



CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 03

Profesor: Hendel Yaker A.

PRIMER EXAMEN PARCIAL 12 de septiembre de 2006

1. (9 puntos) En cada uno de los siguientes casos encuentre el límite, si existe.

i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\sin(2x) + x}$ ii) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x}{x - 1}$ iii) $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^2 \ln x - x \ln x^2)$

2. (12 puntos) Considere la función $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+4} - 2}{x} & \text{si } x > -4 \text{ y } x \neq 0 \\ \frac{1}{4} & \text{si } x = 0 \end{cases}$

(a) Determine si la gráfica de f tiene **asíntotas** verticales u horizontales y, en caso afirmativo, escriba sus respectivas ecuaciones.

(b) Determine si existen puntos del dominio donde f sea **discontinua**.

(c) Encuentre una fórmula para $f'(x)$.

3. (8 puntos) Construya la gráfica de **una** función f que satisfaga **todas** las siguientes condiciones:

El dominio de f es $[0, 6]$. $f(0) = 2$, $f(4) = 0$. $f'(x) = 0$ si $x \in (0, 2)$, $f'(2)$ no existe y $f'(5) = 1$. f es continua en $x = 2$, tiene una discontinuidad por salto en $x = 3$ y una discontinuidad removible en $x = 4$. $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = 1$, $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 5$, $\lim_{x \rightarrow 5^-} f(x) = 6$.

4. (15 Puntos) En cada uno de los siguientes casos utilice la información que se suministra para calcular la derivada que se pide:

(a) $f(x) = \sin^2(\tan(\sec^2(3x)))$; $\dot{f}(x) = ?$

(b) $f(x) = g\left(\frac{x}{1-x}\right) (1-x)^2$; $g(2) = 4$, $g(-2) = 1$, $g'(2) = -2$, $g'(-2) = -1$; $\dot{f}(2) = ?$

(c) $3^{1-y} + 2^{xy} = \tan^{-1}(3y)$; $\dot{\frac{dy}{dx}} = ?$

5. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

- (a) Si f y g son dos funciones definidas en un intervalo abierto que contiene a 1 y $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ **no existe**, entonces $\lim_{x \rightarrow 1} [f(x)g(x)]$ **no existe**.
- (b) Existe por lo menos un punto donde se interceptan las gráficas de las funciones $f(x) = e^x$ y $g(x) = 2 - x$.
- (c) Si la recta tangente a $y = f(x)$ en el punto $(4, 3)$ pasa por el punto $(0, 2)$ entonces $f'(0) = 1/4$.
- (d) La recta tangente a la curva $y = x \cos x$ en el punto $(\pi, -\pi)$ pasa por el punto $(\pi/2, 0)$.

NOTA: Se califica sobre 50 puntos.