UNIVERSIDAD ICESI

Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 21 de Abril de 2009.

Álgebra lineal. Período Académico 091. G-29. Examen corto #4.

Nombre ______________________________ Código ____________

1. (10 puntos) Verifique que $S = \{(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}, \frac{1}{3}), (\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{2}{3}), (\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{2}{3})\}$ es un conjunto ortonormal. Explique si S es base para $\mathbb{R}^3$ y en caso afirmativo exprese el vector $(3, 4, 5)$ como combinación lineal de los vectores de S.

2. (10 puntos) Encuentre los valores propios de la matriz
$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 3 \end{bmatrix}.$$

3. (10 puntos) Determine una matriz B no diagonal tal que $\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$ y $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ son vectores propios de B asociados a los valores propios 2 y -3 respectivamente.

4. (20 puntos) Considere la siguiente matriz simétrica A cuyos valores propios son $\lambda_1 = \lambda_2 = -2$ y $\lambda_3 = \lambda_4 = 4$,
$$A = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 & 0 \end{bmatrix}.$$
Halle una matriz ortogonal P y una matriz diagonal D tales que $PD = AP$.

Opcional (5 puntos) Suponga que A es una matriz de 3×3 tal que todas sus entradas son distintas de cero y cuyos valores propios son -1, 1 y 2. De ser posible, encuentre los valores propios de las matrices A^T, A^2 y A^{-1}. Justifique su respuesta.