Universidad ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

Primer Parcial de Álgebra Lineal

Profesor: Johann Suárez Motato   Marzo 2 de 2010   Grupo 11

1. (16 pts) Determine la veracidad o falsedad de los siguientes enunciados **justificando** su respuesta:

   a) En $\mathbb{R}^n$, si $u.v = u.w$ entonces $v = w$.

   b) Si A y B son matrices cuadradas tales que $AB = AC$ y $|A| = 2$, entonces $B = C$.

   c) Si A es una matriz de $n \times n$ y $A^4 = 0$ entonces $(I_n - A)^{-1} = I_n + A + A^2 + A^3$.

   d) Si A es una matriz de 3×3 con $|2A| = 16$ entonces $|-A| = -8$.

2. (10 pts) Determine todos los valores de la constante a de tal forma que el sistema lineal resultante:

$$\begin{aligned} x + y - z &= 3 \\ x - y + 3z &= 4 \\ x + y + (a^2 - 10)z &= a \end{aligned}$$

   a) No tenga solución   *b*) Tenga infinitas soluciones   *c*) Tenga solución única

3. (6 pts) Utilizando propiedades de las matrices calcule $[AB + 3A]^T(\frac{1}{2}B^TA^T)^{-1}C$ si

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 3 & 3 \end{pmatrix},\ B = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & -1 \end{pmatrix},\ C = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

4. (6 pts) Halle el valor de la constante b de tal forma que:

$$det \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 3 \\ 4 & 3 & b \end{pmatrix} + det \begin{pmatrix} 0 & b & 1 \\ 1 & 3b & 0 \\ -2 & b & 2 \end{pmatrix} = 14$$

5. (7 pts) Determine todos los valores de la constante β para los que la inversa de la matriz dada A, existe y en tal caso, halle la inversa de A en términos de β.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & \beta \end{pmatrix}$$

6. (8 pts) Demuestre los siguientes enunciados:

a) Demuestre que si $Ax = b$ es un sistema lineal que tiene más de una solución, entonces tiene un número infinito de soluciones.

b) Demuestre que si A es una matriz $n \times n$ antisimétrica y n impar, entonces $|A| = 0$

Bono: (5pts) Demuestre que si A es una matriz $n \times n$ tal que el sistema homogéneo $Ax = 0$ tiene una solución no trivial, entonces A es singular.