



CÁLCULO EN VARIAS VARIABLES. Grupo 07

Profesor: Hendel Yaker A.

SEGUNDO EXAMEN PARCIAL 05 de octubre de 2012

1. (15 puntos)

- (a) Parametrice una circunferencia cuyo centro pertenezca al plano $x + y + z = 3$. Debe identificar el centro y el radio de su circunferencia.
- (b) Parametrice una curva que pase por el punto $(4,0,1)$ y que viva en un paraboloide cuyo eje principal sea el eje x . Encuentre la ecuación de la recta tangente a su curva en $(4,0,1)$.
- (c) Parametrice la curva sobre la gráfica de $f(x,y) = \sqrt{x+1-(y-2)^2}$ cuya recta tangente en el punto $(3,2,2)$ tiene pendiente $f_y(3,2)$ (debe calcular dicha pendiente).

2. Considere las funciones $\mathbf{r}(t) = (t \cos t, t \sin t, t)$ y $f(x,y,z) = x^2 + y^2 - z^2$.

- (a) (2 puntos) Identifique el dominio y el rango de $\mathbf{r}$ y el dominio y el rango de f .
- (b) (3 puntos) Explique por qué la curva $\mathbf{r}(t)$ vive en una superficie de nivel de f . Identifique dicha superficie.
- (c) (3 puntos) Muestre que la razón de cambio de f en cualquier punto de la curva $\mathbf{r}(t)$ es cero, en la dirección en que se está dibujando la curva.

3. (12 puntos)

- (a) Considere la función $f(x,y) = \frac{x+y}{y+1}$. i) Justifique por qué f es derivable en $(0,1)$ y calcule el valor de la mayor razón de cambio de f en $(0,1)$. ii) Halle la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en $(0, 1, 1/2)$.
- (b) Considere la función $f(x,y) = \sqrt[3]{xy}$. Halle $\nabla f(0,0)$ y explique por qué f no es derivable en $(0,0)$.

4. (20 puntos)

- (a) Sea $f(x,y) = \sqrt{y+(x-1)^2}$; calcule $f_x(1,0)$.
- (b) Sea $f(x,y) = (x^2 + y^2)^{2/3}$; calcule $f_{xx}(0,0)$.
- (c) Sea $f(x,y) = \int_{2^x}^{x\sqrt{y}} \frac{\sin t}{t} dt$; calcule $\frac{\partial^3 f}{\partial y \partial x^2}(x,y)$
- (d) Dadas $u(x,y)$ y $v(x,y)$ tales que $u_x = v_y$ y $u_y = -v_x$, muestre que en coordenadas polares ($x = r \cos \theta$ y $y = r \sin \theta$) se cumple que $u_r = \frac{1}{r} v_\theta$.

NOTA: Se califica sobre 50 puntos.