UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

Segundo Examen Parcial de Cálculo en Varias Variables

Profesor: Johann Suárez Motato   Octubre 6 de 2009   Grupo: 05

Nombres y apellidos: ______________________ **Código**: ____________

1. (15 pts) Determine la veracidad o falsedad de cada enunciado (justifique):
   a) Si $f(x,y) = \sqrt{1-x^2-y^2}$ y u es unitario, entonces $D_u f(0,0) = 0$.
   b) Si $f(x,y) = (x^3+y^3)^{\frac{1}{3}}$ entonces $f_y(0,0) = 1$.
   c) $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} \dfrac{10xy}{2x^2+3y^2}$ No existe.
   d) Si $f(x,y)$ es continua para todo $(x,y) \neq (0,0)$ y $f(0,0) = 0$ entonces $\lim\limits_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y) = 0$.
   e) Si $w(x,y) = ye^x + x\ln y$ con $x = 2-t$, y $y = t^2$, entonces $\frac{dw}{dt}|_{t=1} = e^{-1}+1$

2. (6 pts) Sea $\vec{r}(t) = (e^{-\frac{t}{2}}, \sqrt{t}, te^t)$ una función vectorial. Calcule:
   a) $\int_0^1 \vec{r}(t)dt$ *b*) Determine si $\vec{r'}(t)$ es perpendicular a $\vec{r''(t)}$ en $t = 0$

3. (10 pts) Sea $w = f(x,y)$ donde $x = r\cos\theta$, $y = r\,\mathrm{sen}\,\theta$. Demuestre que:
   $$\frac{\partial w}{\partial x} = (\frac{\partial w}{\partial r})\cos\theta - (\frac{\partial w}{\partial \theta})\frac{\mathrm{sen}\,\theta}{r} \quad \text{y} \quad \frac{\partial w}{\partial y} = (\frac{\partial w}{\partial r})\,\mathrm{sen}\,\theta + (\frac{\partial w}{\partial \theta})\frac{\cos\theta}{r}$$

4. (8 pts) Considere
   $$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{3x^2y}{x^2+y^2} & (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & (x,y) = (0,0) \end{cases}$$
   a) Demuestre que $f_x(0,0)$ y $f_y(0,0)$ existen.
   b) Determine si $f(x,y)$ es diferenciable en $(0,0)$.

5. (6 pts) El error producido al medir cada una de las dimensiones de una caja rectangular es $\pm 0,1mm$. Las dimensiones de la caja son: $x = 50cm$, $y = 20cm$ y $z = 15cm$. Utilice dV para determinar el error relativo $(\frac{dV}{V})$ en el volumen calculado de la caja.

6. (9 pts) Dada la función $f(x,y) = 9 - x^2 - y^2$.
   a) Dibuje la gráfica de $f(x,y)$ en el primer octante y localice el punto $(1,2,4)$ sobre la superficie.
   b) Halle un vector unitario u ortogonal a $\nabla f(1,2)$.
   c) Calcule $D_u f(1,2)$