

Profesor Michell A. Gómez L.

4 de Septiembre de 2009.

Cálculo de varias variables. Período Académico 092. G-03. Primer parcial.

Nombre _____ Código _____

1. (10 puntos) Calcule el límite de la sucesión $\{(e^n + 1)^{1/n}\}$.

2. (10 puntos) Halle la suma de las siguientes series convergentes

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2^n} - \frac{1}{3^n} \right)$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{3(-1)^n}{n!}$

3. (12 puntos) Determine si la serie converge absolutamente o condicionalmente o si diverge.

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{4n+1}$ b) $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n n!}{e^n}$ c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos(2n)}{n^2}$

4. (10 puntos) Utilice que $\sum_{n=0}^{\infty} x^n = \frac{1}{1-x}$ si $|x| < 1$ para hallar una serie de potencias centrada en c que represente la función dada y determine el intervalo de convergencia.

a) $f(x) = \frac{4}{x+2}, \quad c = 0.$ b) $f(x) = \ln x, \quad c = 1.$

5. (8 puntos) a) ¿Si $\sum a_n$ y $\sum -a_n$ convergen, entonces $\sum |a_n|$ converge? Justifique su respuesta.b) Escriba los tres primeros términos de una serie de potencias que aproxime el valor de la integral $\int_0^1 \frac{\sin(x^2)}{x^2} dx$ e indique el error que se comete con esta aproximación. *Sugerencia:* $\sin x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n+1}}{(2n+1)!}$ para todo x .**Opcional** (5 puntos) Escriba los cuatro primeros términos de la sucesión definida por

$$a_1 = \frac{3}{2} \quad \text{y} \quad a_{n+1} = a_n + \frac{3}{2^{n+1}}. \quad \text{Calcule el límite.}$$