UNIVERSIDAD ICESI — Departamento de Matemáticas y Estadística

ALGEBRA LINEAL.
PRIMER EXAMEN PARCIAL.
Grupo 5

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ______________________________ CODIGO ______________

(15 ptos) Determine todos los valores de k tales que el sistema

$$\begin{aligned} x+y- \quad z &= k \\ x-y+ \quad 3z &= 5 \\ x+y+(k^2-10)z &= 4 \end{aligned}$$

a) Tenga única solución, b) tenga infinitas soluciones y c) muestre una solución.

2. (11 ptos)

   (a) Determine si la matriz $X = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 5 & 9 & 1 & 6 \end{bmatrix}$ es no singular.

   (b) Calcule el determinante de la matriz $\begin{bmatrix} 3 & 1 & 2 & -1 \\ 2 & 0 & 3 & -7 \\ 1 & 3 & 4 & -5 \\ 0 & -1 & 1 & -5 \end{bmatrix}$ y determine si dicha matriz es singular o no singular.

3. (24 ptos) Determine para cada una de las siguientes afirmaciones su veracidad, argumentando el por qué de su respuesta:

   (a) Si $A = \begin{bmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ entonces $A^2 + 3A - 10I_2 = 10 \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

   (b) Sean $\boldsymbol{u}$ y $\boldsymbol{v}$ soluciones del sistema homogéneo$Ax = 0$. Entonces $r\boldsymbol{u} + s\boldsymbol{v}$ también es solución del mismo sistema para cualquier par de escalares r y s.

   (c) Si A es una matriz $n \times n$ tal que $A^4 = 0$, entonces $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2 + A^3$.

   (d) Si A es una matriz no singular tal que $A^2 = A$, entonces el $\det(A) = 1$.

   (e) Sea A una matriz $n \times n$. Si $AA^T = 0$, entonces $A = 0$.

   (f) Sea $A = \begin{bmatrix} -2 & 1 & -3 \\ -2 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & -4 \end{bmatrix}$ Los valores de λ para los cuales $\det(\lambda I_3 - A) = 0$ son -4 y 0.