

**Contraste de un modelo de inversión de las firmas en mercados imperfectos
basado en la Teoría de la Agencia**

Mario Ernesto Salazar Parra

**Trabajo de Grado para optar al título de
Magíster en Administración de Empresas**

Director del Trabajo de Grado

Guillermo Buenaventura Vera

Universidad Icesi

Facultad de Ciencias Administrativas y Económicas

Cali, Mayo 2014

TABLA DE CONTENIDO

RESUMEN	3
ABSTRACT.....	4
INTRODUCCIÓN.....	5
1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN.....	7
1.1.JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA.....	7
1.2. OBJETIVOS.....	7
2. MARCO TEÓRICO	9
2.1. TEORÍA DE LA INVERSIÓN.	9
2.2. DESARROLLO DEL MODELO DE INVESTIGACIÓN: MODELO DINÁMICO DE INVERSIÓN	12
2.2.1. Restricción de FCF.	13
2.2.2. Restricción de Deuda.	13
2.2.3. Restricción conjunta FCF y Deuda.....	14
2.2.4. Planteamiento del problema.	14
2.3. HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE PANELES DE DATOS.....	18
2.3.1. Método ordinario de mínimos cuadrados.	20
2.3.2. Estimador para modelos de Efecto fijo (FE) y Efecto aleatorio (RE).	21
2.3.3. Estimadores para Panel dinámico.....	22
2.3.4. Pruebas de estimación	26
3. METODOLOGÍA	28
4. RESULTADOS	31
4.1 APLICACIÓN DEL MODELO EN EL SECTOR AUTOMOTRIZ.	31
4.1.1. Modelo base	32
4.1.2. Modelo restricción de FCF.	38
4.1.3. Modelo restricción Deuda.....	41
4.1.4 Modelo restricción Deuda y FCF	43
4.2. RESUMEN DE HALLAZGOS EMPÍRICOS	46
5. CONCLUSIONES.....	48
BIBLIOGRAFIA.....	49

RESUMEN

En esta investigación se realizó el contraste de un nuevo modelo dinámico de inversión que se desarrolla a partir del problema de agencia presente en la decisión de inversión. El modelo permite incluir las condiciones imperfectas de los mercados, reflejadas como restricciones financieras, específicamente en el Flujo Libre de Efectivo y la Deuda Financiera.

El modelo econométrico sin restricciones y con restricciones es estimado con paneles de datos contruidos con 36 empresas del sector Automotriz a nivel mundial, que cuentan con información financiera entre 1998 y 2012. Para el contraste del modelo se emplearon los estimadores de Arellano-Bond en sus versiones de *diferencias y sistema*, basados en el Método Generalizado de Momentos. Se concluye que la inversión futura, comparada con el período anterior, tiene una relación directa con la inversión y las ventas, e inversa con los costos. Se encuentra un comportamiento de rendimiento decreciente a partir de un punto dado de la relación entre inversión y *stock de capital*.

Palabras claves: Inversión, restricciones financieras, modelos dinámicos, panel de datos.

ABSTRACT

In this research, the contrast of a new dynamic model has been made, developed from the agency problem presented in the investment decision. The model allows the inclusion of imperfect market conditions, reflected as financial restrictions, specifically in the Free Cash Flow and Financial Debt.

The econometric model, with and without restrictions, is estimated using Panel Data, built out of 36 companies from the automotive industry worldwide, with financial information available from 1998 to 2012. For model contrast, Arellano-Bond estimators were used, in their differences and system versions, based on the Generalized Method Moments.

It is concluded that the variation of future investment and sales compared to the period before, have a direct relationship with the investment and the sales of the actual period, and an inverse relationship with costs.

It was found a decreasing behavior from certain point of the relationship between investment and capital stock.

Key words: Investment, financial restrictions, dynamic models, panel data.

INTRODUCCIÓN

Diversos modelos se han desarrollado para explicar la forma en que se realiza la inversión corporativa y han servido en su momento para establecer los factores fundamentales que la determinan y cómo influyen el crecimiento de las empresas.

La inclusión de restricciones financieras u otro tipo de fricciones dentro de los modelos no ha sido un tema ajeno al debate entre académicos e investigadores, especialmente por la aceptación durante algún tiempo de la teoría de Modigliani y Miller (1958). Sin embargo la evidencia, cuando se contrastan modelos con datos reales y las consideraciones pertinentes de los mercados imperfectos, ha inclinado notablemente la balanza hacia quienes sí consideran imprescindible el abordar los modelos de inversión con las restricciones propias de dichas condiciones no ideales.

En esta investigación se realizó el contraste de un nuevo modelo dinámico de inversión que se desarrolla a partir del problema de agencia presente en la decisión de inversión. El modelo surge como solución al problema de optimización de beneficios de directivos y accionistas, y permite incluir como variables las condiciones imperfectas de los mercados, reflejadas como restricciones financieras, específicamente el Flujo Libre de Efectivo y la Deuda Financiera.

La metodología de contraste del modelo es a través de técnicas econométricas de análisis de paneles de datos y el sector seleccionado es el Automotriz, que permitió contar con un

número significativo de empresas de diferentes partes del mundo y con datos históricos de más de 10 años.

El documento se ha organizado así: En el capítulo 1 se presenta la descripción del problema y los objetivos, el capítulo 2, destinado al marco conceptual y teórico, se compone de tres partes: una presentación cronológica de los principales modelos de inversión, la presentación del modelo a contrastar y finalmente los fundamentos teóricos de los paneles de datos con los estimadores seleccionados y sus respectivas pruebas de validez.

Posteriormente en los capítulos 3 y 4 se presenta la metodología empleada y los resultados obtenidos respectivamente.

1. PRESENTACIÓN DE LA INVESTIGACIÓN

1.1. JUSTIFICACIÓN E IMPORTANCIA

La decisión de inversión empresarial se enfrenta no solo a la incertidumbre de su éxito, sino al conflicto mismo que puede surgir entorno a quienes beneficie; en este sentido, cobra importante interés el problema de agencia y su relación con la inversión. Por otra parte las condiciones reales en las que se determina y realiza la inversión están alejadas de mercados perfectos y por lo tanto las restricciones financieras merecen un espacio en los modelos de inversión. El objetivo de la presente investigación es realizar el contraste de un nuevo modelo de inversión que surge del reconocimiento del problema de agencia en la decisión de inversión y a su vez incluye imperfecciones del mercado. De esta manera se involucran los objetivos de los accionistas y directivos en una función a maximizar, expresada como la combinación lineal del valor de la firma y el tamaño de la misma, resultando en un modelo que permite incluir las imperfecciones del mercado, reflejadas como restricciones del Flujo Libre de Efectivo y la Deuda.

1.2. OBJETIVOS

Los objetivos de la investigación son realizar el contraste del modelo de inversión propuesto, y verificar el impacto que sobre el mismo tienen la inclusión de las restricciones financieras del Flujo Libre de Efectivo (FCF), la Deuda o una combinación de las dos.

Para lograrlo se hace uso de datos reales de un sector industrial, en este caso el escogido fue el sector Automotriz que cuenta con un número suficiente de empresas y datos históricos. La

metodología del contraste es mediante el uso de paneles de datos que se construyeron con información de la base de datos de Reuters.

El contraste del modelo de inversión se realizó primero sin tener en cuenta restricciones financieras, para posteriormente investigar el impacto que se tiene al incluirlas, de esta manera se trata primero la restricción de FCF, luego la Deuda y finalmente las dos restricciones al mismo tiempo.

2. MARCO TEÓRICO

2.1. TEORÍA DE LA INVERSIÓN.

Uno de los primeros modelos desarrollados sobre la inversión se atribuye a J.M Clark quien en 1917 en su célebre artículo *Business Acceleration and the law of demand* planteó cómo la inversión en activos fijos (I_t) es una consecuencia de aumentos en la producción necesarios para satisfacer las variaciones en la demanda. Más precisamente, los cambios en la inversión obedecen no al volumen de la demanda sino a la aceleración de la misma. Este tipo de modelo es comúnmente conocido como acelerador.

En su forma básica (P. Clark, 1979) en este tipo de modelo, el capital deseado K^d en el tiempo t es una constante multiplicada por la producción en dicho tiempo (Y_t), es decir

$$k_t^d = \alpha Y_t \quad (1)$$

Este modelo implicaría sin embargo, que se podrían producir incrementos súbitos de capital para inversión para satisfacer una demanda dada, sin tener en cuenta las limitaciones temporales que se requieren para llegar a un nuevo nivel de la producción. Por lo tanto una refinación del modelo conllevó al denominado modelo acelerador flexible que incluye los retardos temporales teniendo en cuenta los coeficientes *beta* rezagados así (P. Clark, 1979):

$$I_t = K_t - K_{t-1} = \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j (K_t^d - K_{t-j}^d) \quad (2)$$

$$I_t = \alpha \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \Delta Y_{t-j} \quad (3)$$

Si se introduce el costo del capital C_t y siendo σ la constante de elasticidad de la sustitución entre capital y entradas variables de la función de producción, la ecuación 1 se puede reescribir como (Chrinko, 1993)

$$k_t^d = \alpha Y_t C_t^{-\sigma} \quad (4)$$

Y la ecuación 3 toma la forma

$$I_t = \alpha \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \Delta(Y_{t-j} C_{t-j}^{-\sigma}) \quad (5)$$

Ahora bien, cuando se considera también la inversión por reposición de activos, siendo δ la tasa geométrica de depreciación del capital, la expresión completa de inversión es

$$I_t = \delta K_{t-1} + \alpha \sum_{j=0}^{\infty} \beta_j \Delta(Y_{t-j} C_{t-j}^{-\sigma}) \quad (6)$$

Este modelo es conocido como modelo Neoclásico de la inversión. Cuando se asume σ tomando el valor unitario la expresión anterior es precisamente el conocido modelo de inversión de Jorgenson (1971), si $\sigma = 0$ se llega nuevamente al modelo de acelerador flexible, y si finalmente se prescinde de los efectos de retardo se simplifica al acelerador simple.

Previo al trabajo de Jorgenson diversos autores como Timberguier (1939), Klein (1951), Kuh y Meyer (1957) convergieron en la inclusión de restricciones financieras en los modelos de inversión.

Por ejemplo Kuhn (1963) planteó diversos modelos para explicar la inversión, uno de ellos presentado a continuación:

$$\frac{I_{it}}{K_{it}} = \alpha_0 + \beta_1 \frac{P_{it}}{K_{it}} + \beta_2 \frac{S_{i,t-1}}{C_i K_{i,t-1}} \quad (7)$$

Donde P son las ganancias brutas retenidas (Hsiao, 2003), S ventas, C índice de intensidad de capital.

Como se mencionó previamente, los estudios de Modigliani y Miller en 1958 modificarían durante algún tiempo el paradigma de las restricciones financieras en los modelos de inversión, ya que establecieron que bajo ciertas circunstancias tanto la estructura como política financiera eran irrelevantes para la inversión. Debido a lo anterior muchos de los modelos subsiguientes desestimaron entonces la inclusión de restricciones financieras en sus planteamientos.

Posteriores modelos dinámicos, como por ejemplo el de la *q* de Tobin es propuesto en 1969 y plantea que la tasa óptima de inversión es una función creciente de la razón entre el valor de mercado de la empresa y el costo de reposición del capital de la firma, razón conocida como *q promedio*. Más adelante, nuevos estudios desarrollarían los modelos de *q marginal* los cuales resultan ser más relevantes para las decisiones de inversión (Abel, 1994).

Subsiguientes desarrollos de la teoría de la inversión han vuelto a retomar las restricciones en los modelos, Elliot (1973) hace inclusión de restricción de liquidez, Bernanke y Gertler (1989) y Calstrom y Fuerst (2000) tratan el problema de los costos de agencia. Por otra parte Weiss (1984), Myers y Mejluf (1984) estudian las limitaciones que enfrentan las empresas en el acceso al crédito externo en un entorno de información asimétrica (Mundaca, 2007).

Otros autores que han incluido las restricciones financieras son por ejemplo Fazzari, Hubbard y Peterson (1988) que incluyeron en sus modelos, entre otras variables, los flujos de caja en la siguiente forma:

$$I/K_{it} = f(X/K)_{it} + g(CF/K)_{it} + \mu_{it} \quad (8)$$

Donde X representa un vector de variables determinantes de la inversión y g una función del flujo de caja. Con su modelo encontraron que la inversión es más sensible a los flujos de caja en las empresas que tienen más alto grado de restricciones financieras, sin embargo otros autores han divergido en este resultado como Kaplan and Zingales (1997) y Cleary (1999) quienes encontraron que dicha sensibilidad corresponde más bien a las firmas que no enfrentan dichas restricciones.

Finalmente los modelos de inversión basados en la ecuación de Euler presentan de una forma dinámica cómo se realiza la inversión y permiten incluir restricciones e imperfecciones a tener en cuenta, el cual es el vértice fundamental del presente trabajo de investigación. En la siguiente parte se presentará el modelo propuesto.

2.2. DESARROLLO DEL MODELO DE INVESTIGACIÓN: MODELO DINÁMICO DE INVERSIÓN

Buenaventura (2008) aborda el problema de agencia empresarial proponiendo un modelo que incluye de manera simultánea los intereses de los accionistas y de los directivos.

De manera general, maximizar el valor V de la firma se considera el objetivo principal de los accionistas, en tanto que la maximización del tamaño de la firma, representado por el *stock*

de capital K, es el interés del directivo CEO. Así se propone un modelo con una función objetivo formulado como la combinación lineal de V y K.

Ahora bien, la naturaleza imperfecta de los mercados es abordada con la inclusión de dos restricciones: el Flujo de Caja Libre (FCF) y la Deuda financiera (B).

2.2.1. Restricción de FCF.

La restricción de FCF se incluye en el factor de ponderación de la función objetivo así:

$$\max \psi_{it} = (1 - a_{it}) V_{it} + a_{it} K_{it} \quad 0 \leq a_{it} \leq 1 \quad (9)$$

La disponibilidad de fondos libres para la inversión, que resultan en incrementos de K se representará como a_{it} donde los subíndices i y t denotan las características dinámicas del modelo, es decir la firma i y el tiempo o período t.

Para la ecuación 9 se define:

$$a_{it} = \frac{(FCF/K)_{it}}{(FCF/K)_{max\ t}} \quad (10)$$

2.2.2. Restricción de Deuda.

Si se denota como B_{it} el valor de la deuda de la firma i en el tiempo se puede definir

$$b_{it} = (B/K)_{it} \quad (11)$$

y la expresión

$$\max \psi_{it} = b_{it} V_{it} + (1 - b_{it}) K_{it} \quad (12)$$

representaría la función a maximizar teniendo en cuenta la restricción por deuda de la empresa.

2.2.3. Restricción conjunta FCF y Deuda.

Si se tienen en cuenta al mismo tiempo las dos restricciones previamente mencionadas en la función objetivo se obtendría

$$\max \psi_{it} = c_{it} V_{it} + (1 - c_{it}) K_{it} \quad (13)$$

$$c_{it} = \frac{1 - a_{it} + b_{it}}{2} \quad (14)$$

2.2.4. Planteamiento del problema.

Para estimar el valor V de la firma en el tiempo t se traen, con sus respectivas tasas de descuento r_{t+j} , los flujos de fondos de los dividendos futuros D_{t+j} hasta el tiempo t ,; es decir

$$V_t = E_t \left[\sum_{j=0}^{\infty} \beta_{t+j} D_{t+j} \right] \quad (15)$$

$$\beta_{t+j} = \prod_{j=1}^t \frac{1}{1+r_{t+j}} \quad (16)$$

$$\beta_t = 1$$

Nótese que la expresión 15 se puede reescribir como:

$$V_t = E_t \{ D_t + V_{t+1} \} \quad (17)$$

El stock de Capital K_t se calcula teniendo en cuenta la inversión en el periodo t (I_t) y el capital del periodo anterior, teniendo en cuenta su respectiva depreciación (δ), es decir

$$K_t = (1 - \delta) K_{t-1} + I_t \quad (18)$$

Se definen las siguientes variables así:

π_t : Ingresos de la firma en el periodo t .

q_t : Costo marginal del capital en el periodo t .

M_t : inversión financiera con rentabilidad u_t en el periodo t .

i_t : intereses pagados por la deuda B_t en el periodo t .

Entonces los fondos disponibles en el tiempo t , D_t , para la repartición de dividendos se pueden expresar como :

$$D_t = \pi_t - q_t I_t + B_t - B_{t-1}(1 + i_{t-1}) - M_t + M_{t-1}(1 + u_t)$$

De acuerdo a lo anterior el modelo de optimización de la ecuación 9 se puede complementar con las restricciones así:

$$\max \psi_{it} = (1 - \alpha_{it}) V_{it} + \alpha_{it} K_{it} \quad (19)$$

Sujeto a

$$K_{it} = (1 - \delta) K_{it-1} + I_{it}$$

$$D_{it} \geq 0$$

α_{it} puede tomar el valor de a_{it} , b_{it} o c_{it} según sea el caso de las restricciones de flujo de caja, deuda o ambas respectivamente.

Por simplicidad en las expresiones en el desarrollo posterior se omitirá el subíndice i .

Retomando que

$$V_t = E_t\{D_t + V_{t+1}\}$$

Denotando λ^D_t y λ^K_t , los multiplicadores de Lagrange del dividendo y del capital respectivamente, la expresión 19 se reescribe como

$$\max \psi_t = (1 - a_t)(D_t + V_{t+1}) + a_t K_t - \lambda^D_t D_t - \lambda^K_t [K_t - (1 - \delta)K_{t-1} - I_t]$$

Con las siguientes condiciones:

$$\frac{\partial \psi_t}{\partial K_{t-1}} = 0$$

$$\frac{\partial \psi_t}{\partial I_t} = 0$$

$$\frac{\partial K_t}{\partial K_{t-1}} = 1 - \delta$$

$$\frac{\partial K_t}{\partial I_t} = 1$$

En Buenaventura (2008) se presenta la solución completa del anterior problema de optimización, en parte de su desarrollo se llega a la ecuación de Euler implícita de equilibrio donde se da la igualdad marginal del costo de la inversión en el periodo t y el costo de posponerlo hasta el periodo $t+1$, es decir:

$$\frac{1 - a_t - \lambda_t^D}{(1 - a_t)(1 - \delta)} \left[\frac{\partial \pi_t}{\partial K_{t-1}} \right] + \frac{a_t}{1 - a_t} = \beta_{t+1} \left\{ \frac{1 - a_{t+1} - \lambda_{t+1}^D}{(1 - a_{t+1})} \left[\left(\frac{\partial \pi}{\partial I} \right)_{t+1} - q_t \right] + \frac{a_{t+1}}{1 - a_{t+1}} \right\}$$

El desarrollo de la expresión anterior converge finalmente al modelo de inversión propuesto con y sin restricciones:

Modelo base o sin restricciones:

$$\left(\frac{I}{K} \right)_{i,t+1} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{Y}{K} \right)_{i,t} + \beta_2 \left(\frac{wN}{K} \right)_{i,t} + \beta_3 \left(\frac{I}{K} \right)_{i,t}^2 + \beta_4 \left(\frac{I}{K} \right)_{i,t} + d_{t+1} + \mu_{i,t+1} \quad (20)$$

Con el término μ_{it} se incluyen los efectos individuales específicos no observables no incluidos en la regresión y otros disturbios (Baltagi, 2005) y puede descomponerse en dichas dos partes:

$$u_{it} = u_i + v_{it}$$

Adicionalmente, el término d_{t+1} representaría un efecto específico del tiempo si lo hubiese.

Modelo con restricciones:

$$\left(\frac{I}{K} \right)_{i,t+1} = \beta_0 + \beta_1 \left(\alpha \frac{Y}{K} \right)_{i,t} + \beta_2 \left(\alpha \frac{wN}{K} \right)_{i,t} + \beta_3 \left(\alpha \frac{I}{K} \right)_{i,t}^2 + \beta_4 \left(\alpha \frac{I}{K} \right)_{i,t} + d_{t+1} + \mu_{i,t+1} \quad (21)$$

$$\alpha_{it} = \frac{A_{it}}{A_{i,t+1}}$$

$$A_{it} = \frac{a_{it}}{1 - a_{i,t}}$$

Donde a_{it} toma el valor de la ecuación 10,11 ó 14 de acuerdo a la restricción que se esté modelando.

Definición de variables para el modelo.

$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t}$: Razón entre la inversión I y el capital K de la empresa i en el periodo t.

$\left(\frac{Y}{K}\right)_{i,t}$: Razón entre la producción Y y el capital K de la empresa i en el periodo t.

$\left(\frac{wN}{K}\right)_{i,t}$: Razón entre los costos de producción wN y el capital K de la empresa i en el periodo t.

Habiéndose ya definido el modelo a contrastar se continuará presentando los conceptos econométricos fundamentales para abordarlo.

2.3. HERRAMIENTAS PARA EL ANÁLISIS DE PANELES DE DATOS.

El uso de paneles para estudios econométricos no es reciente, de hecho célebres autores como Kuhn (1963) y Jorjenson (1971) usaron los paneles de datos para la validación de sus teorías; sin embargo, el desarrollo de los programas informáticos y mayor disponibilidad de bases de datos han popularizado su uso en las últimas décadas.

Un adecuado entendimiento de los principios econométricos son necesarios antes de emplear las herramientas de software para el análisis de datos y su presentación es el objetivo de esta

parte del documento. Para la presente investigación se consultaron principalmente las obras de Baltagi (2005), Wooldrige (2002) y Hsiao (2003).

El fundamento presentado a continuación se basa principalmente en Baltagi (2005), ya que a juicio del autor presenta mayor facilidad en la comprensión por la notación matricial seleccionada. Se recomienda Hsiao (2003) para profundizar en los desarrollos matemáticos para calcular los sesgos de diferentes estimadores y los coeficientes variables. Wooldrige (2002) presenta además de los fundamentos básicos, un importante acercamiento al tratamiento de modelos no lineales.

En su forma general un panel de datos se define como un conjunto de observaciones sobre cada una de N entidades durante el tiempo discreto comprendido entre un inicio y un final T.

Es posible emplear este conjunto de datos para validar inferencias o modelos de diferentes relaciones a que haya lugar, que en caso de ser lineales en sus coeficientes es común encontrarlas expresadas en la forma presentada a continuación:

$$y_{it} = \alpha + X'_{it}\beta + d_t + \mu_{it} \quad i = 1 \dots N \quad t = 1 \dots T \quad (22)$$

Con el subíndice i y t se denota la naturaleza intergrupala e intertemporal respectivamente de la regresión. Así por ejemplo, i podría denotar países, empresas, individuos, etc, y T la unidad de tiempo que se especifique para el estudio (días, semanas, meses, año, etc). En la expresión anterior y es la variable que pretende ser explicada, α es un escalar, β tiene dimensión Kx1 y contiene los coeficientes de cada una de las K variables explicativas, y X'_{it} contiene la observación de dichas variables para el tiempo t y la entidad i.

A continuación se presentan las principales herramientas de regresión para los paneles.

2.3.1. Método ordinario de mínimos cuadrados.

El método más común empleado en regresiones simples es el de mínimos cuadrados (OLS, *ordinary least squares*) el cual se fundamenta en la premisa de *ortogonalidad del error con respecto a las variables explicativas*:

$$E(X' u) = 0 \quad (23)$$

OLS es eficiente, consistente e insesgado, sin embargo es de estricto cumplimiento la condición mencionada, por lo tanto se requieren estimadores adicionales o manipulaciones en los modelos para un adecuado uso del mismo cuando la premisa de ortogonalidad no se da sobre las expresiones directas del modelo.

La condición de la ecuación 23 significa que ninguna de las variables explicativas podría estar correlacionada con u_{it} , es decir deben ser exógenas. Por otra parte, aquellas variables explicativas x_j que sí están correlacionadas con el término del error, se denominan endógenas. La endogeneidad usualmente surge de tres formas posibles (Wooldrige,2002):

Variables omitidas: Se origina por la ausencia de variables en el modelo por la falta de disponibilidad de sus datos.

Error en la medición: Se puede derivar por los errores inherentes en las técnicas de medición.

Simultaneidad: Surge cuando al menos uno de las variables explicativas se determina al mismo tiempo que la explicada y.

A continuación se presentan los dos principales estimadores para las expresiones que exhiben la forma de la ecuación 22.

2.3.2. Estimador para modelos de Efecto fijo (FE) y Efecto aleatorio (RE).

Dada la naturaleza del término u_i , si se asume como un parámetro fijo de cada individuo i o si se trata de una variable aleatoria, se deben emplear respectivamente los estimadores de efecto fijo o efecto aleatorio en el tratamiento de los modelos. En esencia, estos estimadores aplican las técnicas de OLS sobre los modelos modificados, una vez se han cumplido las condiciones de ortogonalidad necesarias. Para el tratamiento de los efectos fijos se realiza una transformación *intergrupala* (*within*) en la que a las variables se les resta la media por cada entidad i , y posteriormente se realiza una regresión sobre dichas variables modificadas. Por ejemplo considerado la siguiente expresión para un modelo de una sola variable explicativa:

$$y_{it} = \beta_1 x_{it} + \mu_i + v_{it} \quad t = 1, 2, \dots, T. \quad (24)$$

Se define:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_{it}, \quad \bar{x}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T x_{it}, \quad \bar{v}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T v_{it}$$

De manera que

$$\bar{y}_i = \beta_1 \bar{x}_i + \mu_i + \bar{v}_i \quad (25)$$

Si se resta la ecuación 25 de la 24 se obtiene:

$$y_{it} - \bar{y}_i = \beta_1 (x_{it} - \bar{x}_i) + v_{it} - \bar{v}_i$$

Como se observa el término del efecto μ_i ha desaparecido y es posible realizar la regresión dado el cumplimiento de las condiciones de ortogonalidad entre el término del error y las variables explicativas.

Las técnicas RE requieren el uso de la matriz de varianza-covarianza del término del error como herramienta sobre el modelo (Wooldridge, 2002).

2.3.3. Estimadores para Panel dinámico

El panel dinámico se caracteriza por la inclusión de la variable dependiente en forma rezagada dentro del grupo de regresores del modelo, así:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + x'_{it}\beta + \mu_{it} \quad i = 1 \dots N \quad t = 1 \dots T \quad (24)$$

$$u_{it} = u_i + v_{it}$$

De las expresiones anteriores se observa que y_{it} es función de u_i , pero dado que y_{it-1} sería

$$y_{it-1} = \delta y_{i,t-2} + x'_{it}\beta + \mu_{it-1} = \delta y_{i,t-2} + x'_{it}\beta + u_i + v_{it-1}$$

Entonces y_{it-1} es también función de u_i , por lo tanto se tiene que el regresor y_{it-1} de la ecuación 24 está correlacionado con el término del error y por lo tanto el método de OLS es sesgado.

De igual forma los estimadores FE y RE resultan ser sesgados para paneles dinámicos debido a la correlación de los términos del error con las realizaciones de la variable dependiente rezagada.

A continuación se presentan los estimadores más empleados en los estudios econométricos similares a la presente investigación.

A partir del estimador propuesto inicialmente por Holtz-Eakin, Newey y Rosen (1988), surgieron posteriores variaciones de Arellano y Bond (1991), Arellano y Bover (1995), Blundell y Bond (1998). Estos se fundamentan en el Método Generalizado de Momentos, término acuñado por Hansen (1982), ya que emplean la técnicas de métodos de momentos, las cuales suelen ser usadas comúnmente en la estadística para obtener parámetros cuando las estimaciones de máxima verosimilitud requieren optimizaciones no lineales (Wooldridge 2002). Hansen (1982) demostró como el método de momentos podría ser generalizado para ser usado en una variedad de modelos econométricos.

Los estimadores previamente mencionados han sido diseñados y son especialmente útiles para las siguientes situaciones (Roodman, 2006):

- Paneles donde N es significativamente mayor que T , es decir pocos periodos de tiempo con observaciones en comparación con el número de individuos.
- La variable a explicar es incluida dentro de las variables explicativas en realizaciones propias de su pasado, es decir términos rezagados en el tiempo.
- No todas las variables explicativas son exógenas, es decir pueden estar correlacionadas con el término del error.
- Pueden existir efectos fijos en el tiempo en el modelo.

El estimador de Arellano y Bond puede considerarse como una extensión del estimador original de Anderson-Hsiao (Baum, 2006) presentando la ventaja de emplear de mejor forma

todas las potenciales condiciones de ortogonalidad de los instrumentos. De manera general dicho, estimador empieza transformando todos los regresores mediante diferenciación, para luego emplear el método generalizado de momentos, de allí se deriva su nombre GMM diferenciado.

Los estimadores Arellano-Bover y Blundell-Bond conocidos como *sistem* GMM pueden incrementar de manera importante la eficiencia de Arellano-Bond, si se asume que las primeras diferencias de los instrumentos no están correlacionados con los efectos fijos, de esta manera se pueden incluir instrumentos adicionales (Roodman, 2006).

En concreto, para la validación del modelo de inversión propuesto se emplearán los estimadores Arellano-Bond y Arellano-Bover basados en el Método Generalizado de Momentos, que además permiten controlar el problema de endogeneidad utilizando los instrumentos disponibles del modelo.

2.3.3.1. Fundamento de diferencias en estimadores dinámicos.

A continuación se presenta el principio en que se fundamenta la validez de la transformación de diferencias empleadas en el Método Generalizado de Momentos, teniendo en cuenta el hecho de que los valores rezagados de la variable explicada y_i pueden ser empleados como instrumentos válidos, dada su condición de ortogonalidad con el término u_{it} .

Considerando el modelo simple dinámico

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + \mu_i + v_{it} \quad (25)$$

Si se realiza la diferencia entre dos periodos consecutivos, es decir

$$y_{it} - y_{it-1} = \delta y_{i,t-1} + \mu_i + v_{it} - (\delta y_{i,t-2} + \mu_i + v_{it-1})$$

$$y_{it} - y_{it-1} = \delta(y_{i,t-1} - y_{i,t-2}) + (v_{it} - v_{it-1})$$

Se obtiene que se elimina el efecto individual μ_i , así $y_{i,t-2}$ puede ser un instrumento válido ya que no está correlacionado con el término $v_{it} - v_{it-1}$ pero si está correlacionado con $y_{i,t-1} - y_{i,t-2}$. En general dado un tiempo T se podrían emplear T-2 variables como instrumentos, es decir $y_{i1}, y_{i2} \dots \dots y_{i,T-2}$ las cuales pueden ser descritas en una misma matriz W_i tal que (Baltagi,2005):

$$W_i = \begin{bmatrix} [y_{i1}] & \dots & 0 \\ \vdots & \ddots [y_{i1}, y_{i,2}] & \vdots \\ 0 & \dots & [y_{i1}, \dots, y_{i,T-2}] \end{bmatrix}$$

Si se define la matriz G como:

$$G = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

El estimador de Arellano-Bond para la ecuación 25 se define como

$$\begin{aligned} \hat{\delta}_1 &= [(\Delta y_{-1})' W (W' (I_N \otimes G) W)^{-1} W' (\Delta y_{-1})]^{-1} \\ &\quad \times [(\Delta y_{-1})' W (W' (I_N \otimes G) W)^{-1} W' (\Delta y)] \end{aligned}$$

En el modelo de la ecuación 25 se han omitido variables explicativas adicionales a la variable dependiente rezagada, partiendo del modelo general de Panel Dinámico:

$$y_{it} = \delta y_{i,t-1} + x'_{it}\beta + \mu_i + v_{it}$$

también se puede obtener el estimador de Arellano Bond (en Baltagi 2005 se puede encontrarse la expresión completa para el estimador).

En los estudios econométricos un componente fundamental es la verificación de las herramientas empleadas en la estimación de los modelos, por ello se presentan a continuación las pruebas requeridas para tener validez en la consistencia de los estimadores.

2.3.4. Pruebas de estimación

2.3.4.1 Ausencia de correlación serial de segundo orden.

El estimador GMM se fundamenta en el hecho de que

$$E(\Delta v_{it} \Delta v_{it-2}) = E[(v_{it} v_{it-2})(v_{it-2} v_{it-3})] = 0$$

es decir que no debe haber auto-correlación de segundo orden en la primera diferencia de los errores. Por otra parte, sí es esperable que haya auto-correlación de primer orden en las primeras diferencias de los errores, ya que:

$$E(\Delta v_{it} \Delta v_{it-1}) = E[(v_{it} - v_{it-1})(v_{it-1} - v_{it-2})] = -E[v_{it-1}^2] = -\sigma_v^2$$

Arellano y Bond desarrollaron una prueba para verificar dicha condición, es conocido como estadístico m^2 en la literatura de Paneles de Datos. Para un detalle completo de la prueba ver Arellano y Bond (1991).

2.3.4.2 Prueba de sobre-identificación de restricciones (prueba Hansen)

Con la prueba de sobreidentificación de restricciones se valida la exogeneidad de los instrumentos empleados. El estadístico de la prueba se distribuye como una *chi cuadrado*, con un número de grados de libertad igual al de las restricciones sobre-identificadas, es decir la diferencia entre el número de instrumentos (L) y el número de variables (K).

Es aconsejable como regla para mantener la validez de la prueba, que el número de instrumentos sea menor que el número de unidades individuales o entidades *i* incluidas en el panel de datos.

Adicional a esta prueba, que se realiza verificando la validez de todo el conjunto de instrumentos, la *prueba de diferencias de Hansen* permite verificar la validez de un subconjunto de instrumentos, lo que podría ser útil para diagnosticar cuales no son válidos.

3. METODOLOGÍA

Para la validación del modelo propuesto se partió de la ecuación 20, es decir el modelo de inversión sin restricciones. Reordenando términos, renombrando los coeficientes y cambiando la base de tiempo se puede reescribir de la forma presentada a continuación:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \left(\frac{I}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_2 \left(\frac{I}{K}\right)_{i,t-1}^2 + \beta_3 \left(\frac{Y}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_4 \left(\frac{wN}{K}\right)_{i,t-1} + d_t + \mu_{i,t}$$

Como se puede observar, el modelo es un panel dinámico debido a la presencia de los términos rezagados en el tiempo y aunque tiene un término cuadrático, tiene linealidad en los coeficientes de regresión.

Si se considera la ecuación anterior en forma resumida, teniendo en cuenta los términos de (I/K) se puede observar la relación:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t} = \beta_5 + \beta_1 \left(\frac{I}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_2 \left(\frac{I}{K}\right)_{i,t-1}^2$$

La expresión anterior corresponde a una curva parabólica, cuya concavidad podría determinarse intuitivamente hacia abajo, esto debido a la imposibilidad de invertir de forma indefinida, así tomaría la forma que se presenta en la gráfica 1.

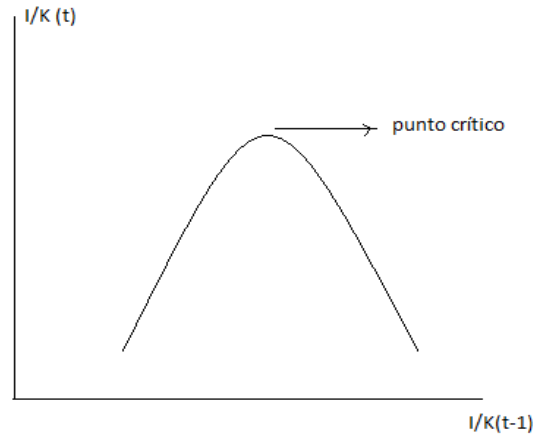
Teniendo en cuenta la condición del punto crítico del máximo se debería tener (omitiendo el subíndice i) y tomando la primera derivada:

$$\frac{\partial \left(\frac{I}{K}\right)_t}{\partial \left(\frac{I}{K}\right)_{t-1}} = \beta_1 + 2\left(\frac{I}{K}\right)_{t-1}\beta_2 = 0$$

$$\frac{\partial^2 \left(\frac{I}{K}\right)_t}{\partial^2 \left(\frac{I}{K}\right)_{t-1}} = 2\beta_2$$

Y, la condición de máximo en el punto crítico propone, entonces $2\beta_2 < 0$.

Figura 1. Relación I/K_t e I/K_{t-1} .



Fuente: El autor.

Por lo tanto se espera que $\beta_2 < 0$, es decir que el término $\left(\frac{I}{K}\right)^2$, tenga signo negativo en las regresiones del modelo.

Como se presentó en el capítulo anterior los estimadores OLS, FE y RE son sesgados para este tipo de modelo, así que se escogió el estimador de Arellano-Bond y Arellano-Bundell por las ventajas previamente mencionadas. Se realizaron las pruebas del modelo empleando tanto el estimador de *diferencias* como el *sistem*.

Para la validación se requiere contar con un conjunto de datos históricos de un grupo de empresas. El sector escogido en esta investigación es el Automotriz. Los datos se obtuvieron con la plataforma Reuters licenciada a la Universidad Icesi.

4. RESULTADOS

4.1 APLICACIÓN DEL MODELO EN EL SECTOR AUTOMOTRIZ.

Se construyó el panel de datos con la información de 36 empresas del sector (N=36), incluyendo la información histórica entre los años 1998 y 2012 lo que permite mantener $N > T$, condición necesaria para la consistencia del estimador. El Software econométrico empleado para la presente investigación fue Stata versión 13.

A continuación se presenta el listado de las empresas con cuyos datos se validaron los modelos del presente estudio.

Tabla1. Empresas del panel de datos.

Avtovaz OAO	Kia Motors Corp
Ssangyong Motor Co Ltd	S&T Motors Co Ltd
Volkswagen AG	Hyundai Motor Co
Honda Motor Co Ltd	Toyota Industries Corp
Bayerische Motoren Werke AG	Isuzu Motors Ltd
SAIC Motor Corp Ltd	Pininfarina SpA
Renault SA	Exor SpA
Brilliance China Automotive Holdings Ltd	UMW Holdings Bhd
Faw Car Co Ltd	Hero MotoCorp Ltd
Sanyang Industry Co Ltd	Ford Motor Co
Arctic Cat Inc	Fiat SpA
Qingling Motors Group Co Ltd	Astra International Tbk PT
Xiamen King Long Motor Group Co Ltd	Toyota Caetano Portugal SA
Spartan Motors Inc	Mahindra and Mahindra Ltd
Supreme Industries Inc	Kaessbohrer Gelaendefahrzeug
ZAP	MaxiTRANS Industries Ltd
Harley-Davidson Inc	Toyota Motor Corp
Peugeot SA	Porsche Automobil Holding SE

Fuente: El autor.

4.1.1. Modelo base

4.1.1.1. Análisis de Efectos

Para el análisis preliminar de los datos se validó la presencia de efectos fijos y aleatorios.

Se debe revisar si la inclusión del término de la heterogeneidad específica individual μ_i es necesaria, para ello se realiza una prueba de hipótesis con un estadístico F así:

Ho: El término constante es igual entre empresas.

Si se rechaza la hipótesis entonces es necesaria la inclusión en el modelo del término μ_i .

A continuación se presenta el resultado obtenido:

Figura 2. Prueba F de efectos fijos.

```
F test that all u_i=0:      F(35, 422) =      1.86      Prob > F = 0.0027
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Se concluye la existencia de heterogeneidad específica individual al rechazarse la hipótesis ya que $0,0027 < 0,05$.

Para definir si es necesario decidirse entre un efecto fijo o aleatorio, se puede hacer uso del test de Hausman (1978) basado en el contraste de dos estimadores (Baltagi, 2002).

Se comparan así los resultados de los estimadores fijos y aleatorios bajo la hipótesis:

Ho: La diferencia en coeficientes no es sistemática.

Los resultados se muestran en la figura 3.

Figura 3. Prueba de Hausman sobre efectos aleatorios y fijos.

```
. hausman FE RE
```

	Coefficients		(b-B) Difference	sqrt(diag(V_b-V_B)) S.E.
	(b) FE	(B) RE		
IK				
L1.	.0433843	.1668266	-.1234423	.0123937
IK2				
L1.	-.175064	-.0915549	-.0835091	.0357783
YK				
L1.	.0157022	.01182	.0038822	.0169624
WNK				
L1.	-.0176713	-.0097193	-.007952	.0215632

b = consistent under Ho and Ha; obtained from xtreg
 B = inconsistent under Ha, efficient under Ho; obtained from xtreg

Test: Ho: difference in coefficients not systematic

chi2(4) = (b-B)' [(V_b-V_B)^(-1)] (b-B)
 = 112.94
 Prob>chi2 = 0.0000

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Como resultado se realiza el rechazo de la hipótesis nula, por lo tanto tienen validez los efectos fijos sobre los aleatorios.

Es necesario también verificar la existencia o no de efectos no observables en el tiempo; para ello se realiza una prueba conjunta para ver si las variables *dummies* de todos los años son cero (ver figura 4).

La hipótesis nula que establece que todos los coeficientes de los años son conjuntamente cero no se puede rechazar dado que $0.3927 > 0.05$, por lo tanto no es necesario incluir los efectos del tiempo no observables en el modelo.

Figura 4. Prueba de efectos no observables en el tiempo.

```
. testparm _IYEAR_*

( 1)  _IYEAR_1999 = 0
( 2)  _IYEAR_2000 = 0
( 3)  _IYEAR_2001 = 0
( 4)  _IYEAR_2002 = 0
( 5)  _IYEAR_2003 = 0
( 6)  _IYEAR_2004 = 0
( 7)  _IYEAR_2005 = 0
( 8)  _IYEAR_2006 = 0
( 9)  _IYEAR_2007 = 0
(10)  _IYEAR_2009 = 0
(11)  _IYEAR_2010 = 0
(12)  _IYEAR_2011 = 0
(13)  _IYEAR_2012 = 0

F( 13, 409) = 1.06
Prob > F = 0.3927
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

4.1.1.2. Resultados estimación

Se empleó la siguiente convención para el tratamiento de las variables dentro del software econométrico:

$$\text{IK: } \left(\frac{I}{K}\right) \quad \text{IK2: } \left(\frac{I}{K}\right)^2 \quad \text{YK: } \left(\frac{Y}{K}\right) \quad \text{WKN: } \left(\frac{wN}{K}\right)$$

En la tabla 2 se presenta el resultado de la estimación del modelo base. Se realizó con el Método Generalizado de momento de dos pasos, basado en diferencias.

Las indicaciones con el operador *L1*. hacen referencia a las variables rezagadas.

Como se observa en la tabla 2, I/K e I/K2 tienen signos opuestos como era de esperarse, siendo el signo del término IK2 negativo. Este resultado es congruente con la estimación preliminar desarrollada en el capítulo anterior.

Todos los coeficientes tienen significancia en el modelo ($P > |z| < 0,05$)

Figura 5. Resultados modelo base.

Group variable: ID		Number of obs = 420	
Time variable : YEAR		Number of groups = 36	
Number of instruments = 28		Obs per group: min = 2	
Wald chi2(4) = 1084.80		avg = 11.67	
Prob > chi2 = 0.000		max = 13	

IK	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
IK						
L1.	.0404223	.0092111	4.39	0.000	.0223688	.0584758
IK2						
L1.	-.391853	.0218426	-17.94	0.000	-.4346637	-.3490423
YK						
L1.	.0619881	.0043167	14.36	0.000	.0535276	.0704486
WNK						
L1.	-.0882891	.0066325	-13.31	0.000	-.1012887	-.0752896

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Tabla 2. Resumen resultados modelo base.

Variable	$\left(\frac{I}{K}\right)$	$\left(\frac{I}{K}\right)^2$	$\left(\frac{Y}{K}\right)$	$\left(\frac{wN}{K}\right)$
Coeficiente	0,0404	-0,3918	0,061	-0,0882
Signo	+	-	+	-
Significancia	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$

Fuente: El autor.

El signo del coeficiente YK es positivo también como era de esperarse, ya que un aumento en ventas debería traducirse en inversiones para continuar la senda del crecimiento. Por otra parte, la relación de la inversión con los costos, WNK se observa inversa y también es la esperada en virtud de que altos costos de la operación podrían limitar los recursos para la inversión.

De acuerdo al planteamiento teórico, el máximo se encuentra cuando $\left(\frac{I}{K}\right)_{t-1} = -\frac{\beta_1}{2\beta_2}$

Es decir que de acuerdo a los resultados de la tabla 2, el máximo se da cuando $\left(\frac{I}{K}\right)_{t-1} = 0,051$, lo cual indica que para relaciones de I/K mayores a dicho valor, la inversión tendería a disminuir.

Para verificar la validez del uso del estimador GMM, tal como se presentó en el capítulo anterior, se debe realizar la prueba de ausencia de auto-correlación serial de segundo orden en las primeras diferencias de los errores. Por otra parte, sí se espera que haya correlación en el primer orden de las diferencias.

Esto se realiza con la prueba de Arellano-Bond que tiene como hipótesis nula:

H_0 : No hay autocorrelación en las primeras diferencias de los errores.

En la hipótesis se prueban tanto en el primer orden $AR(1)$ y segundo orden $AR(2)$.

Los resultados obtenidos fueron:

Figura 6. Prueba de auto-correlación serial en primeras diferencias.

```
Arellano-Bond test for AR(1) in first differences: z = -2.18 Pr > z = 0.030
Arellano-Bond test for AR(2) in first differences: z = -0.65 Pr > z = 0.514
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Tabla 3. Test de Arellano Bond de ausencia de autocorrelación en las primeras diferencias

	P>Z	Correlación
Primer Orden AR(1)	0,030	Si hay (cumple)
Segundo Orden AR(2)	0,514	No hay (cumple)

Fuente: El autor.

Para el primer orden hay rechazo (como era de esperarse) $P>Z=0,030<0.05$, y el segundo no se puede rechazar la hipótesis $P>Z=0,514>0.05$, por lo tanto el estimador GMM tiene validez.

Es necesario también tener en cuenta la prueba de sobre-identificación de restricciones, con la prueba Hansen, como se explicó en el marco teórico. En este caso, el número de ecuaciones sobre-identificadas es 24 (28 instrumentos-4 incógnitas).

Figura 7. Prueba de sobre-identificación de restricciones.

```
Hansen test of overid. restrictions: chi2(24) = 31.45 Prob > chi2 = 0.141
(Robust, but weakened by many instruments.)
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

No hay rechazo, así que el modelo está correctamente especificado y son válidas las restricciones sobre-identificadas.

Finalmente, para este modelo se realiza la prueba de diferencia de Hansen:

Figura 8. Prueba de diferencia de Hansen de exogeneidad de instrumentos.

```
Difference-in-Hansen tests of exogeneity of instrument subsets:
iv(L.YK L.WNK)
Hansen test excluding group:      chi2(22)    =  31.15   Prob > chi2 =  0.093
Difference (null H = exogenous):  chi2(2)     =   0.29   Prob > chi2 =  0.863
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Se concluye que el modelo base satisface todas las pruebas de validez.

4.1.2. Modelo restricción de FCF.

Se emplea la misma estructura del modelo:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \left(\alpha \frac{I}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_2 \left(\alpha \frac{I}{K}\right)_{i,t-1}^2 + \beta_3 \left(\alpha \frac{Y}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_4 \left(\alpha \frac{wN}{K}\right)_{i,t-1} + \mu_{i,t}$$

$$\alpha_{it} = \frac{A_{it}}{A_{i,t+1}} \quad A_{it} = \frac{a_{it}}{1 - a_{i,t}} \quad a_{i,t} = \frac{(FCF/K)_{i,t}}{(FCF/K)_{maxt}}$$

Para la estimación las variables del modelo se establecen con la siguiente convención para ser usadas en el software econométrico.

$$AIK = \left(\alpha \frac{I}{K}\right) \quad AIK2 = \left(\alpha \frac{I}{K}\right)^2 \quad AYK = \left(\alpha \frac{Y}{K}\right) \quad AWNK = \left(\alpha \frac{wN}{K}\right) \quad IK = \left(\frac{I}{K}\right)$$

Luego de emplear el software econométrico se obtienen los resultados presentados en la figura 9.

Figura 9. Resultados modelo restricción FCF.

Group variable: ID		Number of obs	=	497
Time variable : YEAR		Number of groups	=	37
Number of instruments = 31		Obs per group: min	=	9
Wald chi2(4)	=	4347.83	avg	= 13.43
Prob > chi2	=	0.000	max	= 14

IK	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
AIK						
L1.	.0837179	.0094558	8.85	0.000	.065185	.1022509
AIK2						
L1.	-.4337848	.0194646	-22.29	0.000	-.4719347	-.3956349
AYK						
L1.	.0190984	.0025633	7.45	0.000	.0140743	.0241224
AWNK						
L1.	-.0231148	.0036348	-6.36	0.000	-.0302389	-.0159907
_cons	.0214244	.0018546	11.55	0.000	.0177895	.0250593

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Resumen de signos coeficientes:

Tabla 4. Resumen modelo restricción FCF.

Variable	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)^2$	$\left(\alpha \frac{Y}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{wN}{K}\right)$
Coeficiente	0,0837	-0,4337	0,019	-0,023
Signo	+	-	+	-
Significancia	P≤0.001	P≤0.001	P≤0.001	P≤0.001

Fuente: El autor.

En este modelo son también congruentes los signos de los coeficientes con los valores esperados de la teoría.

Pruebas de verificación del modelo

Tabla 5. Test de Arellano Bond de ausencia de auto-correlación en las primeras diferencias.

Arellano-Bond test for AR(1) in first differences: z = -2.26 Pr > z = 0.024
Arellano-Bond test for AR(2) in first differences: z = -1.23 Pr > z = 0.217

	P>Z	Correlación
Primer Orden AR(1)	0,024	Si hay (cumple)
Segundo Orden AR(2)	0,217	No hay (cumple)

Fuente: El autor.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de sobreidentificación y exogeneidad:

Figura 10. Prueba de sobre-identificación de restricciones y exogeneidad.

```
Hansen test of overid. restrictions: chi2(26) = 33.07 Prob > chi2 = 0.160
(Robust, but weakened by many instruments.)
```

```
Difference-in-Hansen tests of exogeneity of instrument subsets:
```

```
GMM instruments for levels
```

```
Hansen test excluding group: chi2(24) = 31.01 Prob > chi2 = 0.153
```

```
Difference (null H = exogenous): chi2(2) = 2.06 Prob > chi2 = 0.357
```

```
iv(L.AYK L.AWNK)
```

```
Hansen test excluding group: chi2(24) = 32.85 Prob > chi2 = 0.107
```

```
Difference (null H = exogenous): chi2(2) = 0.22 Prob > chi2 = 0.895
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Como se observa en los resultados de la figura 10, para ninguna de las hipótesis se produce rechazo, validándose así la especificación del modelo con restricciones de FCF.

4.1.3. Modelo restricción Deuda.

El modelo con restricción de deuda incluye evaluar:

$$\left(\frac{I}{K}\right)_{i,t} = \beta_0 + \beta_1 \left(\alpha \frac{I}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_2 \left(\alpha \frac{I}{K}\right)_{i,t-1}^2 + \beta_3 \left(\alpha \frac{Y}{K}\right)_{i,t-1} + \beta_4 \left(\alpha \frac{wN}{K}\right)_{i,t-1} + \mu_{i,t}$$

$$\alpha_{it} = \frac{A_{it}}{A_{i,t+1}} \quad A_{it} = \frac{b_{it}}{1-b_{it}} \quad b_{it} = (B/K)_{it}$$

Cuando se incluyen en el modelo las restricciones de deuda se obtienen los siguientes resultados:

Figura 11. Resultados modelo restricción Deuda.

Group variable: ID		Number of obs	=	389
Time variable : YEAR		Number of groups	=	35
Number of instruments = 29		Obs per group: min	=	3
Wald chi2(4) = 15222.01		avg	=	11.11
Prob > chi2 = 0.000		max	=	13

IK	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
AIK						
L1.	.0447278	.0003798	117.76	0.000	.0439834	.0454723
AIK2						
L1.	-.0096655	.0002867	-33.71	0.000	-.0102274	-.0091036
AYK						
L1.	.0015036	.0001601	9.39	0.000	.0011898	.0018175
AWNK						
L1.	-.0022608	.0002267	-9.97	0.000	-.0027052	-.0018165
_cons	.0236892	.001979	11.97	0.000	.0198103	.027568

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Los signos de los diferentes coeficientes continúan manteniendo la coherencia esperada.

Tabla 6. Resumen modelo restricción Deuda.

Variable	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)^2$	$\left(\alpha \frac{Y}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{wN}{K}\right)$
Coefficiente	0,0447	-0,0096	0,0015	-0,00226
Signo	+	-	+	-
Significancia	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$

Fuente: El autor.

Para este modelo también se satisfacen las condiciones de autocorrelación esperada en las primeras diferencias.

Tabla 7. Test de Arellano Bond de ausencia de auto-correlación en las primeras diferencias.

Arellano-Bond test for AR(1) in first differences: z = -2.20 Pr > z = 0.028
Arellano-Bond test for AR(2) in first differences: z = -0.89 Pr > z = 0.372

	P>Z	Correlación
Primer Orden AR(1)	0,028	Si hay (cumple)
Segundo Orden AR(2)	0,372	No hay (cumple)

Fuente: El autor.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas de sobre-identificación y exogeneidad para el modelo con deuda:

Figura 12. Prueba de sobre-identificación de restricciones y exogeneidad.

```
Hansen test of overid. restrictions: chi2(24)    =  31.36  Prob > chi2 =  0.144
(Robust, but weakened by many instruments.)

Difference-in-Hansen tests of exogeneity of instrument subsets:
GMM instruments for levels
Hansen test excluding group:    chi2(22)    =  29.19  Prob > chi2 =  0.140
Difference (null H = exogenous): chi2(2)     =   2.18  Prob > chi2 =  0.337
iv(L.AYK L.AWNK)
Hansen test excluding group:    chi2(22)    =  28.74  Prob > chi2 =  0.153
Difference (null H = exogenous): chi2(2)     =   2.63  Prob > chi2 =  0.269
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

De forma similar al modelo de restricción de FCF, el modelo propuesto cuando incluye las restricciones de deuda también cumple las especificaciones y pruebas de validez.

Finalmente se presentará a continuación el comportamiento del modelo cuando son incluidas al mismo tiempo las restricciones de FCF y deuda.

4.1.4 Modelo restricción Deuda y FCF

Cuando se tiene en cuenta al mismo tiempo la restricción por deuda y FCF, de acuerdo a las condiciones de la ecuación 14 se obtienen los siguientes resultados:

Figura 13. Resultados modelo restricción FCF y Deuda.

Group variable: ID		Number of obs	=	262
Time variable : YEAR		Number of groups	=	36
Number of instruments = 47		Obs per group: min	=	2
Wald chi2(4) = 303225.60		avg	=	7.28
Prob > chi2 = 0.000		max	=	13

IK	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
AIK						
L1.	.3193257	.0080753	39.54	0.000	.3034984	.3351529
AIK2						
L1.	-1.574755	.0656475	-23.99	0.000	-1.703422	-1.446088
AYK						
L1.	.02337	.0023356	10.01	0.000	.0187924	.0279477
AWNK						
L1.	.0106179	.0037969	2.80	0.005	.0031762	.0180596
_cons	.0065511	.0007579	8.64	0.000	.0050656	.0080366

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

Tabla 8. Resumen modelo restricción FCF y Deuda.

Variable	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{I}{K}\right)^2$	$\left(\alpha \frac{Y}{K}\right)$	$\left(\alpha \frac{wN}{K}\right)$
Coeficiente	0,3193	-1,5747	0,02337	0,01061
Signo	+	-	+	+
Significancia	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0.001$	$P \leq 0,005$

Fuente: El autor.

A continuación se presentan los resultados de las pruebas al modelo:

Tabla 9. Test de Arellano Bond de ausencia de autocorrelación en las primeras diferencias.

```
Arellano-Bond test for AR(1) in first differences: z = -1.95 Pr > z = 0.051
Arellano-Bond test for AR(2) in first differences: z = -0.29 Pr > z = 0.770
```

	P>Z	Correlación
Primer Orden AR(1)	0,051	No hay (no cumple)
Segundo Orden AR(2)	0,770	No hay (cumple)

Fuente: El autor.

En la prueba de auto-correlación serial en las primeras diferencias se valida la ausencia de las mismas en el segundo orden, lo cual es una condición indispensable para el modelo. En el primer orden es deseable, pero en este modelo específico no se cumple marginalmente.

Figura 14. Prueba de sobreidentificación de restricciones y exogeneidad.

```
Hansen test of overid. restrictions: chi2(42) = 32.56 Prob > chi2 = 0.852
(Robust, but weakened by many instruments.)
```

```
Difference-in-Hansen tests of exogeneity of instrument subsets:
```

```
GMM instruments for levels
```

```
Hansen test excluding group: chi2(20) = 25.87 Prob > chi2 = 0.170
```

```
Difference (null H = exogenous): chi2(22) = 6.68 Prob > chi2 = 0.999
```

```
iv(L.AYK L.AWNK)
```

```
Hansen test excluding group: chi2(40) = 26.87 Prob > chi2 = 0.944
```

```
Difference (null H = exogenous): chi2(2) = 5.69 Prob > chi2 = 0.058
```

Fuente: Resultados del autor con Stata 13.

4.2. RESUMEN DE HALLAZGOS EMPÍRICOS

El modelo de inversión propuesto, cuando es contrastado con los paneles de datos, satisface los signos esperados de los regresores, y su validez es soportada por las pruebas realizadas, tanto en las condiciones de modelo base como con restricciones financieras.

En todos los modelos probados se encuentra que se cumple con la ausencia de correlación serial de segundo orden en las primeras diferencias, así como las restricciones de sobre-identificación, condiciones necesarias para la validez del método de estimación seleccionado.

En las pruebas realizadas al modelo de inversión, tanto en escenarios con y sin restricciones financieras, se encuentra que el signo de la variable (I/K) siempre es positivo, mientras que el de $(I/K)^2$ siempre es negativo, esto confirmaría la existencia de un rendimiento decreciente de la inversión y un punto óptimo en la relación entre la inversión y el *stock de capital*.

Es observable que, para todas las condiciones, las ventas tienen una relación directa con la inversión en el siguiente período.

En el modelo base, es decir sin restricciones financieras, la variable que más influye en la decisión de inversión son las ventas en el periodo anterior.

Cuando se incluyen las restricciones financieras de forma independiente, bien sea FCF o la deuda, el factor de mayor influencia en la inversión futura es la inversión del período anterior; esto se podría interpretar como la importancia asociada a continuar la inversión empezada en el periodo anterior dadas las restricciones financieras.

Los costos tienen una relación inversa con la inversión futura, evidenciado por el signo negativo en todos los modelos, salvo en el modelo de restricción financiera conjunta, en el que es positivo, pero no tiene significancia, es decir que bajo esta restricción específica los costos del periodo anterior serán irrelevantes para la inversión futura.

Especialmente el modelamiento de la acción de las restricciones conjuntas del Flujo Libre de Caja y del Endeudamiento deberá ser ideado de una manera más creativa, de tal modo que permita corroborar plenamente los hallazgos empíricos planteados por la consideración de las dos restricciones por separado.

Adicionalmente, para futuras investigaciones se podría considerar un sistema de ecuaciones que tengan en cuenta las restricciones de flujo de caja y deuda. Si esas restricciones afectan los coeficientes se podría estimar el modelo con la técnica SUR, *Seemingly unrelated regressions*.

5. CONCLUSIONES

El estudio logra poner evidencia del comportamiento teórico descrito por los modelos de inversión en condiciones de no idealidad y específicamente aquel que incorpora restricciones y la presencia de la Teoría de la Agencia en las decisiones de inversión.

En este sentido este estudio constituye un aporte a la moderna Teoría Financiera de la Firma, animando nuevas investigaciones que permitan robustecer las hipótesis planteadas aquí.

Especialmente el modelamiento de la acción de las restricciones conjuntas del Flujo Libre de Caja y del Endeudamiento deberá ser ideado de una manera más creativa, de tal modo que permita corroborar plenamente los hallazgos empíricos planteados por la consideración de las dos restricciones por separado.

Para posteriores estudios sería interesante realizar una comparación entre los resultados que se obtengan entre grupos de empresas del mismo sector pero agrupadas por criterios de su nivel de restricciones financieras. Este sería un buen complemento a la significancia del impacto de las restricciones financieras hallado aquí.

Finalmente es importante destacar el valor de la metodología empleada en la investigación, tanto en el desarrollo del modelo que refleja las hipótesis planteadas, como en la forma e instrumental de contraste de las mismas.

BIBLIOGRAFIA

- Abel, A. y J. Eberly. (1994). A unified model of investment under uncertainty. *American Economic Review* 84, 1369-1384.
- Arellano, M. y Bond, S. (1991). Some test of specification in panel data: Monte Carlo evidence and an application to employment equations. *Review of Economic Studies* 58, 277-297.
- Blundell, R. y Bond, S. (1998). Initial conditions and moment restrictions in dynamic panel data models. *Journal of econometrics* 87, 115-143.
- Arellano, M. y Bover, O. (1995). Another look at the instrumental variables estimations of error components models. *Journal of econometrics* 68, 29-52.
- Baltagi, B. (2005). *Econometric Analysis of Panel Data*. West Sussex, UK: Jhon Wiley & Sons.
- Baum, C. (2006). *An introduction to Modern Econometrics Using Stata*. College Station, TX: Stata Press.
- Bernanke, B. y M, Gertler. (1989). Agency costs, net worth, and business fluctuations, *American Economic Review*, 79, 14-33.
- Buenaventura, G. (2008). Market Imperfections and Corporate Investment on a new approach of Euler Equation. Working Paper. Universidad ICESI 1 – 18.
- Carlstrom, C y Fuerst. (2000). Monetary Shocks, Agency Costs and Business Cycles. Federal Reserve Bank of Cleveland. Working Paper 00-11.
- Chirinko, R.S. (1993). Business Fixed Investment spending: modeling strategies, empirical and policy implications. *Journal of Economic Literature*, 31 (4), 1875 – 1911.
- Clark, J.M. (1917). Business acceleration and the Law of demand; a technical factor in economic cycles. *Journal of Political Economy*, 25 (3), 217-235.
- Clark, P. (1979). Investment in the 1970s: Theory, performance, and prediction. *Brookings Papers on Economic Activity*, no.1: 73-113.
- Cleary, S. (1999). The Relationship between Firm Investment and Financial Status, *The Journal of Finance*, Vol. 54, issue 2, p. 673-692, April 1999.
- Elliot, J. (1973). Theories of corporate investment behavior revisited. *American Economic Review* 63: 195-207.
- Fazzari, S.; Hubbard, R. y Peterse, B. (1998). Financing Constraints and Corporate Investment. *Brooking Papers on Economic Activity*, 1, 141-206.

- Hansen, L.P. (1984). Large Sample Properties of Generalized Method of Moments Estimators, *Econometrica*, volume 50, Issue 4 (Jul., 1982), 1029-1054.
- Hausman, J.A. (1978). Specification tests in econometrics, *Econometrica* 46, 1251-1271
- Holtz-Eakin, D. , W. Newey y H. S. Rosen (1988). Estimating vector autoregressions with panel data. *Econometrica* 56. pp. 1371 – 1395
- Hsiao, C. (2003). *Analysis of Panel Data*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Jorgenson, D. (1971), *Econometric Studies of Investment Behavior: A Survey*, *Journal of Economic Literature*, vol. 9, no. 4, 1111-1147.
- Jorgenson D.W (1963) Capital Theory and Investment Behavior *American Economic Review* 53 (2), 247 – 259.
- Kaplan, S. y Zingales, L. (1997) . Do investment-cash flow sensitivities provide useful measures of financing constraints?, *Quarterly Journal of Economics*, 169-215
- Klein, L. R. (1951) *Studies in Investment Behavior in Conference on business cycles*. NY: National Bureau of Economic Research, pp. 233-42
- Kuh, E. y J.R, Meyer. (1957). *The investment decision: An empirical study*. Harvard University Press.
- Kuh, E. (1963). *Capital Stock Growth:A Micro-Econometric Approach*.Amsterdam.North-Holland.
- Miguel, A. y J. Pindado. (2001). Determinants of capital structure: new evidence from Spanish panel data. *Journal of Corporate Finance* 7(1). 77-99.
- Modigliani, F. y Miller, M. (1958). The Cost of Capital, Corporate Finance, and Theory of Investment. *American Review of Economics*, vol 48, 261-297.
- Myers,S. y Majluf, N. (1984). Corporate Financing Decisions when Firms have Investment Information that Investor do no. *Journal of Financial Economics*, vol 12, 187-220.
- Roodman, D. (2006).How to do xtabond2: An Introduction to “Difference” and “System” GMM in Stata. Center for Global Development. Working paper Number 103.
- Tinbergen, J. (1939) *A method and Its Application to Investment Activity in Statistical testing of business cycle theories*. vol. 1. Geneva: League of Nations.
- Weiss (1981). Credit rationing in markets with imperfect information. *American Economic Review* 71, 393-410.
- Wooldrige, J. (2002). *Econometric Analysis of Cross Section and Panel Data*. Cambridge: The MIT Press.