UNIVERSIDAD ICESI
Departamento de Matemáticas y Estadística

Álgebra lineal. Período Académico 062. G-01. Examen corto #2. Agosto 30 de 2006.

Nombre ______________________________ Código ____________

1. (14 puntos) Sean

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -4 \\ 2 & -3 & -6 \\ -3 & 6 & 15 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{bmatrix} -6 & 4 & 0 \\ -8 & 2 & -\frac{4}{3} \\ 2 & 0 & \frac{2}{3} \end{bmatrix}$$

a) Verifique que $AB = 2I_3$

b) ¿Es A una matriz no singular? De ser así, ¿cuál es la inversa?

c) ¿Qué puede decir acerca de las soluciones de los sistemas $A\mathbf{x} = \mathbf{0}$ y $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$, con $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^3$?

2. (12 puntos) Considere la siguiente matriz

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a) Dibuje una digráfica G cuya matriz de adyacencia sea la anterior. ¿G puede ser una digráfica de dominancia? Explique.

b) ¿La digráfica es fuertemente conexa?

3. (12 puntos) Sean

$$T = \begin{bmatrix} 0{,}2 & 1 \\ 0{,}8 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{y} \quad \mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 0{,}4 \\ 0{,}6 \end{bmatrix}$$

a) Pruebe que T es una matriz de transición regular y determine el vector de estado en el periodo $k = 2$ de observación.

b) Encuentre el vector de estado estacionario.

4. (12 puntos) a) Sean $\mathbf{u}$ y $\mathbf{v}$ soluciones del sistema lineal $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Demuestre que si r y s son escalares tales que $r + s = 1$, entonces $r\mathbf{u} + s\mathbf{v}$ es solución de $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$.

b) Pruebe que $A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta \end{bmatrix}$ es no singular y $A^{-1} = A^T$.

c) Despeje M de la ecuación matricial $CMA - B = 0$, suponiendo que A y C son matrices invertibles y que todos los tamaños son adecuados. Escriba todos los pasos.