



Cálculo de una variable. Período Académico 062. G-19. Examen corto #1. Agosto 16 de 2006.

Nombre \_\_\_\_\_ Código \_\_\_\_\_

1. (15 puntos) Encuentre una ecuación de la recta tangente a la parábola  $y = x^2$ , en el punto  $P(1, 1)$ . Para ello, determine la pendiente  $m_{PQ}$  de la recta secante que une  $P(1, 1)$  con un punto cercano  $Q(x, x^2)$  de la parábola, y encuentre la pendiente  $m$  de la recta tangente como el límite de las pendientes de las rectas secantes.
2. (15 puntos) Evalúe el límite, si existe.

a)  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\sqrt{t^2 + 9} - 3}{t^2}$       b)  $\lim_{x \rightarrow 1^+} (x - 1) \operatorname{sen} \left( \frac{1}{x - 1} \right)$       c)  $\lim_{x \rightarrow 0^-} \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{|x|} \right)$

3. (10 puntos) Encuentre los valores de  $a$  y  $b$  para los cuales la función

$$f(x) = \begin{cases} 2 & \text{si } x \leq -1 \\ ax + b & \text{si } -1 < x < 3 \\ -2 & \text{si } x \geq 3 \end{cases}$$

es continua sobre  $(-\infty, \infty)$ .

4. (10 puntos) a) Grafique una función que tenga una discontinuidad por salto en  $x = -2$ , pero que sea continua desde la derecha en  $x = -2$ , que tenga una discontinuidad infinita en  $x = 1$  y una discontinuidad removible en  $x = 3$ , y que sea continua en todas las demás partes.  
b) Pruebe que la ecuación  $\cos x = x$  tiene por lo menos una solución real.