

Álgebra lineal. Período Académico 062. G-01. Segundo parcial.

Octubre 18 de 2006.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) a) Sean a , b y c números reales distintos de cero. Pruebe que

$$\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} =$$

es la ecuación del plano cuya intersección al eje x es a , al eje y es b y al eje z es c .

b) Encuentre las ecuaciones paramétricas y las ecuaciones en forma simétrica de la recta que pasa por el origen y es perpendicular al plano anterior.

2. (8 puntos) Determine una base para el subespacio de M_{22} compuesto por las matrices de la forma

$$\begin{bmatrix} a+c & a-b \\ b+c & -a+b \end{bmatrix}$$

3. (10 puntos) Sea A una matriz cuya forma escalonada reducida es

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

- a) Determine el rango y la nulidad de A .
- b) Halle una base para el espacio nulo de A .
- c) De ser posible, determine si el vector $(-1, 2, 0, 4, -3)$ pertenece al espacio fila de A . Si no es posible, explique por qué y diga cuál información adicional requiere.
- d) De ser posible, dé una base para el espacio columna de A^T . Si no es posible, explique por qué y diga cuál información adicional requiere.
4. (10 puntos) Sean $S = \{t, 1\}$ y $T = \{t+1, -t+1\}$ bases de P_1 y $v = 4t - 2$.
- a) Encuentre $P_{S \leftarrow T}$ y $Q_{T \leftarrow S}$.
- b) Determine $[v]_T$ y a continuación halle $[v]_S$ utilizando $P_{S \leftarrow T}$.
5. (12 puntos) a) Sea x_0 un vector fijo en un espacio vectorial V . Muestre que el conjunto W que consta de todos los múltiplos escalares cx_0 de x_0 es un subespacio de V .
- b) Determine todos los valores de a para los cuales $\{(a^2, 0, 1), (0, a, 2), (1, 0, 1)\}$ es un conjunto linealmente dependiente en $\mathbb{R}^3$.
- c) Suponga que el sistema homogéneo $Ax = 0$ tiene 20 incógnitas y que su espacio solución tiene dimensión 6. ¿Cuál es el rango de A ? ¿ A puede tener tamaño 13×20 ? Justifique sus respuestas.
- d) Sea A una matriz de $m \times n$. Muestre que las columnas de A son linealmente independientes si y sólo si el sistema homogéneo $Ax = 0$ tiene solamente la solución trivial.