UNIVERSIDAD ICESI — Facultad de Ingeniería, Departamento de Matemáticas y Estadística	**EXAMEN FINAL CÁLCULO DE UNA VARIABLE** **PROFESOR: FERNANDO POSSO GRUPO 02** **NOMBRE** **COD**

Nota: El examen se califica sobre 100 puntos de un total de 112 posibles

1. **(12 puntos)** Determine el área de la región encerrada por las curvas $\mathbf{y} = \mathbf{x} + 6$, $\mathbf{y} = \frac{-\mathbf{x}}{2}$, y $\mathbf{y} = \mathbf{x}^3$.

2. (12 puntos) En cada uno de los siguientes determine una integral , *pero no la calcule*, que permita encontrar el volumen que se obtiene al girar la región determina por la intersección de las curvas $\mathbf{y} = \mathbf{x}^3$ y $\mathbf{y} = 4\mathbf{x}$, en el primer cuadrante con respecto a:
a. El eje x b. La recta x = 5

3. **(21 puntos, 7c/u)** Evalúe las siguientes integrales

a) $\int \frac{\mathbf{Lnx}}{\sqrt[5]{\mathbf{x}^3}}\mathbf{dx}$

b) $\int \frac{\mathbf{x}^2}{\sqrt{\mathbf{x}^2 - 4}}\mathbf{dx}$

c) $\int \frac{4\mathbf{x}^2 + 13\mathbf{x} - 9}{\mathbf{x}^3 + 2\mathbf{x}^2 - 3\mathbf{x}}\mathbf{dx}$

4. **(12 puntos, 6 c/u)** Calcule los siguientes límites, si existen

a) $\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(\ln x)}{\ln x}$ b) $\mathbf{\lim_{x\to 0}}(1 + 4\mathbf{x})^{\frac{1}{4x}}$

5. **(20 puntos 10 c/u)** Determine si las siguientes integrales convergen o divergen:

a) $\int_0^8 \frac{1}{\sqrt[3]{8 - \mathbf{x}}}\mathbf{dx}$ b) $\int_{-\infty}^{0} \mathbf{xe}^{\mathbf{x}}\,\mathbf{dx}$

6) **(15 puntos)** Haga un gráfico de una función f continua que satisfaga las siguientes condiciones,

f(0)=-4, f(2)= 1, f(-2)=0; f'(-2)=0, f'(0)= 0, f'(2)=0; f(-1)=-2 y f(1)=-1; f '(x) < 0 si -2<x<0, f '(x) > 0 si x<-2 or x>0; f "(x) < 0 si x<-1 or 1<x<2, f "(x) > 0 si -1<x<1 or x>2

CONTINUA AL REVERSO

7. **(20 puntos, 5 c/u)** En cada uno de los siguientes casos escoja una y sólo una de las opciones dadas:

I. La derivada de $\mathbf{f}(\mathbf{x}) = \int_1^{x^4} \sqrt[4]{\mathbf{t}}\,\mathbf{dt}$, queda determinada por la expresión

a. x b. $4x^3$ c. $4x^4$ d. 4 e. 0

$x^{3\cdot x}\cdot(3\cdot LN(x) + 3)$

II. Al aplicar la derivación logarítmica en la función $\mathbf{x}^{3\mathbf{x}}$ se obtiene la siguiente derivada

a. $\mathbf{x}^{3\mathbf{x}}$ b. $3\mathbf{x}\mathbf{x}^{3\mathbf{x}-1}$ c. $\mathbf{x}^{3\mathbf{x}}\ln x$

d. $x^{2^{x-1}}$ e. $\mathbf{x}^{3\mathbf{x}}(3\text{Ln}x+3)$

III. ¿En cuál punto de la curva $y = e^x$ la recta tangente es paralela a la recta $y = 2x$?

a. En $x = 2$ b. En $x = e^2$ c. En $x = 2e$ d. En $x = \ln 1$ e. En $x = \ln 2$

IV. Si se bombea aire en un globo esférico ($\mathbf{V}_{\mathbf{esfera}} = \frac{4}{3}\pi\mathbf{r}^3$)de modo que el volumen aumenta a razón de 100 cm^3/seg. Una ecuación que describe como cambia el radio del globo cuando el diámetro es 50 cm. es:

a. $\frac{dV}{dt} = \frac{1}{4\pi r^2}\frac{dr}{dt}$ b. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{4r^2}\frac{dV}{dt}$ c. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{4\pi r}\frac{dV}{dt}$ d. $\frac{dr}{dt} = 25\pi$ e. $\frac{dr}{dt} = \frac{1}{25\pi}$