Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

Cálculo de varias variables
Tercera prueba corta

Marzo 26 de 2010
Profesor: Frank Didier Suárez Motato

Nombre ______________________ Código:______________________

1. (9 puntos) Determine si la afirmación es verdadera o falsa argumentando mediante un contraejemplo o una demostración respectivamente.

   a) La epicicloide $r(t) = (5\cos t - \cos 5t)i + (5\operatorname{sen} t - \operatorname{sen} 5t)j$ es una curva suave en el intervalo $[0, 2\pi]$.

   b) La función vectorial $r(t) = (e^t \operatorname{sen} t)i + (e^t \cos t)j$ y su segunda derivada son ortogonales.

   c) Si $z = f(x, y)$ y $\dfrac{\partial z}{\partial x} = \dfrac{\partial z}{\partial y}$, entonces $z = c(x + y)$.

2. (9 puntos) Analice la continuidad en $(0, 0)$de la función $g(x, y)$ dada a continuación:

$$\text{g(x,y)=}\begin{cases} \dfrac{x^2 + 2xy^2 + y^2}{x^2 + y^2} & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 1 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

3. (15 puntos) Demuestre que $f_x(0, 0)$ y $f_y(0, 0)$ existen, pero que f no es diferenciable en $(0, 0)$, donde f está definida por:

$$\text{f(x,y)=}\begin{cases} \dfrac{3x^2 y}{x^4 + y^2} & \text{si} \quad (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{si} \quad (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

4. (7 puntos) Muestre que la función $z = \arctan\left(\dfrac{y}{x}\right)$ satisface la ecuación de Laplace

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 0.$$