UNIVERSIDAD ICESI — Facultad de Ingeniería — Departamento de Matemáticas y Estadística

EXAMEN FINAL DE MATEMÁTICAS PARA EL DISEÑO

PERIODO ACADÉMICO 072

NOVIEMBRE 23 DE 2007

NOMBRE ____CÓDIGO:______________PROFESOR:___________________.

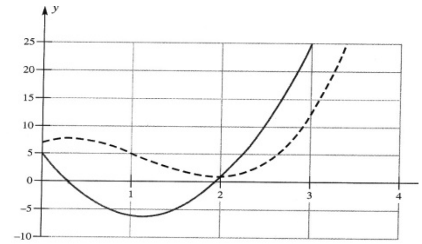
1. (10 PUNTOS) A un segmento $\overline{AB}$ se le aplica una rotación de $-\frac{\pi}{2} Rad$ con centro en el origen de coordenadas. Seguidamente. La imagen por la rotación es reflejada respecto a la recta $\ell : y = -x$ obteniendo como imagen final al segmento $\overline{A"B"}$, con $A"(-3,1)$ y $B"(0,5)$. Con base en esta información
   a. Determine las coordenadas iníciales de los puntos A y B.
   b. Haga la construcción geométrica de la composición de las transformaciones y verifique en ella los resultados obtenidos en el punto anterior.
   c. Encuentre la fórmula general de la matriz asociada a la transformación lineal $h : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tal que $h\left(\overline{OA}\right) = \overline{OA"}$ y $h\left(\overline{OB}\right) = \overline{OB"}$

2. (12 PUNTOS)
   a. Si un punto P divide al segmento $\overline{AB}$ en razón -4, determine ***analíticamente***, la razón en que el punto B divide al segmento $\overline{AP}$ y la razón en que el punto A divide al segmento $\overline{BP}$.
   b. Dados los puntos $A(5,3)$ y $B(-7,11)$ encuentre las coordenadas de un punto $P(x,y)$ tal que $P \in \overline{AB}$ y esté tres veces más cerca de A que de B.
   c. Dadas las rectas $\ell_1 : 2x - 3y + 6 = 0$ y $\ell_2 : 4x - 2y - 5 = 0$, muestre analíticamente que no son rectas paralelas y use el producto escalar para hallar el ángulo agudo formado por las dos rectas.

3. (6 PUNTOS) Calcule lo indicado en cada caso. Exprese la respuesta en forma simplificada.
   a. Hale la ecuación de la recta tangente a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x+1}$ en el punto $P(-2,-1)$.
   b. Halle $\frac{dy}{dx}$ sí $y = Sen\left[\left(Ln\left(x^2+3\right)\right)^4\right]$.
   c. Determine $\lim\limits_{x \to 4} \frac{x-4}{\sqrt{x}-2}$

4. (10 PUNTOS) Se desea construir una caja, sin tapa, de base rectangular a partir de una lámina de cartón de $16cm$ de ancho y $21cm$ de largo, recortando un cuadrado de cada una de las esquinas y doblando los lados. Encuentre el lado del cuadrado para el cual se obtiene una caja de volumen máximo. ¿Cuáles son las dimensiones de la caja? ¿cuál es el volumen máximo? *Realice un dibujo de la situación*.

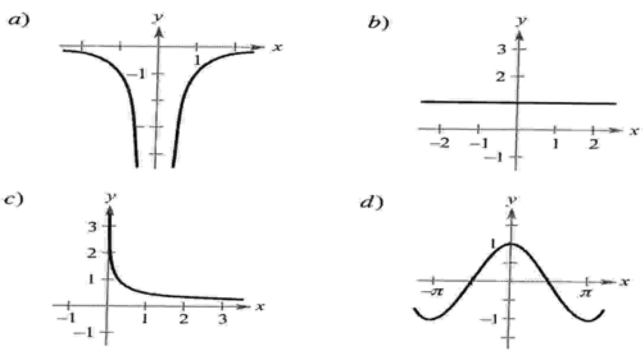
5. (12 PUNTOS) Realice lo indicado en cada caso:



a. La figura muestra la gráfica de dos funciones. Una es la función f y la otra es su derivada f'. Indique, *argumentando claramente su respuesta*, cual gráfica corresponde a cada función.

b. La altura de un triángulo aumenta a una velocidad de $1\dfrac{cm}{min}$, mientras que su área lo hace a una velocidad de $2\dfrac{cm^2}{min}$. ¿Con qué velocidad cambia la base del triángulo cuando su altura es $10cm$ y el área es $100cm^2$?

c. Use las gráficas dadas, la derivada de cada función y la interpretación geométrica de la derivada de una función para asociar a cada función dada la gráfica de su derivada.



$f(x) = x$ ______.

$t(x) = \sqrt{x}$ _____.

$p(x) = \dfrac{1}{x}$ ______.

$t(x) = Senx$ ____.

Indique la letra correspondiente a la gráfica

6. <u>PUNTO OPCIONAL</u> (5 PUNTOS)

Evalúe cada una de las siguientes integrales indefinidas y verifique su respuesta mediante derivación.

a. $\int(Sen\theta - Cos\theta)d\theta$ b. $\int(3x^2+4x)dx$ c. $\int\left(\dfrac{1}{t^2}+\sqrt{t}\right)dt$

Dame Señor, acierto al empezar, dirección al progresar y perfección al concluir.

Santo Tomas de Aquino