



CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 03

Profesor: Hendel Yaker A.

QUIZ No. 1 29 de enero de 2007

1. (12 puntos) En cada uno de los siguientes casos encuentre el límite, si existe.

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \tan x}{\sin x - \cos x} \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$$

2. (8 puntos) Construya la gráfica de **una** función f que satisfaga **todas** las siguientes condiciones: El dominio de f es $[0, 7]$. f es continua en $(0, 3] \cup (3, 5) \cup (5, 6) \cup (6, 7]$; tiene discontinuidades **removibles** en $x = 0$ y $x = 5$; $f(5) = 3$; $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = 1$, y los límites laterales en $x = 6$ NO existen.

3. (16 puntos) En cada uno de los siguientes casos determine si el enunciado es verdadero o falso. Si es verdadero explique por qué. Si es falso explique por qué o de un ejemplo que lo refute.

(a) Si f y g son dos funciones tales que $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$ y $\lim_{x \rightarrow 0} g(x)$ NO existe, entonces $\lim_{x \rightarrow 0} (f(x)g(x))$ NO existe.

(b) Una función **racional** puede tener infinitos puntos en los que es discontinua.

(c) Si para un polinomio $p(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ se cumple que: $p(1) = p(2) = p(4) = 0$, y $p(3) = 1$, entonces podemos concluir que $p(x) > 0$ para todo x en el intervalo $(2, 4)$.

(d) La función $f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(5x)}{x} & \text{si } x < 0 \\ \frac{\sin(\pi - x)}{x - \pi} + 5 & \text{si } 0 \leq x < \pi \\ 4 \cos(\pi - x) & \text{si } x \geq \pi \end{cases}$ es continua en $(-\infty, \infty)$.

4. (7 puntos) Escriba la definición **formal** $(\epsilon - \delta)$ de límite y utilícela para demostrar que

$$\lim_{x \rightarrow 3} (2x^2 - 6x + 5) = 5$$

NOTA: Se califica sobre 35 puntos.