

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Cali, Sábado 13 de Septiembre de 2008

Profesores: Julio César Alonso
Daniel Mauricio Beltrán

Estudiante: _____

Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las hojas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

- a) El Teorema de Gauss Markov implica que es posible realizar pruebas de hipótesis respecto a los parámetros estimados por medio de una distribución t de Student.
- b) Suponga un modelo de regresión que emplea un intercepto y 5 variables explicativas (no estocásticas e independientes entre sí) para explicar la oferta de oro mundial. Es más, estamos seguros que el término aleatorio de error del modelo tiene una varianza constante, una media de cero y no autocorrelacionado. Además, se sabe que el término aleatorio sigue una distribución Chi-cuadrado. En este caso, se puede afirmar que los estimadores MCO de los coeficientes son insesgados, pero dada la distribución Chi-cuadrado de los errores los estimadores MCO no serán eficientes.
- c) Si bien el siguiente modelo $\frac{W_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \text{cos}^2(\beta_5))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO.
- d) Al estimar un modelo para la demanda de "Pispirispis" se obtuvo la siguiente Tabla ANOVA. Pero lastimosamente, el perro del estudiante se comió las partes más "sustanciosas" de la Tabla. Las partes que se perdieron de la correspondiente tabla fueron remplazadas con "XXX". Un compañero del estudiante afirma: "Fresco, es obvio que las variables involucradas en el modelo son estadísticamente significativas para explicar la demanda de "Pispirispis". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	SS	G de L	MS
Regresión	XXX	XXX	25
Error	10	XXX	XXX
TOTAL	260	110	

- e) Sea A una matriz de cualquier dimensión (k x k) tal que $B \cdot A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden k), entonces $Rango(B) \cdot Rango(A) = k^2$.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

- 2.1. Considere el caso en el cual se desea comprobar la siguiente hipótesis nula: $H_0 : \beta_2 + 1 = 0$. Un economista calculo un estadístico "t" y otro "F" para comprobar dicha hipótesis. Sobre estos dos valores se puede afirmar que:
 - a) No existe relación alguna entre ambos estadísticos de contraste
 - b) Ambos estadísticos son iguales
 - c) El estadístico F es un múltiplo del estadístico t
 - d) b) y c) son correctas
 - e) ninguna de las anteriores
- 2.2. Dado el siguiente modelo $W_i = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_1 * D_2 + U_i$; donde W_i es el salario, D_1 es una Variable Dicotómica que indica si la persona tiene estudios universitarios y D_2 es una

variable Dicotómica que indica si el individuo i -ésimo es mujer. ¿Cuál sería el salario esperado para un hombre con estudios Universitarios?

- β_0
- $\beta_0 + (\beta_1 + \beta_3)D_1$
- $(\beta_0 + \beta_1) + (\beta_2 + \beta_3)D_2$
- $\beta_0 + (\beta_2 + \beta_3)D_2$
- Ninguna de las anteriores

2.3. Al estimar el siguiente modelo por MCO $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i$, todos los residuos estimados serán iguales a cero en el siguiente caso:

- Siempre que el Coeficiente de Determinación sea igual a 1
- Únicamente cuando $n \leq k$ (número de Obs. \leq número de parámetros a estimar)
- Siempre que se incluya una constante en el modelo.
- Nunca
- Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.

3 (30 puntos)

Un investigador que desea estudiar el comportamiento de las importaciones en una República Africana, está indeciso entre dos modelos:

$$import_t = \beta_1 + \beta_2 consumo_t + \beta_3 fbc_t + u_t \quad (1)$$

$$import_t = \gamma_1 + \gamma_2 \frac{1}{consumo_t} + \gamma_3 fbc_t^2 + \varepsilon_t \quad (2)$$

Donde $import_t$, $consumo_t$ y fbc_t representan las importaciones, el consumo doméstico y la formación bruta de capital; todas las variables son medidas como porcentaje del PIB

- Interprete los coeficientes del modelo(2). **(6 Puntos dos puntos por cada uno)**.
- Encuentre los valores que fueron reemplazados por "XXX". No es necesario efectuar el cálculo pero sí mostrar de que cantidades se puede encontrar dicho número **(8 Puntos, 2 puntos cada uno)**.
- Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta la significancia. **(6 Puntos dos puntos por cada uno)**.

El investigador, en su proceso de estudio, descubre que a partir de 1960 la política comercial de la República en cuestión fue modificada. Según él, "Si bien la política a implicado un cambio en el comportamiento de las importaciones, de acuerdo a las características de la política comercial en ésta República no existe ninguna razón por la cual pensar que la relación entre la inversión y las importaciones ha cambiado."

- Escriba un modelo que permita probar esta hipótesis. Demuestre que su modelo sí recoge esta hipótesis y muestre cómo la probaría (muestre la fórmula que emplearía). (10 Puntos).

4 (30 puntos)

Después de muchos años de mantener una tasa de interés real en un nivel estable del 1%, el Banco Central de un país muy grande (compuesto por un número igualmente grande de Departamentos) ha permitido fluctuar la tasa de interés real alrededor del 1% real al interior de los diferentes departamentos de la Nación. Preocupados por el efecto que esto pueda tener en la inversión, han contratado un econometrista para determinar el comportamiento de la inversión productiva. Para tal fin el econometrista emplea el siguiente modelo:

$$I_{t,i} = \alpha + \gamma \ln(r_{t,i}) + \beta (PIB_{t,i} - PIB_{t-1,i}) + \varepsilon_{t,i} \quad i = 1, 2, \dots, 100; t = 2007 \quad (3)$$

Donde, $I_{t,i}$ representa la inversión realizada en el departamento i para el año t medida en millones de dólares constantes de 2007, r_i es la tasa de interés real de mercado para el departamento i en el año t (está medida en puntos porcentuales). Finalmente, $PIB_{t,i}$ representa el Producto Interno Bruto del departamento i en el año t medida en millones de dólares constantes de 2007.

- a) ¿Qué características estadísticas tienen los estimadores MCO si se cumplen los supuestos del Teorema de Gauss-Markov **(4 puntos)**
- b) El asistente de investigación del econométrico recogió la siguiente información. Después de realizar las transformaciones y operaciones aritméticas del caso, se obtienen las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$. El asistente de investigación conservo el orden de las variables tal como se expresa en el modelo (3):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 1000 \\ -100 \\ 300 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de qué sumatoria sale el 40 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) Nota: debe escribir las sumatorias en términos de las variables empleadas en el modelo (3), es decir en términos de r_i y $PIB_{t,i}$. **(5 puntos – medio punto cada uno)**

- c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(8 Puntos)**.
- d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**
- e) El crecimiento económico en el departamento de Iguanas se espera que sea de tan solo 2 millones de dólares de 2007 para el año 2008. La opinión pública de ese departamento crítica la decisión de política económica tomada por el Banco Central hace unos años de dejar flotar la tasa de interés. Bajo este esquema, para el 2008 se espera que la tasa de interés disminuyó en un 3%. Según los analistas esto implicaría una inversión nula en 2008 para ese departamento; con las consecuentes implicaciones en términos de empleo para el departamento de Iguanas. Explique claramente como puede determinar si la opinión pública tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe reemplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. **NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS**, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón a la opinión pública. **(7 Puntos)**

Resultados de EasyReg para la tercera pregunta.

Dependent variable:

Y = import

X variables:

X(1) = fbc

X(2) = consumo

X(3) = 1

Model:

$Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,

where U is the error term, satisfying

$E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0$.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	0.0427642	XXX (0.19072) [0.82258]	0.285 (0.15006) [0.77566]
b(2)	0.2303406	1.791 (XXX) [0.02915]	1.007 (0.22880) [0.31407]
b(3)	-18.6333224	-4.519 (4.12365) [0.00001]	-4.766 (3.90987) [0.00000]

Notes:

1: S.E. = Standard error

2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 18
 Variance of the residuals: XXX
 Standard error of the residuals (SER): 2.30671993
 Residual sum of squares (RSS): 79.81435271
 (Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
 Total sum of squares (TSS): 2648.31111111
 R-square: XXX
 Adjusted R-square: 0.9658

Overall F test: $F(2,15) = 241.36$

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.7 3.68

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 13 de Septiembre de 2008

Profesores: Julio César Alonso
Daniel Mauricio Beltrán

Estudiante: _____
 Código: _____

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de 5 páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)
 os supuestos d

NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.

a) El Teorema de Gauss Markov implica que es posible realizar pruebas de hipótesis respecto a los parámetros estimados por medio de una distribución t de Student.

Falso, los supuestos del teorema de Gauss-Marcov implican que los MCO son MELI, pero no implican nada sobre la distribución de los β 's.

b) Suponga un modelo de regresión que emplea un intercepto y 5 variables explicativas (no estocásticas e independientes entre sí) para explicar la oferta de oro mundial. Es más, estamos seguros que el término aleatorio de error del modelo tiene una varianza constante, una media de cero y no autocorrelacionado. Además, se sabe que el término aleatorio sigue **una distribución Chi-cuadrado**. En este caso, se puede afirmar que los estimadores MCO de los coeficientes son insesgados, pero dada la distribución Chi-cuadrado de los errores los estimadores MCO no serán eficientes.

Falso, no se requieren supuestos de la distribución probabilística para establecer la insesgadez o la eficiencia de los estimadores.

c) Si bien el siguiente modelo $\frac{W_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_5))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO.

Verdadero, en este caso el modelo se puede linealizar, pero hay que tener en cuenta que no se puede emplear la identidad trigonométrica ($\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_5) \neq 1$)

$$\frac{W_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_5))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$$

$$\frac{W_i}{X_i} = (\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_5))^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_2} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \epsilon_i^{\beta_4}$$

$$\ln(w_i) - \ln(X_i) = \beta_3 \ln((\text{sen}^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_5))) + 3\beta_1 \ln(X_i) + \beta_2 \ln(Y_i) + \beta_4 \ln(Z_i) + \beta_4 \ln(\epsilon_i)$$

$$G_i = \gamma + \beta_1 (3 \ln(X_i)) + \beta_2 \ln(Y_i) + \beta_4 \ln(Z_i) + \mu_i$$

d) Al estimar un modelo para la demanda de "Pispirispis" se obtuvo la siguiente Tabla ANOVA. Pero lastimosamente, el perro del estudiante se comió las partes más "sustanciosas" de la Tabla. Las partes que se perdieron de la correspondiente tabla fueron remplazadas con "XXX". Un compañero del estudiante afirma: "Fresco, es obvio que las

variables involucradas en el modelo son estadísticamente significativas para explicar la demanda de "Pispirispis". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	SS	G de L	MS
Regresión	XXX	XXX	25
Error	10	XXX	XXX
TOTAL	260	110	

Nota: El enunciado no era lo suficientemente claro. Para ser más claro debería decir: "Fresco, dado que el modelo tiene intercepto, es obvio que las variables involucradas en el modelo para explicar la demanda de "Pispirispis" no son conjuntamente iguales a cero".

En caso que se argumentará que la afirmación es falsa porque no se tiene suficiente información pues el modelo puede carecer de intercepto, se dará crédito completo.

También se dará crédito completo en caso de argumentar que la afirmación es falsa, pues la hipótesis nula que se puede rechazar implica que al menos uno de los coeficientes es diferente de cero.

Verdadero, la tabla ANOVA nos permite comprobar la hipótesis conjunta de significancia global del modelo. De hecho la tabla permite el rechazo de la hipótesis nula, a cualquiera de los niveles de significación "habituales". La tabla correcta debe ser:

Fuente de variación	SS	G de L	MS	F
Regresión	250	10	25	250
Error	10	100	0.1	
TOTAL	260	110		

e) Sea A una matriz de cualquier dimensión ($k \times k$) tal que $B \cdot A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden k), entonces $Rango(B) \cdot Rango(A) = k^2$.

Verdadero, pues el hecho que $B \cdot A = I_n$ implica que B es la inversa de la matriz A : por tanto A es una matriz con rango completo y también lo será la matriz B . Es decir $Rango(A) = Rango(B) = k$. Así, $Rango(B) \cdot Rango(A) = k^2$.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará sólo un punto.

2.1. Considere el caso en el cual se desea comprobar la siguiente hipótesis nula: $H_0 : \beta_2 + 1 = 0$. Un economista calculo un estadístico "t" y otro "F" para comprobar dicha hipótesis. Sobre estos dos valores se puede afirmar que:

- a) No existe relación alguna entre ambos estadísticos de contraste
- b) Ambos estadísticos son iguales
- c) El estadístico F es un múltiplo del estadístico t
- d) b) y c) son correctas
- e) ninguna de las anteriores

Respuesta e. El estadístico F es igual, en ese caso, a t^2 .

2.2. Dado el siguiente modelo $W_i = \beta_0 + \beta_1 D_1 + \beta_2 D_2 + \beta_3 D_1 * D_2 + U_i$; donde W_i es el salario, D_1 es una Variable Dicotómica que indica si la persona tiene estudios universitarios y D_2 es una variable Dicotómica que indica si el individuo i-esimo es mujer. ¿Cuál sería el salario esperado para un hombre con estudios Universitarios?

- a) β_0
- b) $\beta_0 + (\beta_1 + \beta_3) D_1$
- c) $(\beta_0 + \beta_1) + (\beta_2 + \beta_3) D_2$
- d) $\beta_0 + (\beta_2 + \beta_3) D_2$
- e) Ninguna de las anteriores

Respuesta e.

2.3. Al estimar el siguiente modelo por MCO $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \epsilon_i$, todos los residuos estimados serán iguales a cero en el siguiente caso:

- a) Siempre que el Coeficiente de Determinación sea igual a 1
- b) Únicamente cuando $n \leq k$ (número de Obs. \leq número de parámetros a estimar)
- c) Siempre que se incluya una constante en el modelo.
- d) Nunca
- e) Ninguna de las anteriores afirmaciones es correcta.

Respuesta: a. El Coeficiente de determinación (R^2), lo podemos obtener como: $1 - SSE/SST$, como SST siempre es positivo, entonces, $R^2 = 1$ implica que SSE debe ser cero. Así, como SSE es una suma de cuadrados, para que sea cero tienen que ser todos los residuales iguales a cero.

3 (30 puntos)

Un investigador que desea estudiar el comportamiento de las importaciones en una República Africana, está indeciso entre dos modelos:

$$import_i = \beta_1 + \beta_2 consumo_i + \beta_3 fbc_i + u_i \tag{1}$$

$$import_i = \gamma_1 + \gamma_2 \frac{1}{consumo_i} + \gamma_3 fbc_i^2 + \epsilon_i \tag{2}$$

Donde $import_i$, $consumo_i$ y fbc_i representan las importaciones, el consumo doméstico y la formación bruta de capital; todas las variables son medidas como porcentaje del PIB

a) Interprete los coeficientes del modelo(2). (6 Puntos dos puntos por cada uno).

- γ_1 Carece de interpretación económica
- γ_2 Un aumento del 1% en el consumo como porcentaje del PIB provocará un cambio

de $-\frac{\gamma_2}{100 \cdot consumo_i}$ puntos porcentuales en las importaciones como proporción del PIB.

γ_3 Un aumento de un punto porcentual en la formación bruta de capital fijo como porcentaje del PIB provocará un cambio de $2\gamma_3 fbc_t$ puntos porcentuales en las importaciones como proporción del PIB.

b) Encuentre los valores que fueron reemplazados por "XXX". No es necesario efectuar el cálculo pero si mostrar de que cantidades se puede encontrar dicho número (8 Puntos, 2 puntos cada uno).

- $t[b(1)] = 0.0427642/0.19072 = 0.224$
- $S.E.[b(2)] = 0.2303406/1.791 = 0.12861005$
- $Variance\ of\ the\ residuals = SSE/(n-k) = (79.81435271)/(18-3) = 5.32095685$
- $R-square: SSR/SST = (SST-SSE)/SST = (2648.31111111-79.81435271)/2648.31111111 = 0.9699$

c) Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta la significancia. (6 Puntos dos puntos por cada uno).

$\hat{\beta}_1 = -18.63$ Las importaciones como proporción del PIB que no dependen del consumo doméstico ni de la fbc , corresponden a -18.63% del PIB. Es significativo con un nivel de confianza del 99%

$\hat{\beta}_2 = 0.2303$ Un aumento de un punto porcentual en el consumo como proporción del PIB, aumentará las importaciones como proporción del PIB en 0.2303 puntos porcentuales. Es significativo con un nivel de confianza del 95%

$\hat{\beta}_3 = 0.04276$ No es significativo. Por tanto NO es correcto interpretar el coeficiente como "Un aumento de un punto porcentual en la formación bruta de capital como porcentaje del PIB, aumentará las importaciones como porcentaje del PIB en 0.04276 puntos porcentuales." La interpretación correcta es que la formación bruta de capital como porcentaje del PIB no tiene efecto sobre las importaciones como % del PIB.

Nota: No se dará crédito cuando se confunda un punto porcentual con 1 uno por ciento.

El investigador, en su proceso de estudio, descubre que a partir de 1960 la política comercial de la República en cuestión fue modificada. Según él, "Si bien la política a implicado un cambio en el comportamiento de las importaciones, de acuerdo a las características de la política comercial en esta República no existe ninguna razón por la cual pensar que la relación entre la inversión y las importaciones ha cambiado."

d) Escriba un modelo que permita probar esta hipótesis. Demuestre que su modelo sí recoge esta hipótesis y muestre cómo la probaría (muestre la fórmula que emplearía). (10 Puntos).

Esta hipótesis se puede comprobar empleando una variable ficticia (dummy) como la siguiente:

$$Ficticia_t = \begin{cases} 0, & t = 1949, \dots, 1960 \\ 1, & t = 1961, \dots, 1966 \end{cases} \quad (1 \text{ punto})$$

Esta hipótesis se puede comprobar por medio del siguiente modelo:

$$import_t = \beta_1 + \beta_2 Ficticia_t + \beta_3 consumo_t + \beta_4 fbc_t + \beta_5 consumo_t * Ficticia_t + \beta_6 fbc_t * Ficticia_t + u_t \quad (1 \text{ punto})$$

Noten que este modelo sí recoge la hipótesis, pues:

$$import_t = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 consumo_t + \beta_3 fbc_t + u_t, & t = 1949, \dots, 1960 \\ (\beta_1 + \beta_4) + (\beta_2 + \beta_5) consumo_t + (\beta_3 + \beta_6) fbc_t + u_t, & t = 1961, \dots, 1966 \end{cases} \quad (2 \text{ punto})$$

Si la hipótesis del investigador es correcta entonces tendremos que $\beta_4 \neq 0$ y $\beta_5 \neq 0$ y $\beta_6 = 0$, de esta manera el modelo sería:

$$import_t = \beta_1 + \beta_4 Ficticia_t + \beta_2 consumo_t + \beta_3 fbc_t + \beta_5 consumo_t * Ficticia_t + u_t$$

Así el modelo sin restringir corresponde a:

$$import_t = \beta_1 + \beta_4 Ficticia_t + \beta_2 consumo_t + \beta_3 fbc_t + \beta_5 consumo_t * Ficticia_t + \beta_6 fbc_t * Ficticia_t + u_t$$

Y el modelo restringido sería:

$$import_t = \beta_1 + \beta_4 Ficticia_t + \beta_2 consumo_t + \beta_3 fbc_t + \beta_5 consumo_t * Ficticia_t + u_t$$

(3 puntos por la Hipótesis)

Esto se puede comprobar empleando una prueba F que involucra calcular el siguiente estadístico:

$$F_c = \frac{(SSE_R - SSE_U)/r}{SSE_U/(n-k)}, \text{ donde } r=1, k=6 \text{ y } n=18$$

(1 punto por el estadístico de prueba)

4 (30 puntos)

Después de muchos años de mantener una tasa de interés real en un nivel estable del 1%, el Banco Central de un país muy grande (compuesto por un número igualmente grande de Departamentos) ha permitido fluctuar la tasa de interés real alrededor del 1% real al interior de los diferentes departamentos de la Nación. Preocupados por el efecto que esto pueda tener en la inversión, han contratado un econometrista para determinar el comportamiento de la inversión productiva. Para tal fin el econometrista emplea el siguiente modelo:

$$I_{t,i} = \alpha + \gamma \ln(r_{t,i}) + \beta(PIB_{t,i} - PIB_{t-1,i}) + \varepsilon_{t,i} \quad i = 1, 2, \dots, 100; t = 2007 \quad (3)$$

Donde, $I_{t,i}$ representa la inversión realizada en el departamento i para el año t medida en millones de dólares constantes de 2007, r_t es la tasa de interés real de mercado para el departamento i en el año t (está medida en puntos porcentuales). Finalmente, $PIB_{t,i}$ representa el Producto Interno Bruto del departamento i en el año t medida en millones de dólares constantes de 2007.

a) ¿Qué características estadísticas tienen los estimadores MCO si se cumplen los supuestos del Teorema de Gauss-Markov (4 puntos)

Los estimadores MCO serán:

Insensibles (2 puntos)

Eficientes (mínima varianza) (2 puntos)

b) El asistente de investigación del econometrista recogió la siguiente información. Después de realizar las transformaciones y operaciones aritméticas del caso, se obtienen las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$. El asistente de investigación conservo el orden de las variables tal como se expresa en el modelo (3):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 20 & -20 \\ 0 & -20 & 40 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 1000 \\ -100 \\ 300 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de qué sumatoria sale el 40 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) Nota: debe escribir las sumatorias en términos de las variables empleadas en el modelo (3), es decir en términos de r_t y $PIB_{t,i}$. (5 puntos – medio punto cada uno)

Cada uno de los elementos 0.6 hasta alcanzar los 5 puntos.

Nota si las sumatorias se expresan en Términos de X1 y X2 no se dará crédito, pues el modelo no incluía estas variables.

c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. (8 Puntos). En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/100 & 0 & 0 \\ 0 & 1/10 & 1/20 \\ 0 & 1/20 & 1/20 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1000 \\ -100 \\ 300 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. (6 Puntos – 2 puntos cada uno)

$\hat{\alpha} = 10$. La inversión cuando la tasa de interés real es 1% y el departamento no presenta crecimiento económico es de 10 millones de dólares del 2007. (2 puntos).

$\hat{\gamma} = 5$ Un aumento de un uno por ciento en la tasa de interés provoca un aumento de 0.05 millones de dólares del 2007 en la Inversión

$$\frac{\partial I_{t,i}}{\partial r_{t,i}} = \gamma \frac{1}{r_{t,i}}$$

$$\frac{\partial I_{t,i}}{\partial r_{t,i}} r_{t,i} = \gamma$$

$$\frac{\partial I_{t,i}}{\partial r_{t,i}} \frac{1}{100} = \gamma \frac{1}{100}$$

$$\frac{\partial I_{t,i}}{\Delta \% r_{t,i}} = \frac{\gamma}{100}$$

$$\hat{\beta} = 10.$$

Un aumento de 1 millón de dólares (constantes de 2007) en el PIB del año 2007 respecto al año anterior, provocará, en promedio, un aumento de 10 millones en la inversión productiva.

e) El crecimiento económico en el departamento de Iguanas se espera **que cambie en** tan solo 2 millones de dólares de 2007 para el año 2008. La opinión pública de ese departamento

critica la decisión de política económica tomada por el Banco Central hace unos años de dejar flotar la tasa de interés. Bajo este esquema, para el 2008 se espera que la tasa de interés disminuyó en un 3%. Según los analistas esto implicaría un **crecimiento de la inversión nulo** en 2008 para ese departamento; con las consecuentes implicaciones en términos de empleo para el departamento de Iguanas. Explique claramente como puede determinar si la opinión pública tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión.. **NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS**, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón a la opinión pública. (7 Puntos)

En este caso lo que se desea probar es que:

$$2\beta - 3\frac{\gamma}{100} = 0 \quad (3 \text{ puntos})$$

Así, la hipótesis nula será:

$$H_0 : 2\beta - 3\frac{\gamma}{100} = 0$$

Esta hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = C$ donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{100} & 2 \end{bmatrix} \text{ y } C = 0$$

Y por tanto la hipótesis alterna será: $H_A : \text{no } H_0$

Esto implica el siguiente F calculado:

$$F_c = \frac{(c - R\hat{\beta})^T (R(X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (c - R\hat{\beta}) / r}{SSE / (n - k)} = \frac{\left(\begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{100} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} - 0 \right)^2 \left(\begin{bmatrix} 1/100 & 0 & 0 \\ 0 & 1/10 & 1/20 \\ 0 & 1/20 & 1/20 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{100} & 2 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \left(\begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{100} & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 10 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} \right)^2}{SSE / (100 - 3)}$$

(2 puntos)

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 1 grado de libertad en el numerador y 97 grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el $F_{\text{calculado}}$ es mayor que el de la tabla. (1 punto)

Resultados de EasyReg para la tercera pregunta.

Dependent variable:
Y = import

X variables:
X(1) = fbc
X(2) = consumo
X(3) = 1

Model:
 $Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U$,
where U is the error term, satisfying
 $E[U|X(1), X(2), X(3)] = 0$.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.)	H.C. t-value (H.C. S.E.)
		[p-value]	[H.C. p-value]
b(1)	0.0427642	XXX (0.19072)	0.285 (0.15006)
		[0.82258]	[0.77566]
b(2)	0.2303406	1.791 (XXX)	1.007 (0.22880)
		[0.02915]	[0.31407]
b(3)	-18.6333224	-4.519 (4.12365)	-4.766 (3.90987)
		[0.00001]	[0.00000]

Notes:
1: S.E. = Standard error
2: H.C. = Heteroskedasticity Consistent. These t-values and standard errors are based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
3: The two-sided p-values are based on the normal approximation.

Effective sample size (n): 18
Variance of the residuals: XXX
Standard error of the residuals (SER): 2.30671993
Residual sum of squares (RSS): 79.81435271
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 2648.31111111
R-square: XXX
Adjusted R-square: 0.9658

Overall F test: $F(2,15) = 241.36$
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.7 3.68