Dado que el $F_{Global} = \dfrac{MSR}{MSE} = \dfrac{MSR}{S^2} = \dfrac{SSR/k-1}{SSE/n-k}$, entonces tenemos que:

$$29360.99 = \frac{SSR/3-1}{51699980.084391/100-3}$$

$$SSR = 29360.99 \cdot (51699980.084391/100-3) \cdot (3-1)$$

$$SSR = 29360.99 \cdot (51699980.084391/97) \cdot (2) = 31298197902.227$$

$$\text{SSR} \approx 30000 \cdot (51699.980) \cdot (2) \approx 60000 \cdot (52000) \approx 3120,000,000$$

Entonces tenemos que el SST será:

$$SST = SSE + SSR = 51699980.084391{+}31298197902.227{=}31349897882{,}311$$

$$SST = SSE + SSR \approx 51699980.084391{+}3{,}120{,}000{,}000$$

$$\approx 52{,}000{,}000{+}3{,}120{,}000{,}000 \approx 3{,}172{,}000{,}000$$

4 (55 puntos)

Un empresario de productos lácteos supone que la cantidad vendida y_t de sus productos (en 100,000 unidades) sigue la siguiente relación.

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + u_t \qquad t = 1, 2, \ldots$$

donde X_{2t} representa el logaritmo del tiempo de propaganda en televisión en el periodo t (medido en horas) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos).

a) ¿Cuáles propiedades debe cumplir el término aleatorio de error, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(6 puntos)**

Los errores deben:

- Tener media cero
- Varianza constante
- Y no estar autocorrelacionados

(2ptos por cada uno y menos 2 puntos por cada supuesto que no corresponda!)

b) Después de recoger la información del caso se obtienen las siguientes matrices $X^T X$ y $X^T y$:

$$\mathrm{X^T X} = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 20 \\ 10 & 30 & 0 \\ 20 & 0 & 20 \end{pmatrix} \qquad \mathrm{X^T y} = \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de estas dos matrices. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al segundo elemento de la primera fila de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de las dos matrices) **(6 puntos – medio punto cada uno)**

Para $X^T X$ tenemos:

$$\begin{bmatrix} n = 20 & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} = 10 & \sum_{i=1}^{n} X_{3i} = 20 \\ & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 = 30 & \sum_{i=1}^{n} X_{3i} X_{2i} = 0 \\ & & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 = 20 \end{bmatrix}.$$

Y para $X^T y$:

$$\begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i = 25 \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{2i} = 30 \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{3i} = 10 \end{bmatrix}$$

c) Encuentre los estimadores de máxima verosimilitud de los β´s del modelo. **(8 Puntos)**

(2 puntos por la matriz inversa y 2 por cada coeficiente)

En este caso tenemos que:

$$\beta_{\mathrm{hat}} = \left(\mathrm{X^T X}\right)^{-1} \cdot \mathrm{X^T y}$$

$$\begin{pmatrix} -\frac{3}{10} & \frac{1}{10} & \frac{3}{10} \\ \frac{1}{10} & 0 & -\frac{1}{10} \\ \frac{3}{10} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 25 \\ 30 \\ 10 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$$

Y por tanto

$$\text{βhat} = \begin{pmatrix} \text{βhat}_1 \\ \text{βhat}_2 \\ \text{βhat}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} \\ \frac{3}{2} \\ 2 \end{pmatrix}$$

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos)**

(2 ptos por cada coeficiente)

$\text{βhat}_2 = \frac{3}{2} = 1.5$,

un aumento de un 1% en las horas de propagandas de televisión aumentará las ventas en 1500 unidades (3/2 *(1/100) de 100 mil unidades!)

$\text{βhat}_3 = 2$,

un aumento del 1% en los avisos de prensa aumentará las ventas en 2000 unidades (2/100 de 100 mil unidades!).

$\text{βhat}_1 = -\frac{3}{2}$,

no tiene interpretación económica.

e) ¿Cuál será la elasticidad (promedio) de la demanda de lácteos con respecto a la propaganda en revistas? Explique sus cálculos e interprete **(10 Puntos)**.

Noten que $\frac{\partial}{\partial Avisos_t}\left[\beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 \ln(Avisos_t) + \varepsilon_t\right] = \beta_3 \frac{1}{Avisos_t}$. Por tanto:

$$\frac{\partial y_t \cdot 100}{\left(\partial Avisos_t / Avisos_t\right) \cdot 100} = \beta_3$$

$$\beta_3 = \frac{\partial y_t \cdot 100}{\Delta\% Avisos_t}$$

Y la elasticidad está definida como $E = \frac{\Delta\% y_t}{\Delta\% Avisos_t}$. Así tenemos que la elasticidad será:

$$E = \frac{\Delta\% y_t}{\Delta\% Avisos_t} = \frac{\partial y_t \cdot 100 / \bar{y}}{\Delta\% Avisos_t} = \beta_3 \frac{1}{\bar{y}}.$$

De acuerdo a nuestros resultados tenemos que la elasticidad promedio estimada será:

$$\hat{E} = \hat{\beta}_3 \frac{1}{\bar{y}} = 2 \frac{1}{\sum_{i=1}^{n} y_i / n} = 2 \frac{1}{25/20} = 2 \frac{1}{5/4} = \frac{8}{5} = 1.6$$

Es decir, cerca de la media, un aumento del uno por ciento en los avisos generará un aumento del 1.6% en la demanda de lácteos.

f) Un investigador desea determinar si es cierto que el efecto de un aumento del 1% en el tiempo de propaganda en televisión en el periodo t tiene el mismo efecto que un aumento de 0.5% en el número de avisos de propaganda en revistas en el periodo t. ¿Cómo probaría ustede esto? Sea lo más claro posible de ser necesario, deje los cálculos indicados, pero determine como tomaría la decisión de que el investigador tiene o no la razón. **(9 Puntos)**.

Noten que esto implica que: $\beta_2 = \frac{1}{2}\beta_3$ es decir, esto es equivalente a probar la siguiente hipótesis nula: $\beta_2 - \frac{1}{2}\beta_3 = 0$. Esta hipótesis se puede rescribir de la forma $R\beta = C$, donde $R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & -\frac{1}{2} \end{bmatrix}$ y $C = 0$. Por tanto podemos emplear el siguiente estadístico F para comprobar dicha hipótesis:

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T \left(R\left(X^T X\right)^{-1} R^T\right)^{-1} \left(c - R\hat{\beta}\right) / r}{SSE / n - k}$$

Este estadístico se debe compara con el F de la tabla con 1 grado de libertad en el numerador y n-3 grados de libertad en el denominador.

Resultados de EasyReg Para la Pregunta 3.

```
Dependent variable:
Y = y

Characteristics:
y
  First observation = 1(=1980.1)
  Last observation  = 100(=2004.4)
  Number of usable observations: 100
  Minimum value: 7.3148694E+004
  Maximum value: 1.3922194E+005
  Sample mean:   1.0461250E+005

X variables:
X(1) = ln(X1)
X(2) = X2
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters     Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                          [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)            -0.14375     -2.526          -2.535
                          [0.01154]       [0.01124]
b(2)           116.02391    208.740         175.320
                          [0.00000]       [0.00000]
b(3)         62971.52303    181.943         164.358
                          [0.00000]       [0.00000]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100
Variance of the residuals = XXXXX
Standard error of the residuals = XXXXX
Residual sum of squares (SSE)= 51699980.084391
Total sum of squares (SST) = XXXXXX
R-square = 0.998351
Adjusted R-square = XXXXX
Overall F test: F(2,97) = 29360.99
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          2.36      3.09
Conclusions:            reject    reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .519371
```