



CÁLCULO DE VARIAS VARIABLES. Grupo 01

Profesor: Hendel Yaker A.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 31 de marzo de 2006

1. (8 puntos) Considere la función  $f : D \subseteq \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ , definida por  $f(x, y) = 4xy^2 - x^2y^2 - xy^3$ , donde  $D$  es la región triangular con vértices en  $(0,0)$ ,  $(0,6)$  y  $(6,0)$ .

(a) Encuentre los extremos **absolutos** de  $f$  en  $D$ .

(b) Determine si  $f$  tiene algún extremo **local** en  $D$ .

2. (8 puntos) Determine las dimensiones de una caja rectangular con el **volumen máximo**, si la superficie total es  $64 \text{ cm}^2$ .

3. (12 puntos) Evalúe las siguientes integrales, dibujando en cada caso el dominio de integración:

(a)  $\int_1^2 \int_{\sqrt[3]{x}}^x e^{x/y} dy dx + \int_2^8 \int_{\sqrt[3]{x}}^2 e^{x/y} dy dx.$

(b)  $\int_0^2 \int_{\sqrt{2x-x^2}}^{\sqrt{4-x^2}} \frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}} dy dx.$

4. (10 puntos) Considere la integral  $I = \int_0^1 \int_0^{1-x^2} \int_0^{1-x} dy dz dx.$

(a) Dibuje el sólido cuyo volumen está representado por  $I$  (NO calcule el volumen).

(b) Escriba la nueva expresión para  $I$  si el sólido es proyectado inicialmente en el plano  $yz$  (NO evalúe la integral).

5. En cada uno de los siguientes casos escriba la integral que permite calcular el valor que se pide y dibuje el respectivo dominio de integración. Calcule el volumen **SÓLAMENTE** para el primer caso.

(a) (7 puntos) Por integración triple, el volumen del sólido que se encuentra acotado por las superficies  $x = \sqrt{4y^2 + 4z^2}$ , y  $x = 4$

(b) (5 puntos) Por integración doble, el área de la región plana que se encuentra dentro de las dos curvas  $r = \text{sen}2\theta$  y  $r = \text{sen}\theta$ .

(c) (5 puntos) Por integración doble, el volumen del sólido que está acotado por las superficies:  $z = 3x^2 + 3y^2$ , y  $z = 4 - x^2 - y^2$ .

**NOTA: se califica sobre 50 puntos.**