Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

CÁLCULO DE UNA VARIABLE. Grupo 17 Profesor: Carlos A Quintero

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 9 de abril de 2010.

1) (8 puntos) Determine si el teorema del valor medio puede aplicarse a la función $f(x) = \frac{x+1}{x}$ en el intervalo $\left[\frac{1}{2}, 2\right]$. En caso afirmativo, encuentre todos los valores de c que satisfacen la conclusión de dicho teorema.

2) (12 puntos) Un sector circular con un ángulo central θ se corta de un círculo de $10\,centímetros$ de radio, y los bordes del sector que queda se juntan para formar un cono.

- **a)** Escriba el volumen V del cono en función de su altura h.
- **b)** Halle el dominio admisible de la función $V(h)$.
- **c)** Encuentre el valor de h que hace que el volumen V del cono sea máximo.

3) (8 puntos) Considere la función $f(x) = \operatorname{sen} x$.

- **a)** Determine la aproximación lineal de f en el punto $(0,0)$.
- **b)** *Utilice la aproximación encontrada en el literal* **a)** *para explicar por qué* $\lim_{x\to 0} \frac{f(x)}{x} = 1$.

4) (8 puntos) Considere la función $f(x) = x^2 + \cos x$.

- **a)** Justifique por qué f es continua y no negativa en el intervalo $\left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.
- **b)** Encuentre el área de la región acotada por las gráficas de las ecuaciones $y = x^2 + \cos x, y = 0, x = 0$, y $x = \frac{\pi}{2}$.

5) (15 puntos) Sea la función $g(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ para todo x en el intervalo $[0,8]$, donde f es la función cuya gráfica se muestra.

- **a)** Calcule $g(0), g(2), g(4), g(5), g(7)$ y $g(8)$.
- **b)** Determine los intervalos abiertos donde g es creciente y los intervalos abiertos donde g es decreciente.
- **c)** Encuentre los extremos absolutos de g en el intervalo $[0,8]$.
- **d)** Determine los intervalos abiertos donde la gráfica de g es cóncava hacia arriba y los intervalos abiertos donde la gráfica de g es cóncava hacia abajo.
- **e)** Dibuje la gráfica de g en el mismo plano donde se muestra la gráfica de f.