

UNIVERSIDAD ICESI

PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO DE UNA VARIABLE

26 de febrero de 2010

Profesor: Jorge A. Martínez V.

NOMBRE: _____

CÓDIGO: _____

1. (20 puntos) Calcule los siguientes límites (si existen)

a. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt{x+5} - 3}{x-4}$

b. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{1}{x}\right)$

(Sugerencia: Efectué una tabla de valores con $x = \frac{1}{n\pi}$, n un número entero no nulo)

c. $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(2x - \sqrt{4x^2 + 1}\right)$

d. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{|x|}{x}$

2. (10 puntos) Encontrar el valor de c tal que f sea continua en $(-\infty, \infty)$, donde

$$f(x) = \begin{cases} 4 \operatorname{sen} x, & x < 0 \\ x, & \\ c - 2x, & x \geq 0 \end{cases}$$

3. (15 puntos) Sea $f(x) = x^2 + x - 1$. Muestre que el teorema del valor intermedio es aplicable en $[0, 5]$ y encuentre el valor c garantizado por el teorema tal que $f(c) = 11$

4. (15 puntos) Dada $x^2 + y^2 = 25$, muestre que $\frac{d^2y}{dx^2} = -\frac{25}{y^3}$

5. (10 puntos) Determine los puntos donde la gráfica de $f(x) = \frac{x-4}{x^2-7}$ tiene tangente horizontal

6. (15 puntos) Encontrar la ecuación de la recta tangente a la gráfica de $y^2(x^2 + y^2) = 2x^2$ en el punto $(1, 1)$

7. (15 puntos) Un depósito cónico (con el vértice abajo) mide 10 pies de ancho en su parte más alta y tiene 12 pies de profundidad. Si se le vierte agua a razón de 10 pies³ por minuto, calcular el ritmo de cambio de la profundidad del agua cuando ésta es de 8 pies

OPCIONALES:

a. (10 puntos) Calcule la derivada de $f(x) = x|x|$ ¿Existe $f''(0)$? Justifique su respuesta

b. (10 puntos) Demuestre que la recta normal (perpendicular) a cualquier punto de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ pasa por el origen de coordenadas