UNIVERSIDAD
ICESI

DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICAS Y ESTADISTICA

SUPLETORIO EXAMEN FINAL DE ALGEBRA LINEAL

Cali, Mayo 23 de 2009

1. **(1 PUNTO).** Sea L: $R^2 \rightarrow R^3$ una transformación lineal para la cual sabemos que $L\left(\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ y $L\left(\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}\right) = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ determine :

a- $L\left(\begin{bmatrix} 8 \\ -5 \end{bmatrix}\right), L\left(\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}\right).$

b. La matriz de la transformación. Explique si la transformación es uno a uno y sobre.

c. Determine una base para el Kernel y una base para la imagen de la transformación.

2. **(1 PUNTO).** Diagonalice ortonormalmente la matriz A, proporcionando la matriz ortogonal P y la matriz diagonal D. $A = \begin{bmatrix} -1 & -4 & -8 \\ -4 & -7 & +4 \\ -8 & +4 & -1 \end{bmatrix}$

3. **(1 PUNTO).**

a- Encuentre la distancia del origen a la recta que pasa por el punto (3,1,5) y que tiene dirección de V = 2i – j + k.

b- Encuentre la ecuación de la recta que pasa por (-1, 2 , 4) y es ortogonal a :

$$L_1 : \frac{x-1}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-2} \qquad y \qquad L_2 : \frac{x+3}{5} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{4}$$

(2 PUNTOS). Determine si la proposición dada es verdadera o falsa justificando claramente su respuesta.

a) Si x1, x2 son vectores propios de A, asociados al valor propio λ, entonces para cualquier vector w no nulo en $gen\{x1, x2\}$, Aw = λw.
b) Si W es una matriz nx1 tal que $W^TW=1$ y $H= I_n- 2WW^T$ entonces $H^{-1}=H^T$.
c) Si $L: R^4 \rightarrow R^3$ es una transformación lineal, entonces es posible que nulidad (L) =1 y rango(L) =2.
d) Si x_0 es una solución no trivial del sistema homogéneo Ax=0, donde a es una matriz nxn, entonces x_0 es un vector propio de A asociado al valor propio 0.
e) El conjunto de todas las matrices simétricas de nxn forma un subespacio de las matrices nxn.
f) Si al reducir la matriz de una transformación lineal tenemos $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ entonces la transformación es sobre.
g) El conjunto de vectores de R^4 de la forma (a+b,b+c,a-b-2c,b+c) forman un subespacio de base $\{[1,0,1,0], [1,1,1,1]\}$
h) En R^n, $\|u \times v\|^2 + (u \cdot v)^2 = \|u\|\|v\|$
i) La recta $\frac{x+2}{3} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+5}{4}$ está en la intersección de los planos