UNIVERSIDAD ICESI
Departamento de Matemáticas y Estadística

ALGEBRA LINEAL.
SEGUNDO EXAMEN PARCIAL.
Grupo 3

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ____ CODIGO ________________

1. (26 ptos)

   (a) Encuentre la ecuación paramétrica y el punto de intersección de una recta que atraviese al plano $x + y + z + 1 = 0$ y que pase por el punto $(3, -1, 3)$.

   (b) Considere las rectas

$$\begin{aligned} x &= 3 + 2t \\ y &= 4 - 3t \\ z &= 5 + 4t \end{aligned} \qquad \text{y} \qquad \begin{aligned} x &= 1 - 2t \\ y &= 7 + 4t \\ z &= 1 - 3t. \end{aligned}$$

   Determine la ecuación del plano π que contiene a las rectas dadas y al punto $(-1, 2, -3)$.

2. (44 ptos) Considere la matriz

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 2 & -2 & 1 \\ 2 & 6 & 2 & -4 & 1 \\ 1 & 4 & 0 & -3 & 0 \end{pmatrix}$$

   (a) Encuentre un conjunto de vectores que sean base para el espacio generado por los renglones de A y halle el $rango(A)$ de la matriz A. Argumente por qué los vectores elegidos forman dicha base.

   (b) Encuentre un conjunto de vectores que formen una base del espacio solución del sistema $A\boldsymbol{x} = 0$ y halle la $nulidad(A)$ de la matriz A. Argumente por qué los vectores elegidos forman dicha base.

3. (30 ptos) Determine para cada una de las siguientes afirmaciones su veracidad, argumentando en cada caso su respuesta:

   (a) Sean $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ vectores no nulos en $\mathbb{R}^n$. Si $\boldsymbol{u}$ es ortogonal a $\boldsymbol{v}$ entonces $\boldsymbol{u} \times \boldsymbol{v} = 0$.

   (b) El conjunto de todas las soluciones de $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ donde A es $m \times n$ y $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^m$, es un subespacio de $\mathbb{R}^n$.

   (c) Sean $\boldsymbol{v}_1$, $\boldsymbol{v}_2$ y $\boldsymbol{v}_3$ vectores en un espacio vectorial. Suponga que $S = \{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2\}$ es un conjunto linealmente independiente y que $\boldsymbol{v}_3 \notin gen\{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2\}$ entonces el conjunto de vectores $S = \{\boldsymbol{v}_1, \boldsymbol{v}_2, \boldsymbol{v}_3\}$ también es linealmente independiente.

   (d) Si A es una matriz 5×7 entonces las columnas de A son linealmente independientes

   (e) Sea A una matriz $m \times n$. Si el sistema lineal $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ tiene solución para cada vector $\boldsymbol{b} \in \mathbb{R}^m$ entonces $rango(A) = m$.

   (f) Cualquier conjunto de $n + 1$ vectores en un espacio vectorial V de dimension n es linealmente dependiente.