

## PRIMER EXAMEN PARCIAL DE CÁLCULO PARA CIENCIAS NATURALES

**Profesor: Carlos Andres Rodriguez T.**

**Estudiante:**

### Álgebra Lineal

**1.(1pto)** Un ebanista fabrica sillas, mesas para café y mesas para comedor. Se necesitan 10 minutos para lijar una silla, 6 para pintarla y 12 para barnizarla. Se requieren 12 minutos para lijar una mesa para café, 8 para pintarla y 12 para barnizarla. Para lijar una mesa para comedor se requieren 15 minutos, 12 para pintarla y 18 para barnizarla. El local de lijado está disponible 16 horas por semana, el de pintura 11 y el de barnizado 18. Determine el sistema de ecuaciones que modela este problema. Explique **claramente** si este sistema tiene o no solución única.

**2.(1pto)** Suponga que

$$27 = \det \begin{bmatrix} 3x, 8, 2z \\ 1, y, 7 \\ -5, 6, 5 \end{bmatrix}$$

Calcule

$$\det \begin{bmatrix} x, \frac{8}{3}, \frac{2}{3}z \\ x + 1, \frac{8}{3} + y, \frac{2}{3}z + 7 \\ -10, 12, 10 \end{bmatrix}$$

**3.(1.5ptos)** Considere el sistema de ecuaciones

$$\begin{bmatrix} 3x + 3y + 3z = 6 \\ 2x + 3y + 2z = 5 \\ 6x + 9y + 3(a^2 - 1)z = 3a + 3 \end{bmatrix}$$

- a. Halle los valores de  $a$  que hacen que el sistema no tenga solución.
- b. Halle los valores de  $a$  que hacen que el sistema tenga solución única.
- c. Halle los valores de  $a$  que hacen que el sistema tenga infinitas soluciones

**4.(1.5ptos)**

a. Determine  $(2U + \frac{2}{3}V) \times \frac{1}{5}W$  si:

$$U = (-1, 3, 5), V = (3, 4, 1), W = (6, -2, -3).$$

b. Suponga que  $U = 5V + 2W$  donde  $V, W \in \mathbb{R}^3$ . Pruebe que el vector  $7U$  es perpendicular al vector  $V \times W - W \times U$ .