

1. Calcule los límites siguientes:

(a)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ ,      (b)  $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x^2 + 3x + 1} - x)$ ,

(c)  $\lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\sin^2 h}{h^2}$ ,      (d) Calcule  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ .

2. Si  $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{si } x < -1 \\ 3x & \text{si } -1 < x < 1 \\ 2x-1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ . Determine donde  $f$  es continua o

discontinua. (Justifique su respuesta).

3. Muestre que la ecuación  $4x^3 - 6x^2 + 3x - 2 = 0$  tiene al menos una raíz real.

4. Sea

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

Determine: (i) si  $f'(0)$  existe,      (ii) si  $f$  es continua en  $x = 0$ .  
(justifique su respuesta).

4. Encuentre una ecuación de la recta tangente a la curva

$$2(x^2 + y^2)^2 = 25(x^2 - y^2) \text{ en el punto } (3,1).$$

5. Derive las funciones siguientes:

(i)  $f(x) = \tan^2(x^3) + x \sin\left(\frac{1}{x}\right)$ ,      (ii)  $g(y) = \left(\frac{y-6}{y+7}\right)^3 + ye^{-y^2}$ .

