UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería

Departamento de Matemáticas y Estadística

Profesor Michell A. Gómez L. 7 de Octubre de 2009.

Cálculo de varias variables. Período Académico 092. G-03. Segundo parcial.

Nombre ______________________ Código __________

1. (8 puntos) Identifique la superficie (escriba la ecuación canónica) formada por el conjunto de todos los puntos equidistantes del punto $(0,0,4)$ y del plano xy.

2. (10 puntos) Un objeto se mueve con velocidad $\mathbf{v}(t) = \cos(\pi t)\mathbf{i} + t\sqrt{t^2+2}\mathbf{i} + t^2 \ln t\mathbf{k}$. Determine la rapidez y la aceleración del objeto en el instante $t = 1$. Halle el vector posición si $\mathbf{r}(1) = \mathbf{k}$.

3. (10 puntos) Calcule i) $f_x(x,y)$ si $(x,y) \neq (0,0)$ y $f_x(0,0)$, ii) $f_{xy}(0,0)$, donde
$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3y - xy^3}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

4. (10 puntos) Suponga que $z = f(x,y)$ donde $x(s,t) = a(s+t)$ y $y(s,t) = a(s-t)$. Encuentre todos los valores de la constante a para los cuales se satisface
$$\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{\partial z}{\partial s}\frac{\partial z}{\partial t}.$$

5. (12 puntos) Considere la función $f(x,y) = x^2 + 4y^2$.

   a) Parametrice la curva de nivel $f(x,y) = 8$.

   b) Encuentre un vector normal a la curva de nivel anterior en el punto $(2,1)$ y la ecuación (en las variables x y y) de la recta tangente a la curva en ese punto.

   c) Halle los vectores $\mathbf{u}$ en los que $D_{\mathbf{u}}f(2,1) = 0$.

Opcional (5 puntos) ¿Es $x_0x + y_0y + z_0z = r^2$ el plano tangente a $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ en el punto (x_0, y_0, z_0)? ¿La recta normal en ese punto pasa por el origen? Justifique sus respuestas.