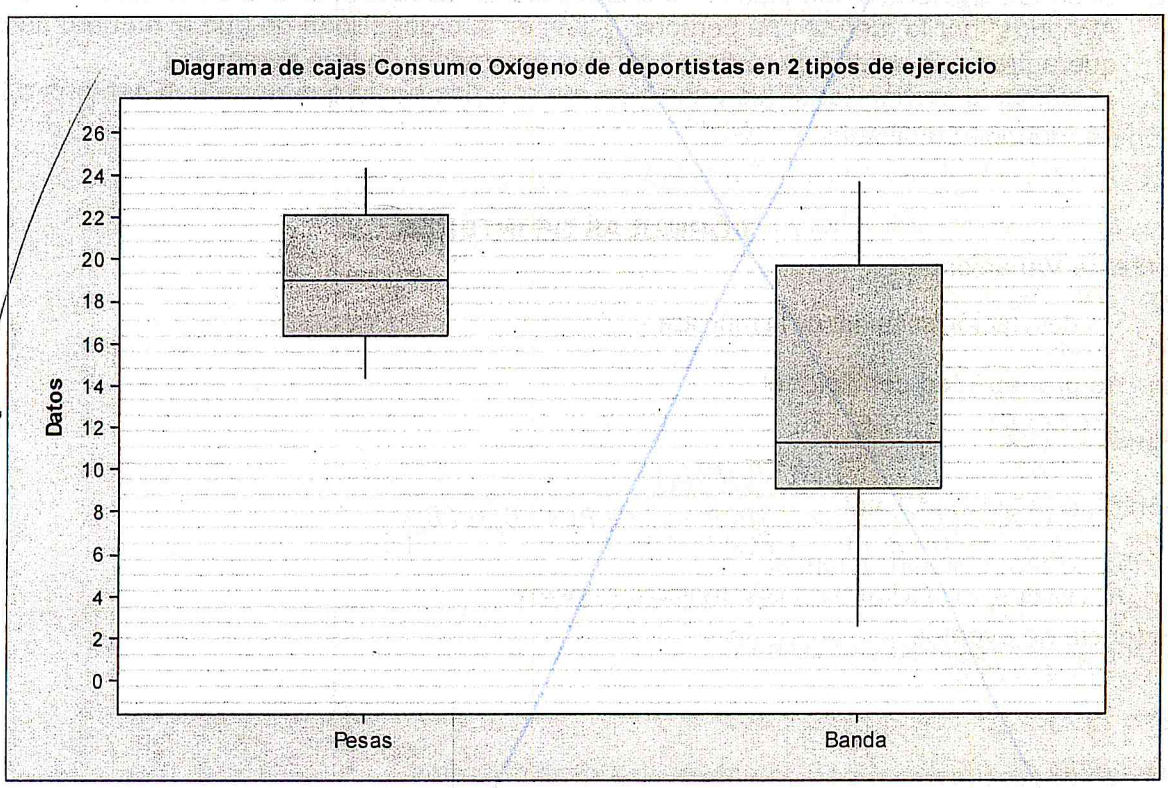
UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

Examen Final de Teoría de Probabilidades – período 2013-1
Cali, 17 de mayo de 2013.

1. El elevado consumo de energía durante el ejercicio continúa después de que termina la sesión de entrenamiento, debido a que las calorías quemadas por ejercicio contribuyen a la pérdida de peso y tienen otras consecuencias, es importante entender el proceso. Para los datos adjuntos tomados de un estudio, se midió el consumo de oxígeno (litros) de forma continua durante 30 minutos en cada uno de 15 deportistas, tanto después de un entrenamiento con pesas como con banda.
   a. ¿Cuál de los dos tipos de ejercicio presenta más homogeneidad en el consumo de oxígeno? Justifique su respuesta con un indicador.
   b. ¿Cuál de los dos tipos de deporte presenta un mayor consumo de oxigeno en porcentaje, por encima de 18 litros? Explique claramente su respuesta.

Pesas	14,6	14,4	19,5	24,3	16,3	22,1	23,0	18,7	19,0	17,0	19,1	19,6	23,2	18,5	15,9
Banda	11,3	5,3	9,1	15,2	10,1	19,6	20,8	10,3	10,3	2,6	16,6	22,4	23,6	12,6	4,4



(10%)

2. Una compañía recibe grandes cargamentos de artículos procedentes de dos lugares. El 70% de los cargamentos proceden del proveedor A cuyos envíos contienen un 10% de artículos defectuosos, mientras que el resto proceden del proveedor B cuyos envíos contienen un 20% de artículos defectuosos. Un administrador recibe un cargamento pero desconoce su procedencia. Si analiza una muestra aleatoria de 20 artículos del cargamento y encuentra uno defectuoso, ¿cuál es la probabilidad de que el cargamento proceda del proveedor A?

(15%)

3. A una farmacia que dice vender solamente medicina no genérica, se le realizará una auditoría. Dicha farmacia tiene en su bodega un tarro con 18 pastas medicinales, de las cuales 12 son no genéricas y el resto son genéricas. Sí el inspector selecciona aleatoriamente tres pastas.
   a. Encuentre la función de distribución de probabilidad, donde la variable aleatoria X sea el número de pastas genéricas que encuentre el inspector
   b. ¿Cuál es la probabilidad de que el inspector encuentre por lo menos 1 pasta genérica?
   c. ¿Cuántas pastas genéricas se espera encuentre el inspector?

(15%)

3+3+3+...

2

UNIVERSIDAD ICESI

Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

4. De acuerdo con la prueba psicotécnica de ingreso que se aplica, los coeficientes intelectuales (CI) de 600 aspirantes a una universidad se distribuyen de forma aproximadamente normal con una media de 115 y una desviación estándar de 12.
   a. Si la universidad requiere estudiantes con CI de al menos 95 ¿Cuántos estudiantes serán rechazados con esta exigencia?
   b. El 5% de los aspirantes con mayor CI serán becados durante toda su carrera. ¿Cuál es el valor de CI a partir del cual serán becados y cuántos son estos estudiantes?
   c. Entre los aspirantes con CI por encima de 127, ¿cuál es la probabilidad de encontrar un aspirante con un CI por debajo de 133?

(30%)

5. El número promedio de personas que entran a una unidad de terapia intensiva en el hospital "Enfermos y Aliviados" en cualquier día es de 3 personas.
   a. Para un día cualquiera, si ha pasado más de 18 horas y todavía no entra una persona a la unidad de terapia intensiva en el hospital "Enfermos y Aliviados", ¿Cuál es la probabilidad de que antes que termine el día, entre una persona a la unidad de terapia intensiva del hospital?
   b. Si en los siguientes dos días entra a la unidad de terapia intensiva en el hospital "Enfermos y Aliviados" por lo menos una persona, ¿cuál es la probabilidad de que el número de personas que entren a la unidad de terapia intensiva sea menor de tres personas?
   c. ¿Cuál es la probabilidad que pase más de tres días hasta que entre una persona a la unidad de terapia intensiva del hospital?

(30%)

FÓRMULAS DE INTERÉS

Coeficiente de Variación

$$CV = \frac{S}{\overline{X}}; S = \text{desviación estándar de la muestra}$$

Definición de probabilidad condicional

$$P(A/B) = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

Definición de probabilidad Total

$$P(A) = P(A\cap B_1) + P(A\cap B_2) + \ldots + P(A\cap B_k)$$

$B_1, B_2, \ldots, B_k$: mutuamente excluyentes y colectivamente exhaustivos

Independencia de eventos:

$$P(A\cap B) = P(A)\times P(B)$$

$$P(A|B) = P(A)$$

$$P(B|A) = P(B)$$

Teorema de Bayes:

$$P(B_i/A) = \frac{P(A/B_i)P(B_i)}{P(A/B_1)P(B_1) + P(A/B_2)P(B_2) + \ldots + P(A/B_k)P(B_k)}$$

Distribución de probabilidad Binomial

$$P(x) = nCx * \pi^x * (1-\pi)^{n-x}$$

Distribución de probabilidad de Poisson

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} * \lambda^x}{x!}$$

Propiedades de las funciones para variables aleatorias discretas

$$E(X) = \sum xP(x)$$

$$\sum P(x) = 1$$

Propiedades de las funciones para variables aleatorias continuas

UNIVERSIDAD ICESI
Facultad de Ingeniería
Departamento de Matemáticas y Estadística

$F(x) = \int_{-\infty}^{x} f(t)dt$ función de distribución acumulada

$P(a \leq x \leq b) = F(b) - F(a)$

Valor esperado de X

$E(x) = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$ $f(x)$: función de densidad de probabilidad

Función de densidad Exponencial

$f(x) = \frac{1}{\beta} e^{-\frac{x}{\beta}}$ $x > 0, \beta > 0$ constante o $f(x) = \lambda e^{-\lambda x}$; $\lambda = \frac{1}{\beta}$

Fórmula de transformación para la distribución normal estándar

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

Distribución Hipergeométrica

$$P(X) = \frac{({}_{S}C_{X}) \times ({}_{N-S}C_{n-X})}{{}_{N}C_{n}}$$

Promedio en datos agrupados

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^{K} X_i^{'} \times f_i}{n}$$

Desviación estándar en datos agrupados

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} f_i \times (X_i^{'} - \bar{X})^2}{n-1}}$$

Fórmula para percentiles

$F(X) = F(L_{i-1}) + f_i^* \times (X - L_{i-1})$; $f_i^* = \frac{f_i}{C}$