Álgebra lineal. Período Académico 062. G-01. Primer parcial. Septiembre 6 de 2006.

Nombre ______________________________ Código __________

1. (8 puntos) Escriba el sistema lineal correspondiente al siguiente problema e indique que representa cada incógnita. **NO** lo resuelva.

   Un fabricante produce tres tipos diferentes de productos químicos: A, B y C. Cada producto debe pasar por dos máquinas de procesamiento X y Y. Cada tonelada de A requiere 2 horas en la máquina X y 2 horas en la máquina Y. Cada tonelada de B requiere 3 horas en la máquina X y 2 horas en la máquina Y. Por su parte, cada tonelada de C requiere 4 horas en la máquina X y 3 horas en la máquina Y. La máquina X está disponible durante 80 horas a la semana, y la máquina Y puede utilizarse 60 horas a la semana. ¿Cuántas toneladas a la semana se deben manufacturar de cada producto, de modo que las máquinas se utilicen a su capacidad total?

2. (10 puntos) Resuelva el sistema lineal y escriba la solución $\mathbf{x}$ como $\mathbf{x} = \mathbf{x}_p + \mathbf{x}_h$, donde $\mathbf{x}_p$ es una solución particular del sistema dado y $\mathbf{x}_h$ es la solución general del sistema homogéneo asociado.

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} 3x & - & 2y & + & 5z & + & w & = & 1 \\ x & + & y & - & 3z & + & 2w & = & 2 \\ 6x & + & y & - & 4z & + & 3w & = & 7 \end{array}$$

3. (10 puntos) Una investigación ha detectado el comportamiento siguiente del estudiante promedio en cierto colegio. Si el estudiante practica un juego de video en un día dado, hay una probabilidad de 0.2 de que al día siguiente vuelva a practicarlo, mientras que si el estudiante no practica ese juego en un día dado, hay una probabilidad de 0.6 de que lo juegue al dia siguiente.

   a) Escriba la matriz de transición para el proceso de Markov.

   b) Si el estudiante promedio practica un juego de video el lunes, ¿cuál es la probabilidad de que lo juegue el miércoles de esa misma semana?

   c) A la larga, ¿cuál es la probabilidad de que el estudiante promedio practique el juego de video en el futuro?

4. (10 puntos) Sea

$$A = \begin{bmatrix} \cos\theta & \operatorname{sen}\theta & 0 \\ -\operatorname{sen}\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Calcule adj A.

   b) ¿Es A no singular? De ser así, ¿cuál es la inversa?

5. (12 puntos) a) Sea $Q = 2CB(AB^{-1})^t \text{adj } A$, donde A, B y C son matrices de 3×3, $|A| = 4$, $|B| = 2$ y $|C| = \frac{1}{2}$. Calcule $|Q|$.

   b) ¿La transpuesta de una matriz de transición de una cadena de Markov, es también una matriz de transición de una cadena de Markov? Explique.

   c) Pruebe que si A es antisimétrica y n es impar, entonces det $A = 0$

   d) Demuestre que si A y B son no singulares, entonces adj (AB) =adj B adj A.