PARCIAL 1 ÁLGEBRA LINEAL GRUPO 27 **Tiempo: 120 Minutos**

Profesor: Edwin Barrios Rivera **Febrero 24 de 2009**

Nombre: ______________________________ **Código:** ________________ **No** ____

Instrucciones: Apague el celular. Responda el cuestionario en orden. No se responden preguntas que tengan que ver con el desarrollo del examen.

1. (8 pts.) Dado el sistema

$$\begin{array}{rcrcrcrcr} x & - & y & - & z & + & 3w & = & 1 \\ 2x & - & 2y & - & z & + & 3w & = & 3 \\ -x & + & y & - & z & & & = & -3 \end{array}$$

halle la solución general (usando eliminación de Gauss), indicando la solución particular y la solución del homogéneo.

2. Si al escalonar la matriz aumentada de un sistema de ecuaciones lineales, se obtiene

$$\left(\begin{array}{cccc|c} \sqrt{2} & 0 & -1 & 4 & 0 \\ 0 & 2 & -\pi & -1 & 1 \\ 0 & 0 & a & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & b^2-b & b \end{array}\right)$$

   a) (3 pts.) ¿El sistema es consistente cuando $a = b = 0$? Explique.

   b) (3 pts.) ¿El sistema es consistente cuando $a = 0$ y $b = 1$? Explique.

   c) (4 pts.) Si $a \neq 0$, para que valores de b el sistema tiene infinitas soluciones.

   d) (4 pts.) Si $a \neq 0$, para que valores de b el sistema tiene única solución.

   e) (4 pts.) Si $a \neq 0$, para que valores de b el sistema es inconsistente.

3. (7 pts.) Dadas las matrices invertibles A y B:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & \sqrt{2} & 1 \\ 5 & 0 & -3 \\ 0 & 3 & -7 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 1/3 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & -1/2 \\ 0 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

determine $\left[AB^{-1} + 3A\right]^T \cdot \left[\frac{1}{2}\left(B^T\right)^{-1} A^T\right]^{-1}$

4. (7 pts.) Si M y N son matrices 5×5 tales que $det(M) = -3$ y $det(N) = 1/2$, calcule $det\left[(2N)^{-1}M(N)^2\right]$.

5. (10 pts.) Dados los vectores $\vec{u} = \begin{pmatrix} -5 \\ 2 \end{pmatrix}$ $\vec{v} = \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \end{pmatrix}$ $\vec{w} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \end{pmatrix}$ calcule

   a) $\vec{u} \cdot \vec{v}$

   b) $\vec{u} \cdot \vec{v} - \vec{u} \cdot \vec{w}$

   c) $||2\vec{u} + \vec{v}||$

   d) El ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{w}$.

   e) Un vector unitario en la dirección de $\vec{u}$.

6. [*Punto Adicional*]: Si $A = [a_{ij}]$ es una matriz de $n \times n$, entonces la **traza** de A, $Tr(A)$, se define como la suma de todos los elementos de la diagonal principal de A,

$$Tr(A) = a_{11} + a_{22} + \cdots + a_{nn}$$

   Demuestre que:

   a) $Tr(cA) = cTr(A)$, donde c es un número real.

   b) $Tr(A + B) = Tr(A) + Tr(B)$.

   c) $Tr(AB) = Tr(BA)$.

   d) $Tr(A^T) = Tr(A)$.