UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

ALGEBRA LINEAL.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL.

Grupo 7

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ______________________ ________________ CODIGO ______________

(18 ptos)

(a) Encuentre las ecuaciones paramétricas de la recta ℓ paralela al vector $\boldsymbol{u} = (1, 2, 3)$ que pase por el punto $P(1, -1, 2)$.

(b) Encuentre la ecuación de un plano π perpendicular a la recta ℓ y al plano $x = 0$, que contenga al punto $Q(2, -1, 1)$.

(c) Calcule la distancia del punto Q a la recta ℓ.

2. (32 ptos) Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 1 & 2 & 0 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1 & 5 \\ 2 & 4 & 6 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) Encuentre una base para el espacio columna de A y halle el $rango(A)$. Verifique que los vectores elegidos forman una base.

(b) Encuentre una base del espacio nulo de la matriz A y halle $nulidad(A)$. Verifique que los vectores elegidos forman una base.

3. (20 ptos) Verifique que el conjunto $W = \left\{ \begin{bmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{bmatrix} \quad a = b + c, d = f, e = c - f \right\}$ es un subespacio de M_{23}, halle una base para W y $dim(W)$.

4. (30 ptos) Determine para cada una de las siguientes afirmaciones su veracidad, argumentando en cada caso su respuesta:

(a) Sea W un subconjunto de un espacio vectorial V. Si para cualesquiera $r, s \in \mathbb{R}$ se tiene que $r\boldsymbol{v} + s\boldsymbol{w} \in W$ donde $\boldsymbol{v}, \boldsymbol{w} \in W$, entonces W es un subespacio de V.

(b) El conjunto de todas las matrices $A_{n\times n}$ tales que $\det A = 2$ forma un espacio vectorial.

(c) Sea $S = \{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, ..., \boldsymbol{v}_n\}$ un subconjunto de un espacio vectorial V. Si S es un conjunto linealmente dependiente, entonces al menos uno de los vectores de S es una combinación lineal de los demás vectores en S.

(d) El conjunto $\{(2, 0, 5), (7, 7, 0), (11, 0, 1), (3, 4, 6)\}$ es una base de $\mathbb{R}^3$.

(e) Sea A una matriz $n \times n$ tal que las filas de A generan a $\mathbb{R}^n$, entonces las columnas de A son una base de $\mathbb{R}^n$.

(f) Si A es una matriz 7×5 y $nulidad(A) = 0$ entonces las filas de A son una base de $\mathbb{R}^5$.