UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

ALGEBRA LINEAL.

PRIMER EXAMEN PARCIAL.

Grupo 9

Profesor ANIBAL SOSA

NOMBRE ______________________________ CODIGO ______________

(20 ptos) Suponga que después de aplicarle eliminación gaussiana a un sistema $A\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$, la matriz aumentada de dicho sistema es equivalente por filas a la matriz $\left[\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & k & 1 \\ 0 & 0 & 1-k^2 & k+1 \end{array}\right]$

(a) Determine los valores de la constante k para los cuales el sistema es consistente y escriba una solución.

(b) Para que valores de k la matriz A sería singular. Justifique su respuesta.

2. (38 ptos)

(a) Considere la matriz $X = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 1 & 6 \\ 1 & 3 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$. Calcule $\det(X)$.

(b) Encuentre una solución no trivial del sistema $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 5 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = -4 \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$

3. (35 ptos) Para cada uno de los siguientes enunciados determine si es verdadero o falso, y argumente en cada caso el por qué de su respuesta:

(a) Sean $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$, $B^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ y $\boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix}$. Si $AB\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}$ entonces $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$.

(b) Sea A una matriz $n \times n$, entonces $A - A^T$ y AA^T son matrices antisimétricas.

(c) Sea $\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ un vector tal que $A\boldsymbol{x} = 0$, entonces A es una matriz no singular.

(d) Si A es una matriz tal que $A^2 = A$, entonces $\det(A) = 1$.

(e) Sea $B = [b_{ij}]$ una matriz $n \times n$. Se define la *traza* de B como $tr(B) = b_{11} + b_{22} + ... + b_{nn}$. Si una matriz A de $n \times n$ es tal que $tr(AA^T) = 0$, entonces se tiene que $A = O$.

4. (7 ptos) Para la siguiente matriz

$$T = \begin{bmatrix} \square \\ 0.3 \\ \square \end{bmatrix}$$