



MANUAL DE MATEMÁTICAS FINANCIERAS APLICADAS A LAS NIIF

AUTORES

LAURA VIVIANA AGUDELO RAMÍREZ

DANNA ISABEL TORRES OLIVEROS

LEIDY JHOANNA HURTADO OSORIO

DIRECTOR DEL PROYECTO

LUIS BERNARDO TELLO

UNIVERSIDAD ICESI

FACULTAD DE CIENCIAS ADMINISTRATIVAS Y ECONÓMICAS

CONTADURÍA PÚBLICA Y FINANZAS INTERNACIONALES

SANTIAGO DE CALI

2015

CONTENIDO

CAPÍTULO 1. MATEMÁTICAS FINANCIERAS: CONCEPTOS GENERALES	6
1.1 MATEMÁTICA FINANCIERA	7
1.2 CLASES DE INTERÉS.....	10
CAPÍTULO 2. VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO	13
2.1 INTRODUCCIÓN	14
2.2 VALOR PRESENTE	14
2.3 VALOR FUTURO	20
CAPÍTULO 3. TASAS DE INTERES	32
3.1. DENOMINACIONES DE LAS TASAS DE INTERÉS.....	33
3.2. TASAS ANTICIPADAS O VENCIDAS.....	35
3.3. CAUSACION Y CAPITALIZACION DEL INTERÉS	37
3.4. TASAS PERIÓDICAS.	37
3.5. TASAS NOMINALES.	38
3.6. TASAS EFECTIVAS.	39
3.7. EQUIVALENCIA DE TASAS	42
3.8. GRAFICA DE EQUIVALENCIA Y SECUENCIA DE TASAS.....	47
3.9. COMBINACIÓN DE TASAS.....	54
CAPÍTULO 4.SERIES UNIFORMES	72
4.1 ANUALIDAD ORDINARIA VENCIDA	76
4.2 ANUALIDAD O PAGO ANTICIPADO	85
4.3 ANUALIDAD DIFERIDA	92
4.4 ANUALIDAD PERPETÚA.....	99
4.5 AMORTIZACIÓN Y CAPITALIZACIÓN.....	101
CAPÍTULO 5. GRADIENTES	117
5.1 GRADIENTE ARITMÉTICO (G).....	118
5.2 GRADIENTE GEOMÉTRICO (G)	133
CAPÍTULO 6. VPN.....	159

6.1	VALOR PRESENTE NETO (VPN).....	161
6.2	TASA DE INTERÉS DE OPORTUNIDAD (TIO):	162
6.3	FACTIBILIDAD E INTERPRETACIÓN DEL VPN	163
6.4	VALOR PRESENTE NETO, TIPOS DE PROYECTOS.....	171
6.5	ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES.....	178
6.6	ALTERNATIVAS MUTUAMENTE EXCLUYENTES CON DIFERENTE VIDA ÚTIL	184
6.7	EVALUACIÓN DESPUÉS DE IMPUESTOS.....	189
CAPÍTULO 7.TIR		204
7.1	CALCULO DE LA TIR EN EXCEL.....	209
7.2	TMAR.....	212
7.3	INCONSISTENCIA ENTRE VPN Y TIR.....	212
7.4	TIRM	216
CAPÍTULO 8. ACCIONES		228
8.1	VALORACIÓN DE ACCIONES	229
8.2	VALUACIÓN DE ACCIONES	231
CAPÍTULO 9. BONOS		245
9.1	CARACTERÍSTICAS DE LOS BONOS.	246
9.2	DEFINICIONES.....	249
9.3	VALUACIÓN DE BONOS.....	250
9.4	RENDIMIENTO DE LOS BONOS.....	257
9.5	EFFECTO DE LA TASA DE INTERES Y EN EL VALOR DEL BONO	263
9.6	CASO ESPECIAL: BONOS CON TASA CUPON VARIABLE	267
CAPÍTULO 10. INSTRUMENTOS FINANCIEROS-VALORACIÓN NIIF.....		277
10.1	LAS MATEMÁTICAS FINANCIERAS Y LAS NIIF	278
10.2	DEFINICIONES DE ACUERDO A LAS NIIF.....	281
10.3	VALORACIÓN DE INSTRUMENTOS FINANCIEROS SEGÚN LAS NIIF.....	290
BIBLIOGRAFÍA.....		334

Resumen.

Las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF) son un tema de gran interés en la actualidad dado que estos son lineamientos estándar que buscan la homologación de las normas contables y financieras existentes en los países con el fin de estandarizar la preparación y presentación de los estados financieros. Al llevar a cabo los procedimientos que exigen las Normas Internacionales de Información Financiera, se aplican diversos conceptos de las matemáticas financieras tales como, valor presente y valor futuro, series uniformes, tasas de interés, valor presente neto, valoración de acciones y bonos, entre otros; es por eso que nace la necesidad de laborar un manual que relacione los conceptos de las matemáticas financieras con los temas de las Normas Internacionales. Este manual incluye dos secciones, en la primera se estudian diversos temas de las matemáticas financieras y en la segunda se tratan los diferentes procedimientos que implican el uso de las matemáticas financieras, tales como costo amortizado, método de la tasa de interés efectiva, valor razonable, deterioro, entre otros.

Palabras clave.

Instrumentos financieros, valor presente neto, valor razonable, costo amortizado, deterioro.

Summary

The International Financial Reporting Standard (IFRS) are a topic of great interest at present because are general guidelines that they look for the homologation of the accounting and financial standard that existing in the countries in order to standardize the preparation and presentation of the financial statements. On having carried out the procedures that demand the International Financial Reporting Standard, there are applied diverse concepts of the financial mathematics such as, present value and future value, uniform series, interest rates, net present value, valuation of shares and bonds, between others; there is because of it that it is born the need to create a manual that relates the concepts of the financial mathematics to the topics of the International Standard. This manual includes two sections, in the first one there are studied diverse topics of the financial mathematics and in the second one treat the different procedures that imply the use of the financial mathematics, such as amortized cost, method of the effective rate of interest, fair value, impairment, etc.

Key words

Financial instruments, net present value, fair value, amortized cost, Impairment.

CAPÍTULO 1.

MATEMÁTICAS FINANCIERAS, CONCEPTOS GENERALES

Objetivo general:

Reconocer la utilidad que se puede obtener del uso de la matemática financiera.

Objetivos específicos:

1. Entender el concepto de matemática financiera
2. Interpretar el significado del valor del dinero en el tiempo.
3. Explicar el principio de equivalencia.
4. Identificar los tipos de interés.

1.1 MATEMÁTICA FINANCIERA

La Matemática Financiera también conocida como Ingeniería Económica o Ingeniería Financiera, es una herramienta que estudia el conjunto de conceptos y técnicas de análisis cuantitativo, centrándose en operaciones de tipo financiero que permiten determinar la variación del valor del dinero en el tiempo.

La Matemática Financiera es útil para la realización de análisis que surgen con el fin de interpretar y comprender la información financiera que se presenta, de tal forma que se puedan tomar decisiones que relacionen las mejores posibilidades entre las que se tienen en consideración. Este análisis involucra situaciones como:

- La evaluación y comparación económica de las diferentes alternativas de inversión,
- La financiación y operación, para determinar el costo de una alternativa de financiación,
- Determinar la rentabilidad de una inversión,
- Establecer los mejores planes de financiación cuando se vende o compra a crédito,
- Seleccionar el mejor plan para amortizar deudas, valorar instrumentos financieros,
- Calcular el Costo de Capital.

Como se mencionó anteriormente, la matemática financiera permite determinar la variación del dinero en el tiempo, pero ¿cómo es posible que haya una variación del

dinero en el tiempo?, pues bien, el principio fundamental del sistema capitalista establece que el dinero debe producir más dinero a través del tiempo, es decir, generar más valor, por lo que no es lo mismo recibir \$100,000 hoy que dentro de un año, esto se debe entre otros a factores como:

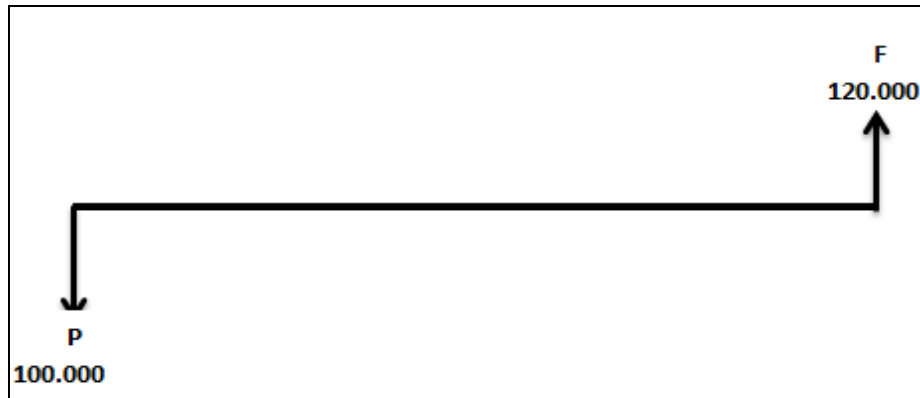
- **La inflación**, que hace que dentro de un año ese dinero tenga menor poder adquisitivo, es decir se desvalorice.
- **Lo que se desea ganar**, o el costo de oportunidad en donde, usted considera la posibilidad de invertirlos en alguna actividad, haciendo que no solo se protejan de la inflación, sino que también generen una utilidad adicional.
- **El riesgo**, que evalúa la probabilidad que quien se los deba entregar en el futuro, ya no esté en condiciones de hacerlo.

Es así como el valor del dinero depende del punto del tiempo en donde esté ubicado. Por lo tanto, si la opción fuera recibir su dinero dentro de un año, usted la aceptaría solamente si le entregan una cantidad adicional que compense los tres factores antes mencionados, *Inflación, Utilidad y Riesgo*.

De acuerdo con lo anterior, cuando se dice que \$100,000 de hoy corresponden a \$120,000 dentro de un año, se está estableciendo una *equivalencia financiera*. Por tanto, cuando usted acepta recibir \$120,000 dentro de un año a cambio de no recibir \$100,000 hoy, está aceptando que esos dos valores son equivalentes, es decir indiferentes, en el sentido de que cualquiera de las dos opciones lo dejaría a usted satisfecho pues si espera un año, estaría recibiendo la compensación por el efecto de la inflación, el reconocimiento de su costo de oportunidad y un premio por el riesgo

asumido. Los dos valores no son iguales numéricamente, pero representan valores equivalentes a través del tiempo.

Gráfico 1. Representación gráfica VP-VF



Fuente: Los autores

Lo anteriormente expuesto, nos conduce a deducir entonces, que el dinero tiene la capacidad de generar riqueza. Los \$20,000 de diferencia obtenida, ($\$120,000 - \$100,000$) representan la utilidad o ganancia que genera el capital, los cuales se conocen como *intereses (I)*. Para una mejor definición, se denomina Interés a lo que obtenemos cuando la riqueza adquirida en un período se relaciona con el capital inicialmente comprometido para producirla.

El interés (I) se devenga sobre la base de un tanto por ciento (%) del capital y en relación con el número de períodos de tiempo en que se disponga de ese capital. De esta forma, podemos deducir que el interés (I) depende de tres factores fundamentales:

- El capital
- La tasa de interés
- Y el tiempo

Los tres anteriores factores pueden enunciarse mediante la siguiente ecuación: $I = P \cdot i \cdot n$; dónde: P = Principal o Capital; i = Tasa de interés; n = período de tiempo.

De acuerdo con lo anterior, esta operación genera para el inversionista un interés de \$20,000 los cuales obtuvo como producto de sacrificar un capital de \$100,000 obteniendo en consecuencia una rentabilidad del 20% (20,000/100,000)

De esta manera, si se invierten \$100,000 durante 1 año a la tasa del 20% anual, el interés devengado será:

$$I = 100,000 \times 20\% \times 1 = \$20,000$$

1.2 CLASES DE INTERÉS

Existen dos clases de intereses: interés simple e interés compuesto.

1.2.1 El interés simple, es aquel en el cual los intereses no devengan más intereses, es decir, los intereses no son capitalizables, solo se gana interés sobre el capital inicial en cada período.

1.2.2 En el interés compuesto, por su parte, a diferencia del simple, se van generando más intereses sobre los intereses obtenidos previamente, lo cual significa que los intereses son capitalizables, o sea que se ganan intereses sobre el capital y sobre los intereses que se van acumulando periodo tras periodo, incrementando así el valor del capital poseído.

Para entender mejor los conceptos anteriores, la tabla que se muestra más adelante presenta un ejemplo que permite identificar la diferencia entre las dos clases de interés, dado un mismo Capital inicial y una misma tasa de interés.

Ejemplo 1

Usted deposita hoy la suma de \$100.000 con el cual espera ganar un interés del 2% mensual por un periodo de 12 meses. ¿Cuánto sería el saldo final al término de 12 meses?

Tabla 1. Interés Simple Vs. Interés Compuesto

TASA DE INTERES MENSUAL 2%							
A INTERES SIMPLE				A INTERES COMPUESTO			
MES	SALDO INICIAL	INTERES	SALDO FINAL	MES	SALDO INICIAL	INTERES	SALDO FINAL
0	\$ 100.000		\$ 100.000	0	\$ 100.000		\$ 100.000
1	100.000	\$ 2.000	102.000	1	100.000	\$ 2.000	102.000
2	102.000	2.000	104.000	2	102.000	2.040	104.040
3	104.000	2.000	106.000	3	104.040	2.081	106.121
4	106.000	2.000	108.000	4	106.121	2.122	108.243
5	108.000	2.000	110.000	5	108.243	2.165	110.408
6	110.000	2.000	112.000	6	110.408	2.208	112.616
7	112.000	2.000	114.000	7	112.616	2.252	114.869
8	114.000	2.000	116.000	8	114.869	2.297	117.166
9	116.000	2.000	118.000	9	117.166	2.343	119.509
10	118.000	2.000	120.000	10	119.509	2.390	121.899
11	120.000	2.000	122.000	11	121.899	2.438	124.337
12	122.000	2.000	124.000	12	124.337	2.487	126.824

Fuente: Los autores

En la tabla anterior podemos observar claramente la diferencia que se genera en los intereses a partir del segundo mes para cada tipo de interés, mostrando lo siguiente:

Con el método de interés simple, se recibe en cada mes una cantidad fija de \$2.000, que corresponde al 2% del capital inicial ($\$100.000 \times 2\%$). En el mes 0, cuando se depositaron los \$100.000, no se generaron intereses por cuanto se supone que los intereses se liquidan de manera vencida o sea al final de cada período, por tanto, el interés devengado en ese mes es \$0; en el mes 1 se devengaron \$2.000, obteniendo al final del mes \$102.000 ($\$100.000 + \2.000); en el mes 2 solo se devengan \$2.000, esto es, el 2% de los \$100.000 que depositó al inicio. No recibe nada por los \$2.000 de interés que ganó en el periodo 1 y la misma situación se presenta período a período: dado que los intereses devengados no generan más intereses, al final de un año recibirá \$124.000.

En el interés compuesto, observamos que los intereses no son constantes, se incrementan período a período. En el mes 1 se obtienen \$2.000 de interés y el capital acumulado alcanza la suma de \$102.000; en el mes 2, se devenga un 2% sobre \$102.000 (2% sobre el capital inicial más 2% sobre los intereses devengados en el período 1), esto es, \$2.040, ($\$100.000 \times 2\% + \$2.000 \times 2\%$); en el mes 3, devenga el 2% sobre capital y un 2% sobre el interés que se acumuló, es decir, \$2.081 ($\$102.000 \times 2\% + \$2.040 \times 2\%$); y así sucesivamente hasta el final del último periodo. Se observa entonces que en el interés compuesto los intereses devengados van generando nuevos intereses.

CAPÍTULO 2.

VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO

Objetivo general:

Introducir los conceptos y fórmulas de valor presente y valor futuro, con el fin de preparar al lector para enfrentar la comprensión de los problemas de matemáticas financieras.

Objetivos específicos:

1. Entender y diferenciar los conceptos de valor presente y valor futuro
2. Aplicar los conceptos de tasa de interés (i) y tiempo (n) en el cálculo del valor presente y valor futuro.
3. Calcular el valor presente y valor futuro
4. Hallar la tasa de interés y tiempo por medio de las fórmulas de valor presente y valor futuro.

2.1 INTRODUCCIÓN

Como ya se mencionó, el valor del dinero cambia a medida que el tiempo pasa, dado que está afectado por varios factores, como por ejemplo la inflación, la cual hace que el dinero pierda poder adquisitivo en el tiempo; Y el riesgo en que se incurre al prestar o invertir dinero por la incertidumbre que se genera al no tener seguridad de si se recuperara el dinero prestado o invertido. En este sentido, se puede decir que un peso de hoy vale más que un peso de mañana.

A partir de esto, nacen dos nuevos conceptos los cuales son muy importantes en las finanzas, ***el valor presente y valor futuro***, los cuales se desarrollarán en este capítulo y su entendimiento es fundamental para la comprensión de los siguientes capítulos de este manual.

2.2 VALOR PRESENTE

El valor presente representa la cantidad de dinero con la cual se inicia una transacción financiera (inversión inicial) y no necesariamente está ubicado en el día de hoy; el valor presente en relación con el día de hoy se puede ubicar cronológicamente en el pasado o en el futuro, dependiendo de cuándo se haya iniciado o se inicie el negocio que se evalúa. Es también conocido como valor actual (VP) de un monto futuro.

Para calcular este valor presente, se tienen las siguientes formulas:

Valor Presente con Interés Simple	Valor Presente con Interés Compuesto
$VP = \frac{VF}{(1 + i * n)}$	$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$

Dónde:

VP = Valor presente

VF = Valor futuro.

i = Tasa de interés.

n = Tiempo

Despejando las fórmulas anteriores se tiene que:

	Interés Simple	Interés Compuesto
VF =	$VP * (1 + i * n)$	$VP * (1 + i)^n$
i =	$\frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n}$	$\sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1$
n =	$\frac{\frac{VF}{VP} - 1}{i}$	$\frac{\text{Log} \left(\frac{VF}{VP} \right)}{\text{Log} (1 + i)}$

Para entender mejor el concepto de valor presente se ilustrarán los siguientes ejemplos:

Ejemplo 1.

Suponga que usted recibirá \$1000.000 después de un año. ¿Qué suma de dinero de hoy llegara a ser igual a \$1000.000 después de un año con un interés del 8%?

Solución.

Aplicando la fórmula de valor presente en interés compuesto nos da que, \$ 1000.000 en un año, hoy serian equivalentes a \$925.926 descontados a una tasa del 8%.

$$VP = \frac{\$1'000.000}{(1 + 8\%)} = 925.926$$

Ejemplo 2.

Hallar la cantidad de dinero que se debe invertir hoy para disponer de \$ 4000.000 al final de 3 años, si se tiene una tasa de interés de 26.82% EA.

Solución usando Formulas.

$$VF = \$ 4000.000$$

$$i = 26.82\%$$

$$n = 3 \text{ Años.}$$

$$VP = ?$$

Utilizando la fórmula de valor presente con interés compuesto se tiene:

$$VP = 4000.000 * (1 + 26.82\%)^{-3} = 1'961.086$$

De acuerdo con el resultado, para ganar \$4'000.000 al final de 3 años con una tasa de interés de 26.82% se debe invertir hoy \$1'961.086.

Solución usando Excel

Este ejercicio también se puede realizar utilizando las hojas de cálculo Excel. Cabe mencionar que Excel solo trabaja con interés compuesto.

Siguiendo los pasos a continuación se obtiene el resultado del valor presente:

1. Ubique la celda donde quiere la respuesta y vaya a las funciones "fx" ubicadas en la parte superior izquierda de la hoja de Excel.

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		VF	4.000.000			
4		i	26,82%			
5		n	3	Años		
6		VP				
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						

2. Seleccione la categoría “financiera”

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data in cells B3 to B6:

VF	4.000.000
i	26,82%
n	3
VP	

The 'Insertar función' dialog box is open, showing the 'Financiera' category selected. The list of functions includes:

- AMORTIZ.LIN
- AMORTIZ.PROGRE
- CANTIDAD.RECIBIDA
- CUPON.DIAS
- CUPON.DIAS.L1
- CUPON.DIAS.L2
- CUPON.FECHA.L1

The description for AMORTIZ.LIN is: "Devuelve la depreciación lineal prorrateada de un activo para cada periodo contable especificado."

3. Seleccione la función VA, señale “aceptar”

The screenshot shows the same Excel spreadsheet as in the previous image. The 'Insertar función' dialog box is open, showing the 'Financiera' category selected. The list of functions includes:

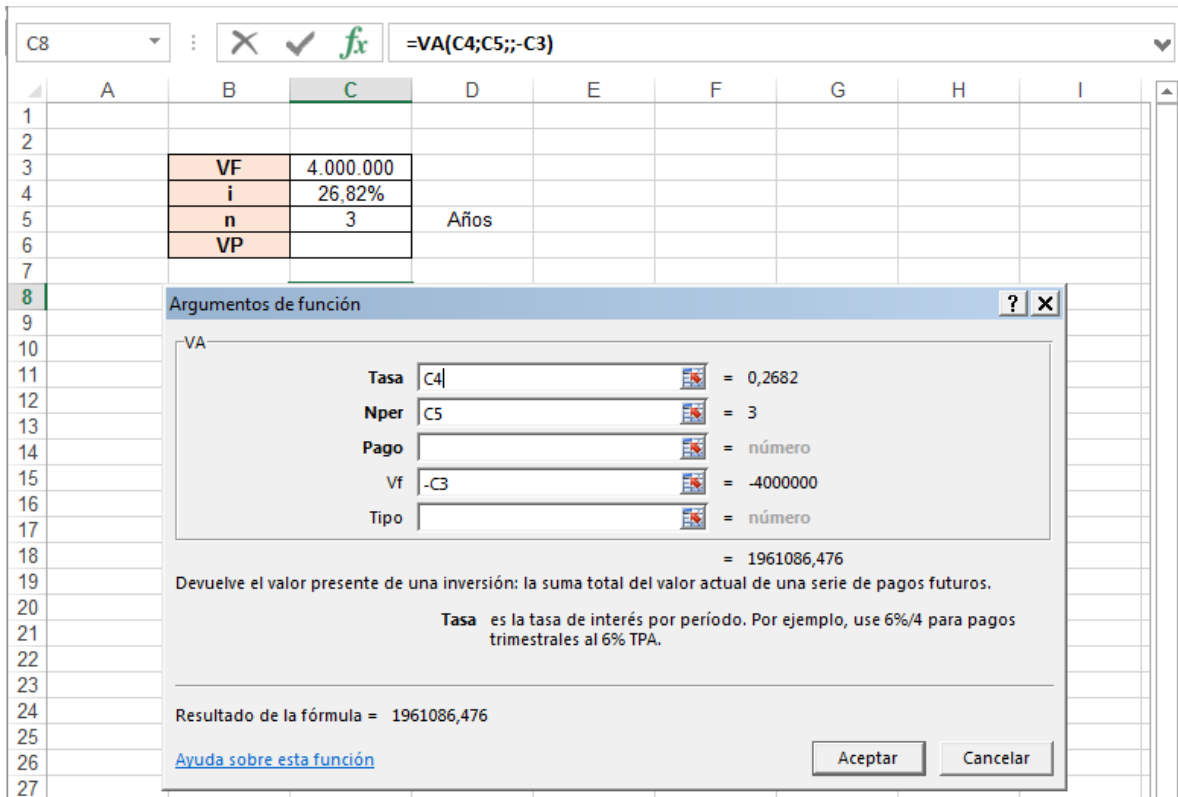
- TASA.INT
- TASA.NOMINAL
- TIR
- TIR.NO.PER
- TIRM
- VA
- VF

The description for VA is: "Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros."

4. Aparece el cuadro argumentos de función que le pedirá que indique los valores:



5. Con el cursor en el cuadro valores, selecciones las celdas que contengan la información que pide el cuadro de argumento.



6. El resultado obtenido será el valor presente buscado, 1'961.086.

The screenshot shows the 'Argumentos de función' (Function Arguments) dialog box for the 'VA' (Present Value) function. The arguments are: Tasa (Rate) = 0,2682; Nper (Number of periods) = 3; Pago (Payment) = número; Vf (Future Value) = -4000000; Tipo (Type) = número. The result of the formula is 1,961,086, which is circled in red. Below the arguments, there is a description: 'Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros. Tasa es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.' At the bottom, it says 'Resultado de la fórmula = 1.961.086' and has 'Aceptar' and 'Cancelar' buttons.

2.3 VALOR FUTURO

Representa la cantidad de dinero con la cual termina una transacción financiera o bien, el monto que se recibe o se paga al finalizar el negocio. El valor futuro es igual al valor presente más los intereses devengados

$$VF = VP + I$$

Donde,

VF = Valor final o futuro.

VP = Valor inicial o presente

I = Interés o retribución al valor invertido (P).

Ejemplo 3.

Una persona recibe un préstamo de quinientos mil pesos con el compromiso de pagar quinientos sesenta mil pesos dentro de seis meses.

En este caso el capital inicial son los quinientos mil pesos y el interés los sesenta mil pesos adicionales que paga. Este pago adicional se debe hacer por usar un recurso ajeno y al mismo tiempo disfrutar de los beneficios que le produce ese uso.

De los conceptos anteriores se deduce que en el uso del capital intervienen por lo menos cuatro conceptos: un valor inicial, un período de tiempo, un valor final y el interés.

Utilizando la formula correspondiente se tiene,

VALOR	IGUAL A:		RESULTADO
F =	P + I	500,000 + 60,000 =	560,000
P =	F - I	560,000 - 60,000 =	500,000
I =	F - P	560,000 - 500,000 =	60,000

Ahora bien, cuando se involucran las tasas de interés en el cálculo del valor futuro se tienen las siguientes formulas:

Valor futuro con interés simple	Valor futuro con interés compuesto
$VF = VP(1 + in)$	$VF = VP(1 + i)^n$

Donde,

VP = Valor presente

VF = Valor futuro.

i = Tasa de interés.

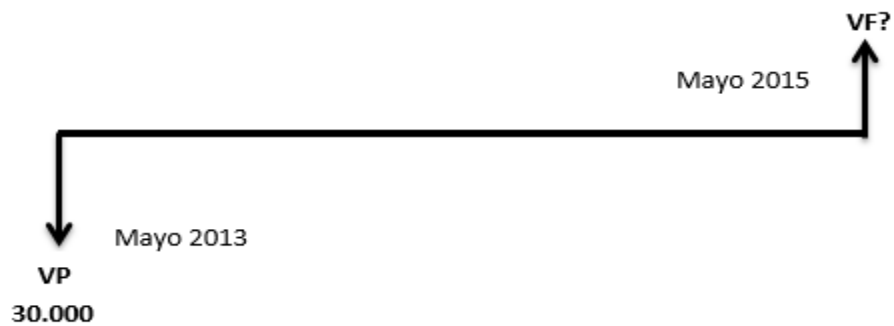
n = Tiempo

Ejemplo 4.

Interés simple. Calcular el monto exacto de \$30.000 desde mayo de 2013 hasta mayo de 2015 al 30% nominal anual.

Solución.

Podemos observar el ejercicio de forma gráfica así:



Aplicando la fórmula correspondiente,

$$VF = VP(1 + in)$$

$$VF = 30.000(1 + 0,30(2))$$

$$VF = 48.000$$

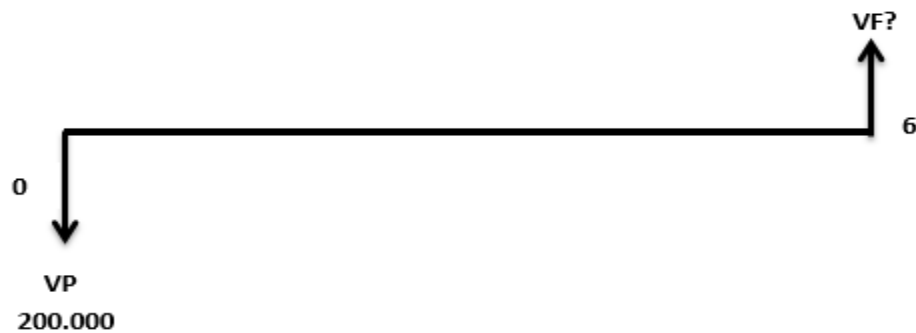
R// El monto exacto de \$30.000 desde mayo de 2013 hasta mayo de 2015 al 30% nominal anual es \$48.000.

Ejemplo 5.

Interés Compuesto. Se invierte \$200.000 en un depósito a término fijo de 6 meses en un banco que paga el 28.8% NM. Determinar el monto de la entrega al vencimiento.

Solución.

Representándolo gráficamente,



Observe que $VP = 200.000$ y los hemos dibujado hacia abajo porque desde el punto de vista del inversionista se presenta un egreso en el momento de constituir el depósito a término fijo y VF lo dibujamos hacia arriba porque el cobro al vencimiento le representa un ingreso.

Ahora, puesto que la tasa es nominal mensual concluimos que los periodos son meses y el número de periodos que hay en un año es 12 ($m = 12$), por tanto:

$$\frac{0.288}{12} = 2,40\% EM$$

La aplicación de la fórmula es:

$$VF = VP(1+i)^n$$

$$VF = 200.000(1 + 0,0240)^6$$

$$VF = 230.584$$

R// El monto de la entrega al vencimiento si se invierte \$200.000 en un depósito a término fijo de 6 meses en un banco que paga el 28.8% NM es de \$230.584. Teniendo en cuenta que Excel trabaja con interés compuesto, entonces:

	A	B	C
1		Ejemplo - VF	
2			
3	VP	200000	
4	n	6 meses	
5	i	2.40% mensual	
6			
7	VF?	\$230,584	

VF

Tasa B3 = 0.024

Nper B2 = 6

Pago = número

Va -B1 = -200000

Tipo = número

= 230584.3009

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Va es el valor actual o la suma total del valor de una serie de pagos futuros. Si se omite, VA = 0.

Resultado de la fórmula = 230584.3009

[Ayuda sobre esta función](#)

Aspectos importantes para tener en cuenta son,

- a. La tasa de interés que se incluye en el argumento de función (Tasa) debe estar en la misma unidad de tiempo utilizada para el argumento $Nper$, en este caso, como los períodos de pago son mensuales, la tasa de interés debe ser mensual.
- b. El pago debe omitirse porque calcularemos el VF dado un valor presente.
- c. Se recomienda introducir el argumento VA con signo negativo, como se aprecia en la imagen anterior para que el resultado sea positivo.

Cabe resaltar que podemos utilizar de igual manera la fórmula VF cuando las incógnitas sean la tasa de interés (i) o el tiempo (n).

Ejemplo 6.

Calcular la tasa de interés compuesta de un capital de \$ 1000.000 que se convierte en \$1500.000 en 2 años.

Solución.

$$VP = \$ 1'000.000$$

$$VF = \$1'500.000$$

$$n = 2 \text{ Años}$$

$$i = ?$$

Aplicando la fórmula de interés compuesto y despejando i se tiene que:

$$i = \sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1$$

$$i = \sqrt{\frac{1'500.000}{1'000.000}} - 1 = 22.47\%$$

Entonces la tasa que convierte a \$1000.000 en \$1500.000 en 2 años es 22.47%.

Esta tasa también se puede hallar en las hojas de cálculo Excel, siguiendo los mismos pasos para hallar valor presente hasta llegar al paso 3, y en vez de señalar VA, se señala tasa y se llenan con los datos del ejercicio.

Argumentos de función

TASA		
Nper	2	= 2
Pago		= número
Va	-1000000	= -1000000
Vf	1500000	= 1500000
Tipo		= número
		= 0,224744871

Devuelve la tasa de interés por período de un préstamo o una inversión. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Va es el valor actual: la cantidad total de una serie de pagos futuros.

Resultado de la fórmula = 22,47%

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Ejemplo 7.

¿En cuánto tiempo se duplica un capital inicial de \$ 1'000.000 al 2% efectivo mensual?

Solución.

$$VP = \$ 1'000.000$$

$$VF = \$2'000.000$$

$$i = 2\% \text{ EM}$$

$$n = ?$$

Al aplicar la fórmula del interés compuesto se tendrá:

$$2'000.000 = 1'000.000 (1+0.02)^n$$

Y al despejar se tiene:

$$n = \frac{\text{Log } 2}{\text{Log } 1.02} = 35.002788$$

R// En 35 meses se duplica un capital inicial de \$ 1'000.000 al 2% efectivo mensual.

RESUMEN DE FÓRMULAS. CAPÍTULO 2: Valor presente y Valor futuro

1. Valor Presente

Valor Presente con Interés Simple	Valor Presente con Interés Compuesto
$VP = \frac{VF}{(1 + i * n)}$	$VP = \frac{VF}{(1 + i)^n}$

En Excel: *VA(tasa, nper, pago, vf, tipo)*

2. Valor futuro

$$VF = VP + I$$

Valor Futuro con Interés Simple	Valor Futuro con Interés Compuesto
$VF = VP * (1 + i * n)$	$VF = VP * (1 + i)^n$

En Excel: *VF (tasa, nper, pago, va, tipo)*

3. Cuando la incógnita es el interés (i) o el tiempo (n)

	Interés Simple	Interés Compuesto
VF =	$VP * (1 + i * n)$	$VP * (1 + i)^n$
i =	$\frac{\frac{VF}{VP} - 1}{n}$	$\sqrt[n]{\frac{VF}{VP}} - 1$
n =	$\frac{\frac{VF}{VP} - 1}{i}$	$\frac{\text{Log} \left(\frac{VF}{VP} \right)}{\text{Log} (1 + i)}$

En Excel para hallar el interés, *TASA* (*nper*, *pago*, *va*, *vf*, *tipo*)

EJERCICIOS CAPÍTULO 2. Valor presente y Valor futuro

1. ¿Cuánto cuesta hoy \$ 3'500.000 (este valor es en 4 años), descontados a una tasa de 3% mensual?

(R// **VP = \$846.996**)

2. Si se invierte \$10.000.000 a 20% anual, durante 10 años ¿Cuánto dinero se tendrá al cabo de 10 años?

(R// **VF = \$61.917.364**)

3. ¿Cuál es la tasa que convierte a \$500.000 en \$750.000 durante 2 años?

(R// **i = 22.47%**)

4. ¿Cuánto tiempo se necesita para que \$12.000.000 se conviertan en \$23.000.000, si su tasa de interés es de 14% anual?

(R// **n = 4.38 años aproximadamente.**)

5. Pablo necesita \$8000.000 en 5 años, un banco le ofrece una rentabilidad de 12% anual ¿Cuánto debe invertir pablo?

(R// **VP= 4'539.414**)

6. Se invierten \$35 000 en un depósito a término fijo de 3 años al 28%NTV. Determinar el monto de la entrega al vencimiento del documento.

(R// **\$78 826.71**)

7. ¿Qué capital debo invertir hoy para poder retirar un millón de pesos dentro de 18 meses suponiendo que el capital invertido gana el 28%NSV?

(R// **\$674 971.52**)

8. ¿Cuál es el valor presente de \$800 000 en 36 días al 32% EA? Use un año de 360 Días.

(R// **\$778 094.95**)

9. Halle la rentabilidad anual de un documento que se adquiere en \$30 000 y se vende 6 meses más tarde en \$50 000.

(R// **177.78%**)

10. ¿A qué tasa nominal trimestral se triplica un capital inicial de \$1'000.000 en 4 años?

(R//**28.43%NTV**)

11. ¿En cuánto tiempo se triplica un capital al 8% periódico trimestral, sabiendo que el interés solo se paga por trimestres completos?

(R// **15 trimestres (con 14 trimestres no alcanza a triplicar el capital)**)

CAPÍTULO 3.

TASAS DE INTERÉS

Objetivo General

Introducir los conceptos y formulas financieras para tratar las equivalencias en las tasas de interés, con el fin de preparar al estudiante para la resolución de problemas financieros que emplean los diferentes tipos de tasas de interés que se usan comúnmente.

Objetivos Específicos

1. Identificar los tres tipos de tasas de interés conocidos en el medio financiero: interés efectivo, periódico y nominal
2. Distinguir entre tasas de interés anticipadas y vencidas
3. Comprender los conceptos de causación y capitalización
4. Explicar la equivalencia de tasas e ilustrar el método para la conversión de tasas
5. Exponer los conceptos o términos financieros relacionados con las tasas de interés
6. Estudiar la combinación de tasas: tasas mixtas y tasas compuestas

TASAS DE INTERÉS

La tasa de interés hace referencia al costo del dinero prestado, o la rentabilidad del dinero invertido; cuando una persona, empresa o gobierno requiere dinero para adquirir bienes o financiar sus operaciones y solicita un préstamo, el interés que pague sobre ese dinero, es decir el porcentaje que se le aplica al capital prestado, sería el costo de dicha financiación. Mientras que para el prestamista, la tasa de interés que este cobre por prestar su dinero sería la rentabilidad que espera obtener por el sacrificio temporal de sus recursos.

Para aplicar las tasas de interés como se mencionó anteriormente, es necesario que la base del tiempo de la tasa de interés, coincida con el periodo o intervalo de tiempo en que se aplicarán los intereses; es decir, si un préstamo cobrará intereses mensuales, la tasa de interés a usar debería estar en términos mensuales, si se cobraran semestrales, la tasa debería estar en términos semestrales, y así sucesivamente. De acuerdo a lo anterior existen tres denominaciones para emplear la tasa de interés periódica, nominal y efectiva.

3.1. DENOMINACIONES DE LAS TASAS DE INTERÉS

Tasa de interés Periódica (i_p). Es la tasa que se causa en un periodo de conversión m (% por día, mes, bimestre, semestre, trimestre, año) o de pago de intereses y se

obtiene dividiendo la tasa nominal entre los periodos de conversión. La tasa periódica es aquella que se utiliza de manera general en todos los cálculos en el interés compuesto, pues esta capitaliza los intereses período a período, motivo por el cual, es la que siempre se considera en la solución de problemas financieros.

En la tasa de interés periódica se indica directamente el interés (%) y el período (m) en el cual se aplica, y puede ser vencida o anticipada, por ejemplo: 1.5% m.v. (mensual vencida), 3% s.v. (semestre vencida), 6% t.a. (trimestre anticipada). Cabe anotar que no es correcto dividir, multiplicar, sumar o restar una tasa periódica para hallar otra tasa periódica. El proceso correcto de conversión de tasas se explica más adelante en este libro.

$$ip = \frac{in}{m}$$

Tasa de interés Nominal (i_n). Es una tasa expresada anualmente, que genera intereses varias veces al año. Esta tasa es la acumulación simple de la tasa de interés periódica cada periodo y se obtiene multiplicando dicha tasa por el número de periodos (m) que contenga. El interés nominal no siempre es igual a su capitalización y su pago, puede ser vencido o anticipado, por ejemplo: 24% a.m.v. (anual mes vencida), 16% a.t.v. (anual trimestre vencido), 10% a.s.a. (anual semestre anticipado). Por otro lado, la tasa nominal anual es la que se emplea en el interés simple porque no tiene en cuenta la capitalización de intereses.

La tasa nominal es la única tasa que puede ser dividida pero sólo entre el número de periodos (m) correspondiente a su familia: mensual, bimestral, trimestral, semestral, etc., para hallar la tasa periódica correspondiente, por ejemplo, una tasa nominal del 18% anual m.v., solo puede ser dividida entre 12 y el resultado será una tasa periódica (ip) mensual; una tasa del 20% anual t.v., solo puede ser dividida entre 4 y el resultado será una ip trimestral. También es posible sumar o restar dos tasa nominales siempre y cuando sean de la misma familia, es decir, que tengan el mismo número de períodos de capitalización m .

$$in = ip \times m$$

Tasa de interés Efectiva (ie). Es la tasa cuyos intereses se reinvierten o se capitalizan al final del periodo, por lo tanto esta tasa siempre es compuesta y vencida. Por lo general esta tasa se usa anual, motivo por el cual se conoce como tasa efectiva anual, tasa anual efectiva, o tasa anual y corresponde a la tasa periódica donde el período es un año. Para la tasa de interés efectiva se deben aplicar las mismas consideraciones del interés periódico en el sentido de que no es correcto sumar, restar, dividir o multiplicar una tasa efectiva para hallar otra periódica o efectiva. Más adelante explicaremos el proceso correcto de conversión de tasas.

3.2. TASAS ANTICIPADAS O VENCIDAS

Como se ha mencionado, las tasas pueden ser vencidas o anticipadas, es decir el interés se puede causar al principio del periodo (anticipada), o al final del periodo

(vencida). Esta clasificación aplica únicamente para las tasas periódicas y nominales, dado que la tasa efectiva anual siempre es vencida.

Lo normal en la mayoría de transacciones financieras es que las tasas de interés sean vencidas. Por lo tanto, si no nos indican que una tasa de interés es anticipada, siempre supondremos que es vencida.

La nomenclatura que se utilizara en el presente documento para referirse a los tipos de tasas de interés es la siguiente:

Tasas Periódicas (i_p)	i_{pv}: interés periódico vencido
	i_{pa}: Interés periódico anticipado

Tasas Nominales (i_n)	i_{nv}: interés nominal vencido
	i_{na}: Interés nominal anticipado

Tasas efectivas (i_e)	i_e: interés efectivo
	Como la tasa efectiva siempre es vencida, no se utiliza i_{ev} sino solo i_e

3.3. CAUSACION Y CAPITALIZACION DEL INTERÉS

Cuando se habla de tasas de interés se deben considerar dos conceptos: **causación** y **capitalización**. La *causación* hace referencia al período (*m*) en el cual el interés se calcula, es decir, se causa, por lo tanto, implica un reconocimiento del interés devengado sin importar que haya sido cancelado o pagado. La *capitalización* representa la acumulación de los intereses causados los cuales se irán acumulando al capital, de acuerdo con la filosofía del interés compuesto. Este último concepto hace referencia al momento en el cual se causa el interés y se acumula al capital, es decir, se capitaliza.

3.4. TASAS PERIÓDICAS.

Estas tasas, como se mencionó anteriormente se devengan periódicamente, por lo tanto los tipos de tasas periódicas que encontramos son las siguientes:

Tabla 2. Tasas de interés periódicas

Período	m	Modalidad: Vencida	Modalidad: Anticipada
Diario	360 ó 365	% d.v. = Tasa diaria vencida	% d.a. = Tasa diaria anticipada
Mensual	12	% m.v. = Tasa mensual vencida	% m.a. = Tasa mensual anticipada
Bimestral	6	% b.v. = Tasa bimestral vencida	% b.a. = Tasa bimestral anticipada
Trimestral	4	% t.v. = Tasa trimestral vencida	% t.a. = Tasa trimestral anticipada
Semestral	2	% s.v. = Tasa semestral vencida	% s.a. = Tasa semestral anticipada
Anual	1	% a.v. = Tasa anual vencida	% a.a. = Tasa anual anticipada

Fuente: Los autores

Debido a que el último periodo es el año, la tasa anual vencida tiene solo 1 periodo, por lo tanto esta tasa periódica: anual vencida, es la misma tasa nominal: año vencido y también la misma tasa efectiva anual: % a.v. = % a.a.v. = % e.a.

3.5. TASAS NOMINALES.

Cuando hablamos de una tasa nominal, hablamos de la acumulación de una tasa periódica, por lo tanto, las tasas nominales siempre se van a expresar con la letra “a” al comienzo de la nomenclatura, y la continuara el periodo específico (*m*) al que se refiere.

Tabla 3. Tasas de interés nominales

Periodo	m	Modalidad: Vencida	Modalidad: Anticipada
Diario	360 ó 365	% a.d.v. = Tasa anual día vencido	% a.d.a. = Tasa anual día anticipado
Mensual	12	% a.m.v. = Tasa anual mes vencido	% a.m.a. = Tasa anual mes anticipado
Bimestral	6	% a.b.v. = Tasa anual bimestre venc.	% a.b.a. = Tasa anual bimestre antic.
Trimestral	4	% a.t.v. = Tasa anual trimestre venc.	% a.t.a. = Tasa anual trimestre antic.
Semestral	2	% a.s.v. = Tasa anual semestre venc.	% a.s.a. = Tasa anual semestre antic.
Anual	1	% a.a.v. = Tasa anual vencida	% a.a.a. = Tasa año anticipado

Fuente: Los autores

3.6. TASAS EFECTIVAS.

Por último, la tasa efectiva es la tasa que siempre vamos a reconocer anual, pues si la tratamos en periodos diferentes, nos estaríamos refiriendo a las tasas periódicas.

De acuerdo a lo anterior, la tasa efectiva anual se puede expresar de varias maneras, significando todas lo mismo:

Tabla 4. Tasas de interés efectivas

Periodo	Periodos (m)	Modalidad: Vencida
Anual	1	% e.a. = Tasa efectiva anual
Anual	1	% a.e. = Tasa anual efectiva
Anual	1	% e. = Tasa efectiva
Anual	1	% a. = Tasa anual

Fuente: Los autores

3.6.1 Relación entre la tasa efectiva y la tasa periódica.

El conocimiento de la relación entre la tasa periódica y la tasa efectiva permite dar respuesta a la pregunta: ¿En forma efectiva, cuanto se paga anualmente? La tasa efectiva anual equivale a una tasa periódica donde el periodo es un año, por lo tanto, la tasa efectiva anual representa la tasa de interés que realmente se paga anualmente; de manera similar, una tasa periódica es la tasa de interés que se paga realmente en un periodo determinado, diario, mensual, bimestral, trimestral, semestral o anual. Por tal

razón, observamos que varios autores del tema suelen llamar a las tasas periódicas como efectivas, ejemplo: 1.5% efectiva mensual, 4% efectiva trimestral, 6% efectiva trimestral. Por lo anterior, debemos resaltar que una tasa periódica equivale también a una tasa efectiva de período inferior a un año. Para ilustrar mejor lo anterior, se presenta el siguiente ejemplo:

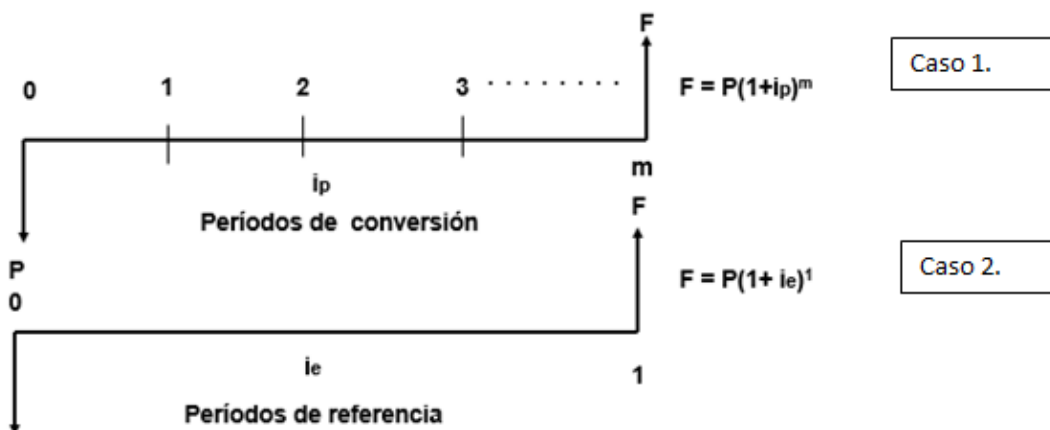
Se tienen dos situaciones:

1. Se invierten P pesos durante m periodos de conversión a la tasa periódica i_p .
2. Se invierten P pesos durante un periodo de conversión equivalente a los m periodos de la situación anterior, y a la tasa de interés efectiva i_e .

¿Cuál debe ser la relación entre las tasas de interés periódico i_p , e interés efectivo i_e , para que el valor futuro sea igual en ambas situaciones?

Los diagramas de flujo correspondientes a cada una de las dos situaciones anteriores son:

Gráfico 2. Relación entre la tasa nominal y la tasa efectiva



Fuente: Los autores

Dónde:

Caso 1: Representa la tasa nominal anual que puede ser dividida entre m para obtener i_p

Caso 2: Representa una tasa efectiva anual que no debe ser dividida entre m

P: Valor presente de la inversión

F: Valor futuro de P

i_p : interés periódico del caso 1:

m : número de periodos del caso 1

i_e : interés efectivo del caso 2.

Al comparar valor futuro de los casos 1 y 2:

$$P(1 + i_p)^m = P(1 + i_e)^1$$

Tenemos entonces:

$$(1 + i_p)^m = (1 + i_e)^1$$

i_p --> corresponde al periodo más pequeño

i_e --> corresponde al periodo más grande

Tanto i_p como i_e son tasas efectivas, o sea que la expresión $(1 + i_p)^m = (1 + i_e)^1$ relaciona la tasa efectiva vencida.

3.7. EQUIVALENCIA DE TASAS

Como hemos visto, existen diferentes modalidades de tasas, (vencidas y anticipadas) con periodicidad (diaria, mensual, trimestral, semestral, entre otras) de liquidación de las tasas de interés, por lo tanto encontrar la equivalencia entre estas tasas es una tarea común en el medio financiero. Por definición, dos tasas equivalentes tiene la misma tasa efectiva, por lo tanto encontrar la equivalencia es hacer que dos tasas de interés diferentes arrojen la misma tasa efectiva anual, partiendo de una tasa nominal conocida (con su modalidad y periodicidad de liquidación) y calculando la tasa efectiva, para luego encontrar otra tasa nominal con su propia modalidad y periodicidad.

Para lograr dicha equivalencia, se explican a continuación las formas de conversión de las tasas de interés, ilustrando más adelante mediante el gráfico o ruta de equivalencia los pasos a seguir para convertir la tasa inicial a cualquier otra modalidad o periodicidad.

3.7.1 Conversión Tasas Periódicas y Nominales.

$i_{pv} = \frac{i_{nv}}{m}$	$i_{pa} = \frac{i_{na}}{m}$
$i_{nv} = i_{pv} \times m$	$i_{na} = i_{pa} \times m$

Dónde:

i_{pv} : Interés periódico vencido (Ej.: % m.v.; % s.v.; % t.v.; etc.)

i_{pa} : Interés periódico anticipado (Ej.: % b.a.; % t.a.; % s.a.; etc.)

i_{nv} : Interés nominal vencido (Ej.: % a.m.v.; % a.s.v.; % a.t.v.; etc.)

i_{na} : Interés nominal anticipado (Ej.: % a.b.a.; % a.t.a.; % a.s.a.; etc.)

m : Número de periodos de conversión por año (Ej.: diaria: 365; mes: 12 periodos; bimestre: 6 periodos; trimestre: 4 periodos, etc.)

Ejemplo 1.

¿A qué tasa nominal anticipada equivale la tasa periódica 2.5% t.a.?

Solución:

$ipa = 2.5\% \text{ t.a.}$

$m = 4 \text{ periodos (trimestres)}$

$ina = 2.5\% \times 4 = \underline{10\% \text{ a.t.a.}}$

Ejemplo 2.

¿Cuál es la tasa periódica que corresponde a una tasa nominal de 16% a.s.v?

Solución:

$inv = 16\% \text{ a.s.v.}$

$m = 2 \text{ periodos (semestres)}$

$ipv = 16\% / 2 = 8\% \text{ s.v.}$

3.7.2 Conversión Tasas Anticipadas y Vencidas.

La siguiente conversión que se debe conocer, es la de la modalidad de pago o causación de las tasas. Se puede convertir una tasa de interés cuyo monto se debe causar o capitalizar al inicio del periodo, a una tasa equivalente cuyo pago se efectúe al final del periodo, o viceversa. Cabe aclarar que esta conversión directa de tasas vencidas y anticipadas solo aplica para las tasas periódicas, es decir si se desea pasar de una tasa nominal vencida a una tasa nominal anticipada, o de una tasa periódica vencida a una nominal anticipada, se debe seguir la ruta de conversión o grafica de equivalencia que se ilustra más adelante.

$$i_{pv} = \frac{i_{pa}}{(1 - i_{pa})} \quad i_{pa} = \frac{i_{pv}}{(1 + i_{pv})}$$

Dónde:

i_{pv} : Interés periódico vencido (Ej.: % m.v.; % s.v.; % t.v.; etc.)

i_{pa} : Interés periódico anticipado (Ej.: % b.a.; % t.a.; % s.a.; etc.)

Ejemplo 3.

¿Cuál es la tasa periódica anticipada que corresponde a una tasa del 3% m.v?

Solución:

$i_{pv} = 3\% \text{ m.v.}$

$$i_{pv} = \frac{i_{pv}}{(1+i_{pv})} = \frac{3\%}{(1+3\%)} = 2.91262\% \text{ m.a.}$$

Ejemplo 4.

¿Cuál es la tasa periódica vencida que corresponde a una tasa del 5% t.a?

Solución:

$i_{pa} = 5\% \text{ t.a.}$

$$i_{pv} = \frac{i_{pa}}{(1-i_{pa})} = \frac{5\%}{(1-5\%)} = 5.26316\% \text{ t.v.}$$

3.7.3 Conversión Tasas Efectivas y Periódicas.

La tasa efectiva anual es la tasa que se paga efectivamente o que se devenga realmente en un periodo de referencia dado, y como ya se ha dicho, esta tasa es la misma tasa periódica vencida donde su periodicidad es un año, sin embargo, para convertir una tasa periódica a efectiva o viceversa, no se debe dividir o multiplicar dicha tasa en un numero de períodos para conocer su equivalente,

sino que la forma correcta de efectuar esta conversión se logra aplicando las siguientes ecuaciones:

$$i_e = (1 + i_{pv})^m - 1$$

$$i_{pv} = (1 + i_e)^{1/m} - 1$$

Dónde:

i_e : Interés efectivo anual (Ej.: % e.a.)

i_{pv} : Interés periódico vencido (Ej.: % m.v.; % s.v.; % t.v.; etc.)

m : Número de periodos por año (Ej.: mes: 12 periodos; bimestre: 6 periodos; trimestre: 4 periodos, etc.)

Ejemplo 5.

¿Cuál es la tasa efectiva correspondiente a una tasa 4.5% b.v.?

Solución:

$ipv = 4.5\%$ b.v.

$m = 6$ periodos (bimestres)

$ie = (1 + 4.5\%)^6 - 1 = 30.22601\%$ e.a.

Ejemplo 6.

¿Cuál es la tasa periódica diaria correspondiente a una tasa del 30% e.a.?

Solución:

$$ie = 30\% \text{ e.a}$$

$$m = 365 \text{ periodos (días)}$$

$$ipv = (1 + 25\%)^{1/365} - 1 = 0.07191\% \text{ d.v}$$

Ejemplo 7.

¿Cuál es la tasa periódica mensual correspondiente a una tasa 25% e.a.?

Solución:

$$ie = 25\% \text{ e.a}$$

$$m = 12 \text{ periodos (meses)}$$

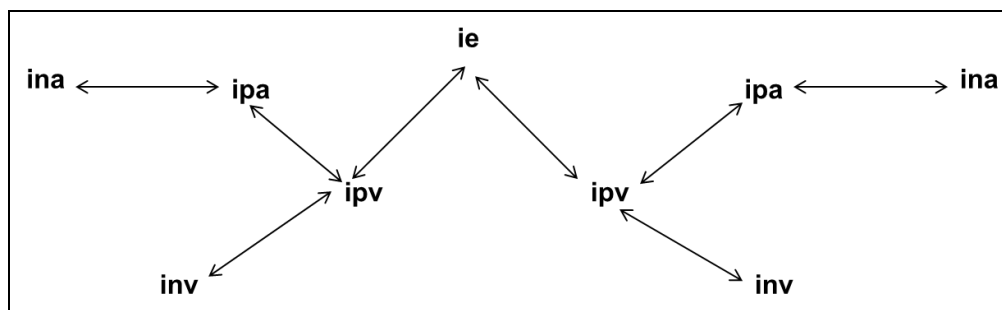
$$ipv = (1 + 25\%)^{1/12} - 1 = 1.87693\% \text{ m.v.}$$

3.8. GRAFICA DE EQUIVALENCIA Y SECUENCIA DE TASAS

La siguiente grafica de equivalencia nos ilustra la manera correcta de convertir las tasas, es decir nos ilustra la ruta que debemos seguir para llegar a una tasa deseada. Por ejemplo, si partimos de una tasa nominal anticipada (*ina*) y queremos convertirla a una tasa efectiva anual (*ie*), debemos primero convertirla a *ipa*, luego *ipv* y de esta

última si pasarla a i_e , todo esto utilizando las fórmulas de conversión que se explicaron anteriormente.

Gráfico 3. Ruta de equivalencia y secuencia de tasas



Fuente: Los autores

Dónde:

i_{nv} : Interés nominal vencido (Ej.: % a.m.v.; % a.s.v.; % a.t.v.; etc.)

i_{na} : Interés nominal anticipado (Ej.: % a.b.a.; % a.t.a.; % a.s.a.; etc.)

i_{pv} : Interés periódico vencido (Ej.: % m.v.; % s.v.; % t.v.; etc.)

i_{pa} : Interés periódico anticipado (Ej.: % b.a.; % t.a.; % s.a.; etc.)

i_e : Interés efectivo anual (Ej.: % e.a.)

Ejemplo 8.

¿Cuál es tasa la efectiva anual equivalente a una tasa del 18% anual capitalizable semestralmente?

Solución:

Este ejercicio requiere convertir una tasa nominal anual semestre vencido a una tasa efectiva anual. Por lo tanto los pasos a seguir según la gráfica de equivalencia, son:

inv → ipv → ie

1ro: **inv = 18% a.s.v.**

m = 2 periodos (semestres)

2do: **ipv = 18%/2 = 9% s.v.**

3ro: **ie = (1 + 9%)² - 1 = 18.81 % e.a.**

Ejemplo 9.

¿Cuál es tasa bimestral vencida (b.v.) equivalente a una tasa de 5% t.a?

Solución:

Este ejercicio requiere convertir una tasa trimestral anticipada (periódica anticipada) a una tasa bimestral vencida (periódica vencida). Por lo tanto los pasos a seguir según la gráfica de equivalencia, son:

ipa (t.a.) → ipv (t.v.) → ie → ipv (b.v.)

1ro: **ipa = 5% t.a.**

m = 4 periodos (trimestres)

2do: **ipv = 5% / (1 - 5%) = 0.0526316 = 5.26316% t.v.**

3ro: **ie = (1 + 5.26316%)⁴ - 1 = 0.2277377 = 22.77377% e.a.**

4to: **ipv = (1 + 22.77377%)^{1/2} - 1 = 0.1080332 = 10.80332% b.v**

Ejemplo 10.

¿Cuál es tasa efectiva anual equivalente a una tasa de 3% 25 días vencidos?

Solución:

En este caso se parte de una tasa periódica del 3%, donde su periodicidad es 14.4 (360/25días = 14.4), por lo tanto su conversión es la siguiente:

1ro: **ipa** = 3% 25 días vencidos

m = 14.4 periodos

2do: **ie** = $(1 + 3\%)^{14.4} - 1 = 0.53058 = 53.058\%$ e.a.

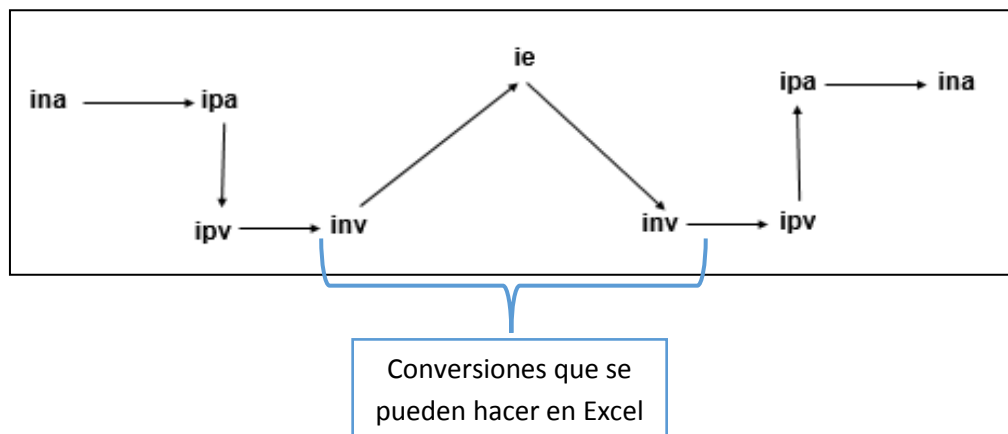
(Nota: si el año se toma de 365 días, el periodo seria 14.6, lo que variaría el resultado en unos decimales)

3.8.1 Grafica de equivalencia y secuencia de tasas con Excel

Así como se tiene la gráfica de equivalencia para seguir una ruta de conversión de tasas utilizando las formulas anteriores, existe una ruta de equivalencia de tasas que se puede usar implementando las funciones *INT.EFECTIVO* y *TASA.NOMINAL*, de Excel, que permiten convertir una tasa nominal a efectiva, o una tasa efectiva a nominal.

La siguiente grafica muestra la ruta que se debe seguir para convertir las tasas, teniendo en cuenta que la fórmula de Excel *TASA.NOMINAL* se refiere únicamente a la tasa nominal vencida, por lo tanto, si se parte de una tasa nominal anticipada, se debe convertir manualmente (con fórmulas) a nominal vencida, para utilizar la función de Excel *TASA.NOMINAL*, y lo mismo con las tasas periódicas, sean vencidas o anticipadas, se deben pasar primero a nominal vencida, y partir de esta para seguir la ruta de equivalencias.

Gráfico 4. Ruta de equivalencia y secuencia de tasas



Fuente: Los Autores

Ejemplo 11.

¿Cuál es tasa efectiva anual equivalente a una tasa de 10% a.s.v.?

Solución

El ejercicio pide convertir una tasa nominal a una efectiva anual: inv (a.s.v.) --> ie

Lo anterior se puede realizar con la fórmula de interés efectivo de Excel:

1ro: Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *INT.EFECTIVO*

2do: En la casilla *Tasa_nominal* se coloca el 10%, y en *Núm_per_año*, el número de periodos de la tasa nominal, es decir 2 (semestres).

	A	B	C	D
1	in =	10%	a.s.v.	
2	m =	2	semestres	
3	ie =	10,25%	e.a.	
4				

Argumentos de función

INT.EFECTIVO

Tasa_nominal B2 = 0,1

Núm_per_año B3 = 2

= 0,1025

Devuelve la tasa de interés anual efectiva.

Núm_per_año es el número de periodos por año.

Resultado de la fórmula = 0,1025

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Ejemplo 12.

¿Cuál es tasa trimestral vencida correspondiente a una tasa del 16% e.a?

Solución:

El ejercicio pide convertir una tasa efectiva anual a una tasa periódica vencida:

ie --> inv (a.t.v.) --> ipv (t.v.)

Con las fórmulas de Excel se puede convertir la tasa efectiva a una tasa nominal y luego con las fórmulas financieras, se convierte la tasa nominal a tasa periódica:

1ro: Vamos a las funciones de Excel (fx), ubicamos las fórmulas financieras, y seleccionamos *TASA.NOMINAL*.

2do: En la casilla *Tasa_efect* se coloca el 16%, y en *Núm_per_año*, el número de periodos de la tasa nominal, es decir 4 (trimestres).

The image shows an Excel spreadsheet with the following data:

	A	B	C
1			
2	ie =	16%	e.a.
3	m =	4	trimestres
4	in =	15,12%	a.t.v
5			

Overlaid on the spreadsheet is the 'Argumentos de función' dialog box for the *TASA.NOMINAL* function. The dialog box shows the following inputs and outputs:

- Tasa_efect*: B2 = 0,16
- Núm_per_año*: B3 = 4
- Result: = 0,151207943
- Devuelve la tasa de interés nominal anual.
- Núm_per_año* es el número de periodos compuestos por año.
- Resultado de la fórmula = 0,151207943

An arrow points from the 'Resultado de la fórmula' field in the dialog box to the cell B4 in the spreadsheet, which contains the value 15,12%.

3ro: La tasa nominal (a.t.v.) calculada con la fórmula de Excel *TASA.NOMINAL*, se convierte a periódica (t.v), dividiendo la tasa nominal entre el número de periodos (4 trimestres)

in = 15.12% a.t.v

m = 4 trimestres

ipv = $15.12\% / 4 = 0.037802 = 3.7802\%$ t.v.

3.9. COMBINACIÓN DE TASAS

La combinación de tasas resulta cuando dos o más tasas deben ser aplicadas al mismo capital. La combinación puede ser aditiva, como es el caso de las *tasas mixtas*, o multiplicativa, como las *tasas compuestas*.

Antes de tratar las tasas mixtas y compuestas, así como las tasas reales y corrientes, es conveniente aclarar algunos términos que se utilizaran en las tasas ya mencionadas.

Dichos términos son:

Términos del Mercado Financiero.

- **Libor:** (London InterBank Offered Rate) es una tasa de referencia diaria basada en las tasas de interés a la cual los bancos de Londres ofrecen fondos no asegurados a otros bancos en el mercado monetario mayorista, o mercado interbancario.
- **Prime Rate:** Tasa de interés utilizada por los bancos de EE.UU. para los créditos otorgados a sus clientes preferenciales. Esta tasa, no es “controlada” por ninguna entidad en particular, es un consenso del mercado de los principales bancos del país. Sirve como referencia a la tasa de interés básica que se aplica a líneas de crédito hipotecarias y las tasas de las tarjetas de crédito.

- **IBR:** Índice bancario de referencia. Este indicador fue desarrollado por el sector privado, con el respaldo del Banco de la República y otras entidades, con el objetivo de reflejar la liquidez del mercado monetario colombiano.

El IBR es una tasa de interés de referencia de corto plazo denominada en pesos colombianos, que refleja el precio al que los bancos están dispuestos a ofrecer o a captar recursos en el mercado monetario.

- **UVR:** Unidad de Valor Real, es una medida que se emplea en Colombia para estimar el costo de los créditos hipotecarios.

Esta unidad se estipula de acuerdo con las variaciones del IPC, que es el índice de precios al consumidor. De ese modo, la UVR siempre estará en sintonía con el costo de vida en Colombia, y mantendrá la relación entre valor relativo y valor real de la moneda más allá del paso del tiempo.

- **Inflación:** Proceso económico que representa un aumento general de precios dentro de un país.

- **IPC:** Índice de Precios al Consumidor.

- **IPP:** Índice de Precios al Productor.

- **Devaluación:** Es la pérdida del valor nominal de una moneda corriente frente a otras monedas extranjeras. El proceso contrario a una devaluación se conoce como **Revaluación**.
- **Retención en la Fuente Rendimientos Financieros:** 4% deducido del valor de los intereses devengados.

3.9.1 TASAS MIXTAS

Las tasas mixtas son aquellas cuya combinación consiste en la suma de dos tasas nominales: una tasa base, considerada la tasa variable (por ejemplo el DTF, la Prime Rate, Libor, etc.), y un Spread o tasa fija (un valor porcentual específico).

Por ejemplo:

$$i = \text{DTF} + 5\%$$

$$i = \text{Prime Rate} + 2\%$$

Para poder realizar la combinación aditiva de dos tasas, la tasa variable y la fija deben ser nominales y estar en el mismo periodo, y en caso de que no lo estén, la tasa variable debe convertirse primero al periodo de la tasa fija, para luego sumarse. Por ejemplo, si un banco ofrece en un depósito a término fijo, pagar un DTF EA más 4 puntos porcentuales capitalizables anual trimestre vencido,

primero se debe convertir la tasa variable (DTF) de efectiva anual, a nominal (a.t.v.), y luego si sumarle la tasa fija (el 4% que se capitaliza a.t.v).

Ejemplo 13.

¿Cuál es tasa equivalente a DTF + 4% a.t.v. donde la tasa DTF para inversiones trimestrales actualmente es 10% e.a.?

Solución usando fórmulas:

Tasa Fija: 4% a.t.v

Tasa Variable: DFT = 10% e.a.

1ro. Se debe convertir el DTF e.a. a una tasa nominal:

ie --> ipv (t.v.) --> inv (a.t.v.)

DFT (ie) = 10% e.a.

m = 4 trimestres

DTF (ipv) = $(1 + 10\%)^{1/4} - 1 = 2.41137\%$ t.v.

DTF (in) = $2.41237\% \times 4 = 9.64548\%$ t.v.

2do. Se suman las dos tasas (fija y variable) del mismo periodo

i = DTF (a.t.v.) + 4% a.t.v.

i = $9.64548\% + 4\% = \underline{13.64548\% \text{ a.t.v}}$

Solución usando Excel:

Tasa Fija: 4% a.t.v

Tasa Variable: DTF = 10% e.a.

Se debe convertir el DTF e.a a una tasa nominal con la fórmula de Excel *TASA.NOMINAL*

1ro: Vamos a las funciones de Excel (fx), ubicamos las fórmulas financieras y seleccionamos *TASA.NOMINAL*.

2do: En la casilla *Tasa_efect* se coloca el 10%, y en *Núm_per_año*, el número de periodos de la tasa nominal, es decir 4 (trimestres):

	A	B	C
1	ie =	10,0%	e.a
2	m =	4	trimestres
3	in =	9,645%	a.t.v
4			

Argumentos de función

TASA.NOMINAL

Tasa_efect B1 = 0,1

Núm_per_año B2 = 4

= 0,096454756

Devuelve la tasa de interés nominal anual.

Núm_per_año es el número de periodos compuestos por año.

Resultado de la fórmula = 0,096454756

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

3ro: Se realiza la combinación de tasas mixtas, sumando la tasa fija más la variable del mismo periodo:

$$i = \text{DTF (a.t.v.)} + 4\% \text{ a.t.v.}$$

$$i = 9.64548\% + 4\% = \underline{13.64548\% \text{ a.t.v}}$$

Ejemplo 14.

Encontrar la tasa equivalente de Libor + 3% a.m.v. si la tasa Libor para inversiones en el exterior está actualmente en 12% e.a.

Solución usando fórmulas:

Tasa Fija: 3% a.m.v

Tasa Variable: Libor = 12% e.a.

1ro. Se debe convertir la tasa variable del 12% e.a. a una tasa periódica a.m.v, siguiendo la siguiente ruta de equivalencia de tasas: $iea \rightarrow ipv (m.v) \rightarrow inv (a.m.v)$

Libor (iea) = 12% e.a

m = 12 meses

Libor (ipv) = $(1 + 12\%)^{1/12} - 1 = 0.00949 = 0.949\% m.v$

Libor (inv) = $0.00949 * 12 = 0.113866 = 11.387\% a.m.v$

2do. Se procede a sumar las dos tasas nominales:

$i = \text{Libor (a.m.v.)} + 3\% a.m.v$

$i = 11.387\% + 3\% = 14.387\% a.m.v$

Solución usando Excel:

Tasa Fija: 3% a.m.v

Tasa Variable: Libor = 12% e.a.

1ro: Vamos a las funciones de Excel (fx), ubicamos las fórmulas financieras, y seleccionamos *TASA.NOMINAL*.

2do: En la casilla *Tasa_efect* se coloca el 12%, y en *Núm_per_año*, 12 periodos (meses):

	A	B	C
1	ie =	12,0%	e.a
2	m =	12	meses
3	in =	11,387%	a.t.v
4			

Argumentos de función

TASA.NOMINAL

Tasa_efect B1 = 0,12

Núm_per_año B2 = 12

= 0,113865515

Devuelve la tasa de interés nominal anual.

Núm_per_año es el número de períodos compuestos por año.

Resultado de la fórmula = 0,11387

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

2do: Se suman las dos tasas (fija y variable) del mismo periodo:

$$i = \text{Libor (a.m.v.)} + 3\% \text{ a.m.v}$$

$$i = 11.387\% + 3\% = 14.387\% \text{ a.m.v}$$

3.9.2 TASAS COMPUESTAS

Las tasas compuestas son la combinación de dos tasas por medio de la multiplicación. Se aplica para los casos donde se debe “*sumar o restar dos tasa efectivas*”, y dicha suma o resta no es aditiva, sino multiplicativa, por lo tanto la combinación se hace mediante la siguiente ecuación:

Suma:	$i = [(1 + ie_A) \times (1 + ie_B)] - 1$
Resta:	$i = [(1 + ie_A) / (1 + ie_B)] - 1$

Ejemplo 15.

Encontrar la tasa equivalente a la tasa Prime Rate + 4% e.a. si la Prime Rate es 6%e.a

Solución:

Este es un caso de combinación de dos tasas (tasa variable + tasa fija), donde la suma no es aditiva, sino multiplicativa puesto que ambas tasas son efectivas, por lo tanto se aplica la ecuación de las tasas compuestas:

Tasa Fija: 4% e.a.

Tasa Variable: Prime Rate= 6% e.a.

$$i = [(1 + 6\%)(1 + 4\%)] - 1$$

$$i = 0.1024 = 10.24\% \text{ e.a.}$$

Al igual que en las tasas mixtas, para realizar la combinación de tasa compuestas, ambas tasa (fija y variable) deben estar en el mismo periodo, por lo tanto si no lo están, la tasa variable se debe convertir a la periodicidad de la tasa fija, y luego si se realiza la composición.

- **Tasa Compuestas: Devaluación**

La combinación de tasas compuestas también aplica para los negocios en moneda extranjera, donde se tienen dos tasas: una tasa de interés basada en la divisa (moneda extranjera) y otra que representa el incremento porcentual de dicha divisa frente a la moneda local (tasa de devaluación). En estos casos la ecuación a usar para encontrar el interés equivalente en moneda local es la siguiente:

$$i = [(1 + i_u) \times (1 + i_d)] - 1$$

Dónde:

i: Tasa de interés equivalente basada en la moneda local (%)

i_u : Tasa de interés basada en la divisa (%)

i_d : Tasa de incremento del precio de la divisa frente a la moneda local (% devaluación)

Ejemplo 16.

Encontrar la tasa equivalente en pesos de un préstamo en el exterior con una tasa de interés del 5% e.a, si la tasa de incremento del dólar frente al peso es de 10% anual.

Solución:

iu: 5% e.a.

id: 10% e.a

$$i = [(1+5%)*(1+10\%)] - 1 = 0.1550 = 15.50\% \text{ e.a.}$$

• Tasa Compuestas: Inflación

Para el caso de la inflación también se usa la composición de tasas, pues se pretende encontrar la Tasa Real, también llamada Tasa deflactada, que es aquella tasa de interés que está libre de inflación.

Para esto se parte de una tasa corriente o tasa nominal (llamada así en el lenguaje económico, aunque no connota lo mismo que la tasa nominal financiera que se ha venido tratando), la cual contiene el efecto de la inflación y se busca deflactar para hallar la Tasa Real, mediante la siguiente ecuación:

$$i_R = [(1 + i) / (1 + i_F)] - 1$$

Dónde:

i_R : Tasa Real de interés (%): Tasa deflactada

i : Tasa Corriente de interés (%): Tasa con el efecto de la inflación

i_F : Tasa de Inflación (%)

Ejemplo 17.

Encontrar la tasa real de un préstamo que cobra el 15% efectivo anual, si la inflación se estima en un 4.5% anual

Solución:

i : 15% e.a.

i_F : 4.5% e.a

$i_R = [(1+15\%)/(1+4.5\%)] - 1 = 0.1004785 = \underline{10.04785\% \text{ e.a.}}$

RESUMEN DE FÓRMULAS. CAPÍTULO 3: Tasas de interés

1. Conversión Tasas Periódicas y Nominales.

$i_{pv} = \frac{i_{nv}}{m}$	$i_{pa} = \frac{i_{na}}{m}$
$i_{nv} = i_{pv} \times m$	$i_{na} = i_{pa} \times m$

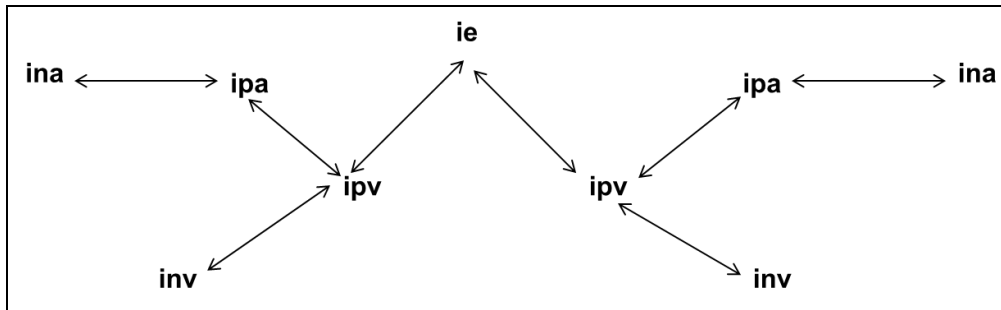
2. Conversión Tasas Anticipadas y Vencidas

$i_{pv} = \frac{i_{pa}}{(1 - i_{pa})}$
$i_{pa} = \frac{i_{pv}}{(1 + i_{pv})}$

3. Conversión Tasas Efectivas y Periódicas

$i_e = (1 + i_{pv})^m - 1$
$i_{pv} = (1 + i_e)^{1/m} - 1$

4. Grafica de Equivalencia y secuencia de tasas



i_{nv} : Interés nominal vencido (Ej.: % a.m.v.; % a.s.v.; % a.t.v.; etc.)

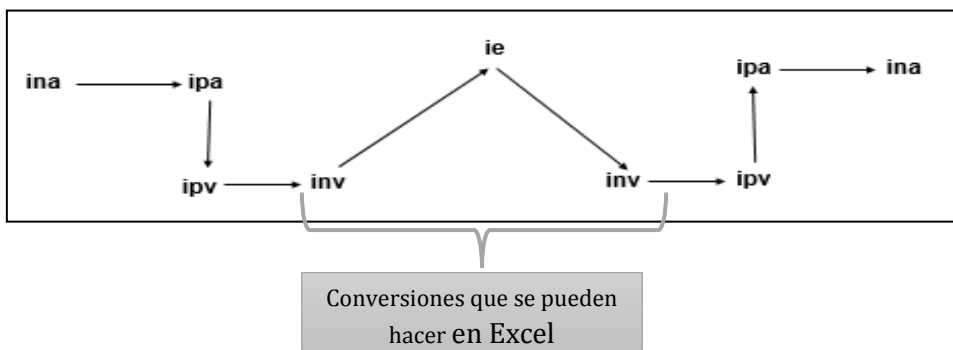
i_{na} : Interés nominal anticipado (Ej.: % a.b.a.; % a.t.a.; % a.s.a.; etc.)

i_{pv} : Interés periódico vencido (Ej.: % m.v.; % s.v.; % t.v.; etc.)

i_{pa} : Interés periódico anticipado (Ej.: % b.a.; % t.a.; % s.a.; etc.)

i_e : Interés efectivo anual (Ej.: % e.a.)

5. Grafica de Equivalencia y secuencia de tasas con Excel



Tasa Original	Convertir a	Con Función de Excel
Nominal	Efectiva anual	<i>INT.EFECTIVO</i>
Efectiva anual	Nominal	<i>TASA.NOMINAL.</i>

6. Tasas Mixtas

$$i = \text{Tasa variable} + \text{Tasa Fija}$$

Tasa Variable: Tasa base, por ejemplo DTF, Libor, Prime Rate, etc.

Tasa Fija: Spread o puntos porcentuales, por ejemplo 4%a.m.v, 1.5%a.s.v, etc.

7. Tasas Compuestas

Suma	$i = [(1 + ie_A) \times (1 + ie_B)] - 1$
Resta	$i = [(1 + ie_A) / (1 + ie_B)] - 1$

Devaluación	$i = [(1 + i_u) \times (1 + i_d)] - 1$
--------------------	--

i : Tasa de interés equivalente basada en la moneda local (%)

i_u : Tasa de interés basada en la divisa (%)

i_d : Tasa de incremento del precio de la divisa frente a la moneda local (% devaluación)

Inflación	$i_R = [(1 + i) / (1 + i_F)] - 1$
------------------	-----------------------------------

i_R : Tasa Real de interés (%): Tasa deflactada

i : Tasa Corriente de interés (%): Tasa con el efecto de la inflación

i_F : Tasa de Inflación (%)

EJERCICIOS CAPÍTULO 3. Tasas de interés

1. Realice la conversión de las siguientes tasas (años de 360 días):

	Tasa original		Convertir a		
a.	15,0%	e.a	m.v	R//	(1,171%)
b.	12,0%	a.m.v	e.a	R//	(12,683%)
c.	6,0%	t.v	t.a	R//	(5,660%)
d.	8,5%	s.v	a.s.v	R//	(17,0%)
e.	22,0%	a.s.a	s.v	R//	(12,360%)
f.	2,5%	m.a	e.a	R//	(35,502%)
g.	9,0%	a.b.a	a.b.v	R//	(9,137%)
h.	14,0%	a.d.v	s.v	R//	(7,249%)
i.	25,0%	a.s.v	a.d.v	R//	(23,564%)
j.	0,2%	d.a	t.v	R//	(19,743%)

2. Encontrar la tasa efectiva anual de los siguientes intereses (años de 360 días):

a.	4,0%	a.b.a	R//	(4,095%)
b.	0,15%	d.a	R//	(71,670%)
c.	11,0%	a.a.v	R//	(11,0%)
d.	9,0%	a.t.a	R//	(9,530%)
e.	15,0%	a.bienio.v	R//	(14,018%)
f.	2,8%	35dias.v	R//	(32,849%)
g.	0,07%	d.v	R//	(28,648%)
h.	3,5%	a.(18dias).v	R//	(3,559%)
i.	33,0%	a.a.a	R//	(49,254%)
j.	0,8%	15dias.a	R//	(21,261%)

3. Encontrar las tasas que se piden a continuación si se tiene que:

Libor = 6.5% a.s.v	Prime Rate = 5% e.a	DTF = 13.5% a.t.v
Devaluación peso frente al Dólar = 22% anual		Inflación = 4.5% anual

- a. Libor + 4% a.m.v R// (10.414% a.m.v)
- b. DTF + 11% a.s.v R// (24.728% a.s.v)
- c. Prime Rate + 15% a.m.a R// (19.869% a.m.a)
- d. DTF + 5.4% a.b.a R// (18.531% a.b.a)
- e. Libor + 3.5% e.a R// (10.337% e.a)
- f. Tasa efectiva anual de una tasa Prime Rate + 8% a.t.v R// (13.547% e.a)
- g. Tasa real del 18% e.a R// (12.919% e.a)
- h. Tasa real del 16.5% a.m.v R// (12.734% e.a)
- i. Tasa efectiva anual en pesos del 14% e.a en dólares R// (39.080% e.a)
- j. Tasa efectiva anual en pesos del 7% a.t.v en dólares R// (30.767% e.a)
- k. Tasa efectiva anual en pesos del 9.4% a.b.a en dólares R// (33.927% e.a)

4. Convertir una tasa del 20% anual capitalizable trimestral (a.t.v) en una tasa efectiva anual.

5. Hallar una tasa nominal capitalizable trimestre anticipado equivalente a una tasa efectiva anual del 15%.

6. Hallar una tasa nominal capitalizable mes vencido equivalente a una tasa efectiva anual del 30%.
7. Convertir una tasa del 25% efectiva anual en una tasa nominal capitalizable trimestre anticipado.
8. Convertir una tasa efectiva anual 14% en una tasa efectiva mensual.
9. Convertir una tasa efectiva semestral 8% en una tasa efectiva anual.
10. Convertir una tasa del 10% efectiva anual anticipado en una tasa efectiva bimestre vencido.
11. Convertir una tasa del 5% trimestre efectiva en una tasa efectiva mes anticipado.
12. Hallar una tasa efectiva trimestral equivalente al 7% efectivo trimestre anticipado.
13. Hallar una tasa efectiva mensual anticipada equivalente al 3% efectivo mensual.
14. Hallar una tasa nominal convertible semestralmente, equivalente al 24% Capitalizable Trimestralmente (a.t.v).
15. Hallar una tasa nominal convertible mensualmente, equivalente al 12%CT.
16. Hallar una tasa nominal trimestre anticipada, equivalente al 2.5% Efectiva Mensual (m.v).
17. Hallar una tasa efectiva anual anticipada, equivalente al 25% efectivo anual.
18. Hallar una tasa efectiva anual, equivalente al 25% efectivo anual anticipado.
19. Hallar una tasa efectiva anual anticipada, equivalente al 2.5% E.M.
20. Hallar una tasa mensual anticipada, equivalente al 41.12% efectivo anual.
21. Hallar una tasa nominal mes vencido, equivalente a una tasa nominal del 36% capitalizable mes anticipado (a.m.a).

22.Una entidad tiene autorización para cobrar los intereses en cualquier forma siempre que esté de acuerdo a sus líneas de crédito, con la condición, que en ningún caso supere el 28% efectivo anual. ¿Cuál debe ser la tasa que puede utilizar si necesita cobrar los intereses:

- a) por trimestre anticipado
- b) por bimestre vencido.
- c) Nominal / capitalizable mes vencido.

23.Se quieren invertir 5 millones a 2 años. Las tasa de interés, que se ofrecen en el mercado son las a siguientes:

- a) 25% nominal trimestre anticipado.
- b) 25% nominal semestre anticipado
- c) 25% nominal trimestre vencido.
- d) 25% nominal semestre vencido.

Nota: Si la tasa de interés dice anticipado, entonces los intereses se cobran al principio de cada periodo; si la tasa de interés dice vencido ó “no dice nada” se asume que los intereses se pagan al final de cada periodo.

CAPÍTULO 4.

SERIES UNIFORMES

Objetivo general:

Aplicar los conceptos y herramientas conocidos en los capítulos 1, 2 y 3 en la solución de problemas de series uniformes, utilizando las fórmulas y las hojas de cálculo Excel.

Objetivos específicos:

5. Identificar, definir y explicar los diferentes tipos de anualidades.
6. Plantear e identificar situaciones en las que se apliquen.
7. Interpretar planteamientos de los diferentes tipos de anualidades.
8. Plantear y resolver problemas de los tipos de anualidades y encontrar el monto, el valor actual, valor futuro, el plazo o el interés, según sea el caso.
9. Identificar qué es amortización y capitalización así como sus semejanzas y diferencias.
10. Calcular el valor de los intereses causados, el valor de la cuota pagada, el valor del abono a capital y el saldo del crédito o deuda en operaciones de amortización.
11. Calcular el valor de los intereses devengados, el valor del depósito efectuado, el valor del incremento del capital y el saldo de la inversión en operaciones de capitalización.
12. Construir tablas de amortización y de capitalización.

SERIES UNIFORMES

Una serie uniforme, es un conjunto de pagos periódicos iguales conocidos como anualidades, alícuotas o pagos. Dichos pagos pueden ser realizados cada día, mes, trimestre, semestre, año, etc. Un caso típico de serie uniforme es el pago de un crédito, el pago del arrendamiento, en los cuales cada mes se paga una cantidad igual.

Características de las series uniformes

- Poseen pagos de igual valor
- Aplican la misma tasa de interés a todos los pagos
- El número de pagos debe ser igual al número de periodos y,
- Todos los pagos se deben hacer a iguales intervalos de tiempo.

Clasificación de las series uniformes:

Las series uniformes se clasifican en ciertas y contingentes:

Las series uniformes ciertas pueden ser:

- Ordinarias o vencidas
- Anticipadas
- Diferidas
- Perpetuas

Las series contingentes pueden ser:

- Ordinarias o vencidas
- Anticipadas
- Diferidas

Definiciones:

- ✓ **Serie uniforme cierta**, aquella cuando se conoce la fecha del primero y del último pago. Ejemplo: el pago mensual de la cuota correspondiente a un vehículo comprado a plazos.
- ✓ **Serie uniforme contingente**, cuando se conoce la fecha del primer pago pero no la del último. Ejemplo: el pago de la prima de un seguro de vida, el pago de la pensión de jubilación.
- ✓ **Serie uniforme ordinaria o vencida**, el pago se efectúa al final del periodo. Ejemplo: los pagos por electrodomésticos comprados a plazos.
- ✓ **Serie uniforme anticipada**, el pago se efectúa al principio del período. Ejemplo; los pagos mensuales de arrendamiento.
- ✓ **Perpetuidad**; Cuando el número de pagos es infinito. En la práctica, cuando el número de períodos es de cierta consideración (1,000 o más) se considera que la serie es una perpetuidad. La perpetuidad puede ser vencida o anticipada.

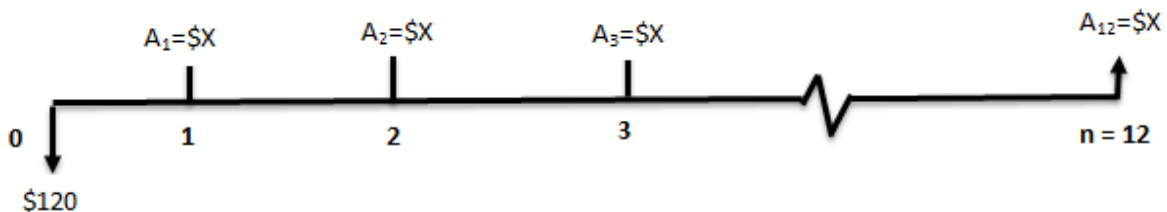
- ✓ **Serie uniforme diferida**, Aquella cuando entre la fecha inicial y la correspondiente al primer pago hay un tiempo muerto o de gracia constituido por dos o más períodos.

Es importante resaltar que para el cálculo de cualquier anualidad o pago, se requiere conocer el valor presente o el valor futuro equivalente y determinar el tiempo (n) o plazo del proyecto y la tasa de interés acordada en la negociación.

Por ejemplo, se compra un apartamento a crédito cuyo valor, al contado, es de \$120 millones. Se acuerda cancelar la deuda en cuotas mensuales iguales de \$X durante 1 año, y se establece una tasa de interés del 2% mensual.

Estos pagos o cuotas iguales se conocen como **anualidades**. Debe tenerse en cuenta que cada cuota contiene un abono a capital y un pago de intereses calculados sobre saldos. La representación gráfica de esta transacción es la siguiente:

Gráfico 5. Anualidades



Fuente: Los autores

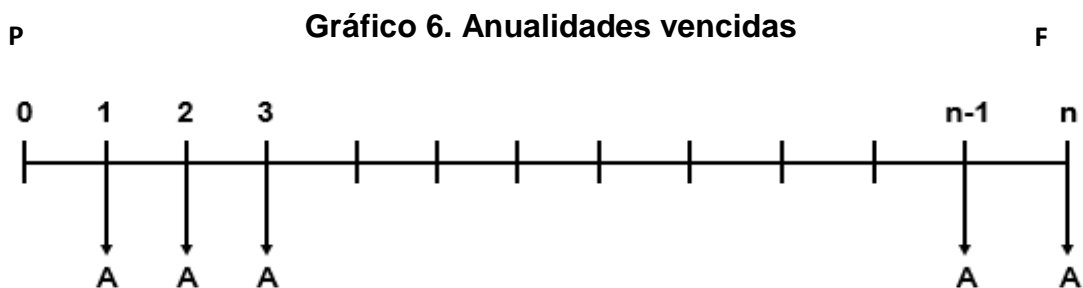
En la gráfica anterior se puede observar que en el momento cero, es decir hoy, se tiene un valor de \$120 millones, los cuales se difieren cada mes en cuotas iguales de \$X,

hasta llegar a su último periodo de pago, el doceavo mes, lo que representa una *alícuota o pago mensual*.

4.1 ANUALIDAD ORDINARIA VENCIDA

Las anualidades ordinarias vencidas son aquellas en las cuales el primer pago se efectúa un período después de la fecha de negociación conocida como punto focal o periodo cero. Conceptualmente se dice que una serie uniforme vencida se inicia con un período (período cero o valor presente) y termina con un pago y que este último pago coincide con el punto donde podemos ubicar el valor futuro equivalente a la serie uniforme vencida.

Gráficamente podemos representar una serie uniforme vencida de la siguiente manera:



Fuente: Los autores

El gráfico anterior nos muestra que una anualidad ordinaria vencida se comienza a pagar un período después de su valor presente y que el último pago coincide con el punto donde se ubica el valor futuro equivalente.

Matemáticamente podemos calcular la anualidad o pago mediante la siguiente fórmula:

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Dónde:

A= Anualidad, pago o alícuota igual

P = El valor presente equivalente,

i: La tasa interés acordada,

n: el tiempo pactado o número de pagos iguales.

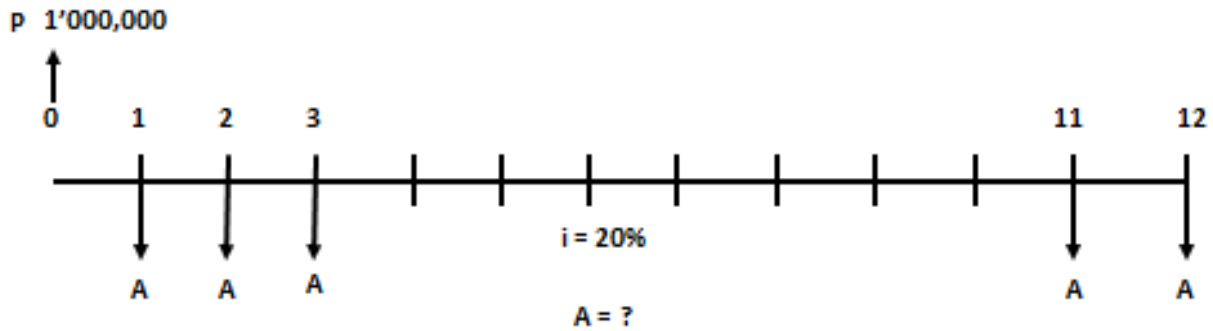
Ejemplo 1.

¿A qué serie uniforme de pagos efectuados al final de cada año, durante 12 años, corresponden \$1'000,000 desembolsados al comienzo del primer año si la tasa de interés es del 20% anual?

Solución:

Gráficamente tenemos

P= 1, 000,000



Reemplazando en la ecuación,

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = 1'000,000 \left[\frac{(1+0,20)^{12} 0,20}{(1+0,20)^{12} - 1} \right]$$

$$A = \left[\frac{1,783'220.090}{7.916} \right] = 225,264.965$$

R// Se deben efectuar pagos de \$225,264.965 al final de cada año, durante 12 años.

Solución en Excel:

Dentro de las funciones financieras que se incluyen en las hojas electrónicas de Excel, existe una función para cada una de las variables que intervienen en las series uniformes o alcúotas.

Para el ejemplo citado anteriormente, utilizamos la función financiera **PAGO**, la cual retorna el pago periódico de una anualidad fundamentándose en pagos constantes y tasa de interés constante, y se expresa de la siguiente manera:

PAGO(tasa, nper, va, vf, tipo)

Donde;

tasa= Tasa de interés por periodo de la anualidad

nper= Número total de pagos de la anualidad

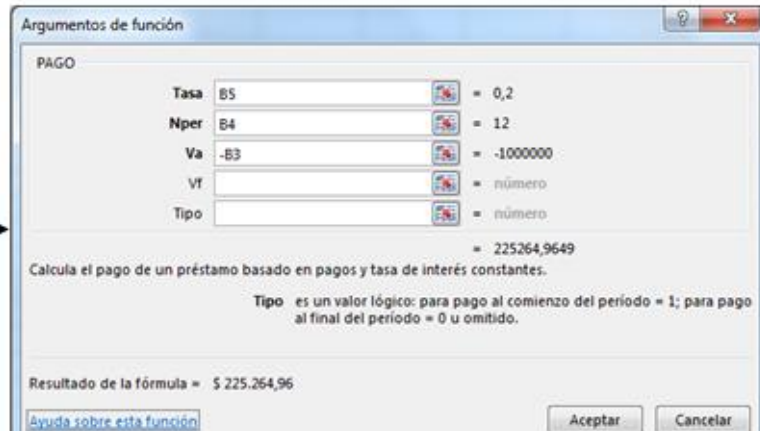
VA= Valor actual equivalente de los pagos

VF=Valor futuro equivalente de los pagos

Tipo= Valor lógico en el que 1 = pago al comienzo del periodo; 0= pago al final del período, este último también se puede omitir.

Aplicando las funciones de Excel al ejemplo, tenemos:

	A	B	C
1		Ejemplo - Pago	
2			
3	VA	\$ 1.000.000	
4	n	12 años	
5	Interés	20% EA	
6			
7	Pago	\$ 225.264,96	



Como se observa, los cálculos realizados en Excel bajo la función correspondiente, nos arrojan el mismo resultado que aplicando la fórmula manual. Por lo que cualquiera de las dos formas es válida.

Aspectos importantes para tener en cuenta son,

- La tasa de interés que se incluye en el argumento de función (Tasa) debe estar en la misma unidad de tiempo utilizada para el argumento Nper, en este caso, como los períodos de pago son anuales, la tasa de interés debe ser anual.
- El valor futuro (VF) debe omitirse porque calcularemos la anualidad dado un valor presente.
- Se recomienda introducir el argumento VA con signo negativo, como se aprecia en la imagen anterior para que el resultado sea positivo.

4.1.1 Valor presente de una anualidad ordinaria o vencida:

El valor presente de una anualidad vencida es la cantidad de dinero P, descompuesto en cuotas iguales a periodos iguales, y que bajo un interés compuesto, entregará un valor equivalente total en el momento presente.

Para determinar el valor presente de una anualidad vencida se reemplazan los datos conocidos en la siguiente expresión,

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right]$$

Dónde:

A: Anualidad o pago,

i: Tasa interés,

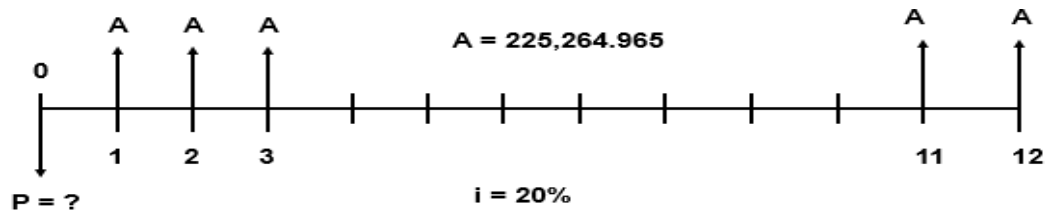
n: tiempo o número de pagos a efectuar

Tomando el mismo ejemplo anterior podemos calcular:

¿Cuánto se debe depositar hoy a fin de retirar \$225,264.965 al final de cada año, durante 12 años, si la tasa de interés es del 20% anual?

Solución:

Representando gráficamente,



Reemplazando los datos anteriores en la ecuación anterior tenemos:

$$P = 225,264.965 \left[\frac{(1 + 0,20)^{12} - 1}{(1 + 0,20)^{12} \cdot 0,20} \right]$$

$$P = 225,264.965 \left[\frac{7.916}{1.783} \right] = 1,000,000$$

R// Pagar 12 cuotas de \$225,264.965 a una tasa del 20% anual, es equivalente a pagar hoy \$1,000,000.

Solución en Excel,

Implementando la función financiera de valor presente, VA.

VA(tasa, nper, pago, vf, tipo)

	A	B	C
1	Ejemplo - Valor Actual		
2			
3	n	12 años	
4	interés	20% EA	
5	Pago	\$ 225.264,96	
6			
7	VA	\$ 1.000.000	



4.1.2 Valor futuro de una anualidad ordinaria o vencida:

Determina el valor acumulado al final de n periodos, acordando depósitos de \$X cantidad y reconociendo un interés del $i\%$ por periodo. Las siguientes fórmulas nos permiten hallar el valor futuro equivalente de una anualidad o pago y la anualidad equivalente a un valor futuro conocido:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

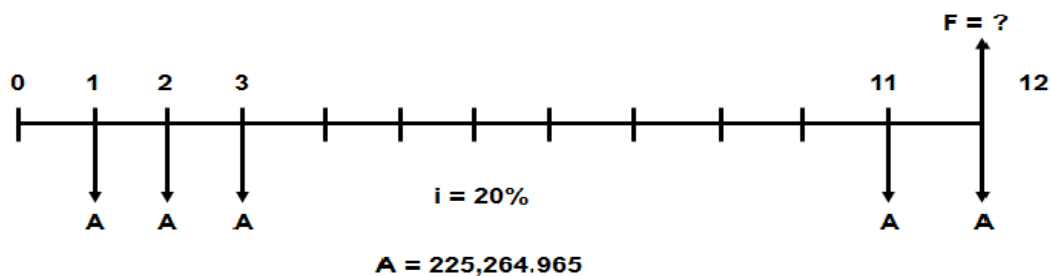
$$A = F \left[\frac{i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Continuando con el ejemplo:

¿A qué valor final corresponde una serie uniforme de desembolsos de \$225,264.965 efectuados al final de cada año, durante 12 años, si la tasa de interés es del 20% anual?

Solución:

En la gráfica,



Entonces,

$$F = 225,264.965 \left[\frac{(1 + 0,20)^{12} - 1}{0,20} \right]$$

$$F = 225,264.965 \left[\frac{7.916}{0,20} \right] = 8'916,100.452$$

R// Al final del año los desembolsos totalizarán \$8.916.100.

Solución en Excel, bajo la función financiera de valor futuro (VF)

$VF(tasa, nper, pago, va, tipo)$

	A	B	C
1	Ejemplo - Valor Futuro		
2			
3	n	12 años	
4	interés	20% EA	
5	Pago	\$ 225.264,96	
6			
7	VF	\$ 8.916.100	

Argumentos de función

VF

Tasa B4 = 0,2

Nper B3 = 12

Pago -B6 = -225264,9649

Va = número

Tipo = número

= 8916100,448

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tipo es el número 0 o 1 e indica cuándo vencen los pagos: pago al comienzo del período =1; pago al final del período = 0 u omitido.

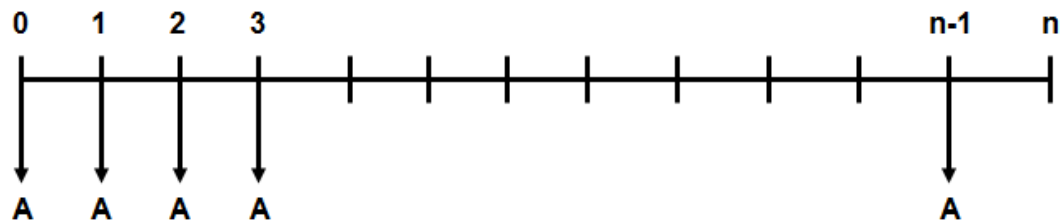
Resultado de la fórmula = \$ 8.916.100,45

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

4.2 ANUALIDAD O PAGO ANTICIPADO

Las anualidades ordinarias anticipadas son aquellas en las cuales el primer pago se efectúa al inicio del primer período el cual coincide con el punto donde se ubica el valor presente equivalente. Conceptualmente se dice que una serie uniforme anticipada se inicia con un pago (período cero o valor presente) y termina en un período y que este último pago se ubicará un período antes del punto donde se ubica el valor futuro equivalente a la serie uniforme anticipada.



Gráficamente podemos observar que una anualidad anticipada tiene su primer pago el mismo período que su valor presente y que el último pago se realiza un periodo antes del punto donde se ubica el valor futuro.

De forma matemática,

$$A = \frac{P}{(1+i)} \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Dónde:

P: Valor presente,

i: Tasa interés,

n: tiempo o número de pagos pactados.

Ejemplo 2.

Un comerciante desea alquilar un local durante un año, que tiene un valor de \$5'257,104 al momento del arriendo, ¿cuál es el canon mensual de arrendamiento que debe pagar, si se están efectuando los pagos el primer día de cada mes, durante los 12 meses del contrato, y si la tasa de interés es del 2,5% mensual?

Solución:

Reemplazando en la formula,

$$A = \frac{5'257,104}{(1 + 0,025)} \left[\frac{(1 + 0,025)^{12} \cdot 0,025}{(1 + 0,025)^{12} - 1} \right]$$

$$A = 5,128,881.95 \left[\frac{0.033622}{0.344888} \right] = 500,000$$

R// El canon mensual de arrendamiento que debe pagar el comerciante, efectuando los pagos el primer día de cada mes, con un interés del 2,5% mensual, es de \$500.000.

Aplicando las funciones de Excel, tenemos:

	A	B	C
1	Ejemplo - Pago anticipado		
2			
3	VA	\$ 5.257.104	
4	Interés	2,50% MV	
5	n	12 meses	
6			
7	Pago	\$ 500.000	

Argumentos de función

FAGO

Tasa B4 = 0,025

Nper B5 = 12

Va -B3 = -5257104

Vf = número

Tipo 1 = 1

= 499999,9661

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del periodo = 1; para pago al final del periodo = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = 499999,9661

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

4.2.1 Valor presente de una anualidad anticipada:

El valor presente de una anualidad anticipada es la cantidad de dinero P , descompuesto en cuotas iguales a periodos iguales *realizadas al inicio de cada periodo*, y que bajo un interés compuesto, entregará un valor equivalente total en el momento presente.

Para determinar el valor presente de una anualidad anticipada se reemplazan los datos conocidos en la siguiente expresión,

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right] (1+i)$$

Dónde:

A: Anualidad o pago,

i: Tasa interés,

n: Tiempo o número de pagos a efectuar

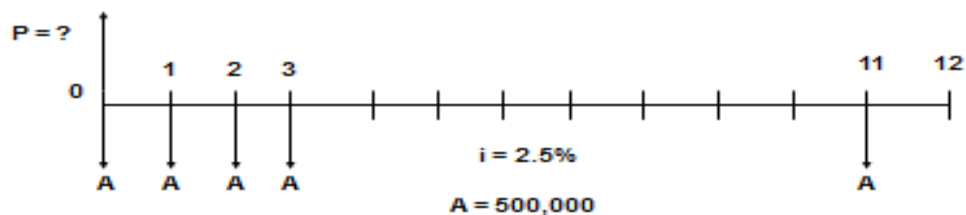
En la fórmula propuesta podemos observar que dado que el VP de la anualidad anticipada se calcula en el período -1 , es decir, en el período antes de cero, hay que llevarlo un período hacia el futuro multiplicando por $(1+i)$ para que vuelva a su punto focal.

Ejemplo 3.

Un comerciante paga \$500,000 como canon mensual de arrendamiento y debe efectuar los pagos el primer día de cada mes. Si ha de alquilar el local durante un año, ¿qué valor será equivalente hoy, al momento del arriendo, a los cánones por pagar durante 12 meses si la tasa de interés es del 2,5% mensual?

Solución:

Representando el problema de forma gráfica,



Aplicando la fórmula tenemos,

$$P = 500,000 \left[\frac{(1 + 0.025)^{12} - 1}{(1 + 0.025)^{12} \cdot 0.025} \right] (1 + 0.025)$$

$$P = 500,000 \left[\frac{0.353511045}{0.033622221} \right] = 5'257,104.36$$

R// Pagar 12 cuotas de \$500.000 efectuando los pagos el primer día de cada mes a una tasa del 2,5% mensual, es equivalente a pagar hoy 5'257,104.36.

En Excel,

Implementando la función financiera de valor presente, VA.

VA(tasa, nper, pago, vf, tipo)

	A	B	C
1	Ejemplo 8 - Valor Actual		
2			
3	Pago	\$ 500.000	
4	interés	2,50%	MV
5	n	12	meses
6			
7	VA	\$ 5.257.104,36	

Argumentos de función

VA

Tasa B4 = 0,025

Nper B5 = 12

Pago -B3 = -500000

VF = número

Tipo 1 = 1

= 5257104,357

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Tipo es un valor lógico: para pago al comienzo del período = 1; para pago al final del período = 0 u omitido.

Resultado de la fórmula = \$ 5.257.104,36

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

El tipo es 1 porque los pagos son al comienzo del período.

4.2.2 Valor futuro de una anualidad anticipada:

Determina el valor acumulado al final de n periodos, acordando depósitos de \$X cantidad al inicio de cada periodo y reconociendo un interés del $i\%$ por periodo.

Se denota de la siguiente forma;

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

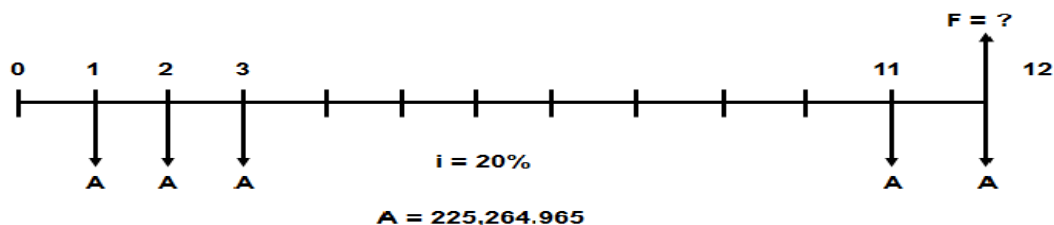
En la fórmula del valor futuro ocurre lo mismo que en la del valor presente, la fórmula para las anualidades anticipadas en valor futuro (F) se estaría calculando en el período $n-1$ (un período antes de n), por lo tanto se debe llevar un período hacia el futuro multiplicando por $(1 + i)$, para que vuelva a su punto focal.

Siguiendo con el ejemplo:

Un comerciante paga \$500,000 como canon mensual de arrendamiento y debe efectuar los pagos el primer día de cada mes. Si ha de alquilar el local durante un año, ¿qué valor será equivalente en el futuro, a los cánones por pagar durante 12 meses si la tasa de interés es del 2,5% mensual?

Solución:

En la gráfica,



Entonces,

$$F = 500,000 \left[\frac{(1 + 0,025)^{12} - 1}{0,025} \right] (1 + 0,025)$$

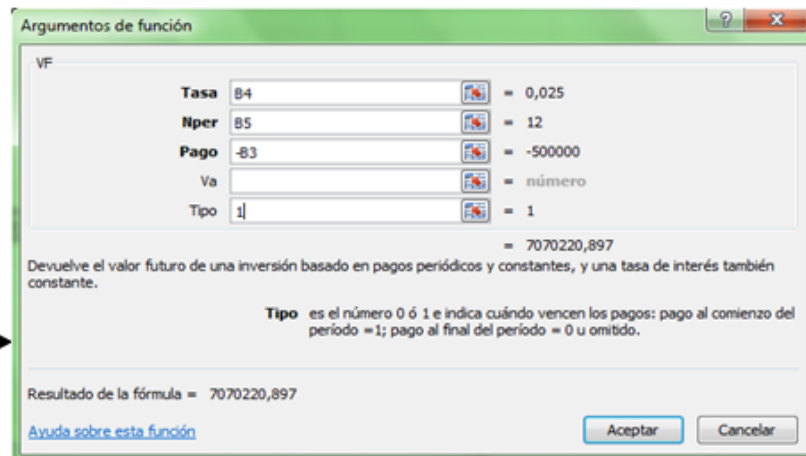
$$F = 500,000 \left[\frac{0,344888}{0,025} \right] (1,025) = 7'070,221$$

R// El valor equivalente en el futuro, a los cánones por pagar durante 12 meses, al inicio de cada mes, si la tasa de interés es del 2,5% mensual, es de \$7'070,221.

En Excel, bajo la función financiera de valor futuro (VF)

VF(tasa, nper, pago, va, tipo)

	A	B	C
1	Ejemplo - Valor futuro		
2			
3	Pago	\$ 500.000	
4	Interés	2,50% MV	
5	n	12 meses	
6			
7	VF	\$ 7.070.221	

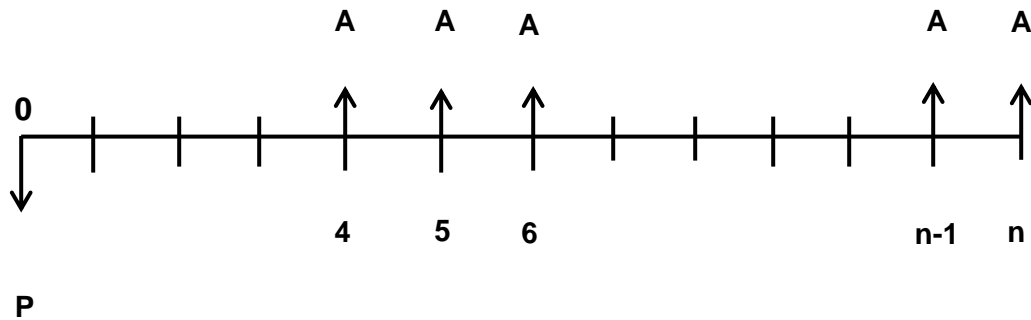


4.3 Anualidad diferida

La anualidad diferida es aquella en la cual el primer pago se realiza varios períodos después de la fecha inicial, es decir, que entre la fecha inicial y la correspondiente al

primer pago hay un tiempo muerto o período de gracia en donde no hay movimientos de efectivo. Es así como, el plazo total (n) se divide en dos períodos: el inicial que es muerto o de gracia y el final que es de pagos donde se hacen movimientos de efectivo.

Representando gráficamente una anualidad diferida tenemos:



Obsérvese que el primer pago está en el período 4, por lo cual la anualidad debe comenzar en el periodo 3 y terminar en el periodo n para que se cumpla la condición de que el número de pagos sea igual al número de periodos. Además de esto, su valor presente deberá trasladarse al punto donde se ubica la fecha focal.

Matemáticamente podemos calcular la anualidad diferida haciendo uso de las formulas ya vistas,

$$F = P(1 + i)^n$$

Dónde:

P = El valor presente equivalente,

i= La tasa interés acordada,

n= Tiempo o número de pagos a efectuar

La fórmula del valor futuro trasladaría el valor presente al punto donde se ubica la fecha focal, es decir, al momento donde se acuerda iniciar el pago de intereses. Otra fórmula utilizada es,

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

Dónde:

A= Anualidad, pago o alícuota igual

P = El valor presente equivalente,

i= La tasa interés acordada,

n= Número de períodos de pago.

Una vez se traslade el valor presente a la fecha focal, se prosigue a calcular el pago o anualidades con la fórmula correspondiente, en este caso, se mostró la fórmula de anualidades vencidas suponiendo que los pagos son al final de cada período.

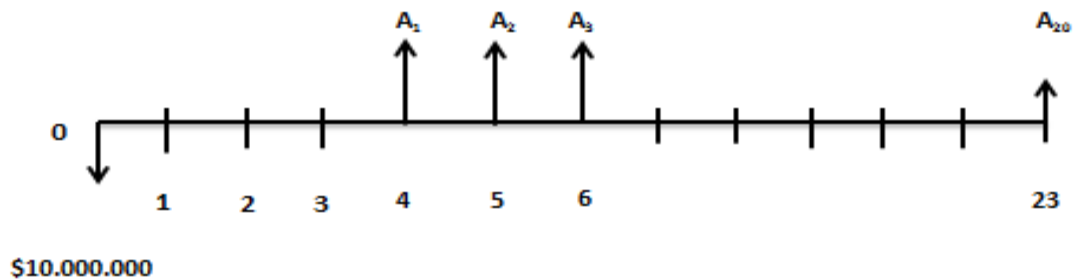
Ejemplo 4.

Un agricultor necesita financiar un nuevo proyecto agrícola, por lo que le ha solicitado al banco un préstamo de \$10 millones para ser cancelado en 20 pagos iguales trimestrales, sin embargo también solicita que le permitan efectuar el primer pago exactamente al año de que se le conceda el préstamo, ya que con el dinero del préstamo va a invertir en la fase de producción del proyecto la cual requiere del tiempo

necesario para el arrendamiento del predio, preparación del terreno, siembra, fertilización, etc. Calcular los pagos trimestrales con una tasa del 7% t.v.

Solución:

Representando el problema de forma gráfica,



Empleando las formulas correspondientes:

Para el traslado del valor presente a la fecha donde se inician los pagos,

$$F = 10'000.000(1 + 0,07)^3$$

$$F = 12'250,430$$

Para el cálculo de los pagos trimestrales,

$$A = 12'250,430 \left[\frac{(1 + 0,07)^{20} 0,07}{(1 + 0,07)^{20} - 1} \right]$$

$$A = 12'250,430 \left[\frac{0,2708779}{2,8696845} \right]$$

$$A = 12'250,430[0,0943929]$$

$$A = \$1,156,354$$

R// El agricultor debe pagar al banco trimestralmente \$1.156.354 durante 20 trimestres y después de 1 año de adquirido el préstamo, a una tasa del 7% tv.

En Excel,

Aplicando la función financiera VF y PAGO.

	A	B	C
1	Ejemplo - Valor futuro		
2			
3	VP	\$ 10.000.000	
4	Interés	7,0% t.v	
5	n	3 trimestres	
6	VF	\$ 12.250.430	

	A	B	C
1	Ejemplo - Anualidad		
2			
3	VP	\$ 12.250.430	
4	Interés	7,0% t.v	
5	n	20 trimestres	
6	Pago	\$ 1.156.354	



Argumentos de función

PAGO

Tasa B4 = 0,07

Nper B5 = 20

Va -B3 = -12250430

Vf = número

Tipo = número

= 1156353,929

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Va es el valor actual: la cantidad total de una serie de pagos futuros.

Resultado de la fórmula = 1156353,929

[Ayuda sobre esta función](#)

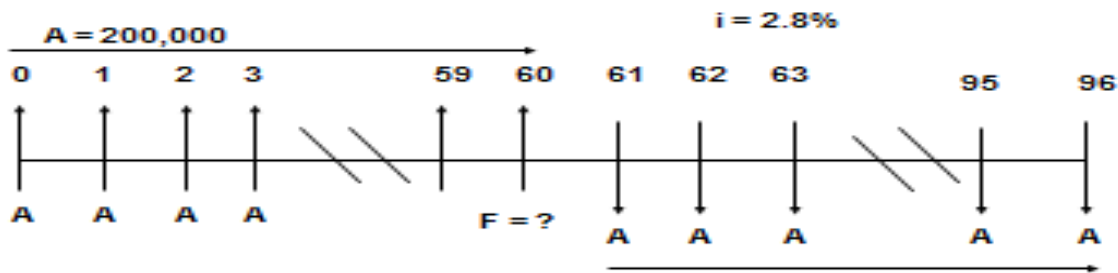
Aceptar Cancelar

Ejemplo 5.

Un estudiante solicita un préstamo para su educación universitaria y recibe de una entidad oficial la suma de \$200,000 al inicio de cada mes durante cinco años. El compromiso adquirido es pagar la deuda en mensualidades iguales, una vez graduado y con empleo, en un período de tres años. Si el interés del préstamo es del 2.8% mensual, ¿cuánto pagará mensualmente una vez graduado?

Solución:

Gráficamente tendríamos,



De forma matemática,

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

$$F = 200,000 \left[\frac{(1+0.028)^{60} - 1}{0,028} \right] (1+0,028)$$

$$F = 200,000 \left[\frac{4.243084771154}{0,028} \right] (1,028) = 31156,365.32$$

El resultado anterior representa la deuda vigente del estudiante al terminar sus estudios los cuales deberá comenzar a pagar en 36 cuotas mensuales iguales según el siguiente cálculo:

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

$$A = 31'156,365.32 \left[\frac{(1+0,028)^{36} 0,028}{(1+0,028)^{36} - 1} \right]$$

$$A = 31'156,365.32 \left[\frac{(2,70241552835) 0,028}{1,70241552835} \right] = 1'384,813.77$$

R// El estudiante pagará mensualmente, una vez graduado, \$1'384,813.77 en un período de tres años y con un interés del 2.8% mensual.

Solución en Excel,

	A	B	C
1	Ejemplo - Valor Futuro		
2			
3	Pago	\$ 200.000	
4	Interés	2,8% Mv	
5	n	60 Mensual	
6	VF	\$ 31.156.365	

Argumentos de función

VF

Tasa B4 = 0,028

Nper B5 = 60

Pago -B3 = -200000

Va = número

Tipo 1 = 1

= 31156365,32

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tipo es el número 0 ó 1 e indica cuándo vencen los pagos: pago al comienzo del periodo = 1; pago al final del periodo = 0 u omitido.

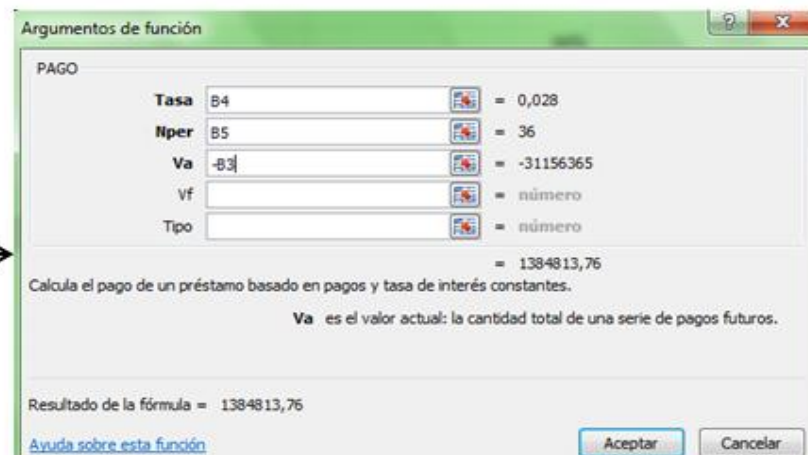
Resultado de la fórmula = 31156365,32

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

El tipo es 1 porque los pagos son al comienzo del periodo.

	A	B	C
1	Ejemplo - Anualidad		
2			
3	VP	\$ 31.156.365	
4	Interés	2,8% Mv	
5	n	36 Meses	
6	Pago	\$ 1.384.814	



4.4 Anualidad perpetúa

La anualidad perpetua es aquella en la cual hay un infinito número de pagos. Este tipo de anualidad no existe dado que toda deuda tiene un fin, sin embargo, se tiene en cuenta el cálculo de esta anualidad cuando no se sabe cuántos pagos son o el último pago se encuentra en un futuro muy lejano. De forma matemática se expresa de la siguiente manera:

$$P = \frac{A}{i}$$

Dónde:

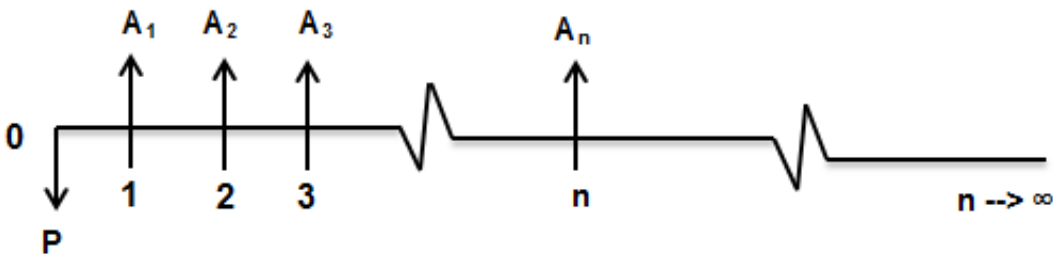
P = El valor presente equivalente

A= Anualidad, pago o alícuota igual,

i: La tasa interés acordada,

En la anualidad perpetua debe tenerse en cuenta que solo existe el valor presente, ya que el valor futuro sería infinito. Es importante resaltar también que en las anualidades perpetuas como n tiende a infinito, no importa si son vencidas o anticipadas, por lo tanto siempre se utilizará la fórmula general expresada anteriormente.

Gráficamente podemos representar una anualidad perpetua así:



Como se puede observar no existe un límite de tiempo, es decir, n tiende a infinito. Por lo que el valor presente de una anualidad perpetua sería aquella cantidad de dinero P que bajo un interés compuesto, en un número infinito de periodos, entregará un valor equivalente al total de las anualidades.

Ejemplo 6.

El señor Pérez se ha ganado el baloto y desea hacer un depósito para que su hijo, que hoy tiene 15 años, pueda retirar mensualmente \$650, 000 durante toda la vida, o por lo menos hasta que el dinero se acabe. ¿Cuánto debe depositar el señor Pérez en una cuenta que paga el 1,5% mensual?

Solución:

Aplicando la formula correspondiente,

$$P = \frac{\$645.000}{0,015}$$

$$P = \$43.000.000$$

R// El señor Pérez debe depositar en la cuenta que paga el 1,5% mensual, \$43.000.000 para que su hijo, que hoy tiene 15 años, pueda retirar mensualmente \$650,000 durante toda su vida.

4.5 Amortización y Capitalización

4.5.1. Amortización

La amortización de deudas es un aspecto muy importante en las finanzas puesto que a través de ella podemos reducir a cero una deuda, considerando pagos periódicos según lo acordado entre el deudor y el acreedor. Este comportamiento de la deuda lo podemos comprender mejor mediante una *tabla de amortización*, la cual nos informa acerca de la evolución de la deuda debido a que nos muestra período a período lo siguiente:

- El valor de los intereses causados,
- El valor de la cuota pagada,
- El valor del abono a capital y,
- El saldo del crédito o deuda.

La explicación de la forma de elaborar una tabla de amortización se mostrará con el siguiente ejemplo.

Ejemplo 7.

Se desea crear una tabla de amortización para controlar un crédito de \$50,000 el cual se va a cancelar en 6 cuotas mensuales iguales con una tasa de interés del 1.5% mensual vencido.

Solución:

En primer lugar se debe calcular el valor del pago mensual mediante la función Pago en Excel,

PAGO (tasa, nper, va, vf, tipo)

Donde;

tasa= Tasa de interés por periodo del crédito

nper= Número total de pagos del crédito

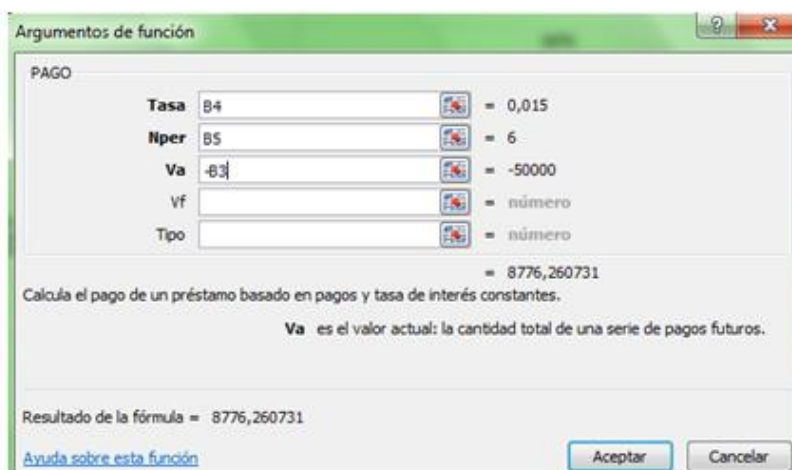
VA= Valor actual equivalente de los pagos

VF=Valor futuro equivalente de los pagos

Tipo= Valor lógico en el que 1 = pago al comienzo del periodo; 0= pago al final del periodo, este último también se puede omitir.

Aplicando la función en Excel,

	A	B	C
1	Ejemplo - Crédito		
2			
3	VP	\$ 50.000	
4	Interés	1,5% Mv	
5	n	6 Meses	
6	Pago	\$ 8.776	



En segundo lugar se elabora la tabla de amortización con los pagos iguales,

Periodos	Capital	Intereses	Pago	Amortizaci3n
0	50,000.00			
1	41,973.74	750.00	\$8,776.26	8,026.26
2	33,827.08	629.61	\$8,776.26	8,146.65
3	25,558.23	507.41	\$8,776.26	8,268.85
4	17,165.34	383.37	\$8,776.26	8,392.89
5	8,646.56	257.48	\$8,776.26	8,518.78
6	-	129.70	\$8,776.26	8,646.56
		2,657.56	52,657.56	50,000.00

Se puede observar lo siguiente con respecto a la tabla anterior:

Primero, el capital se va reduciendo periodo a periodo hasta llegar a cero en el último periodo pactado, en este caso el mes 6. Esto sucede porque el capital de cada periodo debe restar la debida amortización para así reducir el importe de la deuda a cero.

Segundo, el crédito contempla unos intereses los cuales se deben pagar por utilizar un capital ajeno. Aquellos intereses son establecidos desde el principio y se calculan sobre el capital de cada periodo.

Tercero, los pagos corresponden a los intereses, es decir, es la porción que se destina a remunerar al propietario del capital.

Y por último, la amortización que corresponde al abono a capital, ósea, la porción que se destina a pagar la deuda.

Es importante tener en cuenta que se pueden presentar casos en los cuales el cliente solicite en cualquier punto del tiempo de su deuda que se le reciban abonos extraordinarios no pactados desde un principio, los cuales al aplicarse al crédito pueden generar las siguientes situaciones:

- Una reducción de valor de las cuotas futuras
- Una disminución en el plazo del crédito

Mediante el ejemplo anteriormente planteado se explicará la elaboración de una tabla de amortización con abonos extraordinarios.

Ejemplo 8.

Se desea crear una tabla de amortización para controlar un crédito de \$50,000 el cual se va a cancelar en 6 cuotas mensuales iguales con una tasa de interés del 1.5% mensual vencido. Se recibe un abono extraordinario de \$10,000 junto con la cuota 3.

- El cliente desea seguir pagando la misma cuota, por lo tanto se reducirá el plazo del crédito.

Periodos	Capital	Intereses	Pago	Amortización
0	50.000,00			
1	41.973,74	750,00	\$8.776,26	8.026,26
2	33.827,08	629,61	\$8.776,26	8.146,65
3	15.558,23	507,41	\$18.776,26	18.268,85
4	7.015,34	233,37	\$8.776,26	8.542,89
5	-	105,23	7.120,57	7.015,34
6				
		2.225,62	52.225,62	50.000,00

De la tabla anterior se puede observar que debido al abono extraordinario que hizo el cliente en la cuota 3 y con el deseo de seguir pagando la misma cuota, el plazo del crédito se redujo a 5 meses por lo que el pago de la última cuota se realizó en el mes 5

por valor de \$ 7,120.57, equivalente al saldo anterior por \$7,015.34 más los intereses por \$105.23.

- El cliente desea que se reduzcan sus cuotas siguientes conservando el mismo plazo.

Periodos	Capital	Intereses	Pago	Amortización
0	50,000.00			
1	41,973.74	750.00	\$8,776.26	8,026.26
2	33,827.08	629.61	\$8,776.26	8,146.65
3	15,558.23	507.41	\$18,776.26	18,268.85
4	10,449.17	233.37	\$5,342.43	5,109.06
5	5,263.48	156.74	\$5,342.43	5,185.69
6	-	78.95	\$5,342.43	5,263.48
		2,356.08	52,356.08	50,000.00

La tabla anterior nos muestra que por el abono extraordinario que hizo el cliente en la cuota 3 con el deseo de reducir sus cuotas siguientes conservando el mismo plazo, el plazo del crédito se mantiene en los 6 meses inicialmente pactados por lo que la cuota mensual a partir del mes 4 queda en \$5,342.23.

4.5.2 Capitalización

La capitalización se entiende como el proceso de reunir un capital mediante depósitos periódicos, en los cuales se reciben unos beneficios llamados intereses. Este proceso puede ser seguido por medio de una tabla de capitalización, que nos muestra, período a período, la forma como se va reuniendo un capital. Además nos permite estar

informados acerca de la evolución de la inversión porque nos muestra los siguientes ítems:

- El valor de los intereses devengados,
- El valor del depósito efectuado,
- El valor del incremento del capital y,
- El saldo de la inversión.

Haciendo uso del siguiente ejemplo explicaremos la forma de construir una tabla de amortización.

Ejemplo 9.

Se desea crear una tabla de capitalización que controle una meta de inversión de \$50,000, depositando una cantidad igual durante 6 cuotas mensuales en un fondo de inversión que reconoce con una tasa de interés del 0.5% MV.

Solución:

Primero, debemos calcular el valor del depósito mediante la función pago en Excel.

PAGO (tasa, nper, va, vf, tipo)

	A	B	C
1	Ejemplo - Capitalización		
2			
3	VF	\$ 50.000	
4	Interés	0,5% MV	
5	n	6 Meses	
6	Pago	\$ 8.229,77	

Argumentos de función

PAGO

Tasa B4 = 0,005

Nper B5 = 6

Va = número

Vf -B3 = -50000

Tipo = número

= 8229,77282

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Vf es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago y que se asume 0 (cero) si se omite.

Resultado de la fórmula = 822977,28%

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

Segundo, procedemos a elaborar la tabla.

Periodos	Capital	Intereses	Depósito	Incr. Capital
0				
1	8,229.77	-	\$8,229.77	8,229.77
2	16,500.69	41.15	\$8,229.77	8,270.92
3	24,812.97	82.50	\$8,229.77	8,312.28
4	33,166.81	124.06	\$8,229.77	8,353.84
5	41,562.42	165.83	\$8,229.77	8,395.61
6	50,000.00	207.81	\$8,229.77	8,437.58
		621.36	49,378.64	50,000.00

De la tabla de capitalización anterior podemos observar lo siguiente:

- El capital, que se refiere al saldo acumulado al inicio del período de pago. En el primer período es igual cero y en los períodos restantes es igual al saldo acumulado del período anterior más el incremento a capital del periodo anterior e intereses del periodo actual.
- Los intereses, que se reciben y calculan sobre el capital de cada periodo.
- El depósito, que es el valor que se ahorra y dado que es un aporte del inversionista la totalidad se considera capital. Su monto corresponde al pago encontrado mediante la función de Excel.
- El incremento a capital, que se refiere al saldo capitalizado al final del período de pago. En el último período debe ser igual al valor futuro establecido. Se calcula como la sumatoria del capital del período, más el depósito del periodo, más los intereses devengados durante el período.

RESUMEN DE FÓRMULAS. CAPÍTULO 4: Series Uniformes

1. Anualidad ordinaria vencida

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

En Excel: *PAGO(tasa, nper, va, vf, tipo)*

2. Valor presente de una anualidad ordinaria o vencida:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right] (1+i)$$

En Excel: *VA(tasa, nper, pago, vf, tipo)*

3. Valor futuro de una anualidad ordinaria o vencida:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right]$$

En Excel: *VF(tasa, nper, pago, va, tipo)*

4. Anualidad o pago anticipado:

$$A = \frac{P}{(1+i)} \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

5. Valor presente de una anualidad anticipada:

$$P = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n i} \right] (1+i)$$

6. Valor futuro de una anualidad anticipada:

$$F = A \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] (1+i)$$

7. Anualidad diferida

$$F = P(1+i)^n$$

$$A = P \left[\frac{(1+i)^n i}{(1+i)^n - 1} \right]$$

8. Anualidad perpetua

$$P = \frac{A}{i}$$

EJERCICIOS CAPITULO 4. Series Uniformes

1. Un contrato de arriendo por un año establece el pago de \$20,000 mensuales al principio de cada mes. Si ofrecen cancelar todo el contrato a su inicio, ¿cuánto deberá pagar, suponiendo:
 - a. tasa del 30% anual CM;
 - b. tasa 3% mes anticipado.

(Respuesta: a) \$210,284; b) \$204,105)

2. Un documento estipula pagos trimestrales de \$10,000, iniciando el primer pago el primero de enero de 2016 y terminando el primero de julio de 2024. Si desea cambiar este documento por otro que estipule pagos trimestrales de \$A comenzando el primero de abril de 2017 y terminando el primero de julio de 2018, hallar el valor de \$A. Suponga una tasa del 20% CT. Nota: el valor de los dos documentos debe ser igual en el punto que escoja como fecha focal.

(Respuesta: \$41,172.87)

3. Una empresa tiene dos deudas con un banco, la primera deuda es de \$100,000 con interés del 30% anual MV. se adquirió hace 6 meses y hoy se vence; la segunda por \$200,000 al 32% anual MV se contrató hace 2 meses y vence en 4 meses, debido a la incapacidad de cancelar la deuda. la empresa propone al banco refinanciar su deuda, llegándose a un acuerdo entre las partes de la siguiente forma: Hacer 3 pagos iguales con vencimiento en 6, 9 y 12 meses, con una tasa del 33% anual MV. ¿Cuál es el valor de cada pago?

(Respuesta: \$138,452.64)

4. Una persona compra un automóvil en \$6'000,000; si le exigen una cuota inicial del 40% y el resto lo cancela en 36 cuotas mensuales, ¿a cuánto ascenderá la cuota, suponiendo intereses del 3.5% efectivo mensual?

(Respuesta: \$177,422.97)

5. Si en el problema anterior se ofrecen dos cuotas extraordinarias: la primera de \$350,000 en el mes 5 y la segunda de \$500,000 en el mes 18. ¿cuál será el valor de la cuota ordinaria?

(Respuesta: \$149,633.07)

6. Una máquina cuesta al contado \$600,000. Para promover las ventas, se ofrece que puede ser vendida en 24 cuotas mensuales iguales, efectuándose la primera el día de la venta. Si se carga un interés del 3% efectivo mensual. Calcular el valor de cada pago.

(Respuesta: \$34,396.55)

7. Un padre de familia prometió a su hija que cuando ella cumpliera 15 años le haría su fiesta, además de regalarle un viaje de 8 días a San Andrés. Según las investigaciones realizadas por el padre, para poder cumplir su promesa requiere \$5,000,000, por lo cual ha decidido ahorrar cada fin de mes cierta cantidad que le permita cumplir lo ofrecido. Si la tasa de interés es del 10% anual TA. Y la niña tiene actualmente 12 años, determinar:

b. El valor de los depósitos mensuales.

c. Si él quisiera hacer un solo depósito el día de hoy, ¿cuál sería la cantidad a invertir?

d. Si él puede hacer durante el periodo ahorros semestrales extraordinarios de \$ 500,000. ¿De cuánto le quedarán los depósitos mensuales?

8. Un fondo para empleados presta a un socio la suma de \$2 millones para ser pagado en 3 años, mediante cuotas mensuales uniformes, con intereses sobre saldos al 24% anual CM. Si en el momento de pagar la sexta cuota, decide pagar en forma anticipada las cuotas 7,8 y 9:

a. ¿cuál debe ser el valor a cancelar al vencimiento de la sexta cuota?

b. ¿cuál debe ser el valor de los intereses descontados?

(Respuestas: a) \$304,751.66; b) \$9,111)

9. Hallar el monto y el valor presente de 20 pagos de \$2,000 c/u. Suponiendo una tasa del 18%.

(Respuestas: P = \$10,705.49; F = \$293,255.86)

10. Una persona desea comprar una máquina que vale \$800,000, con el objeto de poder disponer de esa cantidad el primero de diciembre de 2017. Comienza a hacer depósitos mensuales de \$A en un fondo que paga el 30% CM. Si el primer depósito lo hace el primero de febrero de 2016, hallar el valor del depósito mensual.

(Respuesta: \$26,157.10)

11. Un equipo de sonido cuesta \$400,000 al contado, pero puede ser cancelado en 24 cuotas mensuales de \$33,000 c/u., efectuándose la primera el día de la venta. ¿Qué tasa efectiva mensual se está cobrando?

(Respuesta: 7.159% EM)

12. Se necesita \$1 millón para realizar un proyecto de ampliación de una bodega. Una compañía A ofrece prestar el dinero, pero exige que le sea pagado en 60 cuotas mensuales vencidas de \$36,132.96 c/u. Otra compañía B ofrece prestar el dinero, pero para que le sea pagado en 60 cuotas mensuales de \$19,000 c/u. Y dos cuotas adicionales así: la primera de \$250,000 pagadera al final del mes 12; la segunda de \$350,000 pagadera al final del mes 24. Hallar la tasa efectiva mensual y anual que cobra cada una de las compañías, para decidir qué préstamo debe utilizar.

(Respuesta: Cía. A 3% mes, 42.57% EA; Cía. B 2.34% mes, 31.96% EA)

13. Si un banco le presta a usted \$20,000,000 a una tasa combinada equivalente a la DTF EA más 6 puntos anual TA y si el plazo del crédito es de 36 meses:
- ¿De cuánto le quedarán las cuotas mensuales si la DTF se cotiza al 4.05% EA?
 - Calcule en Excel la tabla de amortización correspondiente bajo la modalidad de pago de cuotas iguales y de abono a capital igual más intereses.

14. Una persona se compromete a pagar \$60,000 mensuales, a partir del 8 de julio de 2017 hasta el 8 de diciembre de 2018. Para dar cumplimiento a ese contrato, se propone hacer depósitos mensuales de \$R c/u, en una cuenta de ahorros que como mínimo le garantiza el 1.5% efectivo mensual. Si el primer depósito lo efectúa el 8 de marzo de 2015, ¿cuál será el valor de \$R, suponiendo que el último depósito lo hará:

- el 8 de diciembre de 2018
- el 8 de julio de 2017
- el 8 de junio de 2017
- el 8 de abril de 2016

(Respuestas: a) \$18,749; b) \$26,514; c) \$27,271; d) \$49,411)

15. Elaborar una tabla para amortizar la suma de \$3 millones en pagos trimestrales durante 15 meses con una tasa del 46% CT

(Respuesta parcial: Cuota: \$821 945.32 Trimestral)

16. Elaborar una tabla para capitalizar la suma de \$2 millones mediante depósitos semestrales durante 3 años. Suponga una tasa del 42% CS.

(Respuesta parcial: Depósito: \$196405.92 Semestral)

17. Una persona desea reunir \$800 000 mediante depósitos mensuales de \$R c/u durante 5 años en una cuenta que paga el 30% CM. ¿Cuál es el total de intereses ganados hasta el mes 30?

(Respuesta: \$81 785.81)

18. Un señor compró un automóvil, dando una cuota inicial del 20% y el saldo lo cancela con cuotas mensuales de \$317,689.78 durante 3 años. Después de efectuar el pago de la cuota 24 ofrece cancelar el saldo de la deuda de un solo contado y le dicen que su saldo en ese momento asciende a la suma de \$3 060 928.56.
- Calcular con 2 decimales exactos la tasa efectiva mensual que le están cobrando.
 - Calcular la tasa efectiva anual equivalente que le cobran.
 - ¿Cuál es el costo total del automóvil?

(Respuestas: a) 3.55% efectivo mensual; b) 52% efectivo anual; c) \$8 millones)

19. Una empresa requiere un préstamo de \$60,000,000 para amortizarlo durante 5 años mediante pagos de cuotas semestrales iguales, a un interés del 8% semestral. Las cuotas cubren capital e intereses que se liquidan sobre el saldo.
- Determine el valor de la cuota semestral
 - Determine el saldo de la deuda al final del segundo año
 - Determine el abono a capital del cuarto año
 - Determine el saldo de la deuda al cuarto año
 - Construya la matriz de pagos

(Respuestas: a) \$8.941.769,32; b) \$41.336.723,56; c) 13.670.732,17; d)
\$15.945.542,00)

20. Si al comprar un producto se paga el 30% de su valor como cuota inicial y el resto se pacta a una tasa del 7,8% trimestral, mediante cuotas trimestrales anticipadas por valor de \$150.000 durante dos años. ¿de cuánto es el valor del producto que adquirió?

(Respuesta: \$1.337.608,52)

CAPÍTULO 5.

GRADIENTES

Objetivo General

Aplicar los conceptos y herramientas aprendidos en los capítulos anteriores (tasas de interés, valor presente y valor futuro, y pagos y anualidades), para resolver problemas de series de flujos que varían ya sea por un valor aritmético o por un valor porcentual, utilizando tanto formulas financieras, como la hoja de cálculo Excel.

Objetivos Específicos

1. Presentar la definición de gradiente
2. Explicar los conceptos de gradiente aritmético y gradiente geométrico
3. Calcular e interpretar el concepto de valor presente y valor futuro de una serie de gradiente geométrico o aritmético
4. Estimar el valor presente de una serie infinita de gradiente geométrico o aritmético

DEFINICIÓN DE GRADIENTE.

Se denomina gradiente a la variación existente en una serie o sucesión de pagos. Los gradientes se emplean en las operaciones financieras cuando se acuerda el pago de cuotas periódicas crecientes o decrecientes, las cuales se conforman de una alícuota más un factor de variación, ya sea aritmético, también llamado gradiente lineal, o geométrico, refiriéndose a una variación porcentual.

5.1 GRADIENTE ARITMÉTICO (G)

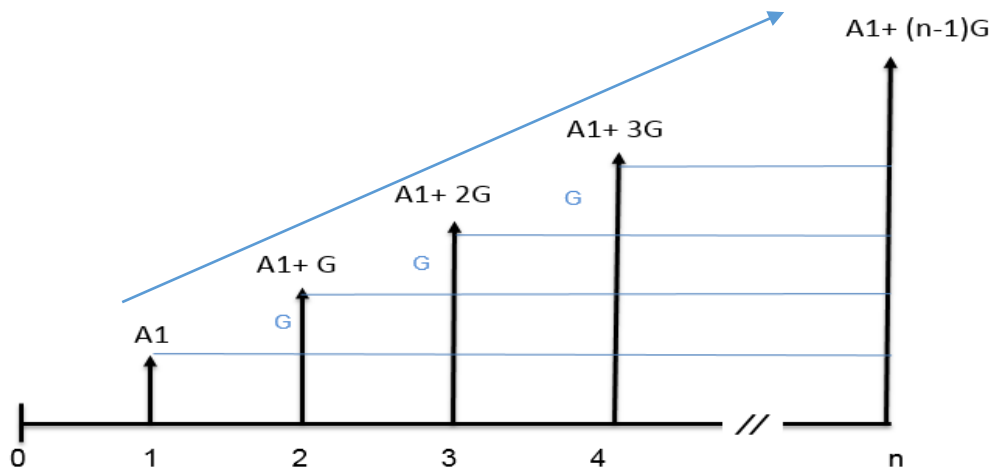
Un gradiente aritmético consiste en la variación lineal o constante de una serie de pagos, es decir, si la serie de pagos aumenta o disminuye respecto al anterior en una misma cantidad (G), dicha cantidad se considera el gradiente aritmético. Si el gradiente aritmético es positivo, la sucesión de pagos será creciente, y si el gradiente es negativo, la sucesión de pagos será decreciente. La forma de representar una serie de pagos o flujos de fondos con gradiente aritmético es la siguiente:

Tabla 5. Serie de pagos con gradiente Aritmético.

Primer pago	$A_1 =$	A_1	ó	A_1
Segundo pago	$A_2 =$	$A_1 + G$	ó	$A_1 + G$
Tercer pago	$A_3 =$	$A_1 + 2G$	ó	$A_2 + G$
Cuarto pago	$A_4 =$	$A_1 + 3G$	ó	$A_3 + G$
.		.		.
.		.		.
Enésimo pago	$A_n =$	$A_1 + (n-1)G$	ó	$A_{n-1} + G$

Fuente: Los autores

Gráfico 7. Flujo de fondos con gradiente aritmético positivo



Fuente: Los autores

Tiendo en cuenta el cuadro y la ilustración anterior, la forma general de representar el último pago o término con gradiente aritmético es:

$$A_n = A_1 + (n-1)G$$

Donde:

A_n : Último pago o término del gradiente aritmético

A_1 : pago base (sin gradiente)

G : gradiente aritmético (monto constante)

n : Numero de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 1.

Hallar el valor de la última cuota de una sucesión de flujos, donde el primer pago es de \$100.000 y este aumenta \$8.000 mensualmente durante un año.

Solución:

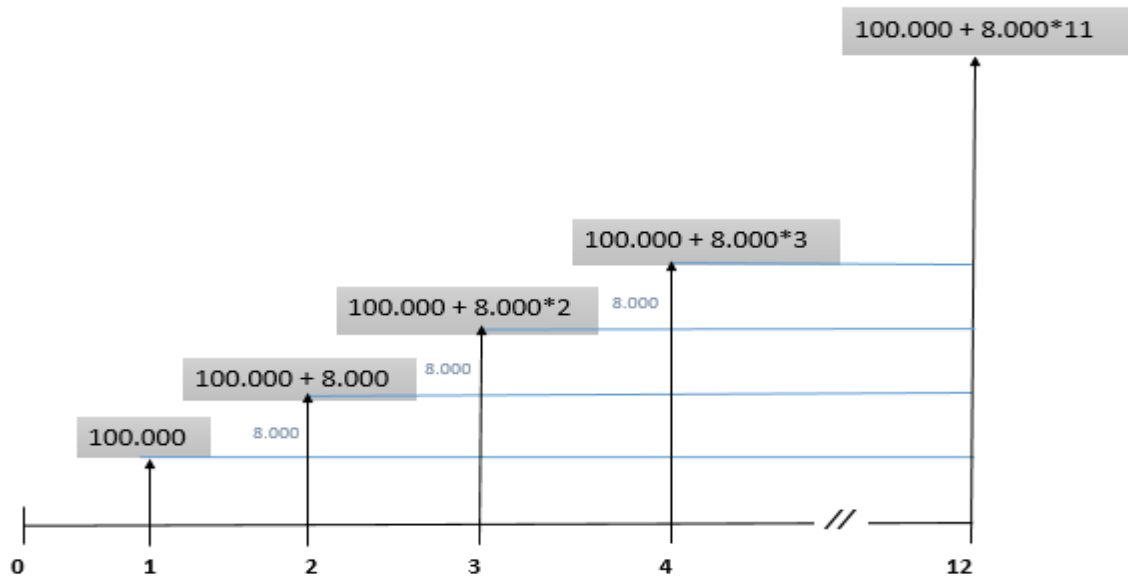
$$A_1 = 100.000$$

$$G = 8.000$$

$$n = 12$$

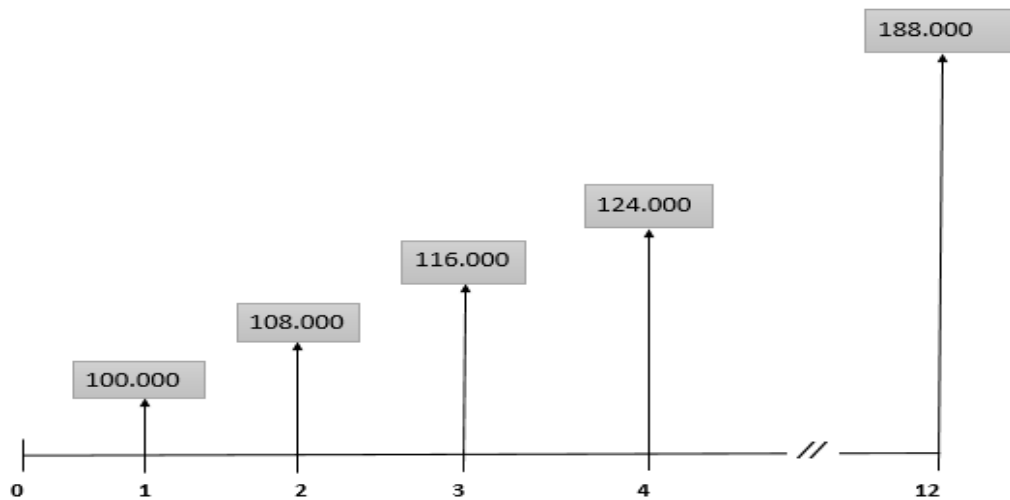
$$A_{12} = 100.000 + (12-1)*8.000 = \underline{\$188.000}$$

Gráfico 8. Flujo de Fondos con gradiente aritmético \$8.000 y base \$100.000



Fuente: Los autores

Gráfico 9. Flujo de Fondos con gradiente aritmético \$8.000 y base \$100.000



Fuente: Los autores

5.1.1 Valor Presente del Gradiente Aritmético

El valor presente de una serie de gradientes, constituye a un pago único en el momento actual o periodo cero, equivalente a la serie de flujos que aumentan o disminuyen en un monto constante (gradiente aritmético). Para conocer dicho valor presente se debe emplear la siguiente ecuación:

$$VP = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i(1+i)^n} - n(1+i)^{-n} \right]$$

O se puede re expresar de la siguiente manera:

$$VP = A_1 \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$$

Donde:

VP: valor presente de la serie de flujos con gradiente aritmético

A_1 : pago base (sin gradiente)

G: gradiente aritmético (monto constante)

i: tasa de interés de la operación financiera

n: número de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 2.

Hallar el valor presente de un préstamo que se amortiza efectuando 12 pagos, los cuales se incrementan mensualmente en \$50.000, y cuya cuota inicial es de \$300.000. La tasa de interés de dicho préstamo es del 24% anual mes vencido.

Solución:

$$A_1 = 300.000$$

$$G = 50.000$$

$$i = 24\% \text{ a.m.v} = 24\%/12 = 2\% \text{ m.v}$$

$$n = 12 \text{ meses}$$

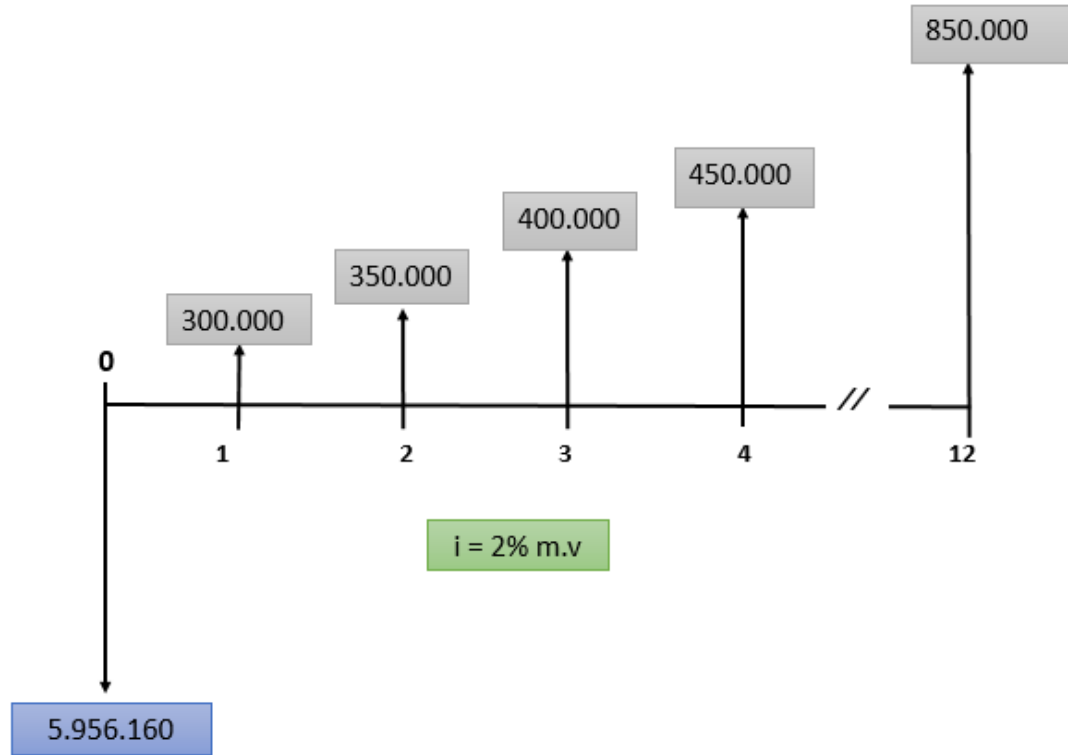
$$VP = 300.000 \left[\frac{1 - (1 + 2\%)^{12}}{i} \right] + \frac{50.000}{2\%} \left[\frac{1 - (1 + 2\%)^{12}}{i} - 12(1 + 2\%)^{-12} \right]$$

$$VP = 300.000*(10.57534122) + 2.500.000*(10.57534122 - 9.46191811) =$$

$$\underline{\underline{\$5.956.160}}$$

R// El valor presente del préstamo es \$5.956.160

Gráfico 10. Flujo de fondos de un préstamo de \$5.956.160, amortizado en 12 cuotas mensuales con gradiente aritmético de \$50.000 y base de \$300.000



Fuente: Los Autores

5.1.2 Valor presente del gradiente aritmético con Excel

Para hallar el valor presente de una serie de flujos de fondos con gradiente aritmético se puede emplear la función de Excel *VNA*, la cual se encarga de traer a presente una serie de flujos, descontándolos a una tasa determinada.

Ejemplo 3.

Hallar el valor presente de un préstamo que se amortiza efectuando 12 pagos, los cuales se incrementan mensualmente en \$50.000, y cuya cuota inicial es de \$300.000, utilizando las fórmulas de Excel. La tasa de interés de dicho préstamo es del 24% anual mes vencido.

Solución:

1ro. Se construyen los flujos de fondos

n	FF	
1	300.000	=A1
2	350.000	=A1 + (2-1)G
3	400.000	=A1 + (3-1)G
4	450.000	=A1 + (4-1)G
5	500.000	=A1 + (5-1)G
6	550.000	=A1 + (6-1)G
7	600.000	=A1 + (7-1)G
8	650.000	=A1 + (8-1)G
9	700.000	=A1 + (9-1)G
10	750.000	=A1 + (10-1)G
11	800.000	=A1 + (11-1)G
12	850.000	=A1 + (12-1)G

G	50.000
A1	300.000
i	2,00%

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona VNA

3ro. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 2%, y en *Valor1*, se seleccionan los flujos de fondos desde el 1 hasta el 12, lo que en Excel sería de la casilla B3 hasta B14 (B3:B14)

	A	B
1		
2	n	FF
3	1	300.000
4	2	350.000
5	3	400.000
6	4	450.000
7	5	500.000
8	6	550.000
9	7	600.000
10	8	650.000
11	9	700.000
12	10	750.000
13	11	800.000
14	12	850.000
15		
16	VP Préstamo	5.956.160
17		

Argumentos de función

VNA

Tasa: 2% = 0,02

Valor1: B3:B14 = {300000;350000;400000;450000;500000;550000;600000;650000;700000;750000;800000;850000}

Valor2: = número

Resultado de la fórmula = 5956160,151

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Valor1: valor1;valor2;... son de 1 a 254 pagos e ingresos, igualmente espaciados y que tienen lugar al final de cada período.

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

R// El valor presente del préstamo es \$5.956.160

5.1.2 Valor Futuro del Gradiente Aritmético

El valor futuro del gradiente aritmético está constituido por un pago único futuro que se encuentra en el periodo n, el cual es equivalente a la sucesión de cuotas que incrementan en un monto constante G. La fórmula para determinar el valor futuro de dichos gradientes es la siguiente:

$$VF = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$$

Donde:

VF: valor o monto futuro equivalente a la serie de flujos con gradiente aritmético

A₁: pago base (sin gradiente)

G: gradiente aritmético (monto constante)

i: tasa de interés de la operación financiera

n: número de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 4.

Suponga que usted desea conocer el monto que tendrá dentro de 5 años, si inicia un ahorro mensual de \$200.000 que irá incrementando en \$10.000 cada periodo y si el banco le reconoce una tasa de interés del 1.8% m.v

Solución usando fórmulas:

A₁: 200.000

G: 10.000

i = 1.8% m.v

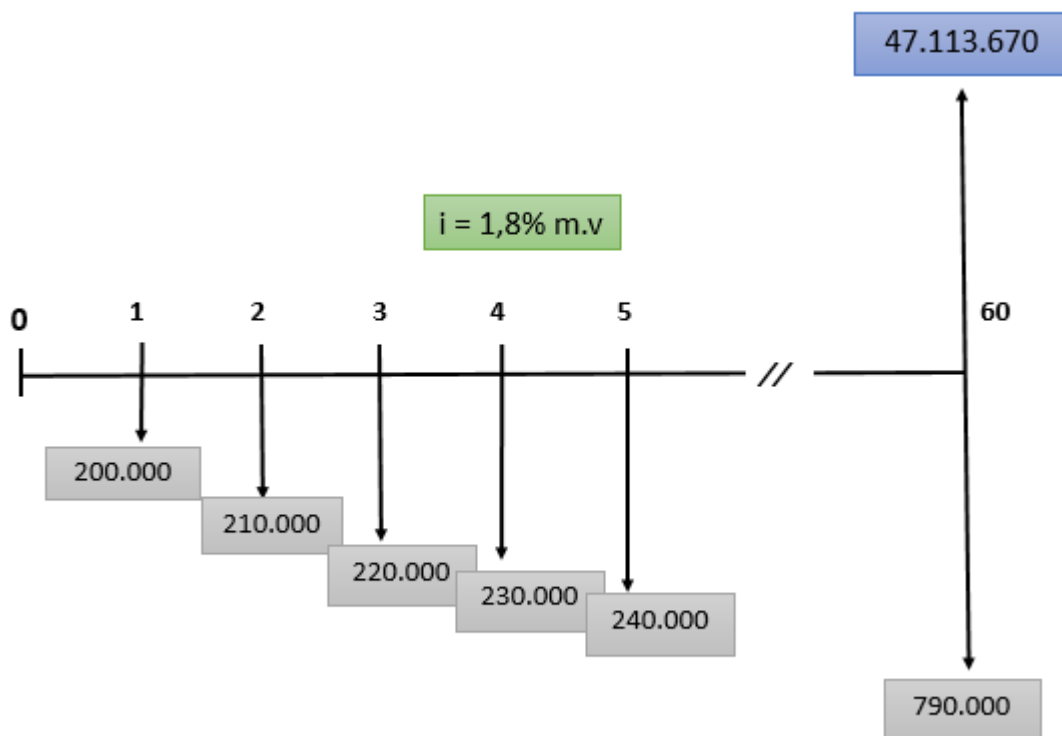
n = 5 años = 60 meses

$$VF = 200.000 \left[\frac{(1 + 1.8\%)^{60} - 1}{1.8\%} \right] + \frac{10.000}{1.8\%} \left[\frac{(1 + 1.8\%)^{60} - 1}{1.8\%} - 60 \right]$$

$$VF = 200.000 * (106.4739755) + 555.556 *(106.4739755 - 60) = 47.113.670$$

R// Si realiza el ahorro descrito, dentro de 5 años tendrá: \$47.113.670

Gráfico 11. Flujo de fondos de un ahorro a 60 meses bajo la modalidad de gradiente aritmético de \$10.000 y base de \$200.000



Fuente: Los autores

Solución usando Excel:

Para hallar el valor futuro de una serie de flujos con gradiente aritmético, se debe primero hallar el valor presente de los flujos con la función *VNA* de Excel, para luego hallar el valor futuro usando la función de Excel *VF*. Lo anterior se realiza de la siguiente manera:

1ro. Se construyen los flujos de fondos

	A	B	C
1			
2	n	FF	
3	1	200.000	=A1
4	2	210.000	=A1 + (2-1)G
5	3	220.000	=A1 + (3-1)G
6	4	230.000	=A1 + (4-1)G
7	5	240.000	=A1 + (5-1)G
8	6	250.000	=A1 + (6-1)G
9	7	260.000	=A1 + (7-1)G
10	8	270.000	=A1 + (8-1)G
11	9	280.000	=A1 + (9-1)G
12	10	290.000	=A1 + (10-1)G
13	11	300.000	
	⋮		
57	55	740.000	=A1 + (55-1)G
58	56	750.000	=A1 + (56-1)G
59	57	760.000	=A1 + (57-1)G
60	58	770.000	=A1 + (58-1)G
61	59	780.000	=A1 + (59-1)G
62	60	790.000	=A1 + (60-1)G

G	10.000
A1	200.000
i	1,80%

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *VNA*

3ro. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 1.8%, y en *Valor1*, se seleccionan los flujos de fondos desde el 1 hasta el 60, lo que en Excel sería de la casilla B3 hasta B62 (B3:B62)

	A	B
1		
2	n	FF
3	1	200.000
4	2	210.000
5	3	220.000
6	4	230.000
7	5	240.000
8	6	250.000
9	7	260.000
10	8	270.000
11	9	280.000
12	10	290.000
	⋮	
57	55	740.000
58	56	750.000
59	57	760.000
60	58	770.000
61	59	780.000
62	60	790.000
63		
64	VP Ahorro	16.154.007
65		

Argumentos de función

VNA

Tasa 1,8% = 0,018

Valor1 B3:B62 = {200000;210000;220000;230000;240000;...}

Valor2 = número

= 16154006,7

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa es la tasa de descuento durante un periodo.

Resultado de la fórmula = 16.154.007

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

4to. Se ubica de nuevo en parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *VF*

5to. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 1.8%, en *Nper*, se coloca 60 (meses) y en *Va* el valor presente del préstamo con signo negativo (dado que VP y VF son flujos contrarios), es decir la casilla B64 de Excel.

Argumentos de función

VF

Tasa 1,8% = 0,018

Nper 60 = 60

Pago = número

Va -B64 = -16154006,7

Tipo = número

= 47113670,34

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Tasa es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% de TPA.

Resultado de la fórmula = 47.113.670

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

VF Ahorro 47.113.670

R// Si realiza el ahorro descrito, dentro de 5 años tendrá: \$47.113.670

5.1.3 Gradiente Aritmético Infinito

Cuando se habla de una serie de pagos infinitos que se incrementan de acuerdo a un monto constante (gradiente aritmético), es posible conocer el valor presente de dichos pagos con la siguiente ecuación:

$$VP = \frac{A_1}{i} + \frac{G}{i^2}$$

Donde:

VP: valor presente de la serie de flujos infinitos con gradiente aritmético

A₁: pago base (sin gradiente)

G: gradiente aritmético (monto constante)

i: tasa de interés de la operación financiera

Ejemplo 5.

Halle el valor presente de una serie infinita de pagos que se incrementan en \$5.000 semestralmente, si el primer pago es \$100.000 y la tasa de interés es del 4% semestral.

Solución:

A₁: 100.000

G: 5.000

i: 4%

$$VP = \frac{100.000}{0.04} + \frac{5.000}{0.04^2} = 2.500.000 + 3.125.000 = \underline{5.625.000}$$

R// El valor presente de la serie de gradientes aritméticos infinitos es: \$5.625.000

5.2 GRADIENTE GEOMÉTRICO (g)

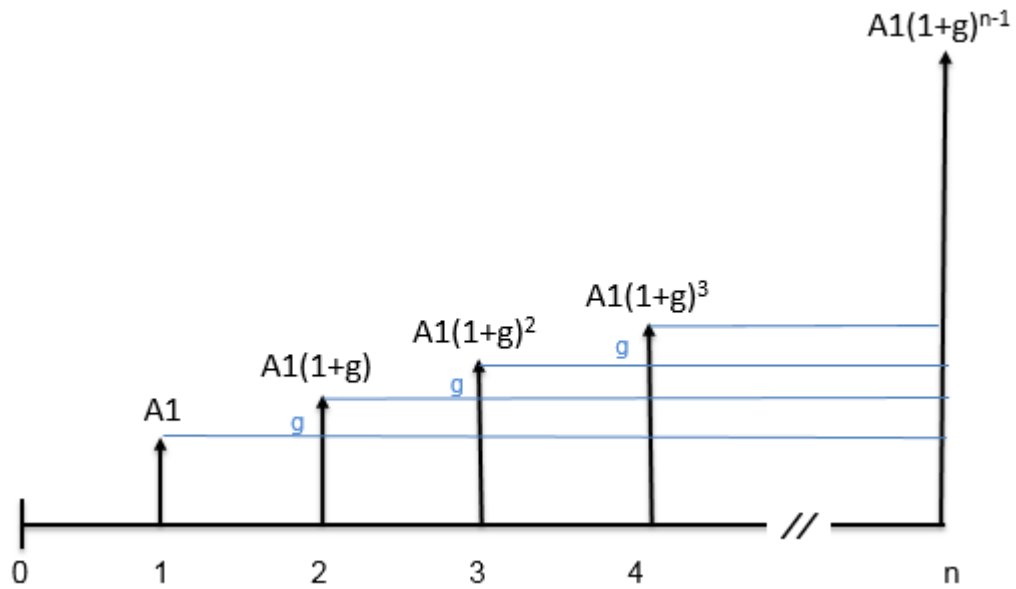
El gradiente geométrico es aquella variación no lineal en una sucesión de pagos o flujos de fondos. En el caso de gradientes geométricos, los flujos cambian en porcentajes constantes en lugar de montos constantes, por lo tanto, cada flujo es igual al anterior multiplicado por $(1+g)$, donde g es el gradiente geométrico, y al igual que el gradiente aritmético, si g es positivo, la serie de montos será creciente y si g es negativo, la serie de montos será decreciente. La forma de representar los montos con gradiente geométrico es la siguiente:

Tabla 6. Serie de pagos con gradiente Geométrico.

Primer pago	$A_1 =$	A_1	ó	A_1
Segundo pago	$A_2 =$	$A_1 (1 + g)$	ó	$A_1 (1 + g)$
Tercer pago	$A_3 =$	$A_1 (1 + g)^2$	ó	$A_2 (1 + g)$
Cuarto pago	$A_4 =$	$A_4 = A_1 (1 + g)^3$	ó	$A_3 (1 + g)$
.		.		.
.		.		.
Enésimo pago	$A_n =$	$A_1 (1 + g)^{n-1}$	ó	$A_{n-1} (1 + g)$

Fuente: Los autores

Gráfico 12. Flujo de fondos con gradiente geométrico positivo



Fuente: Los autores

De acuerdo a la ilustración anterior, la forma general de representar el último término con gradiente geométrico es la siguiente:

$$A_n = A_1(1+g)^{n-1}$$

Donde:

A_n : Último pago o término del gradiente geométrico

A_1 : pago base (sin gradiente)

g : gradiente geométrico (valor porcentual)

n : Numero de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 6.

Hallar el valor de la última cuota de una sucesión de flujos, donde el primer pago es de \$150.000 y este aumenta un 5% anualmente durante 10 años.

Solución

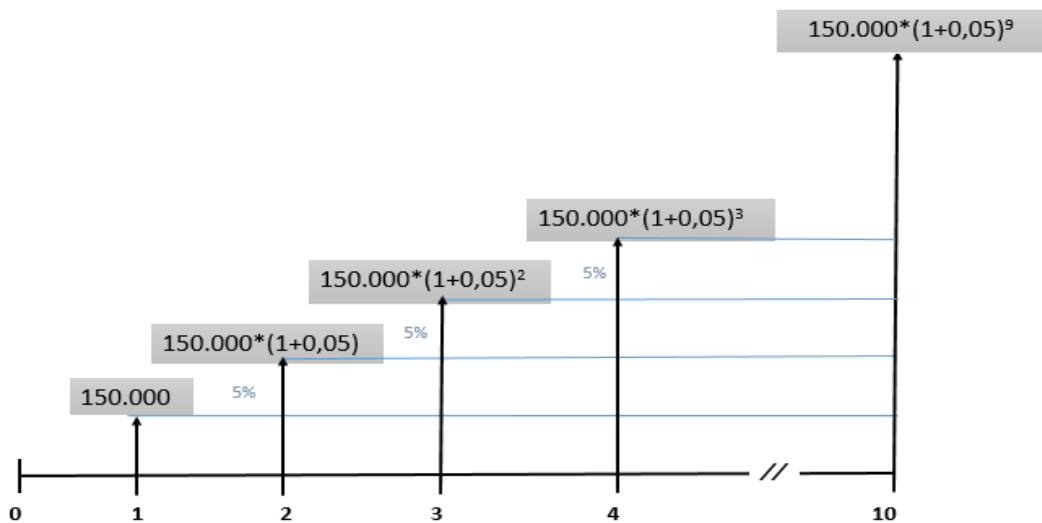
$$A_1 = 150.000$$

$$g = 5\%$$

$$n = 10 \text{ años}$$

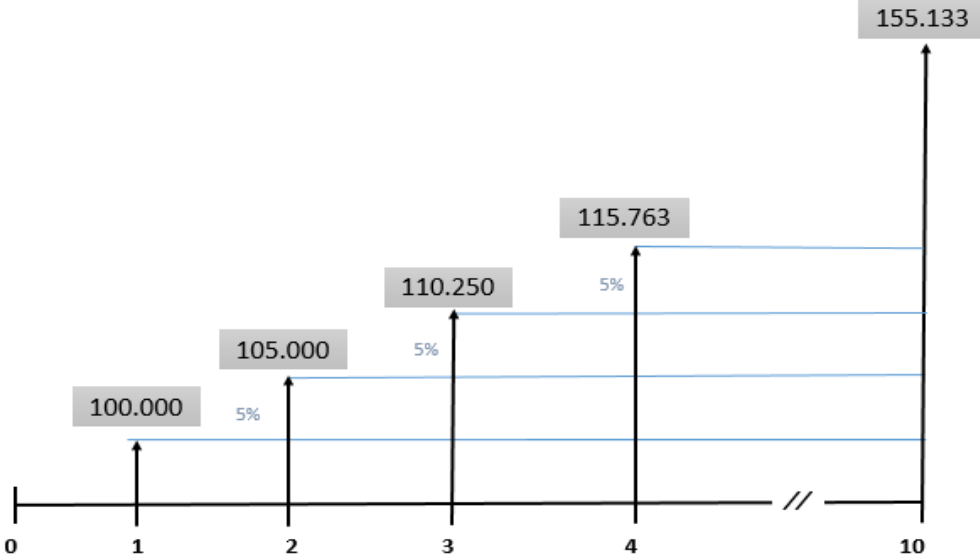
$$A_{10} = 150.000 \cdot (1+5\%)^9 = \underline{\$155.133}$$

Gráfico 13. Flujo de fondos anuales con gradiente geométrico del 5% y base de \$100.000



Fuente: Los autores

Gráfico 14. Flujo de fondos con gradiente geométrico del 5% y base de \$100.000



Fuente: Los autores

R// El valor del último pago es de \$155.333

5.2.1 Valor Presente del Gradiente Geométrico

Al igual que en el gradiente aritmético, se puede conocer el valor presente que equivale a una serie de cuotas que se incrementan de acuerdo a un porcentaje constante (gradiente geométrico). La fórmula equivalente al valor presente de dichas cuotas es la siguiente:

$VP = A_1 \left[\frac{(1 + g)^n (1 + i)^{-n} - 1}{g - i} \right]$	Si $g \neq i$
$VP = \frac{A_1 * n}{(1 + i)}$	Si $g = i$

Donde:

VP: valor presente de la serie de flujos con gradiente geométrico

A_1 : pago base (sin gradiente)

g : gradiente geométrico (valor porcentual)

i : tasa de interés de la operación financiera

n : número de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 7.

Calcule el valor presente de un préstamo a 10 años cuyas cuotas semestrales son de \$350.000, las cuales se incrementan periódicamente en un 5%, si la tasa de interés que cobra el banco es del 8% capitalizable anual semestre vencido.

Solución usando fórmulas:

A_1 : \$350.000

g : 5%

i : 8% a.s.v = 4% s.v

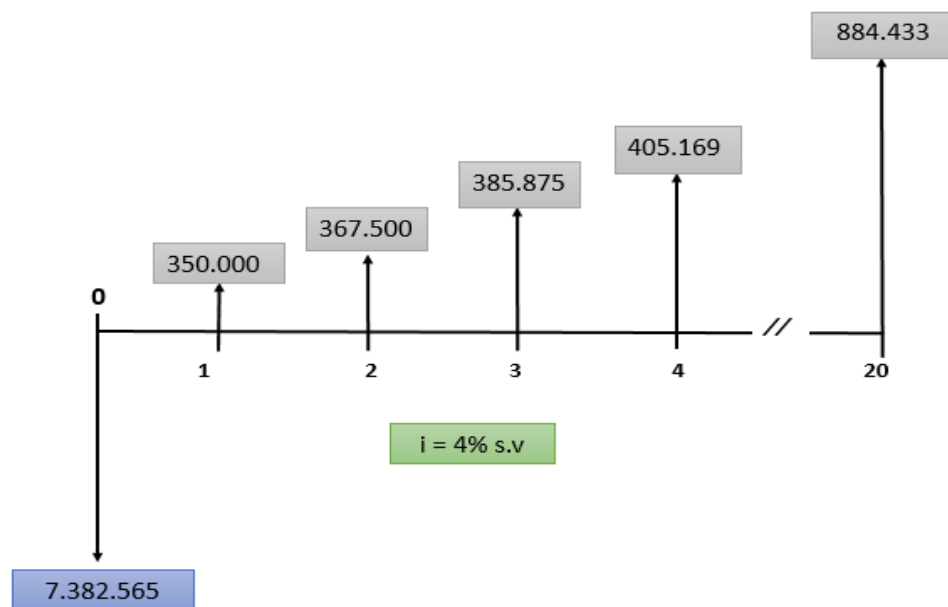
n : 10 años = 20 semestres

$$VP = 350.000 \left[\frac{(1 + 0.05)^{20}(1 + 0.04)^{-20} - 1}{0.05 - 0.04} \right]$$

$$VP = 350.000 * (2.653297 * 0.456386 - 1)/0.01 = 7.382.565$$

R// El valor presente del préstamo es \$7.382.565

Gráfico 14. Flujo de fondos de un préstamo de \$7.382.565, amortizado en 60 cuotas semestrales con gradiente geométrico del 5% y base de \$350.000



Fuente: Los autores

Solución usando Excel.

1ro. Se construyen los flujos de fondos

n	FF	
1	350.000	=A1
2	367.500	=A1 * (1+g)
3	385.875	=A1 * (1+g) ³⁻¹
4	405.169	=A1 * (1+g) ⁴⁻¹
5	425.427	=A1 * (1+g) ⁵⁻¹
6	446.699	=A1 * (1+g) ⁶⁻¹
7	469.033	=A1 * (1+g) ⁷⁻¹
8	492.485	=A1 * (1+g) ⁸⁻¹
9	517.109	=A1 * (1+g) ⁹⁻¹
10	542.965	=A1 * (1+g) ¹⁰⁻¹
11	570.113	=A1 * (1+g) ¹¹⁻¹
12	598.619	=A1 * (1+g) ¹²⁻¹
13	628.550	=A1 * (1+g) ¹³⁻¹
14	659.977	=A1 * (1+g) ¹⁴⁻¹
15	692.976	=A1 * (1+g) ¹⁵⁻¹
16	727.625	=A1 * (1+g) ¹⁶⁻¹
17	764.006	=A1 * (1+g) ¹⁷⁻¹
18	802.206	=A1 * (1+g) ¹⁸⁻¹
19	842.317	=A1 * (1+g) ¹⁹⁻¹
20	884.433	=A1 * (1+g) ²⁰⁻¹

g	5%
A1	350.000
i	4,00%

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona VNA

3ro. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 4%, y en *Valor1*, se seleccionan los flujos de fondos desde el 1 hasta el 20, lo que en Excel sería de la casilla B3 hasta B22 (B3:B22)

	A	B
1		
2	n	FF
3	1	350.000
4	2	367.500
5	3	385.875
6	4	405.169
7	5	425.427
8	6	446.699
9	7	469.033
10	8	492.485
11	9	517.109
12	10	542.965
13	11	570.113
14	12	598.619
15	13	628.550
16	14	659.977
17	15	692.976
18	16	727.625
19	17	764.006
20	18	802.206
21	19	842.317
22	20	884.433
23		
24	VP préstamo	7.382.565

Argumentos de función

VNA

Tasa: 4% = 0,04

Valor1: B4:B23 = {350000;367500;385875;405168,75;4...}

Valor2: = número

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = \$ 7.382.565,30

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

R// El valor presente del préstamo es \$7.382.565

5.2.2 Valor Futuro del Gradiente Geométrico

Para hallar el valor futuro equivalente a una serie de flujos con gradiente geométrico, basta con multiplicar por el factor $(1+i)^n$ la ecuación de valor presente de la serie de gradientes geométricos; de ahí se obtiene la siguiente ecuación de valor futuro:

$VF = A_1 \left[\frac{(1+g)^n - (1+i)^n}{g-i} \right]$	Si $g \neq i$
$VF = A_1 (n)(1+i)^{-n}$	Si $g = i$

Donde:

VF: valor futuro de la serie de flujos con gradiente geométrico

A_1 : pago base (sin gradiente)

g : gradiente geométrico (valor porcentual)

i : tasa de interés de la operación financiera

n : número de periodos de la serie de flujos

Ejemplo 8.

Hallar el valor final de un ahorro que se realiza durante 2 años, iniciando con un pago de \$500.000 e incrementando dicho pago en 3% trimestralmente. Suponga que el banco reconoce una tasa de interés del 1.5% trimestral.

Solución usando fórmulas:

A_1 : 500.000

g : 3%

i : 1.5% t.v

n : 2 años = 8 trimestres

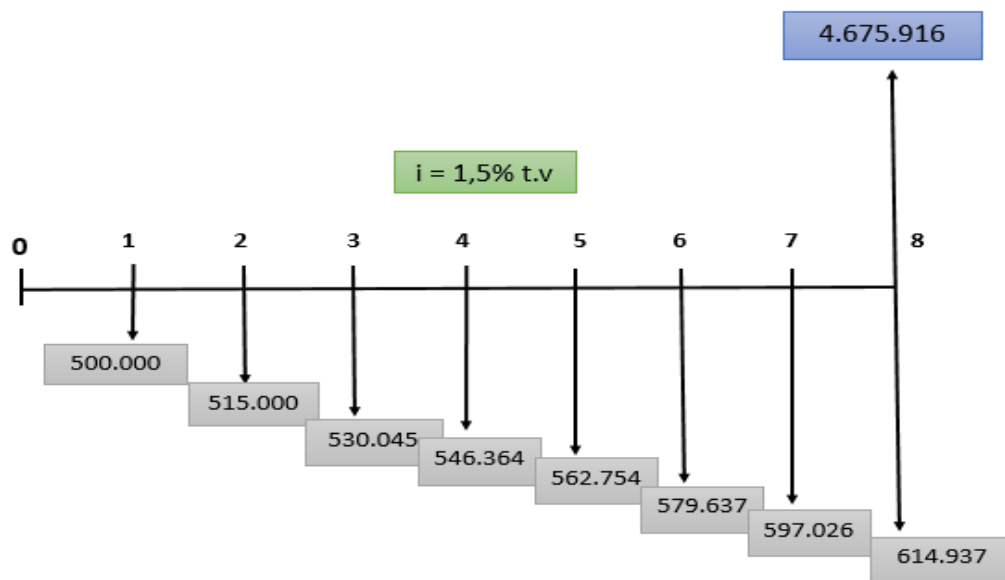
$$VF = 500.000 \left[\frac{(1 + 0.03)^8 - (1 + 0.015)^8}{0.03 - 0.015} \right]$$

$$VF = 500.000 * (1.26677008 - 1.12649258)/0.015 = 4.675.916$$

R// Si realiza el ahorro descrito, dentro de 2 años (8 trimestres) tendrá:

\$4.675.916

Gráfico 15. Flujo de fondos de un ahorro a 2 años, bajo la modalidad de gradiente geométrico del 3% y base de \$500.000



Fuente: Los autores

Solución usando Excel:

Para hallar el valor futuro de una serie de flujos con gradiente aritmético, se debe primero hallar el valor presente de los flujos con la función *VNA* de Excel, para luego hallar el valor futuro usando la función de Excel *VF*. Lo anterior se realiza de la siguiente manera:

1ro. Se construyen los flujos de fondos

	A	B	C
1			
2	n	FF	
3	1	500.000	=A1
4	2	515.000	=A1 * (1+g)
5	3	530.450	=A1 * (1+g) ³⁻¹
6	4	546.364	=A1 * (1+g) ⁴⁻¹
7	5	562.754	=A1 * (1+g) ⁵⁻¹
8	6	579.637	=A1 * (1+g) ⁶⁻¹
9	7	597.026	=A1 * (1+g) ⁷⁻¹
10	8	614.937	=A1 * (1+g) ⁸⁻¹

g	3,0%
A1	500.000
i	1,50%

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (*fx*), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *VNA*

3ro. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 1.5%, y en *Valor1*, se seleccionan los flujos de fondos desde el 1 hasta el 8, lo que en Excel sería de la casilla B3 hasta B10 (B3:B10)

	A	B
1		
2	n	FF
3	1	500.000
4	2	515.000
5	3	530.450
6	4	546.364
7	5	562.754
8	6	579.637
9	7	597.026
10	8	614.937
11		
12	VP Ahorro	4.150.863
57		

Argumentos de función

VNA

Tasa: 1,5% = 0,015

Valor1: B3:B10 = (500000;515000;530450;546363,5;56...

Valor2: = número

= 4150863,085

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un periodo.

Resultado de la fórmula = 4.150.863

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

4to. Se ubica de nuevo en parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona VF

5to. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés del préstamo, es decir el 1.5%, en *Nper*, se coloca 8 (trimestres) y en *Va* el valor presente del préstamo con signo negativo (dado que VP y VF son flujos contrarios), es decir la casilla B12 de Excel.

Argumentos de función

VF

Tasa 1,5% = 0,015

Nper 8 = 8

Pago = número

Va -B12 = -4150863,085

Tipo = número

= 4675916,493

Devuelve el valor futuro de una inversión basado en pagos periódicos y constantes, y una tasa de interés también constante.

Va es el valor actual o la suma total del valor de una serie de pagos futuros. Si se omite, VA = 0.

Resultado de la fórmula = 4.675.916

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

VF Ahorro	4.675.916
-----------	-----------

R// Si realiza el ahorro descrito, dentro de 2 años (8 trimestres) tendrá:
\$4.675.916

5.3 Gradiente Geométrico Infinito

Cuando se habla de una serie de pagos infinitos que se incrementan de acuerdo a un valor porcentual constante (gradiente geométrico), es posible conocer el valor presente de dichos pagos con la siguiente ecuación:

$VP = \frac{A_1}{i - g}$	Si $g < i$
$VP = \infty$	Si $g \geq i$

Donde:

VP: valor presente de la serie de flujos infinitos con gradiente geométrico

A_1 : pago base (sin gradiente)

g : gradiente geométrico (valor porcentual)

i : tasa de interés de la operación financiera

Ejemplo 9.

Hallar el valor presente de una serie infinita de pagos que crecen un 8% anualmente, si la tasa de interés es del 10% e.a y el primer pago es de \$200.000

Solución:

A_1 : 200.000

g : 8%

i : 10%

$$VP = \frac{200.000}{0.08 - 0.1} = 200.000 / 0.02 = 10.000.000$$

R// El valor presente de la serie de gradientes geométricos infinitos es: \$10.000.000, esto quiere decir que si se invierten \$10.000.000 al 10%, se pueden hacer infinito número de retiros crecientes en un 8%, con un primer retiro de \$200.000

RESUMEN DE FORMULAS. CAPÍTULO 5: Gradientes

1. ÚLTIMO PAGO DEL GRADIENTE

Aritmético (G)	Geométrico (g)
$A_n = A_1 + (n-1)G$	$A_n = A_1(1+g)^{n-1}$

2. GRADIENTE INFINITO

Aritmético (G)	Geométrico (g)	
$VP = \frac{A_1}{i} + \frac{G}{i^2}$	$VP = \frac{A_1}{i-g}$	Si $g < i$
	$VP = \infty$	Si $g \geq i$

3. VALOR PRESENTE DEL GRADIENTE

Aritmético (G)	$VP = A_1 \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right]$	
Geométrico (g)	$VP = A_1 \left[\frac{(1+g)^n(1+i)^{-n} - 1}{g-i} \right]$	Si $g \neq i$
	$VP = \frac{A_1 * n}{(1+i)}$	Si $g = i$

4. VALOR FUTURO DEL GRADIENTE

Aritmético (G)	$VF = A_1 \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{(1+i)^n - 1}{i} - n \right]$	
Geométrico (g)	$VF = A_1 \left[\frac{(1+g)^n - (1+i)^n}{g-i} \right]$	Si $g \neq i$
	$VF = A_1 (n)(1+i)^{-n}$	Si $g = i$

Problema Propuesto

Un padre desea reunir una cantidad mediante depósitos anuales comenzando hoy (primero de enero de 2008) y terminando el primero de enero de 2014, en un fondo que paga el 28% nominal semestral, su objetivo es el de garantizar a su hijo el estudio universitario, que se estima durará unos 6 años y empezará el primero de enero de 2014. Actualmente, la matrícula semestral cuesta \$30 000, pero aumentará todos los semestres un 8%. Calcular el valor de los depósitos anuales.

Solución

Dado que el padre desea iniciar un ahorro para para garantizar el estudio universitario de su hijo, primero debemos recrear los pagos que este tendría que realizar durante 6 años por cuenta de la matrícula de cada semestre, iniciando el 1 de enero de 2014; de este modo podremos calcular el valor total de la carrera universitaria, y por consiguiente, el valor de los depósitos anuales que debería iniciar hoy.

1ro. Valor de la matrícula académica al 1 de enero de 2014:

$$A_1 = 30.000 \quad (\text{Valor de la matricula hoy, 1/ene/08})$$

$$g = 8\% \text{ s.v.} \quad (\text{Aumento semestral del valor de la matricula})$$

$$n = 13 \text{ semestres} \quad (\text{periodos cubiertos el 1/ene/08, hasta el 1/ene/14})$$

$$A_{13} = A_n(1+g)^{n-1} = 30.000*(1+8\%)^{13-1} = \mathbf{75.545,10} \quad (\text{Valor de la matricula al 1/ene/14})$$

2do. Como ya sabemos que el valor de la matrícula para el 1 de enero del 2014 es de \$75.545,10, podemos calcular el valor de la matrícula cada semestre (durante 6 años: 12 semestres).

Fecha	Semestre	Valor de la matrícula	
01/01/2014	S1	75.545,10	=S1
01/07/2014	S2	81.588,71	=S1 * (1+g)
01/01/2015	S3	88.115,81	=S1 * (1+g) ³⁻¹
01/07/2015	S4	95.165,07	=S1 * (1+g) ⁴⁻¹
01/01/2016	S5	102.778,28	=S1 * (1+g) ⁵⁻¹
01/07/2016	S6	111.000,54	=S1 * (1+g) ⁶⁻¹
01/01/2017	S7	119.880,58	=S1 * (1+g) ⁷⁻¹
01/07/2017	S8	129.471,03	=S1 * (1+g) ⁸⁻¹
01/01/2018	S9	139.828,71	=S1 * (1+g) ⁹⁻¹
01/07/2018	S10	151.015,01	=S1 * (1+g) ¹⁰⁻¹
01/01/2019	S11	163.096,21	=S1 * (1+g) ¹¹⁻¹
01/07/2019	S12	176.143,91	=S1 * (1+g) ¹²⁻¹

3ro. Para hallar el valor presente de la serie de pagos semestrales (valor la carrera universitaria) al 1 de enero de 2014, se emplea la fórmula de Excel VNA, donde el interés es el 28% nominal semestral, convertido a periódico semestral:

i: 28% a.s.v = **14% s.v**

	A	B	C
1			
2	Fecha	Semestre	Valor del Semestre
3	01/07/2013	0	
4	01/01/2014	1	75.545,10
5	01/07/2014	2	81.588,71
6	01/01/2015	3	88.115,81
7	01/07/2015	4	95.165,07
8	01/01/2016	5	102.778,28
9	01/07/2016	6	111.000,54
10	01/01/2017	7	119.880,58
11	01/07/2017	8	129.471,03
12	01/01/2018	9	139.828,71
13	01/07/2018	10	151.015,01
14	01/01/2019	11	163.096,21
15	01/07/2019	12	176.143,91
16			
17	VP	601.000,17	

Argumentos de función

VNA

Tasa: 14% = 0,14

Valor1: C4:C15 = {75545,1035045694;81588,71178493...}

Valor2: = número

= 601000,1673

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un periodo.

Resultado de la fórmula: 601.000,17

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

4to. Como el valor presente de la serie de pagos semestrales, calculado con VNA trae a valor presente la serie de flujos al momento cero, este valor de \$601.000,17 es un valor al 1 de julio de 2013, debemos llevar este valor al 1 de enero de 2014, fecha en que inicia la carrera del joven:

VP = 601.000,17 (valor matricula al 1/jul/2013)

n = 1 semestre

i = 14% s.v

VF = 601.000,17*(1+14%) = **685.140.19** (valor matricula al 1/ene/2014)

5to. Teniendo ya el valor total de la carrera universitaria (\$685.140,19 para el 1/ene/2014), podemos calcular los depósitos anuales que se deberían realizar para

cubrir el estudio universitario. Para eso utilizamos la fórmula de Excel *PAGO*, donde: la tasa de interés es el 29,96% e.a (conversión de la tasa nominal semestral del 28% a tasa efectiva anual), el número de periodos es 7 (dado que del 1 de enero de 2008, fecha en que el padre iniciará el ahorro, al 1 enero del 2009, fecha en que el hijo inicia la carrera universitaria, existen 7 periodos), y el valor utilizado es un valor futuro de \$685.140,19 (puesto que hoy es 1 enero de 2008, y este valor corresponde a un valor el 1 enero de 2014):

	A	B
1	i	29,96%
2	n	7,00
3	VF	685.140,19
4	PAGO	39.014,33

Argumentos de función

PAGO

Tasa B1 = 0,2996

Nper B2 = 7

Va = número

Vf B3 = -685140,1907

Tipo = número

Resultado de la fórmula = 39014,32828

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

VF es el valor futuro o saldo en efectivo que se desea lograr después de efectuar el último pago y que se asume 0 (cero) si se omite.

Resultado de la fórmula = 39.014,33

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

R// El padre deberá realizar depósitos anuales de **\$39.014,33** en un fondo que pague el 29,96% efectivo anual (28% nominal semestral), para poder cubrir los estudios universitarios de su hijo, como se ilustra a continuación:

fecha	Cantidad de depósitos	Depósitos
01/01/2008 01/07/2008	Pago 1	39.014,33
01/01/2009 01/07/2009	Pago 2	39.014,33
01/01/2010 01/07/2010	Pago 3	39.014,33
01/01/2011 01/07/2011	Pago 4	39.014,33
01/01/2012 01/07/2012	Pago 5	39.014,33
01/01/2013 01/07/2013	Pago 6	39.014,33
01/01/2014	Pago 7	39.014,33

EJERCICIOS CAPÍTULO 5. Gradientes

1. Gradiente geométrico. Encuentre el valor de un préstamo a 5 años, pagadero en cuotas mensuales con interés del 1,8% mensual en la modalidad de gradiente geométrico, si la primera cuota es de \$3'000.000 y la última es de \$6'750.000.
Sugerencia: hallar primero el gradiente, despejando la fórmula A_n .
(R/: 157.089.901)
2. Gradiente aritmético. Encuentre el valor de un préstamo a 1 año y medio, pagadero en cuotas bimestrales con interés del 15% e.a en la modalidad de gradiente aritmético, si la primera cuota es de \$1'500.000 y la última de \$5'500.000.
(R/: 27.464.928)
3. Gradiente geométrico. Encuentre el valor de un préstamo a 3 años, pagadero en cuotas trimestrales con interés del 12% e.a en la modalidad de gradiente geométrico, si la primera cuota es de \$2'500.000 y la última de \$9'250.000.
(R/: 50.382.517)
4. Gradiente aritmético. Encuentre el valor de un préstamo a 2 años y medio, pagadero en cuotas mensuales con interés del 3,5% mensual en la modalidad de gradiente aritmético, si la cuota número 10 del préstamo es de \$850.000 y la cuota número 15 de \$1.200.000.

(R/: 19.453.636)

5. Gradiente aritmético. Encuentre el valor de un préstamo a 7 años, pagadero en cuotas semestrales con interés del 10% e.a en la modalidad de gradiente aritmético, si la cuota número 5 del préstamo es de \$2.500.000 y la cuota número 12 de \$5.000.000.

(R/: 31.103.637)

6. Gradiente geométrico. Encuentre el valor de un préstamo a 12 años, pagadero en cuotas anuales con interés del 25% e.a en la modalidad de gradiente geométrico, si la cuota número 3 del préstamo es de \$5'825.000 y la cuota número 8 es de \$15.300.000.

(R/: 32.394.111)

7. Gradiente geométrico. La cuota número 8 de un préstamo a 3 años, bajo la modalidad de gradiente geométrico pagadero en cuotas mensuales al 1,5% m.v es de \$3.250.000, y la cuota número 15 es de \$7.950.000.

a. Hallar el valor del gradiente

b. Hallar la primera y última cuota del préstamo

c. Hallar el valor presente y futuro del préstamo

(R/ c: 626.773.786;

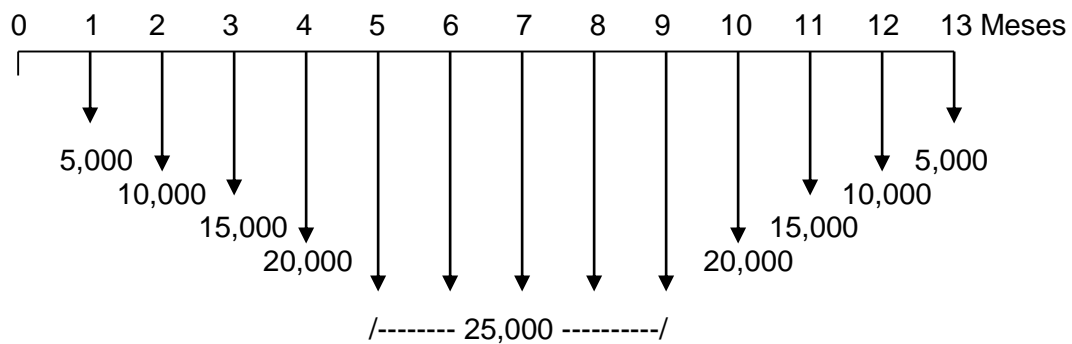
1.071.243.858)

8. Gradiente aritmético. La cuota número 6 de un préstamo a 5 años y medio, bajo la modalidad de gradiente aritmético pagadero en cuotas trimestrales al 25% a.t.v es de \$6.350.000, y la cuota número 16 es de \$15.950.000.
- Hallar el valor del gradiente
 - Hallar la primera y última cuota del préstamo
 - Hallar el valor presente y futuro del préstamo (R/ c: 20.777.563; 2.815.884.855)
9. Hallar el valor presente de una inversión que usted debería realizar al 0,8% m.v, para poder realizar retiros infinitos crecientes al 0,5% mensual, con un primer retiro de \$1.500.000
- (R/: 500.000.000)
10. Hallar el valor presente del ejercicio anterior, si la primera cuota de la inversión es \$1.500.000, pero esta incrementará mensualmente en \$100.000
- (R/: 343.750.000)
11. Un joven de 20 años está meditando sobre la conveniencia de dejar de fumar. Además de los beneficios asociados a una menor probabilidad de contraer cáncer, enfermedades respiratorias o del corazón, y de terminar de una vez por todas con las discusiones con su novia, quien no le acepta besos nicotinosos, contempla el beneficio económico de ahorrarse los \$3.000 que en promedio gasta actualmente cada día en cigarrillos (\$90.000 al mes) y consignarlos en un

fondo de Inversión. Si la tasa de interés del Fondo es del 5% anual CM (capitalizable mensualmente). Y el costo de los cigarrillos crece anualmente en el 3.5% ¿Cuánto habrá reunido al final de 10 años?

(R/: 16.420.352)

12. Calcule el valor presente de la siguiente serie de pagos mensuales, suponga una tasa de interés del 14% e.a



13. Un banco le presta a usted la suma de \$150.000,000 para la adquisición de un apartamento con el compromiso de que el préstamo le sea cancelado en 15 años con cuotas mensuales crecientes con base en la inflación anual promedio esperada para los próximos quince años que se estima en el 3% efectivo anual. Si la tasa del crédito es del 10.5% efectivo anual, ¿Cuál el valor de la primera cuota? , ¿Cuál el valor de la última cuota?

(R/: A1= 1.355.714)

14. Baloto valor 20%. Al ver las noticias acerca del premio otorgado por el Baloto, Juan Camilo se dijo: Llevo 5 años apostando en este juego y nunca he ganado nada. Si entonces le hubiera hecho caso a mi tío, quien me recomendó que jamás jugara y que, por el contrario, depositara en el banco durante cada una de las 52 semanas del año el valor del cartón, y así tendría mis buenos ahorros. Si el costo del cartón era de \$3,416 hace cinco años y su costo ha venido aumentando cada año a una tasa promedio del 10%, y la tasa de interés de oportunidad de Juan Camilo es del 15% anual.

a. ¿Cuál es el valor del cartón del Baloto hoy?

b. ¿Cuánto tendría ahorrado hoy?

15. Una fábrica tiene costos fijos de \$600,000 mensuales y costos variables de \$150 por unidad. Durante los primeros 6 meses no hay producción porque este tiempo se dedicará a pruebas y ajustes. En el mes 7 se iniciará la producción con 300 unidades y cada mes la producción aumentará en 200 unidades hasta llegar al tope de 2,500 al mes. Si se espera vender la fábrica al final de 3 años, calcular el costo total de la producción en estos 3 años en pesos de hoy. suponga una tasa del 3% efectivo mensual.

(R/: \$17.791.600)

CAPÍTULO 6.

VPN

Objetivo General

Aprender a utilizar la herramienta de evaluación de proyectos VPN para decidir sobre la factibilidad de un negocio o proyecto.

Objetivos Específicos.

- Entender el concepto de valor presente neto
- Entender el concepto de la Tasa de interés de oportunidad (TIO).
- Evaluar la factibilidad financiera de un proyecto.
- Diferenciar entre proyectos individuales y mutuamente excluyentes.
- Evaluar la factibilidad de proyecto mutuamente excluyente con vidas útiles diferentes.
- Identificar el impacto de los impuestos en los proyectos en el momento de determinar la factibilidad del negocio.
- Calcular el VPN mediante hojas de cálculo Excel.

INTRODUCCIÓN

En la vida de las organizaciones o de los individuos, siempre se presentan situaciones para resolver; las formas de solucionarlas son varias y por lo general, con escasos recursos. Una de las situaciones a resolver en una compañía es decidir si un proyecto que se desea emprender, en el cual es necesario realizar una inversión importante, es viable o no, por lo que se debe aplicar la Evaluación Financiera para medir la rentabilidad que el proyecto pueda generar y así tomar una decisión sobre la bondad de ejecutarlo, participar en él o rechazarlo. Esta evaluación debe basar su análisis en una comparación entre *los ingresos que genera* vs aquellos que podrían recibirse si *los recursos se invirtieran en su mejor uso alternativo*, es decir, es necesario evaluar la rentabilidad de cualquier inversión, a la luz del costo de sacrificar las oportunidades de utilizar el dinero en otras inversiones, o sea, el *costo de oportunidad* del dinero.

Las principales herramientas empleadas en la evaluación Inversiones son:

- Valor Presente Neto (VPN)
- Costo Anual Uniforme Equivalente (CAUE)
- Tasa Interna de Retorno (TIR)
- Relación Beneficio Costo (B/C)
- Periodo de Recuperación de la inversión (Payback)
- Índice de Rentabilidad

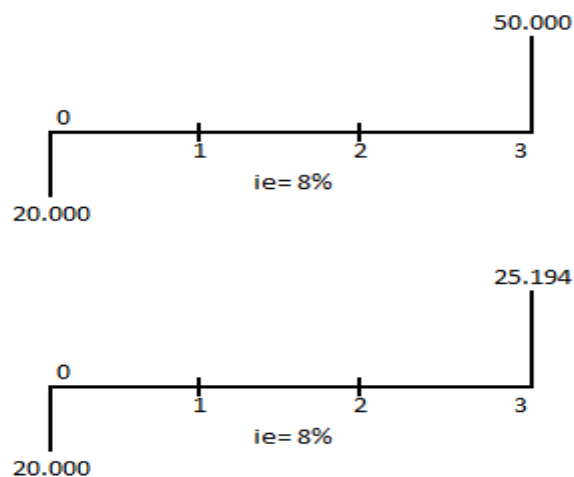
En este capítulo se estudiara *uno de los índices más usados* para evaluar la factibilidad de un proyecto, este es el valor presente neto (VPN)

6.1 Valor Presente Neto (VPN)

Como se dijo anteriormente, para tomar la decisión acerca de la rentabilidad de un proyecto, este debe ser evaluado con *el costo de oportunidad* de los recursos invertidos en él. Para entender mejor este concepto se dará el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1

Un proyecto requiere la inversión inicial de \$20,000 en el año "0" para recibir un valor de \$50,000 en el año "3". Si se decide no invertir en el proyecto, los \$20,000 se podrían dedicar a otras alternativas y así convertirse en: $20.000(1 + ip)^n$ al final del año "3". La bondad del proyecto, entonces dependerá de cómo resulta la comparación de su valor futuro (\$50,000) con los que habría producido el dinero en otro lado.



Suponiendo que la tasa de interés de oportunidad del inversionista es igual al 8%, los \$20,000 del año "0" se convertirían en: $20.000(1.08)^3 = 25.194$ en el año "3"; Así, el proyecto ofrecido parece muy atractivo, puesto que genera para el año "3", \$50,000,

una cantidad significativamente mayor que \$25.194, por lo tanto se considera un proyecto rentable y viable financieramente.

El análisis que se ha llevado a cabo, es equivalente al proceso de dividir los ingresos del año “3” por el costo de oportunidad del dinero entre el año “0” y el año “3”: $VP = 50.000/(1.08)^3 = 39.692$. Al traer todos los valores al año “0” se tornan comparables, posibilitando de esta forma su suma $-20.000 + 39.692 = 19.692$, a este resultado le llamamos, el valor presente neto (VPN).

Al estudiarse la factibilidad de un proyecto de inversión, se cuestiona acerca de *cuánto será el valor de los ingresos y de los egresos, medidos en el periodo cero (presente)*. El valor presente neto nos ayuda a conocer este resultado pues él representa la diferencia entre el valor presente de los ingresos y el valor presente de los egresos medidos a una tasa de interés de oportunidad (TIO)

$$VPN = VP(Ingresos) - VP(Egresos)$$

6.2 Tasa de interés de oportunidad (TIO):

La tasa de oportunidad es la tasa más alta que el inversionista obtendría si hubiese invertido su dinero en otras opciones, tales como: Bonos, invertir en otro proyecto, depositarlo en el banco, entre otros. Para comprender mejor la definición se darán algunos ejemplos.

Ejemplo 2

Se supone que un empresario "A" cuenta con un capital de \$ 1.000.000 y que las posibilidades de inversión son las siguientes:

1. Comprar un equipo que le generará una rentabilidad del 3% mensual.
2. Llevar su dinero al banco y ponerla en una cuenta de ahorros que le paga el 0.25% mensual.
3. Depositar sus fondos en un CDT que le dará un rendimiento del 0.5 % mensual.

Por otra parte, otro empresario "B" cuenta con una capital de \$2.000.000 y las posibilidades de inversión son las siguientes:

1. Llevar su dinero al banco y colocarlo en una cuenta de ahorro que le paga el 0.22% mensual.
2. Depositar sus fondos en un CDT que le dará un rendimiento del 0.45% mensual.
3. Prestar el dinero a un amigo que le pagará un interés del 1.5% mensual.

De acuerdo con la definición de (TIO) se puede decir que la tasa de oportunidad, es decir la tasa más alta que el empresario "A" obtendría si hubiese invertido su dinero en estas opciones es del 3% mensual. En el caso del empresario "B" su TIO es del 1.5% mensual.

6.3 Factibilidad e interpretación del VPN

Se dice que un proyecto evaluado por VPN, es *factible financieramente cuando su resultado es positivo, ($VPN > 0$)*, lo cual indica que los dineros invertidos en el proyecto, rentan a una tasa superior a la tasa de interés de oportunidad y por tanto, se acepta el proyecto.

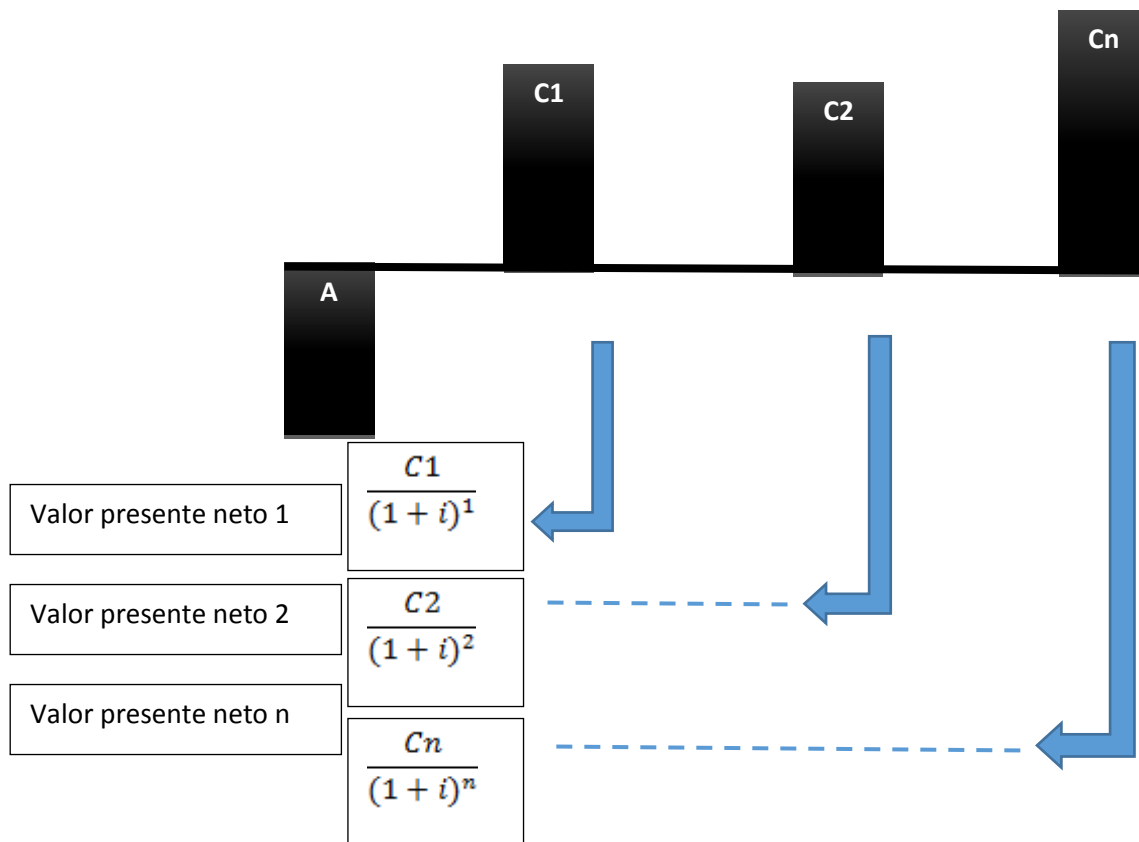
Un proyecto *no es viable financieramente cuando su resultado es negativo, (VPN<0)*, esto indica que los dineros invertidos en el proyecto, rentan a una tasa inferior a la tasa de interés de oportunidad y por tanto, se rechaza el proyecto.

Cuando el $VPN=0$ *el proyecto es indiferente para el inversionista* pues Indica que los ingresos son iguales a los egresos y no se obtienen beneficios adicionales y por tanto, es indiferente su aceptación o rechazo.

Fórmula general del VPN

$$VPN = -A + \frac{C1}{(1+i)^1} + \frac{C2}{(1+i)^2} + \frac{Cn}{(1+i)^n}$$

Gráfico 16. VPN



Fuente: los autores

Dónde

VPN: Valor presente neto.

A: Inversión Inicial.

C1, C2: Flujo neto en el período 1, 2

Cn: Flujo neto de efectivo en el período n.

i : Tasa de interés oportunidad del inversionista

Consideraciones especiales de proyectos:

Es importante anotar que el cálculo del valor presente neto se basa en dos supuestos básicos:

Primero: se asume que *los beneficios netos o flujos de caja* generados (liberados) por el proyecto, *serán reinvertidos por lo menos a la misma tasa de interés de oportunidad*, inclusive después de la vida útil del proyecto.

Segundo: la diferencia entre la suma invertida en el proyecto y el capital total que se disponga para invertir en general, *se invierte a la tasa de interés de oportunidad utilizada en el cálculo.*

Ejemplo 3

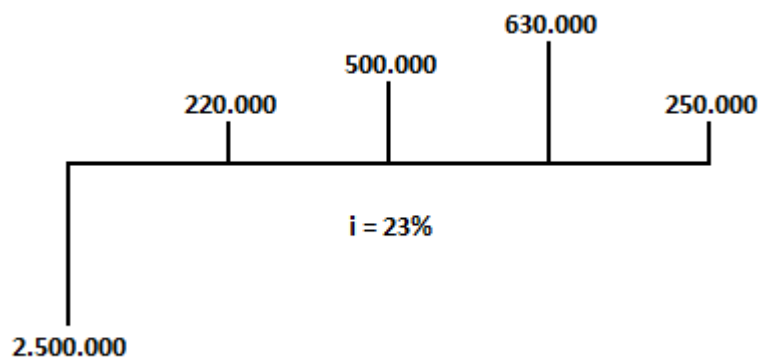
Una compañía desea iniciar un negocio, que necesita una inversión inicial de \$ 2'500.000, este proyecto tendrá una vida de 4 años y en cada uno de estos años respectivamente generara unos flujos de efectivo estimados de, \$ 220.000, \$ 500.000, \$ 630.000 y \$ 250.000, respectivamente con una tasa de oportunidad del 23%.

Se requiere:

Decidir si es factible este nuevo negocio para la compañía.

Solución:

Primero, planteamos el diagrama de los flujos de caja del proyecto:



Segundo, efectuamos los cálculos matemáticos:

$$VPN = -2'500.000 + \frac{220.000}{(1 + 0.23)^1} + \frac{500.000}{(1 + 0.23)^2} + \frac{630.000}{(1 + 0.23)^3} + \frac{250.000}{(1 + 0.23)^4}$$

$$VPN = -25.000 + 178.862 + 330.491 + 338.552 + 109.224$$

$$VPN = -\$ 1.542.871$$

Ahora se desarrollara el ejercicio en las hojas de cálculo, Excel.

	A	B
1	Años	Flujos
2	0	(2.500.000)
3	1	220.000
4	2	500.000
5	3	630.000
6	4	250.000
7		
8		
9	VPN	(\$ 1.542.871)
10	VPF	\$ 957.129
11	I	(\$ 2.500.000)
12	i	23%

Argumentos de función ? X

VNA

Tasa = 0,23

Valor1 = {220000;500000;630000;250000}

Valor2 = número

= 957129,1406

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = \$ 957.129

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Primero, se resumen los flujos generados por el proyecto en la primera tabla, -2,500,000,+220,000, +500,000, +630,000, +250,000; luego se calcula el valor presente de los flujos (VPF) desde el año 1 al 4 con la función (fx) VNA de Excel, la cual permite traer a valor actual cada uno de estos flujos a una tasa de interés, en este caso la tasa de oportunidad que era de un 23%; después, al este resultado (957,129) que representa el valor presente de los ingresos proyectados para cada uno de los cuatro años, se le suma la inversión inicial que ya está en el presente (con signo negativo para

que reste) y de esta manera se cumple la definición de VPN que es el valor presente de la diferencia entre el valor presente de los ingresos y el valor presente de los egresos de un proyecto. En este ejemplo, el egreso del proyecto es la inversión inicial que representa una erogación de dinero efectuada al inicio del proyecto y los ingresos son los beneficios que genera el proyecto durante su vida útil. La inversión inicial no está contenida en el rango de la formula VNA pues esta fórmula me trae a valor presente cada uno de los flujos futuros generados, dado que la inversión ya está en el presente pues se realiza en el periodo cero no es necesario incluirla pues si se hace esto, todos los flujos se trasladarían al periodo -1, lo cual no es lo que se pretende conocer; dicho de otra manera el periodo cero representa el hoy o lo actual o sea el punto focal en donde queremos medir la utilidad de los flujos de caja del proyecto.

Conclusión:

El resultado nos indica que el negocio no es factible financieramente, debido a que las ganancias que se espera generar en pesos de hoy no recuperan ni siquiera la inversión inicial, representando una pérdida neta de \$ 1.542.581. Esto se debe a que el proyecto está rentando a una tasa inferior al 23% con la cual se evaluó.

Ejemplo 4

Se piensa ejecutar un proyecto el cual se estructura en la siguiente forma:

- Se necesita una inversión inicial de \$800.000 y al final del primer mes es necesario hacer otra inversión de 450.000.
- En los siguientes dos meses los ingresos y los egresos son equivalentes.

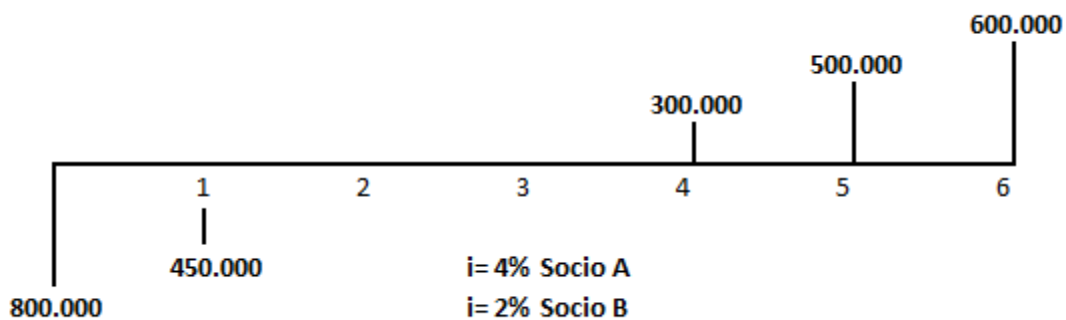
- En los meses 4, 5, y 6 los ingresos netos son respectivamente los siguientes:
300.000, 500.000, 600.000.

Se requiere:

1. Concluir si los empresarios A y B, pueden ejecutar este proyecto teniendo en cuenta que el empresario A espera obtener un 4% en todas sus inversiones y el empresario B espera obtener un 2% como mínimo.

Solución:

Primero se plantea un diagrama de flujos con los ingresos y egresos que este proyecto va a generar.



Ahora se calculará el VPN de cada uno de los empresarios, es decir se traerá a valor presente todos los ingresos y egresos del proyecto teniendo en cuenta su respectiva tasa de interés de oportunidad (TIO).

Empresario A

$$VPN = -800.000 - \frac{450.000}{(1 + 0.04)^1} + \frac{300.000}{(1 + 0.04)^4} + \frac{500.000}{(1 + 0.04)^5} + \frac{600.000}{(1 + 0.04)^6}$$

$$VPN = -800.000 + 432.692 + 256.441 + 410.964 + 474.189$$

$$VPN = -91.099$$

Empresario B

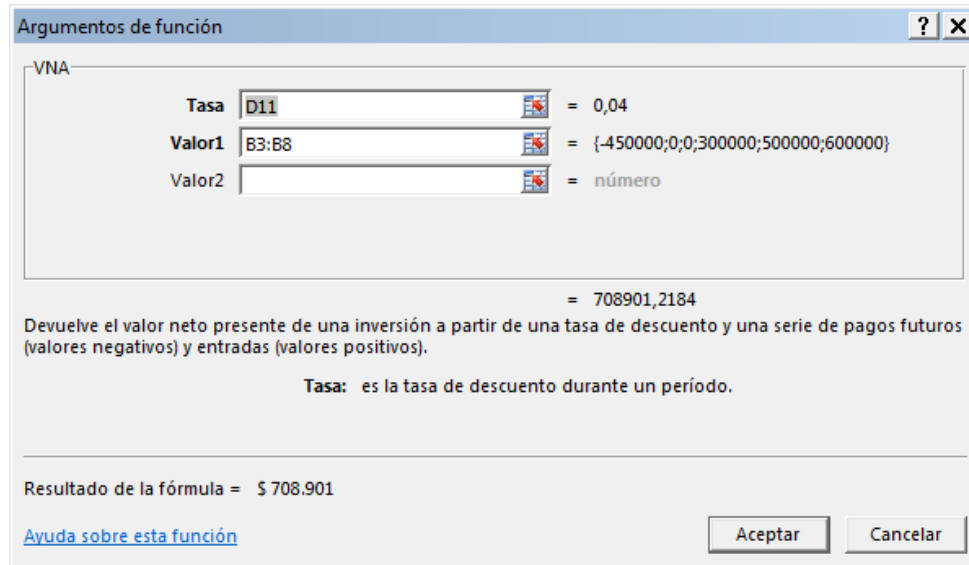
$$VPN = -800.000 - \frac{450.000}{(1 + 0.02)^1} + \frac{300.000}{(1 + 0.02)^4} + \frac{500.000}{(1 + 0.02)^5} + \frac{600.000}{(1 + 0.02)^6}$$

$$VPN = -800.000 + 441.176 + 277.154 + 452.865 + 532.783$$

$$VPN = 21.625$$

En Excel se realizara de la siguiente manera

	A	B	C	D
1	MES	Flujos		
2	0	(\$ 800.000)		
3	1	(\$ 450.000)		
4	2	0		
5	3	0		
6	4	300000		
7	5	500000		
8	6	600000		
9				
10		VPN	VPF	TIO
11	Empresario A	(\$ 91.099)	\$ 708.901	4%
12	Empresario B	\$ 21.625	\$ 821.625	2%



Al igual que el ejemplo 3, el VPF representa el valor presente de los flujos generados del periodo 1 al 6 y el VPN es la suma de este valor hallado más la inversión inicial (con signo negativo).

Conclusión:

Este proyecto no es factible para el empresario A, pues si lo realiza tendría una pérdida de \$91.099, dicho de otra manera, este empresario se ganaría el 4% menos \$91.099 a pesos de hoy. Lo contrario sucede con el empresario B que de realizar este proyecto obtendría una ganancia de \$21.625 en pesos de hoy a parte de ganar el 2%

6.4 Valor Presente Neto, Tipos de proyectos.

El VPN es útil en proyectos particulares o en la toma decisiones acerca de una gama de posibles inversiones. Cuando se evalúan proyectos particulares, es suficiente con saber el signo del VPN para tomar la decisión. Si el caso es elegir la mejor alternativa

de entre unas posibles inversiones, entonces el VPN exige que la planeación de estas alternativas tengan el mismo número de períodos.

Ejemplo 5

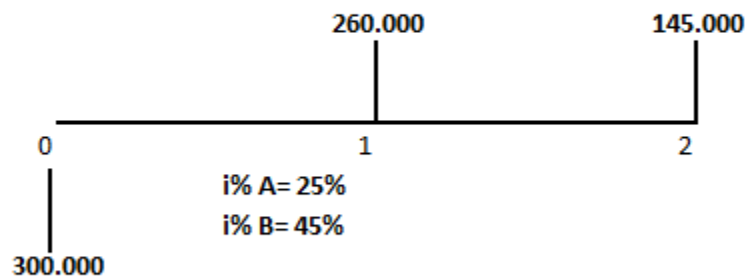
Un proyecto requiere una inversión inicial de \$300,000, con unos ingresos estimados de \$260,000 al final del primer año y de \$145,000 al final del segundo año.

Se requiere:

Evaluar el proyecto para el inversionista A cuya tasa de oportunidad es del 25% y para el inversionista B cuya tasa es del 45%.

Solución:

Se comenzará con el diagrama de flujos, representando los ingresos y egresos estimados para este proyecto.



Inversionista A

$$VPN = -300.000 + \frac{260.000}{(1 + 0.25)^1} + \frac{145.000}{(1 + 0.25)^2}$$

$$VPN = -300.000 + 208.800 + 92.800$$

$$VPN = 800$$

Inversionista B

$$VPN = -300.000 + \frac{260.000}{(1 + 0.45)^1} + \frac{145.000}{(1 + 0.45)^2}$$

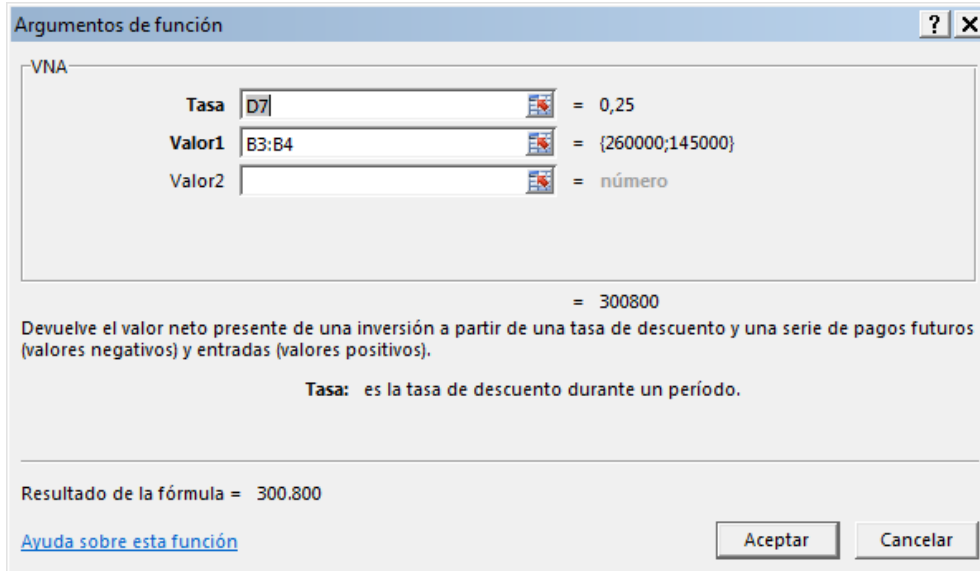
$$VPN = -300.000 + 179.310 + 68.965$$

$$VPN = -51.724$$

En Excel se realizaría de la siguiente manera.

	A	B	C	D
1	Años	Flujos		
2	0	(300.000)		
3	1	260.000		
4	2	145.000		
5				
6	Inversionista	VPN	VPF	i
7	A	800	300.800	25%
8	B	(51.724)	248.276	45%

VPF inversionista A



VPF Inversionista B



Conclusión:

El inversionista A acepta el proyecto, mientras que el inversionista B lo rechaza.

Ejemplo 6

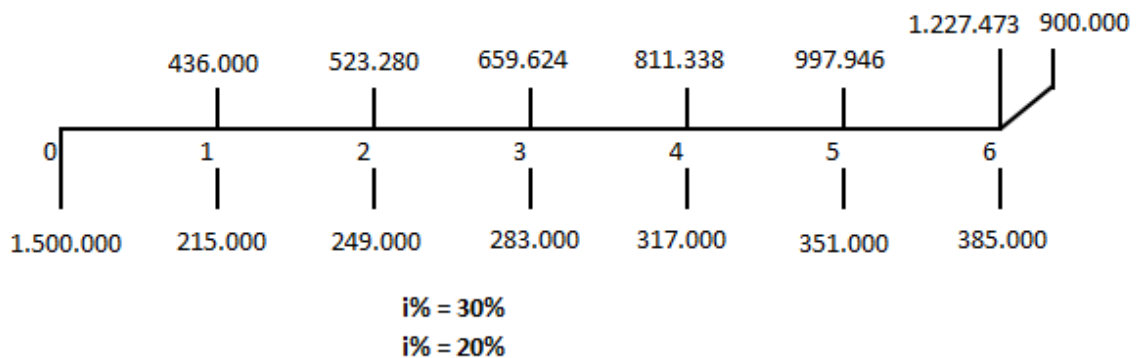
La compañía piensa invertir en una maquina especial que tiene un costo de \$1'500,000, se estima que generará ingresos anuales crecientes en un 23%, en el primer año se cree que será de \$436,000, los costos de operación y mantenimiento para el primer año se estiman en \$215,000 y se supone que cada año crecerán en unos \$34,000. La vida útil de la maquina es de 6 años y al final de su vida útil puede ser vendida en \$900,000.

Se requiere:

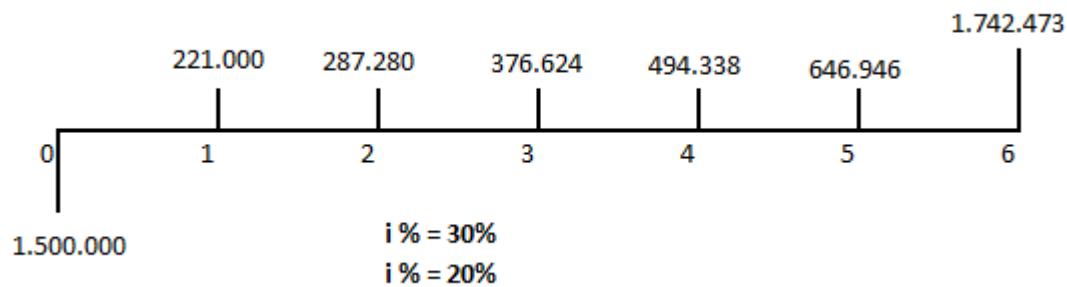
Evaluar el proyecto con tasa a) del 30% y b) del 20%.

Solución:

Flujo completo del proyecto



Flujo resumido del proyecto



Con i=30%

$$VPN = -1'500.000 + \frac{221.000}{(1 + 0.30)^1} + \frac{287.280}{(1 + 0.30)^2} + \frac{376.624}{(1 + 0.30)^3} + \frac{494.338}{(1 + 0.30)^4} + \frac{646.946}{(1 + 0.30)^5} + \frac{1'742.473}{(1 + 0.30)^6}$$

$$VPN = -1'500.000 + 170.000 + 169.988 + 171.426 + 173.081 + 174.241 + 360.999$$

$$VPN = -280.263$$

Con i=20%

$$VPN = -1'500.000 + \frac{221.000}{(1 + 0.20)^1} + \frac{287.280}{(1 + 0.20)^2} + \frac{376.624}{(1 + 0.20)^3} + \frac{494.338}{(1 + 0.20)^4} + \frac{646.946}{(1 + 0.20)^5} + \frac{1'742.473}{(1 + 0.20)^6}$$

$$VPN = -1'500.000 + 184.167 + 199.500 + 217.954 + 238.396 + 259.993 + 583.551$$

$$VPN = 183.560$$

En Excel se realizaría de la siguiente manera.

	A	B	C	D	E	F	G
1	V. Salvamento	900.000					
2	C_ Egresos	34.000					
3	g_ Ingresos	23%					
4	Años	1	2	3	4	5	6
5	Ingresos	436.000	536.280	659.624	811.338	997.946	1.227.473
6	Egresos	215.000	249.000	283.000	317.000	351.000	385.000
7	Flujos netos	221.000	287.280	376.624	494.338	646.946	1.742.473
8							
9							
10	Inversion I	(1.500.000)					
11							
12							
13	VPN	VPF	i				
14	(280.263)	1.219.737	30%				
15	183.560	1.683.560	20%				

VPF Con $i=30\%$

Argumentos de función

VNA

Tasa C14 = 0,3

Valor1 B7:G7 = {221000\287280\376624,4\494338,01...

Valor2 = número

= 1219736,63

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

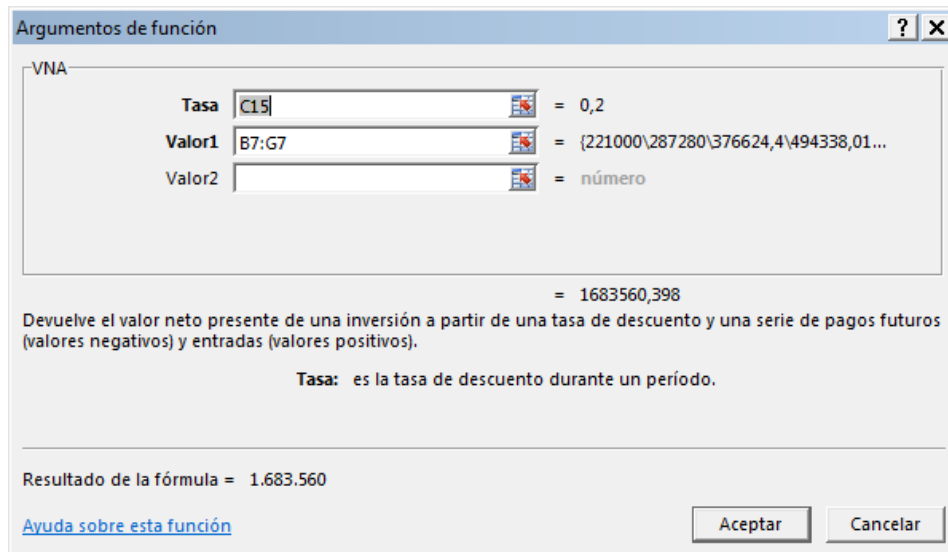
Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = 1.219.737

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

VPF con $i=20\%$



6.5 Alternativas mutuamente excluyentes.

A veces sucede que se tiene una serie de alternativas para inversión, pero si se decide realizar una de ellas, entonces se elimina la posibilidad de ejecución de las otras; a estas alternativas se le llaman mutuamente excluyentes. Para que estas alternativas sean evaluadas y poder tomar una decisión, es necesario estudiar cada una de ellas por separado teniendo en cuenta que se debe usar el mismo horizonte de tiempo en ambas alternativas para poder compararlas.

Pero hay casos en donde los proyectos tienen diferentes periodos de vida útil, entonces el camino a seguir es tomar un horizonte de planeación que sea igual al mínimo común múltiplo de la vida útil de cada una de las alternativas.

Ejemplo 7

Una fábrica produce actualmente en forma manual 1.300 unidades de un determinado artículo, para ello utiliza artesanos a los cuales les paga \$ 10'920.000 al año y es

costumbre que cada año se les aumente el sueldo en aproximadamente un 3.5%. El precio de venta de cada artículo es de \$13.000 y se estima que este precio podrá ser aumentado todos los años en un 4%. Ahora se ha presentado la oportunidad de adquirir una máquina a un costo de \$13 millones con una vida útil de 5 años, un valor de salvamento de \$ 2'600.000 la cual requiere de 2 técnicos para su operación, el sueldo anual de cada uno de los técnicos puede ser de \$780,000 con aumentos anuales de sueldo del 3.2%.

Se requiere:

¿Cuál de las dos alternativas es mejor suponiendo que la tasa del inversionista es del 15%?

Solución:

Alternativa 1

Se supondrá que en la alternativa 1 no se debe hacer nada, en otras palabras es seguir con la mano de obra artesanal, que generara un primer ingreso por **\$ 16'900.000 (1300 * \$ 13.000)** y a partir de acá seguirá creciendo todos los años en un 4%. Por parte de los egresos, en el primer año será de \$ 10'920.000 y se incrementará en un 3.5 % los siguientes años. Como se verá en el siguiente diagrama de flujos.

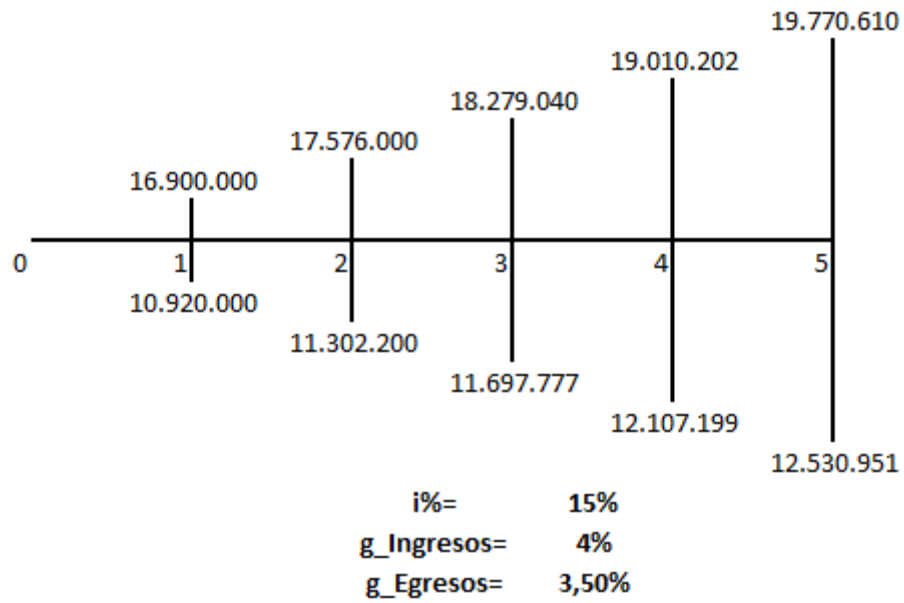
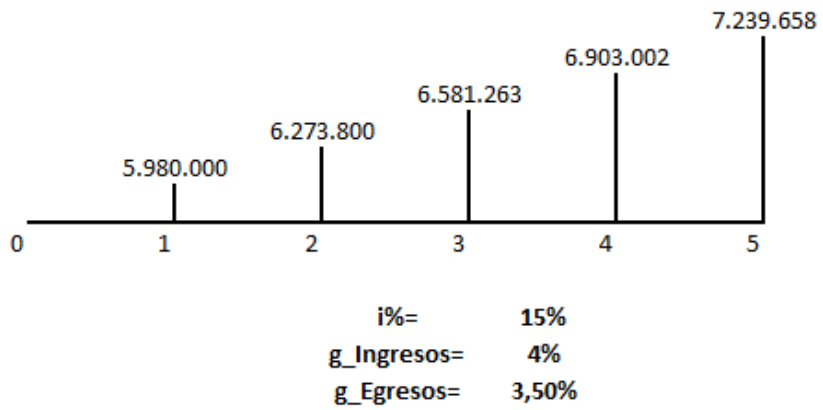


Diagrama de flujo resumido



En Excel se realizaría de la siguiente manera.

	A	B	C	D	E	F
1	g_Ingresos	4%				
2	G_Egresos	3,5%				
3	Años	1	2	3	4	5
4	Ingresos	16.900.000	17.576.000	18.279.040	19.010.202	19.770.610
5	Egresos	10.920.000	11.302.200	11.697.777	12.107.199	12.530.951
6	Flujos netos.	5.980.000	6.273.800	6.581.263	6.903.002	7.239.658
7						
8	i=	15%				
9	VP_Flujos=	21.817.385				
10	VPN	21.817.385				

Argumentos de función

VNA

Tasa B8 = 0,15

Valor1 B6:F6 = {5980000\6273800\6581263\6903002...}

Valor2 = número

= 21817385,2

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = 21.817.385

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

En este caso, se traen a valor presente por medio de VNA todos los periodos de 1 a 5, y el resultado es igual al VPN, dado que no existe una inversión inicial, que es lo que diferencia del VNA al VPN.

Alternativa 2

Diagrama de flujos

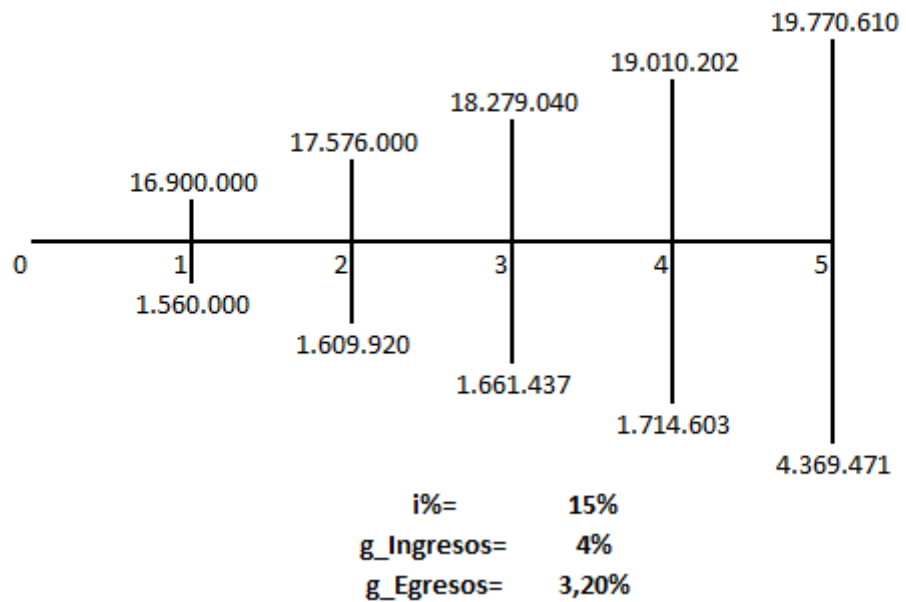
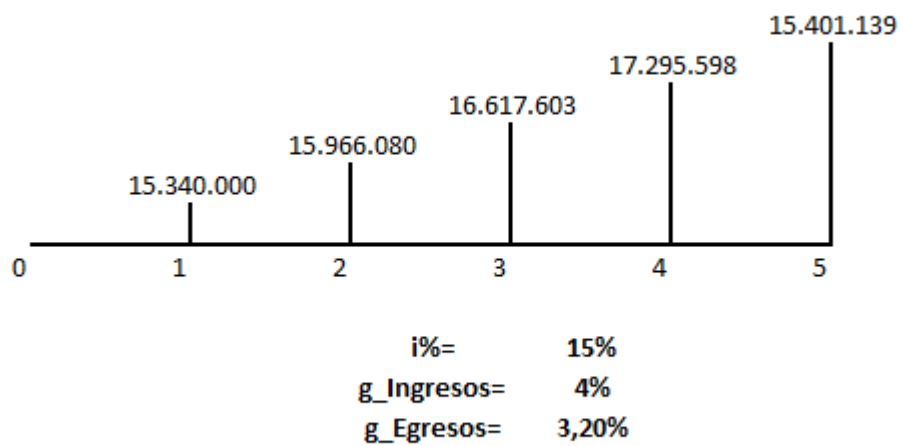


Diagrama de flujos resumido



A continuación como en la alternativa 1 se calcula el VPN de estos flujos, con la ayuda de las herramientas de las hojas de cálculo de Excel.

	A	B	C	D	E	F
1	Valor_Salvamento	2.600.000				
2	g_Ingresos	4%				
3	G_Egresos	3,2%				
4	Años	1	2	3	4	5
5	Ingresos	16.900.000	17.576.000	18.279.040	19.010.202	19.770.610
6	Egresos	1.560.000	1.609.920	1.661.437	1.714.603	4.369.471
7	Flujos netos.	15.340.000	15.966.080	16.617.603	17.295.598	15.401.139
8						
9	i=	15%				
10	I =	13.000.000				
11	VP_Flujos=	53.884.026				
12	VPN	40.884.026				

Argumentos de función ? X

VNA

Tasa = 0,15

Valor1 = {15340000\15966080\16617602,56\1...}

Valor2 = número

= 53884026,5

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = 53.884.026

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Como se puede notar, en la tabla de Excel en la figura (# figura) el VPN es igual a \$ 40. 884.026, diferente al valor que nos da en la función de Excel VNA, esta diferencia se da porque la fórmula de Excel VNA me saca los flujos presentes de los periodos de 1 a 5, sin tener en cuenta la inversión inicial para dicho proyecto, por lo que para sacar el VPN, al valor presente de los flujos generados por el proyecto se le suma (con signo negativo) la inversión inicial, tal como es en formula.

Conclusión:

La mejor alternativa es la 2, que es la compra de la maquina dado que VPN es mayor en esta alternativa que en la numero uno.

6.6 Alternativas mutuamente excluyentes con diferente vida útil

Ejemplo 8

El jefe de producción de una fábrica debe decidir entre dos motores A y B.

Se requiere:

1. Con una tasa del 34%, determine la mejor alternativa, teniendo en cuenta la siguiente información.

	Motor A	Motor B
Costo	1.800.000	1.600.000
Vida util (años)	3	2
V. Salvamento	250.000	187.500
CAO	25.781	30.938

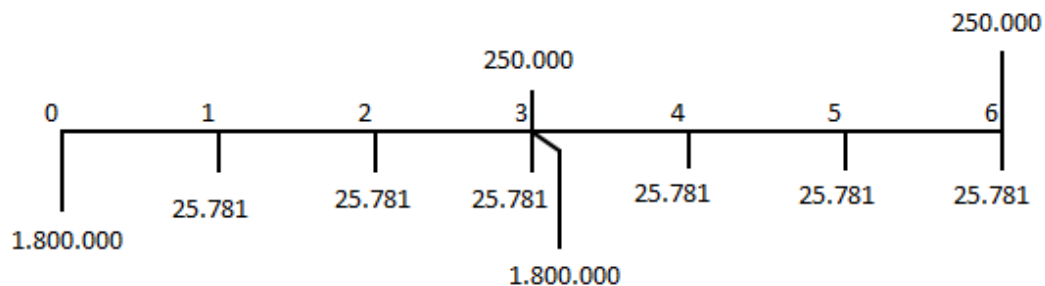
Solución:

Como **ya se dijo anteriormente**, cuando un proyecto mutuamente excluyente tiene **distintos** números de periodos, entonces se debe aplicar el mínimo común múltiplo de la vida útil de las alternativas, en este caso es de 6 años.

- Alternativa 1: Al final del año 3 se tendrá que adquirir otra máquina de las mismas características. Lo anterior equivale a hacer dos veces el proyecto 1 hasta completar 6 años.
- Alternativa 2: se tendrá que adquirir, una maquina en el periodo cero, otra a los dos siguientes años y finalmente una tercera al final del año 4. Esto equivale a hacer 3 veces el proyecto 2 hasta completar 6 años.

Alternativa 1

Diagrama de flujo.



$$VPN = -1.800.000 - \frac{1.800.000}{(1.34)^3} + \frac{250.000}{(1.34)^3} + \frac{250.000}{(1.34)^6}$$

$$-25.781 * \left[\frac{(1.34)^6 - 1}{0.34 * (1.34)^6} \right] = -2.463.742$$

A continuación se calculará el VPN de estos flujos de proyectos mutuamente excluyentes con vidas útiles distintas, con la ayuda de las herramientas de las hojas de cálculo de Excel.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Motor A	Motor B				
2	Costo	1.800.000	1.600.000				
3	Vida útil (años)	3	2				
4	V. Salvamento	250.000	187.500				
5	CAO	25.781	25.781				
6							
7	Alternativa A						
8							
9	Años	1	2	3	4	5	6
10	Ingresos	0	0	250.000	0	0	250.000
11	Egresos	25.781	25.781	1.825.781	25.781	25.781	25.781
12	Flujos	(25.781)	(25.781)	(1.575.781)	(25.781)	(25.781)	224.219
13							
14	VPN	(2.463.742)					
15	VPF	(663.742)					
16	I	(1.800.000)					
17	i	34%					

Argumentos de función ? X

VNA

Tasa = 0,34

Valor1 = {-25781,25\ -25781,25\ -1575781,25\ -...

Valor2 = número

= -663741,5581

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

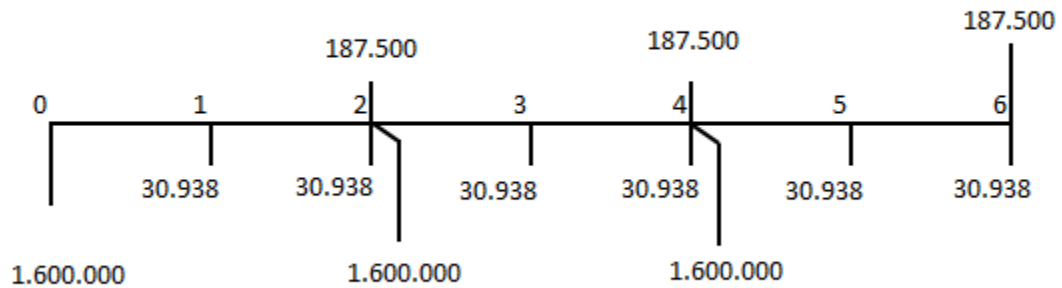
Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = (663.742)

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Alternativa 2

Diagrama de flujos.



$$VPN = -1.600.000 - \frac{1.600.000}{(1.34)^2} - \frac{1.600.000}{(1.34)^4} + \frac{187.500}{(1.34)^2} + \frac{187.500}{(1.34)^4} + \frac{187.500}{(1.34)^6} - 30.938 * \left[\frac{(1.34)^6 - 1}{0.34 * (1.34)^6} \right] = -2.463.742$$

A continuación se calculará el VPN de estos flujos de proyectos mutuamente excluyentes con vidas útiles distintas, con la ayuda de las herramientas de las hojas de cálculo de Excel.

	A	B	C	D	E	F	G
1		Motor A	Motor B				
2	Costo	1.800.000	1.600.000				
3	Vida util (años)	3	2				
4	V. Salvamento	250.000	187.500				
5	CAO	25.781	30.938				
6							
7	Alternativa A						
8							
9	Años	1	2	3	4	5	6
10	Ingresos	0	187.500		187.500	0	187.500
11	Egresos	30.938	1.630.938	30.938	1.630.938	30.938	30.938
12	Flujos	(30.938)	(1.443.438)	(30.938)	(1.443.438)	(30.938)	156.563
13							
14	VPN	(2.867.629)					
15	VPF	(1.267.629)					
16	I	(1.600.000)					
17	i	34%					

Argumentos de función ? X

VNA

Tasa = 0,34

Valor1 = {-30937,5\,-1443437,5\,-30937,5\,-144...

Valor2 = número

= -1267629,339

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = (1.267.629)

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Conclusión:

El ambas alternativas el VPN fue negativo, esto se debe a que no se conocían los ingresos que se generan al comprar este motor, sino que solamente se conocía el valor de salvamento, sin embargo, como es una necesidad de la compañía el adquirir un motor, la compañía elije la alternativa 1 que es la menos perdidas presenta.

Observación

En el ejemplo anterior se supone un estancamiento de tecnología y de inflación, ya que el precio del motor no cambia a través del tiempo y los costos de operación tampoco presentan variaciones. Sin embargo este hecho no es relevante porque lo que se quería era decidir sobre que motor comprar de acuerdo a que alternativa era más factible financieramente, y como se tuvo en cuenta estos estancamientos en ambas alternativas, entonces los errores se compensan de una alternativa a otra. Pero si se desea tomar una decisión y conocer el valor real del VPN, entonces se debe tener en cuenta el impacto de los avances tecnológicos y de inflación en los costos e ingresos del proyecto.

6.7 Evaluación después de impuestos

Los impuestos que se deben pagar durante un proyecto juegan un papel importante al momento de evaluarlo, pues los impuestos son egresos que van a disminuir o aumentar el flujo neto que se genera en los periodos de vida del proyecto. Por lo que las decisiones que se tomen cuando se conoce la factibilidad de un proyecto antes de impuestos, pueden ser diferentes a las que se tomen cuando se tengan en cuenta los impuestos.

La depreciación es un valor que influye en la liquidación de los impuestos, dado que las propiedades planta y equipos, como edificios, maquinas, carros, equipos de cómputo, entre otros, a medida que pasa el tiempo van disminuyendo su valor debido a que están sujetos a deterioros por el uso. Por lo tanto, aquellos proyectos que en su inversión inicial tengan activos como los descritos, afectaran los ingresos por su

depreciación y deterioro, generando una base menor para el porcentaje de impuesto, que causará un aumento en el flujo de caja.

Dicho lo anterior, se llega a la conclusión de que los gastos por depreciación son valores no desembolsables o sea que no implican salida de efectivo, sino que representan tema contable que indirectamente afecta el flujo de caja, pues hace que la base para calcular los impuestos se reduzca:

$$\text{Base} = \text{Ingresos} - \text{Costo} - \text{Depreciación}$$

Ejemplo 9:

Una compañía puede adquirir una máquina que tiene un costo de \$8000.000, que tendrá una vida útil de 5 años y que no tiene un valor de salvamento, esta máquina se depreciará totalmente en 3 años por partes iguales. Se estima que los ingresos del primer años serán \$5.000.000 y van a aumentar los siguientes años en un 30%, también se estiman los costos del primer año que serán de \$1.050.000 y cada año aumentaran en \$270.000.

Se requiere:

1. Determinar la viabilidad del proyecto, con un periodo de vida de 5 años, una tasa del inversionista del 41% y una tasa impositiva de 39%

Solución:

1. Encontrar una base para el cálculo de los impuestos.
2. Calcular los impuestos y los flujos netos generados por el proyecto.

$$\begin{aligned}
 VPN = & -8.000.000 + \frac{3.449.500}{(1 + 0.41)^1} + \frac{4.199.800}{(1 + 0.41)^2} + \frac{5.224.600}{(1 + 0.41)^3} + \frac{5.566.250}{(1 + 0.41)^4} \\
 & + \frac{7.411.805}{(1 + 0.30)^5} = 1.160.908
 \end{aligned}$$

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2	g_Ingresos	30%		Depreciacion			
3	Ingreso 1 año	5.000.000		2.666.667			
4	C_Egresos	270.000					
5	Costo 1 año	1.050.000					
6	T_Impuestos	39%					
7	Inversion inicial	8.000.000					
8	Costo de capital	41%					
9							
10	Años	0	1	2	3	4	5
11	Ingresos		5.000.000	6500000	8450000	10985000	14280500
12	Egresos		1.050.000	1.320.000	1.590.000	1.860.000	2.130.000
13	Depreciacion		2.666.667	2.666.667	2.666.667		
14	Utilidad Operativa		1.283.333	2.513.333	4.193.333	9.125.000	12.150.500
15	Impuestos		500.500	980.200	1.635.400	3.558.750	4.738.695
16	Utilidad Operativa Neta		782.833	1.533.133	2.557.933	5.566.250	7.411.805
17	(+) Gastos depreciacion		2.666.667	2.666.667	2.666.667		
18	Flujo de efectivo operativo		3.449.500	4.199.800	5.224.600	5.566.250	7.411.805
19	Inversion Inicial	-8.000.000					
20	Flujo de caja Neto	-8.000.000	3.449.500	4.199.800	5.224.600	5.566.250	7.411.805
21							
22							
23							
24	VPF	9160907,609					
25	VPN	1.160.908					



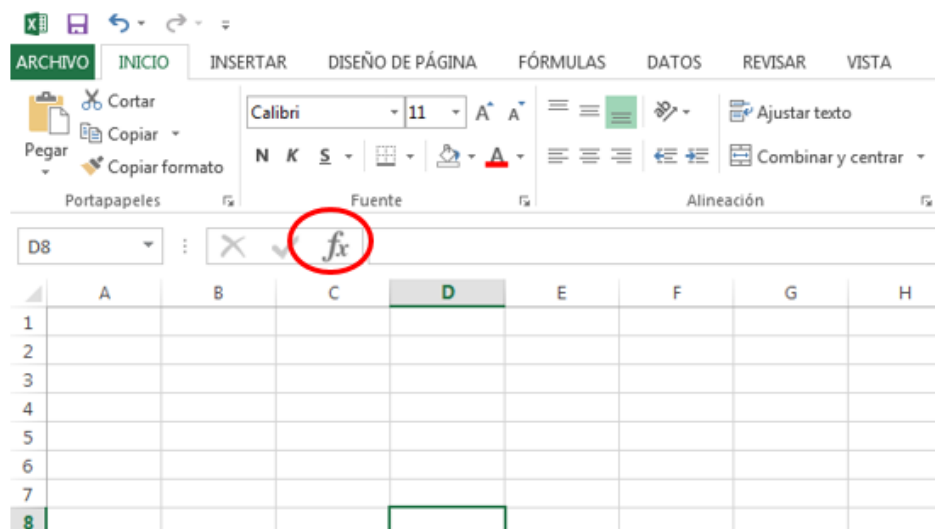
Conclusión:

El proyecto es viable financieramente, pues el $VPN > 0$, por lo que se puede aceptar el proyecto.

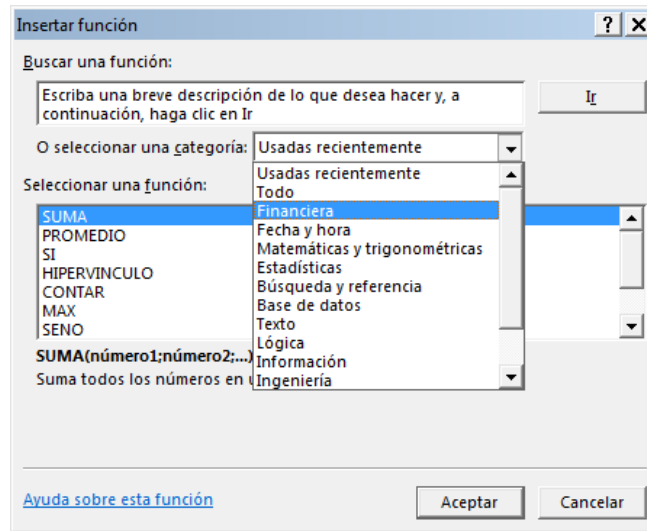
Anexo del capítulo.

Calculo de VPN en Excel

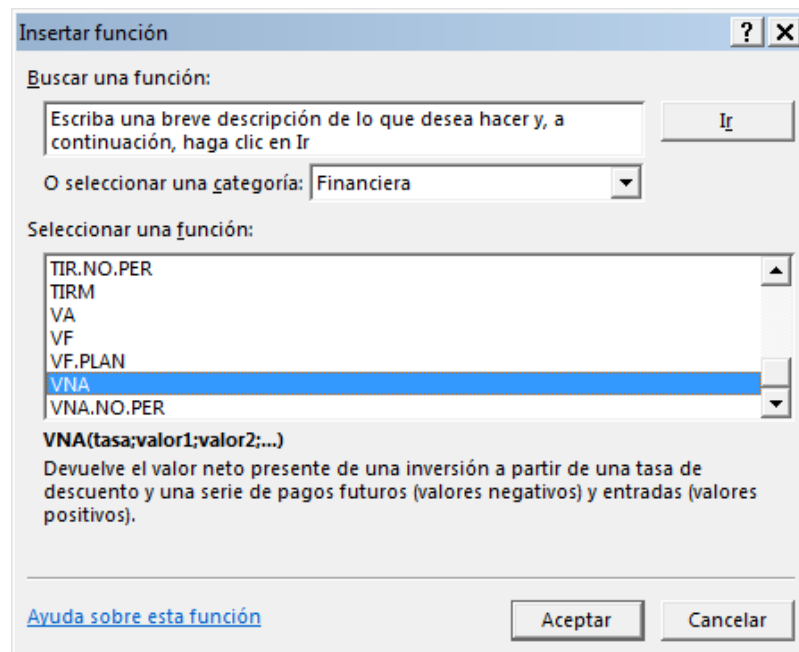
1. Ubique la celda donde quiere la respuesta y vaya a las funciones "fx" ubicadas en la parte superior izquierda de la hoja de Excel.



2. Seleccione la categoría “financiera”



3. Seleccione la función VNA, señale “aceptar”



4. Aparece el cuadro argumentos de función que le pedirá que indique:

- Tasa: Con el cursor en el cuadro Tasa, escriba o señale la celda que contiene la tasa de descuento.

- Valor 1: Con el cursor en el cuadro valor 1, sombree en la fila del flujo de caja neto las celdas desde el período 1 hasta el período n, y señale aceptar.
- La respuesta que aparece corresponde al valor presente de los flujos 1 a n.
- Sume al valor obtenido el valor de flujo 0 (Inversión inicial), marque “enter” y este resultado será el VPN buscado.

	A	B	C	D	E	F	G
4							
5	Ingreso 1 año	5000000					
6	C_Egresos	270000					
7	Costo 1 año	1050000					
8	T_Impuestos	0,39					
9	Inversion inicial	8000000					
10	Costo de capital	0,41					
11	Años	0	1	2	3	4	5
22	Flujo de caja Neto	-8000000	3449500	4199800	5224600	5566250	7411805
23							
24	VPF	=VNA(B10;C22:G22)					
25	VPN	=+B24+B22					
26							
27							
28							
29							
30							
31							
32							
33							
34							
35							
36							
37							
38							
39							
40							
41							
42							
43							

Argumentos de función

VNA

Tasa = 0,41

Valor1 = {3449500\4199800\5224600\5566250...

Valor2 = número

= 9160907,609

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = \$9.160.907,61

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

EJERCICIOS CAPÍTULO 6. VPN

1. Una compañía manufacturera desea comprar una máquina, el costo de esta máquina es de \$ 4'500,000. La compañía decide tomar un préstamo para adquirir esta máquina con una entidad financiera a una tasa de interés del 8% CM (mensual periódica vencida), con pagos mensuales uniformes, durante 3 años. Esta máquina tiene una vida útil de 4 años y se espera vender al final en \$ 900,000.

Se requiere:

Si este proyecto genera unos ingresos mensuales de \$ 187,000 y la aspira ganarse una tasa del 10% CM ¿Le conviene a la compañía comprar esta máquina?

(Solución: $VPN = 2.092.740$)

Se recomienda adquirir la máquina.

2. Una compañía necesita comprar una máquina que puede ser semiautomática, automática o electrónica. La máquina semiautomática tiene una vida útil de 4 años, un costo de \$800,000 y unos costos operativos anuales de \$250,000; La máquina automática tiene una vida útil de 4 años, un costo de \$ 1'400,000 y unos costos operativos anuales de \$ 40,000; finalmente la maquina electrónica tiene una vida útil de 8 años, un costo de \$ 1'500,000 y unos costos operativos anuales de \$ 10,000. Las maquinas tienen un valor de salvamento de \$20,000, \$160,000 y \$600,000 respectivamente. Utilice una tasa del 10%.

Se requiere:

- a. Decidir cuál es la mejor opción de compra, teniendo en cuenta que para la compañía es indispensable adquirirla.

(**Solución:** $VPN_{semiautomatica} = -2'657.152$; $VPN_{automatica} = -2.385.693$;
 $VPN_{electrica} = -1.273.445$)

La mejor opción es la maquina semiautomática.

3. El administrador de un club campestre de natación está tratando de decidir entre dos procedimientos para incorporar cloro a las piscinas. Si se utilizara cloro gaseoso, requeriría un clorificador con un costo inicial de \$800 y una vida útil de 5 años. El cloro costaría \$200 anuales y los costos de mano de obra \$400. La otra alternativa sería utilizar cloro seco e incorporarlo manualmente, con un costo de \$500 anuales el cloro y \$800 por mano de obra. Si la tasa de interés es 6% anual.

Se requiere:

- a. ¿Qué método le aconseja usted al administrador para que utilice?

(**Solución:** $VPN_{Gaseoso} = -3'327.42$; $VPN_{Seco} = -5'476.07$)

Se recomienda utilizar el método del cloro gaseoso ya que es más económico.

4. Una importante compañía manufacturera compró una máquina semiautomática por \$ 13.000 Su mantenimiento anual y el costo de operación ascendieron a \$ 1.700 Cinco años después de la adquisición inicial, la compañía decidió comprar una unidad adicional para que la máquina fuera totalmente automática.

La unidad adicional tuvo un costo de \$ 7.100. El costo de operación de la máquina en condiciones totalmente automáticas fue de \$ 900 anuales. Si la compañía usó la maquina durante un total de 16 años y luego vendió la unidad automática adicional en \$ 1.800

Se requiere:

¿Cuál fue el VPN a una tasa de interés del 9% anual?

(Solución: $VPN = -27,754.14$)

5. Una compañía desea saber el VPN de un negocio representado en una inversión inicial de \$ 1'500.000 el cual va a generar unos flujos de efectivos durante 5 años tales como: \$ 150.000, \$600.000, \$ 675.000, \$ 750.000 y \$150.000, respectivamente; con una tasa de interés de 7% anual.

Se requiere:

Averiguar el VPN del negocio de la compañía.

(Solución: $VPN = -1.131.429$)

- 6.Cuál es el VPN de negocio que tiene una duración de 10 años, con una tasa del 9% efectiva anual, y tiene los siguientes ingresos y egresos. Comente el resultado.

Año	Ingreso	Egreso
0	0	7.500.000
1	2.675.000	250.000
2	3.175.000	250.000
3	4.675.000	875.000
4	3.200.000	475.000
5	2.700.000	525.000
6	2.100.000	1.800.000
7	1.900.000	800.000
8	1.900.000	875.000
9	1.000.000	1.425.000
10	500.000	100.000

(Solución: VPN = 4'733.355)

7. Don Roberto ha decidido comprar un taxi y espera que este le genere ganancias del 28% Efectiva anual en su inversión por valor de 50'000.000. Esta persona piensa conservarlo por 3 años para después venderlo por la mitad del valor invertido para adquirirlo. Se estima que este proyecto genere \$ 1'950.000 mensualmente que crecen en un 2% mes a mes; los gastos de mantenimiento y gasolina son de \$ 470.000 mensuales y crecen a una tasa del 4%.

Se requiere:

Don Roberto lo contrata a usted para que le indique si esta nueva inversión es buena para él ¿Qué le diría usted a Don Roberto?

(Solución: VPN = 5'509.093)

Se recomienda a Don Roberto que realice esta inversión ya que le va general beneficios adicionales de 5'509.093.

8. Una empresa necesita una conserje y tiene dos alternativas, la primera realizar un contrato con otra compañía que cobraría mensualmente \$ 2'530.000

mensuales; la segunda opción es contratar directamente a la conserje la cual le va a generar gastos de \$2'245.000 mensuales y un beneficio en el último mes del año de 8'300.000.

Se requiere:

¿Cuál es la mejor opción para el empleador si su tasa es de 6.5%?

(Solución: $VPN_{contrato} = -21'757.347$; $VPN_{directo} = -15'645.942$)

La mejor opción para esta compañía es contratar directamente a un conserje ya que el VPN de esta opción tiene menos perdida que el VPN de la primera opción.

9. Un amigo suyo le propone un negocio con los siguientes flujos de caja:

AÑOS	FLUJOS
0	-\$ 5.000
1	\$ 2.600
2	\$ 3.500
3	\$ 4.700
4	\$ 3.654

Se requiere:

Si usted se desea ganar el 1,5% mensual vencido de este negocio ¿vale la pena realizarlo?

(Solución: $VPN = 4.079$)

Si vale la pena realizar este negocio.

10. Doña Carmen ha ahorrado dinero durante 5 años para invertir en un negocio que ella desea poner en su casa. Este negocio necesita una inversión inicial de 10'000.000 y le va generar ingresos de 560.000 mensuales que van creciendo a

una tasa de 3.5% anuales. Los gastos que va generar este proyecto se estiman en 320.000 mensuales con una tasa de crecimiento anual de 2%. La tasa de descuento para este proyecto es de 12% y doña Carmen piensa tenerlo por 4 años para después venderlo a una de sus hijas por la tercera parte que invirtió en él.

Se requiere:

1. ¿Cuáles son los flujos netos de este proyecto?
2. ¿Cuál es el VPN de este negocio?
3. ¿Es factible para doña Carmen invertir en este negocio?
4. ¿Debe aceptar la hija comprar el negocio?

(Solución: VPN=1'537.421)

Este es negocio es factible para doña Carmen por lo que debería realizar su inversión en él, también es factible para su hija ya que el negocio tiene unas buenas ganancias históricamente.

11. Un inversionista tiene la opción de invertir en 3 alternativas A, B y C. La tasa es del 7%.

Alternativas	A	B	C
Inversion Inicial	-1.500.000	-1.200.000	-1.000.000
Flujo netos año 1	-60.000	490.000	490.000
Flujo neto año 2	550.000	730.000	750.000
Flujo neto año 3	850.000	-20.000	0

Se requiere:

¿Cuál es la mejor alternativa?

(Solución: $VPN_A = -498.225$; $VPN_B = -120.772$; $VPN_C = 113.023$)

La mejor alternativa es la A.

12. Hallar el VPN de los siguientes flujos con cada una de estas tasas de descuento:

12%, 7%, 9% y 11%

Flujos
-2.000.000
600.000
400.000
400.000
200.000
700.000
300.000

Se requiere:

1. ¿Cuál es la mejor tasa para un inversionista?
2. ¿Cuál es el mejor VPN?
3. ¿Cuál es el VPN más bajo?
4. ¿Hay un VPN donde el inversionista sea indiferente?

**(Solución: 1. La mejor tasa para un inversionista es la tasa del 7%; 2. \$ 88.214;
3. - \$184.404)**

No, no hay un VPN por el cual el inversionista sea indiferente en este proyecto, porque ninguno es igual a cero.

13. Los hermanos Restrepo López tienen un restaurante y constantemente necesitan transportar los artículos desde la plaza de mercado hasta el establecimiento. Para esto tienen dos alternativas las cuales consisten en: La primera es comprar una camioneta que tiene un costo de 200 millones de pesos y costos mensuales de mantenimiento por \$ 1'425.000, Costos anuales por

reparaciones por un valor de 3'575.000; estos hermanos piensan vender la camioneta al cabo de 5 años a 180 millones. La segunda opción es pagar diariamente un carro de servicios públicos por \$ 87.500 por cada viaje durante el primer año, y luego el costo aumentara anualmente a una tasa del 8%.

Se requiere:

1. Decidir cuál es la mejor alternativa para los hermanos Restrepo López con una tasa del 5% trimestre vencido.

(Solución: $VPN_1 = -191'939.180$; $VPN_2 = -103'730.341$)

Como los hermanos necesitan transportar sus alimentos desde la plaza hasta el establecimiento donde se encuentra el restaurante, la mejor opción es la alternativa 2 ya que es la que menos pérdida tiene, a pesar de ser un VPN negativo.

14. Se presenta una oportunidad de montar una fábrica que requiere una inversión inicial de \$ 8'500.000 y luego inversiones mensuales de 4'500.000 desde el final del tercer mes, hasta el final del noveno mes. El inversionista espera que este negocio le genere utilidades mensuales de 1'600.000. La vida útil de este proyecto es de 3 años.

Se requiere:

1. Si la Tasa de oportunidad del inversionista es de 43% Efectivo anual, diga si es factible o no el negocio.

(Solución: $VPN = 685.627$)

El proyecto es financieramente factible

15. Una empresa está considerando la posibilidad de adquirir maquinaria por 150 millones. Al final del primer año se espera recibir 275 millones de pesos y al final del segundo se prevé un flujo negativo de 100 millones por el reciclaje y desinstalación.

Se requiere:

Calcular el VPN, teniendo en cuenta que la tasa es 13% semestre vencida.

(Solución: $VPN = 4' 033.465$)

CAPÍTULO 7.

TIR

Objetivo General

Aprender a utilizar la herramienta de evaluación de proyectos denominada Tasa interna de Retorno (TIR) para decidir sobre la factibilidad de un negocio o proyecto financiero.

Objetivos Específicos.

- Entender el concepto de la tasa interna de retorno (TIR).
- Calcular la TIR de un proyecto.
- Evaluar la factibilidad financiera de un proyecto, teniendo en cuenta la TIR, es decir decidir sobre la conveniencia para el inversionista de acuerdo a la rentabilidad que genera el proyecto.
- Diferenciar entre la Tasa interna de retorno modificada (TIRM) y la TIR.
- Conocer el significado de la tasa interna de retorno incremental o con reinversión (TIRI)
- Aprender a emplear la TIR en las hojas de cálculo Excel.

INTRODUCCIÓN

La tasa interna de retorno (TIR) es otra herramienta de valoración de proyectos que ayuda en la decisión sobre si es factible financieramente un negocio, y de este modo elegir ejecutarlo o no. La TIR es uno de los índices que tiene más aprobación en las personas dado que dice cuál es la rentabilidad de una inversión, pero, algunos profesionales en el tema no la admiten de la misma manera porque se puede prestar a equivocaciones; uno de estos errores podría ser que hay situaciones en que la decisión que una persona tome a partir de estudiar un proyecto con el VPN no coincide con la decisión que tomaría si tiene en cuenta la TIR, cuando se cree que es un criterio complementario al VPN. Esta desemejanza se puede dar porque la TIR no ha sido aplicada de la mejor manera por lo que se deberá emplear otro método hasta que los resultados con VPN y TIR sean acordes.

La TIR se puede definir de dos maneras, una matemáticamente y la otra financiera, la primera dice que la TIR es una tasa a la cual el VPN de un proyecto es igual a 0; la segunda manifiesta que la TIR es una tasa a la cual son descontados los flujos de caja de un proyecto tal que los ingresos y egresos sean iguales, además este índice permite calcular la tasa de interés que van a producir los dineros de ser invertidos en el proyecto.

Una característica de esta herramienta de valoración es que esta no depende de la tasa de oportunidad del inversionista sino que es algo propio del negocio.

Como se dijo anteriormente la TIR permite conocer la tasa a la que los dineros invertidos van a rendir durante la vida del proyecto; teniendo en cuenta esto se puede decir que es evidente que los inversionistas preferirán que esta rentabilidad sea más alta que las tasas de oportunidad que tengan. Para entender mejor lo mencionado se expondrá de la siguiente manera:

- ✓ Si $TIR >$ Tasa de oportunidad, el inversionista acepta el proyecto porque tiene una mejor rentabilidad que lo que le rentaría otro proyecto en caso de invertir el dinero en ellos.
- ✓ Si $TIR =$ Tasa de oportunidad, el inversionista es indiferente al proyecto, dado que este le renta a la misma tasa que le rentaría invirtiendo su dinero en otros negocios.
- ✓ Si $TIR <$ Tasa de oportunidad, el inversionista rechaza el proyecto porque le renta a menos de lo que le rentaría el dinero invirtiéndolo en otros proyectos.

Ejemplo 1

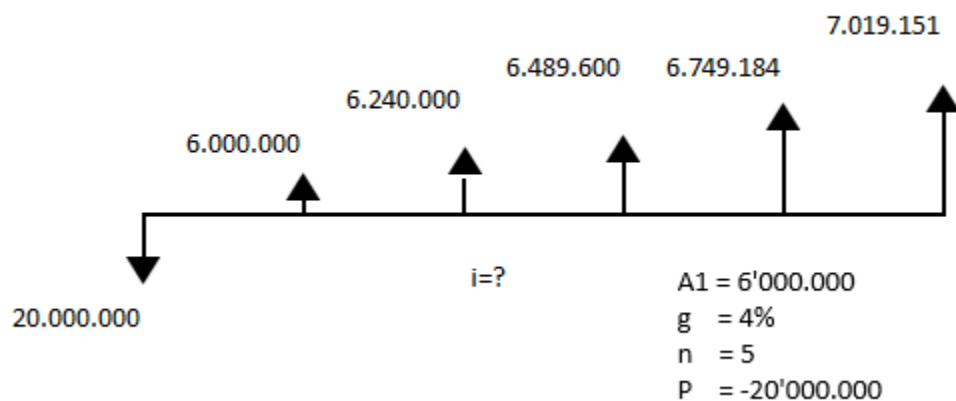
La administración de un conjunto residencial está considerando construir un parqueadero; para realizar este proyecto alquila un lote por 5 años. La construcción cuesta \$20 millones de pesos incluidos los impuestos y licencias, se estima que este proyecto genere ingresos netos (después de descontar los impuestos y el valor a pagar por el arriendo) sean de \$6 millones que crecerán anualmente de acuerdo al índice de inflación, estimado en 4 % anual.

Se requiere:

Si el inversionista tiene una tasa de oportunidad de 10% ¿Usted que le aconsejaría?

Solución:

Primero se iniciara haciendo el diagrama de flujos.



Ahora hallaremos la TIR.

Solución manual: Para esta solución se requiere la interpolación, entonces se elige valores para i no muy alejados entre sí, esto para que de una vez un resultado positivo y otro negativo. Se iniciara con el 12% que resulta de las siguientes operaciones.

$$Total = 6'000.000 + 6'.240.000 + 6'489.000 + 6'749.184 + 7'019.151 = 32'497.935$$

$$Utilidad = 32'497.935 - 20'000.000 = 12'497.935$$

$$Interes = \frac{12'497.935}{20'000.000 * 5} = 0.1250 \cong 12\%$$

Ahora se comenzaran a hallar los valores presentes netos a partir del 12% buscando un resultado positivo y uno negativo, los más cercanos a cero.

$$VPN(12\%) = -20'0000.000 + 6'000.000 \left(\frac{(1.04)^5 (1.12)^{-5} - 1}{0.04 - 0.12} \right) = 3'.222.885$$

$$VPN(14\%) = -20'0000.000 + 6'000.000 \left(\frac{(1.04)^5 (1.14)^{-5} - 1}{0.04 - 0.14} \right) = 2'086.516$$

$$VPN(16\%) = -20'0000.000 + 6'000.000 \left(\frac{(1.04)^5 (1.16)^{-5} - 1}{0.04 - 0.16} \right) = 1'036.786$$

$$VPN(18\%) = -20'0000.000 + 6'000.000 \left(\frac{(1.04)^5 (1.18)^{-5} - 1}{0.04 - 0.18} \right) = 65.277$$

$$VPN(20\%) = -20'0000.000 + 6'000.000 \left(\frac{(1.04)^5 (1.20)^{-5} - 1}{0.04 - 0.20} \right) = -835.457$$

Después de haber hallado los dos valores, uno positivo y uno negativo cercanos, se pasa a desarrollar el ejercicio de la siguiente manera, estableciendo la siguiente proporción. Después se pasa a despejar x de la ecuación y el resultado será la TIR del proyecto

Tasa	VPN
18	65.227
x	0
20	-835.457

(-) [(-)] (-)

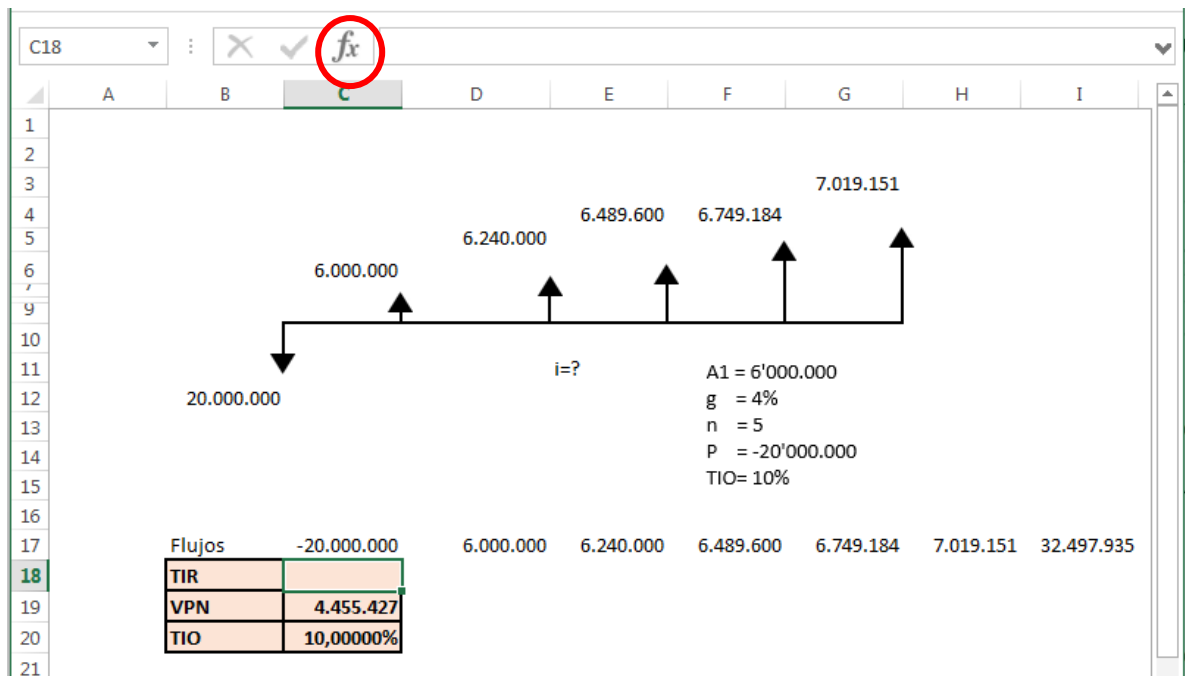
$$\frac{18 - 20}{18 - x} = \frac{65.227 - (-835.457)}{65.227 - 0} = 18,1400\%$$

Conclusión:

El proyecto es financieramente factible ya que la TIR es mayor a la tasa de oportunidad del inversionista.

7.1 Calculo de la TIR En Excel

- ✓ Ubique la celda donde quiere la respuesta y vaya a las funciones “fx” ubicadas en la parte superior izquierda de la hoja de Excel.



- ✓ Seleccione la categoría “**financiera**”

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Flujos	-20.000.000
TIR	=
VPN	4.455.427
TIO	10,00000%

The 'Insertar función' dialog box is open, showing the 'AMORTIZ.LIN' function selected. The dialog box includes a search bar, a category dropdown set to 'Financiera', and a list of functions. The description for 'AMORTIZ.LIN' is: 'Devuelve la depreciación lineal prorrateada de un activo para cada período contable especificado.'

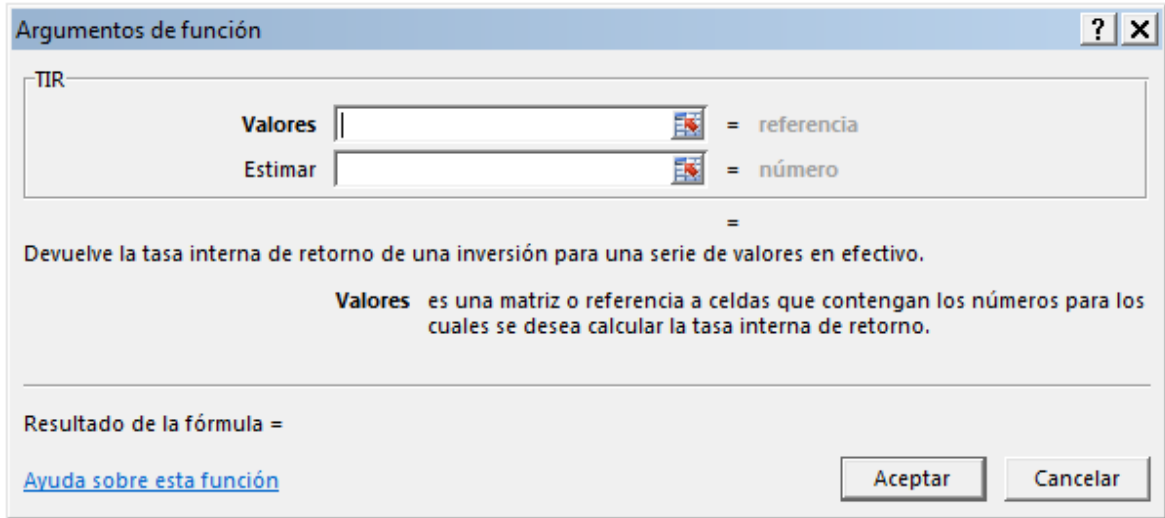
✓ Seleccione la función **TIR**, “señale aceptar”

The screenshot shows an Excel spreadsheet with the following data:

Flujos	-20.000.000
TIR	=
VPN	4.455.427
TIO	10,00000%

The 'Insertar función' dialog box is open, showing the 'TIR' function selected. The dialog box includes a search bar, a category dropdown set to 'Financiera', and a list of functions. The description for 'TIR' is: 'Devuelve la tasa interna de retorno de una inversión para una serie de valores en efectivo.'

✓ Aparece el cuadro argumentos de función que le pedirá que indique los valores :



- ✓ Con el cursor en el cuadro valores, sombree en la fila del flujo de caja correspondiente todos los valores desde "0" hasta "n", y señale aceptar.

16								
17	Flujos	-20.000.000	6.000.000	6.240.000	6.489.600	6.749.184	7.019.151	32.497.935
18	TIR	=TIR(C17:H17)						
19	VPN	4.455.427						
20	TIO	10,00000%						
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								

Argumentos de función

TIR

Valores = {-20000000\6000000\6240000\64896...}

Estimar = número

= 0,181400072

Devuelve la tasa interna de retorno de una inversión para una serie de valores en efectivo.

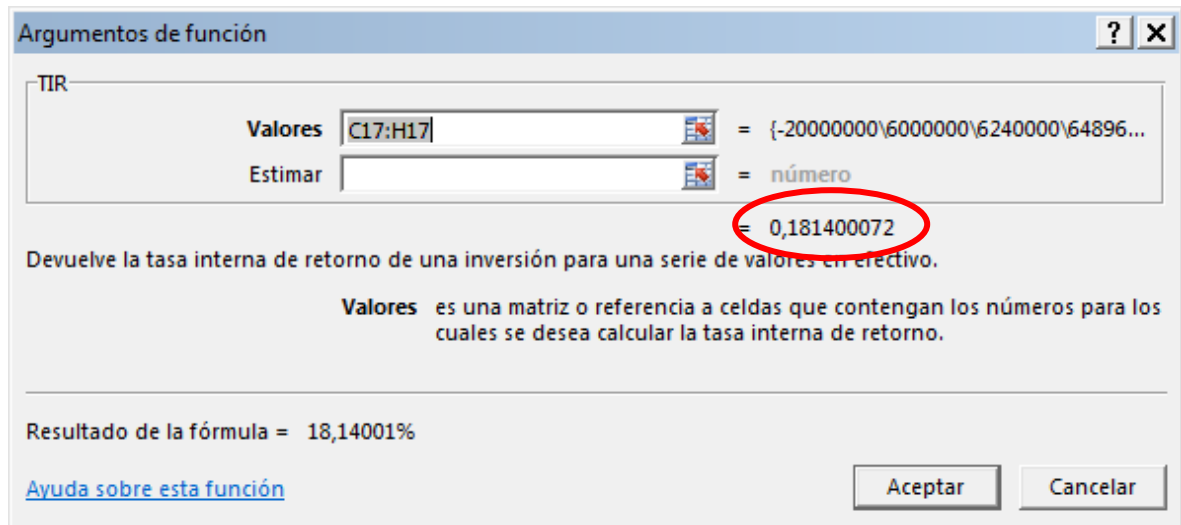
Valores es una matriz o referencia a celdas que contengan los números para los cuales se desea calcular la tasa interna de retorno.

Resultado de la fórmula = 18,14001%

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

- ✓ El resultado obtenido será la TIR buscada , 18,14001%



7.2 TMAR

Es una TIR mayor a la TIR que el inversionista tiene generalmente cuando realiza sus inversiones, o sea que la TIR de un nuevo proyecto es mayor a la TIR que se tiene ya por tener dinero invertido en otro negocio; esto para hacer el proyecto más atractivo y que valga la pena el riesgo de invertir en un negocio nuevo, porque si el inversionista no le parece lo suficientemente atractiva la tasa del nuevo proyecto, es decir que no es muy alejada de su tasa, entonces él va preferir continuar con sus inversiones comunes.

Dicho lo anterior se puede decir que si $TIR > TMAR$ el proyecto es atractivo y financieramente factible y si $TIR < TMAR$ el proyecto no es recomendable.

7.3 Inconsistencia entre VPN y TIR

Como ya se había mencionado anteriormente, cuando un inversionista decide evaluar una gama de proyectos para decidir dónde invertir su dinero, a veces en el momento que decide tener como base el VPN para hacer su elección y luego quiere verificarla con TIR, se da cuenta que los proyectos que cada una de estas herramientas

recomiendan no es el mismo. Para entender mejor esta inconsistencia se desarrollara el siguiente ejemplo.

Ejemplo 2

Un inversionista tiene una TIO de 9 %, además tiene los siguientes proyectos como opciones para decidir dónde invertir su dinero.

	A	B
años	Ingresos	
0	-2.000.000	-2.000.000
1	1.000.000	0
2	440.000	0
3	440.000	0
4	440.000	0
5	440.000	0
6	440.000	5.450.000

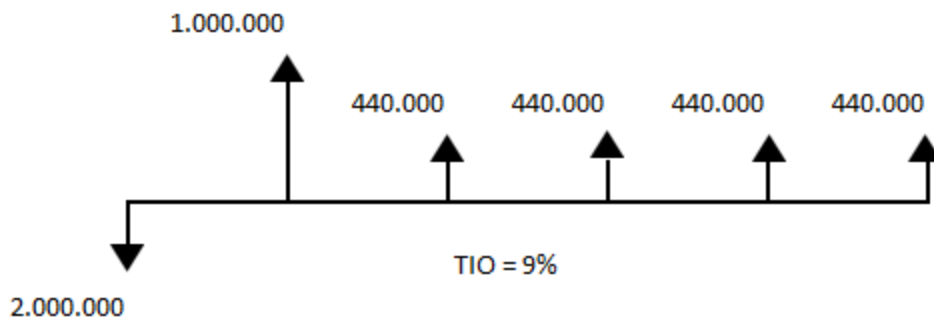
Se requiere:

Hallar el VPN y TIR de cada proyecto.

Solución:

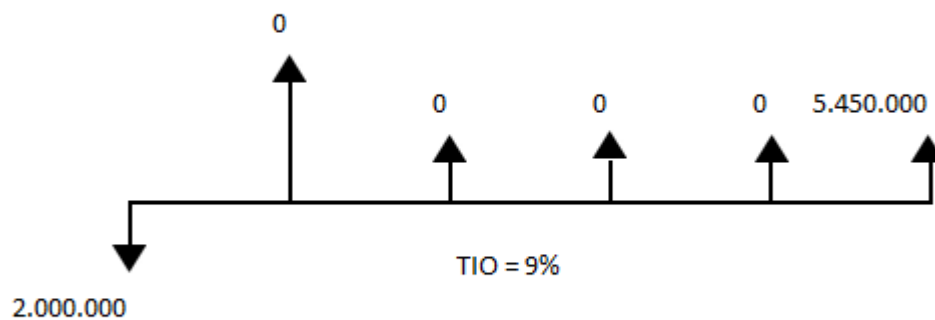
Se hallara el VPN de ambos proyectos.

Proyecto A



$$\begin{aligned}
 VPN_A &= -2'000.000 + 1'000.000 * (1 + 9\%)^{-1} + 440.000 * (1 + 9\%)^{-2} + 440.000 \\
 &\quad * (1 + 9\%)^{-3} + 440.000 * (1 + 9\%)^{-4} + 440.000 * (1 + 9\%)^{-5} + 440.000 \\
 &\quad * (1 + 9\%)^{-6} = 487.566
 \end{aligned}$$

Proyecto B



$$VPN_B = -2'000.000 + 5'450.000 * (1 + 9\%)^{-6} = 1'249.657$$

Según el VPN el mejor proyecto para invertir es el proyecto B.

Ahora se hallaran las TIR de los proyectos, para ello se iguala a cero la fórmula de VPN y se deja como variable incógnita la tasa de oportunidad; después se hace la interpolación y se soluciona la ecuación.

$$0 = -2'000.000 + 1'000.000 * (1 + i)^{-1} + 440.000 * (1 + i)^{-2} + 440.000 * (1 + i)^{-3} + 440.000 * (1 + i)^{-4} + 440.000 * (1 + i)^{-5} + 440.000 * (1 + i)^{-6}$$

$$TIR_A = 0.1831$$

Proyecto B

$$0 = -2'000.000 + 5'450.000 * (1 + i)^{-6}$$

$$TIR_B = 0.1818$$

Según la TIR podemos decir que el proyecto A es la mejor opción.

De acuerdo con los resultados se puede ver el desacuerdo entre las dos herramientas de valoración, VPN y TIR, entonces la interrogación es ¿cuál es el mejor proyecto para invertir?

Para dar respuesta a esta pregunta se analizaran lo que sucede con los proyectos y los dineros invertidos. En el proyecto A la inversión solo dura un periodo, ya que cuando este termina, se reintegra \$ 1000.000 y el resto de periodos se reintegran \$ 440.000. A

diferencia del proyecto B que la inversión dura 6 periodos porque se reintegra lo invertido al cabo de este periodo, y a pesar de que este estuvo invertido a una tasa menos de rendimiento (TIR), al final en pesos actuales la ganancia que se genera en el proyecto A es mayor que la ganancia generada en el proyecto B.

El desacuerdo entre estos dos métodos de valorar proyectos sucede básicamente, porque la TIR solo mide lo que rentan los dineros que permanecen invertidos y tiene en cuenta que los dineros que se reintegran son reinvertidos a la misma tasa del proyecto, lo que es una equivocación porque no necesariamente estos dineros se reinvierten a la misma tasa del proyecto.

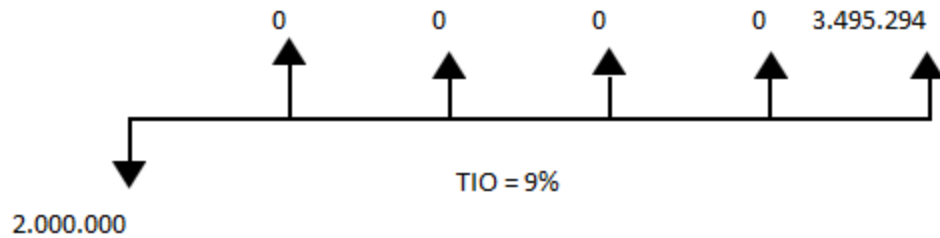
Dicho lo anterior, se puede decir que la solución es que la TIR tenga en cuenta la reinversión y a esta nueva TIR se le llamara la TIR modificada (TIRM).

7.4 TIRM

Como se mencionó en la explicación anterior la Tasa interna de retorno modificada (TIRM) es un método de valoración que mide la rentabilidad de una inversión, y esta tiene una propiedad fundamental la cual es que elimina la inconsistencia que resulta al aplicar la TIR en un modelo de valoración de proyectos.

Para hallar la TIRM, se pasaran llevara a valor actual todos los egresos utilizando la tasa de TIO, posteriormente se pasara a valor futuro la suma de los ingresos utilizando la TIO.

Nuevo Flujo modificado



$$\text{Ingresos} = 1'000.000 * (1 + 9\%)^5 + 5000 * ((1 + 9\%)^4 + (1 + 9\%)^3 + (1 + 9\%)^2 + (1 + 9\%)^1) + 5000 = 4'171.897$$

Ahora, utilizando la fórmula del interés compuesto se puede encontrar la tasa de estos flujos de esta manera:

$$4'171.897 = 2'000.000 * (1 + TIRM_A)^6$$

Despejando TIRM_A de la ecuación tenemos como resultado que es igual a 13.04%. Si vamos a realizar el mismo proceso para hallar la TIRM_B nos damos cuenta que es la misma TIR, ya que en este proyecto no existe la posibilidad de reinvertir, dado que se obtiene un ingreso al final de la vida útil de este proyecto; ahora bien se puede verificar que con estos nuevos resultados (TIRM_A=13.04% y TIRM_B= 18.1%) concuerdan con el resultado del VPN, donde el mejor proyecto y el más factible es el proyecto B.

Con lo anterior se puede decir que la TIR a pesar de que sirve para evaluar la factibilidad financiera de un proyecto, no aplica como criterio de selección entre alternativas, por la inconsistencia ya mencionada en el desarrollo del capítulo, sin

embargo la TIRM si se puede utilizar como criterio de decisión al momento de elegir entre varias opciones de inversión.

TIRI

Como ya se ha visto en el desarrollo de este capítulo, para calcular la TIR es necesario tener ingresos y egresos en un proyecto, sin embargo si se desea elegir una alternativa entre varias usando la herramienta de valoración TIR, puede suceder que estos proyectos sean mutuamente excluyente en los cuales solo se conocen los egresos y no los ingresos. De acuerdo a lo anterior no se puede saber cuál es la rentabilidad de los proyectos a avaluar, Pero se puede conocer una rentabilidad que resulta de la diferencia de inversiones, y esta rentabilidad posteriormente se compara con la tasa mínima que el inversionista desea obtener, la cual ya se estudió en este capítulo y denominamos TMAR, que será de ayuda para tomar una decisión.

Ejemplo 3

Un inversionista tiene 3 opciones A, B y C, para invertir su dinero. La información de las alternativas está registradas en la siguiente tabla:

Proyecto	A	B	C
Costo	1.000.000	1.200.000	1.100.000
CAO 1	100.000	20.000	55.000
CAO 2	120.000	30.000	60.000
CAO 3	140.000	40.000	70.000
CAO 4	160.000	50.000	85.000

Se requiere:

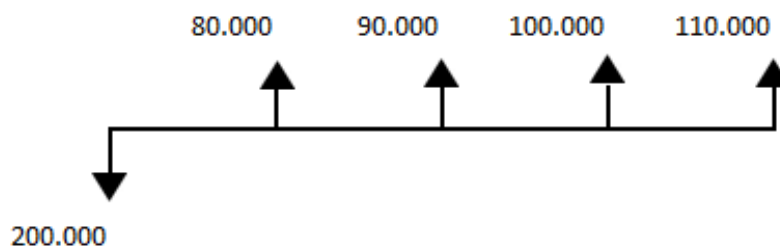
Determinar la mejor alternativa utilizando la TIR, considerando que la TMAR=8%.
 Verifique el resultado hallado utilizando VPN.

Solución

Se iniciara comparando las alternativas A y B, tenga en cuenta que los valores deben tener el signo respectivo (si es un ingreso, deberá tener signo positivo, contrario a si es un egreso que deberá tener un signo negativo).

A	B	B-A
-1.000.000	-1.200.000	-200.000
-100.000	-20.000	80.000
-120.000	-30.000	90.000
-140.000	-40.000	100.000
-160.000	-50.000	110.000

Flujo de caja



Con estos nuevos flujos (B-A) se calcula la TIR.

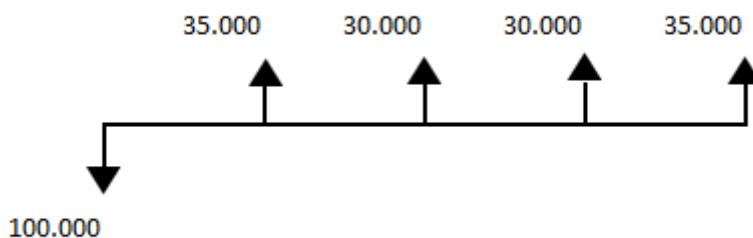
$$-200.000 + 80.000 * (1 + i)^{-1} + 90.000 * (1 + i)^{-2} + 100.000 * (1 + i)^{-3} + 110.000 * (1 + i)^{-4} = 0$$

TIR= 29.67%

Esta TIR es la rentabilidad del excedente de inversión. Esta TIR es la tasa interna de retorno incremental TIRI. En este caso la TIRI es mayor que la TMAR, por lo que se dice que el exceso de inversión (200.000) que tiene que hacer en el proyecto B, genera un interés del 29.67 % superior a la TMAR que es del 9%, por lo que para el inversionista este es mejor B y se pasa a comparar con el proyecto C.

B	C	C-B
1.200.000	1.100.000	-100.000
20.000	55.000	35.000
30.000	60.000	30.000
40.000	70.000	30.000
50.000	85.000	35.000

Flujo de caja



Ahora se calculara la TIR de estos flujos (C-B).

$$-100.000 + 35.000 * (1 + i)^{-1} + 30.000 * (1 + i)^{-2} + 30.000 * (1 + i)^{-3} + 35.000 * (1 + i)^{-4} = 0$$

La TIRI de estos flujos es 11.41%, lo que dice que el excedente (100.000) de inversión que se debe hacer en el proyecto C genera un interés del 11.41 %, que es inferior a la TMAR del inversionista, por lo que no se aconseja ejecutar esta alternativa y como conclusión se tiene que si $B > A$ y $C > A$ entonces $C > B > A$ y por lo tanto la decisión final es ejecutar el proyecto C.

Comprobación con el VPN

EJERCICIOS CAPÍTULO 7. TIR

1. Un inversionista prevé realizar una inversión de \$ 1'200.000 en la compra de bono que vence en 9 meses, y le da un ingreso de \$ 500.000 en el mes 5; su valor de maduración es de \$ 1'300.000.

Se requiere:

1. Halle la tasa efectiva anual que ganaría el inversionista por esta inversión.

(Solución: Tasa = 68.56 %.)

2. Para un proyecto se necesita hacer una inversión inicial de \$ 1'300.000 el cual tiene una vida útil de 8 meses y genera unos ingresos de \$650.000 en el mes, \$ 350.000 en el mes 7 y \$ 900.000 en el mes 8.

Se requiere:

1. Halle la tasa mensual periódica vencida del proyecto y también la tasa efectiva anual.

(Solución: Tasa mes vencida=6.16%; Tasa efectiva anual=104.89%)

3. Un Bono tiene un costo de \$800.000 y paga intereses de \$ 10.000 trimestralmente, con un valor de maduración de \$1'000.000 al final de 24 meses.

Se requiere:

1. Halle la rentabilidad efectiva anual de este proyecto.

(Solución: Tasa efectiva anual = 16.93 %)

4. Una empresa adquiere un préstamo de \$ 300.000.000 a tres años, pagando cuotas fijas de \$ 35'000.000 millones, además al final del año 3 la empresa espera devolver \$ 340'000.000.

Se requiere:

1. Calcular la TIR del préstamo.
2. ¿Qué le aconsejaría usted a la empresa si la TIO de la compañía es 22%?

(Solución: $TIR = 15.49\%$)

Como la TIR del préstamo es menor que la TIO del inversionista, se recomienda tomar el préstamo.

5. Un proyecto requiere una inversión de \$ 4000.000, que genera unos flujos netos de 450.000 en el primer año, y crece en \$ 50.000 cada año hasta el año 5 para luego decrecer en \$100.000 cada año hasta el año 10. El costo de oportunidad del inversionista es 12% anual.

Se requiere:

1. Diga si el proyecto es financieramente factible o no, y justifique su respuesta.

(Solución: $TIR=2.50\%$; $VPN= -1.157.132$)

No se recomienda ejecutar este proyecto dado que el VPN es menor a cero y la TIR es menor a la tasa de oportunidad del inversionista.

6. Se tienen 2 alternativas para invertir:

	A		B	
inversion	20.000.000		20.000.000	
n	1	anual	6	mes
ingreso	25.000.000	anual	22.500.000	mes

Se requiere:

1. Halle la TIR y el VPN de cada alternativa teniendo en cuenta que la TIO del inversionista es 10%.
2. Indique cual es la mejor alternativa de inversión.

(Solución: $TIR_A = 25\%$ EA; $TIR_B = 12.5\%$ S.V; $VPN_A = 2.727.273$; $VPN_B = 1.452.908$)

La mejor alternativa es la A.

7. Un inversionista tiene la posibilidad de invertir una cantidad de dinero en un activo financiero, el cual tiene una vida útil de 3 años y genera intereses del 12% en cada periodo, al final de la vida del proyecto este inversionista recupera el 135% de la inversión que realizo al inicio de adquirir este activo financiero.

Se requiere:

1. Hallar el VPN del proyecto para una inversión de \$ 3'000.000 y una TIO de 10%.
2. Halle la TIR.
3. ¿El inversionista debería ejecutar este proyecto?

(Solución: VPN= 938.092; TIR=21.48%)

El proyecto es financieramente factible dado que el VPN es mayor a cero y

la TIR es mayor a la TIO.

8. Halle el VPN de los siguiente flujos, teniendo en cuenta que la tasa es 19%:

año	Flujo
0	-H
1	150.000.000
2	160.000.000
3	155.000.000

(Solución: VPN=22'316.543)

9. Un proyecto necesita una inversión inicial de \$3 millones y generará ingresos mensuales de \$300.000 durante 2 años, al final de este tiempo habrá que pagar \$2millones a los empleados por prestaciones sociales, y sueldos pendientes de pago.

Se requiere:

Determinar la rentabilidad del proyecto

(Solución: TIR =7.22% efectivo mensual.)

10. Se van a evaluar dos proyectos mutuamente excluyentes que presentan los siguientes flujos de efectivo:

El proyecto A que requiere una inversión de 116 millones y se espera genere los siguientes flujos de efectivo: 100 millones en el año 1 y flujos de 5 millones del año 2 al año 6.

El proyecto B, que requiere una inversión de 116 millones y que genera solo un flujo de efectivo de 150 millones en el año 6.

Se requiere:

Evaluar los dos proyectos y determinar cuál debe ser aceptado empleando los criterios del VPN y TIR:

(Solución: Debe ser aceptado el proyecto B)

11. Supongamos que hay en estudio dos opciones de inversión:

El proyecto A que requiere una inversión de inicial de \$ 20.000 y produce un ingreso de \$ 3.116 durante diez periodos y el proyecto B que tiene un costo de \$ 10.000 y produce ingresos de \$ 1.628 durante diez periodos.

Se requiere:

Con una tasa de oportunidad del 5% determinar cuál es mejor.

(Solución: El proyecto A es mejor que el proyecto B.)

12. Se proyecta invertir \$ 600.000 en la compra de un depósito a término fijo que vence en 7 meses y su valor de maduración es de \$ 825.000.

Se requiere:

Determinar la tasa efectiva anual que ganarla la inversión.

(Solución: Tasa= 72.62%)

13. Para producir cierto artículo, una fábrica necesita hacer una inversión de \$ 7.000.000 de los cuales, \$ 2.000.000 deberán ser financiados por un banco que

exige se le cancele el préstamo en 3 pagos anuales iguales, con intereses al 38%. La capacidad máxima de la fábrica es de 20.000 unidades al año, pero el primer año solo estará en capacidad de producir el 40%; el segundo año el 50%; el tercer año el 75%; el cuarto año 90% y el quinto año el 100%. Cada artículo puede venderse durante el primero y segundo año en \$ 2.000, y en \$ 2.400 desde el tercer año en adelante. Los costos de producción serán: materia prima \$ 1.000 por unidad y cada año aumentará en un 10%; por sueldos, la nómina del primer año será de: \$ 2.500.000 y aumentará todos los años en un 20% la maquinaria por valor de \$ 5.000.000 será depreciada así: 40% en el primer año, en el segundo año 30% y en el tercer año: 30% Suponiendo una tasa de impuestos del 30% y un horizonte de planeación de 5 años.

Se requiere:

Calcular:

1. el flujo de caja neto de cada año
2. Evaluar el proyecto con una tasa del 45%

(Solución: VPN= \$ 5.982.793; TIR=95,47%)

14. Una compañía desea ejecutar un proyecto el cual genera los siguientes flujos:

0	1	2	3	4
(3.000)	1.500	1.200	800	300

Se requiere:

Calcular el VPN, TIR y TIRM.

(Solución: VPN=161.33; TIR= 13.11%; TIRM=114.45%)

15. Una inversión productiva requiere un desembolso inicial de 50.000 y con ella se pretenden obtener flujos de efectivo de 20.000, 35.000 y 12.000 durante los tres próximos años, siendo la tasa de descuento del 3%.

Se requiere:

Calcular VPN y TIR de la Inversión

(Solución: $VPN=13.390$; $TIR=17\%$)

CAPÍTULO 8.

ACCIONES

Objetivo general:

Identificar la importancia de las acciones y sus diferentes formas de valoración.

Objetivos específicos:

1. Entender el concepto de mercado eficiente y efectuar la valuación básica de acciones comunes bajo cada uno de los tres casos: crecimiento cero, crecimiento constante y crecimiento variable.
2. Discutir el empleo del valor en libros, el valor de liquidación, y la razón precio utilidad para calcular el valor de las acciones comunes.
3. Entender la relación que existe entre las decisiones financieras, el rendimiento, el riesgo y el valor de las empresas.

8.1 VALORACIÓN DE ACCIONES

Las Acciones representan una clase de títulos valores que otorgan el derecho de propiedad sobre una empresa a su tenedor. Estos títulos generan beneficios tanto para quien los emite como para quien los adquiere.

Desde el punto de vista del emisor, es decir, quien se financia a través de la emisión y colocación de acciones, es la oportunidad de obtener los recursos monetarios que necesita para inversiones a largo plazo como adquisición de equipos y maquinaria, instalaciones, entre otros. La empresa que emite las acciones recibe un monto de dinero igual al número de acciones emitidas y vendidas multiplicado por el precio promedio de colocación de dicha emisión.

Por otro lado, desde el punto de vista de quien las adquiere, ósea quien invierte y compra las acciones, este tipo de inversión financiera le da el derecho de obtener una rentabilidad sobre el valor invertido a través del:

- Incremento del Precio de las Acciones en el tiempo,
- Recibo periódico del pago de Dividendos.

Características de las acciones

Existen tres tipos de acciones: Acciones comunes, preferentes y preferenciales.

- Acciones Comunes

Las acciones comunes u ordinarias, son activos financieros negociables sin vencimiento que representan una porción residual de la propiedad de una empresa. El termino acciones comunes significa distintas cosas para diferentes personas; pero, por lo general, son las que no tienen una preferencia especial ya sea en el pago de dividendos o en las quiebras. El poseedor de una acción común tiene derecho a voz y voto en la asamblea general de accionistas.

- Acciones Preferentes

Las acciones preferentes difieren de las acciones comunes, porque tienen preferencia sobre el capital común en lo que respecta al pago de dividendos y a la distribución de los activos de la corporación, en caso de que sobrevenga su liquidación, antes de que los accionistas comunes tengan derecho a percibir algo. Es importante anotar que los tenedores de estas acciones tienen derecho a voz pero no tienen derecho a voto en la asamblea general de accionistas.

- Acciones Preferenciales

Las acciones preferenciales o privilegiadas tienen el mismo tratamiento que las acciones preferentes con la única diferencia de que el propietario de estas acciones si tiene derecho a voto en la asamblea general de accionistas.

8.2 Valuación de acciones

Los rendimientos de las acciones provienen de dos fuentes, los dividendos y las ganancias de capital, donde la ganancia de capital resulta de la apreciación del precio de la acción en el mercado, debido al crecimiento de las utilidades de la empresa. La rentabilidad o retorno esperado es el rendimiento porcentual que espera obtener el inversor de una inversión en un cierto período de tiempo. Matemáticamente, el retorno esperado puede ser expresado de la siguiente manera:

$$E(r) = (D/P) + g$$

Donde:

- $E(r)$ = Rentabilidad o retorno esperado
- P = Valor de la acción
- D = Dividendo por acción
- g = Tasa de crecimiento

Por ejemplo, si el dividendo de la empresa es \$1 en una acción con precio de \$25 y se espera que esta tenga un crecimiento del 7%, el retorno esperado es:

$$E(r) = (1/25) + 0,07 = 11\%$$

Cuando la inversión se hace en acciones, las cuales se mantienen durante n períodos con dividendos, y donde la tasa de rendimiento de cada período es k , entonces el precio (o valor actual P_0) de la acción se obtiene con la siguiente ecuación básica:

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \dots + \frac{D_\infty}{(1+k)_\infty}$$

Donde:

- P_0 = Valor de la acción común u ordinaria
- D_t = Dividendo por acción esperado al final del año t
- K = Rendimiento requerido sobre la acción común

Existen al menos tres razones que hacen que en la práctica, sea más difícil valorar una acción común que un bono:

1. Para las acciones comunes, ni siquiera se conocen en forma anticipada los flujos de efectivo prometidos, estos dependen de la Utilidad Neta de un ejercicio periódico, y de lo bien o mal que esta resulte.
2. La vida de la inversión es esencialmente infinita, puesto que las acciones comunes no tienen fecha de vencimiento, por lo tanto no hay un valor de maduración.
3. No existe una manera de observar con facilidad la tasa de rendimiento que requiere el mercado.

A pesar de esto, existen algunas muy útiles y especiales circunstancias bajo las cuales se puede estimar el valor presente de los flujos futuros de efectivo de una acción para así determinar su valor. Para ello se deben hacer algunos supuestos simplificadores acerca del patrón de los dividendos futuros.

Los tres casos a considerar son los siguientes:

- El dividendo tiene una tasa de crecimiento de cero.
- El dividendo aumenta a una tasa constante, y
- El dividendo crece a diferentes tasas durante varios períodos y luego a una tasa constante después de un tiempo.

8.2.1 Modelo con Crecimiento Cero

El modelo de dividendos crecimiento cero supone que la acción va a pagar el mismo dividendo cada año, año tras año. Se expresa de la siguiente forma:

$$P_0 = \frac{D}{k}$$

Donde:

P₀ = Precio estimado de la acción hoy

D = Monto Dividendo esperado

K = Tasa de rentabilidad para los accionistas (también conocida como i)

Este modelo de valoración aplica particularmente a las acciones preferentes por cuanto este tipo de acción ofrece un dividendo igual en cada periodo.

Para asistencia e ilustración, hemos desarrollado un tutorial en una hoja de cálculo Excel.

1. Crecimiento Cero

A. Hallar el Precio : $P = D/k$, donde $D =$ dividendo y $k =$ rendimiento requerido

¿Cuánto estaría dispuesto a pagar un inversionista por una acción si espera recibir un dividendo de \$2.50 cada año indefinidamente si su tasa requerida de retorno es 15%?

D	\$2.50
k	15.00%
P? --->	\$16.67

B. Hallar el retorno: $k = D/P$

¿Qué tasa de retorno esperaría el inversionista si el precio actual de la acción es \$119 y se espera que la empresa pague un dividendo constante de \$4/año?

P	\$119.00
D	\$4.00
K? --->	3.36%

8.2.2 Modelo de Crecimiento Constante

El modelo de dividendos con crecimiento constante asume que la acción pagará dividendos que crecen a una tasa constante cada año, año tras año. Se expresa como sigue:

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{i-g} = \frac{D_1}{i-g}$$

Donde,

- P_0 = Valor de la acción común u ordinaria
- D_0 = Dividendo por acción actual
- i = Rendimiento requerido sobre la acción común (k)
- g = Tasa de crecimiento

Usando Excel,

1. Modelo de Crecimiento Constante

**A. Hallar el Precio : $P = D_0(1+g) / k-g = D_1 / (k-g)$, donde D_0 = dividendo actual
 k = Rendimiento requerido, y g = Tasa de crecimiento**

¿Cuánto estaría dispuesto a pagar un inversionista por una acción que acaba de pagar un dividendo de \$2.50, si su retorno requerido es 15%, y se espera que los dividendos crezcan a una tasa del 5% por año?

D_0	\$2.50
k	15.00%
g	5.00%
P? --->	\$26.25

B. Hallar el retorno: $k = D_0(1+g) / p + g = (D_1 / p) + g$

¿Cuál es el retorno esperado en una acción que cuesta \$26.50, y que acaba de pagar un dividendo de \$2.50, y que se espera tener una tasa de crecimiento del 5%?

D_0	\$2.50
P	\$26.25
g	5.00%
k? --->	15.00%

8.2.3 Modelo de Crecimiento Variable

El modelo de crecimiento variable asume que la acción pagará dividendos que crecen a una tasa durante un período, y a otra tasa en otro periodo y así sucesivamente y luego crecerá a una tasa constante a perpetuidad.

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i)^1} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+i)^n} + \frac{\frac{D_{n+1}}{i-g}}{(1+i)^n}$$

En Excel,

1. Modelo de Crecimiento Variable					
A. Hallar el Precio : El modelo implica el cálculo de los dividendos año a año los cuales son descontados por los inversionistas a las tasa requerida de retorno.					
¿Cuánto estaría dispuesto a pagar un inversionista por una acción que acaba de pagar un dividendo de \$2.50, si su retorno requerido es 15%, y se espera que el dividendo crezca a una tasa del 10% anual durante los primeros dos años, y de ahí en adelante a la tasa del 5% ?					
	Flujos Relevantes			Flujo de continuidad	
k =	15%	g = 10%		g perpetuo	5%
	Do	D1	D2	D3 ∞
Años	0	1	2	3	
	\$2.50	\$2.75	\$3.03	\$3.18	
Vr continuidad	----->			31.7625	(D3/(k-g))
VP continuidad	\$24.02				
VP flujos re.	\$4.68				
VP acción	<u>\$28.70</u>				

Paso 1 : Calcule los dividendos esperados durante el primer periodo de crecimiento

$$g = 10,00\%$$

$$D_0 = \$2,50$$

$$D_{1 \rightarrow} = \$2,75$$

$$D_{2 \rightarrow} = \$3,03$$

Paso 2 : Calcule el valor esperado de la acción al final del año 2 usando el modelo de crecimiento constante.

$$D_2 = \$3,03$$

$$k = 15,00\%$$

$$g = 5,00\%$$

$$P_{2 \rightarrow} = \$31,76$$

Paso 3 : Calcule el valor presente de todos los flujos de caja esperados para hallar el precio de la acción hoy.

Años	Flujo de Caja	PV al 15%
1 D_1	\$2,75	\$ 2,39
2 D_2	\$3,03	\$ 2,29
3 P_2	31,76	\$ 24,02
P_0	?	\$ 28,70

8.2.4 Otros Enfoques de valuación de Acciones son:

- **Valor en Libros**

Es la cantidad por acción que se recibiría si todos los activos de la empresa fueran vendidos por su valor contable exacto y si el beneficio que queda después de pagar todas las deudas se divide entre los accionistas comunes.

Este método es muy simple y su dependencia de los datos históricos del balance pasa por alto el potencial de ganancias de la empresa y carece de toda verdadera relación con el valor de la empresa en el mercado.

- **Valor de Liquidación**

Es la cantidad real por acción de acciones ordinarias que se recibiría, si todos los activos de la empresa fueron vendidos por sus valores de mercado, se pagarán los pasivos y los fondos restantes se repartirán entre los accionistas comunes. Cabe resaltar que esta medida es más realista que el valor en libros, ya que se basa en el valor de mercado actual de los activos de la empresa. Sin embargo, todavía no considera la rentabilidad de esos activos.

- **Valuación Usando Múltiplos P/G**

Dado que algunas acciones no pagan dividendos, se recurre al uso de múltiplos precio ganancia (P/G) como una forma para evaluar una acción bajo ciertas circunstancias.

El modelo puede ser escrito como:

$$P = (m)(UPA)$$

Donde,

P= Precio de la acción

m = el múltiplo estimado P/G

UPA= Utilidad por acción

Por ejemplo, si se estima que la relación precio ganancia es 15, y la acción genera una utilidad de \$5.00/acción, el valor estimado de la acción será:

$$P = (15)(5) = \$75/ \text{ acción}$$

Sin embargo se encuentran algunas debilidades en el uso de múltiplos P/G tales como:

- Determinación adecuada del múltiplo P/G.
 - Posible Solución: usar el P/G promedio de la industria.

- Determinación de las utilidades.
 - Posible Solución: ajustar UPA por aspectos extraordinarios

- Determinación de las futuras utilidades
 - Pronosticar futuras utilidades es extremadamente difícil

8.2.4 Toma de Decisiones y Valuación de Acciones Comunes

Las ecuaciones de Valuación miden el valor de las acciones en un punto del tiempo basándose en el rendimiento esperado y el riesgo. Por lo tanto, cualquier decisión de los gerentes financieros que afecte estas variables puede causar cambios en el valor de la empresa.

A continuación se ilustrará como diferentes cambios en las variables mencionadas anteriormente afectan el valor de la empresa.

**Sensibilidad del precio a cambios en el dividendo y en el crecimiento
(Usando el Modelo de Crecimiento Constante)**

D ₀	\$ 2.00	\$ 2.50	\$ 3.00	\$ 2.00	\$ 2.00	\$ 2.00
g	3.0%	3.0%	3.0%	3.0%	6.0%	9.0%
D ₁	\$ 2.06	\$ 2.58	\$ 3.09	\$ 2.06	\$ 2.12	\$ 2.18
k _S	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%	10.0%
P	\$ 29.43	\$ 36.79	\$ 44.14	\$ 29.43	\$ 53.00	\$ 218.00

**Sensibilidad del Precio a Cambios en el Riesgo y en la Tasa requerida de Retorno
(Usando el Modelo de Crecimiento Constante)**

D ₀	\$ 2.00	\$ 2.00	\$ 2.00	\$ 2.00	\$ 2.00	\$ 2.00
g	3.0%	3.0%	3.0%	3.0%	3.0%	3.0%
D ₁	\$ 2.06	\$ 2.06	\$ 2.06	\$ 2.06	\$ 2.06	\$ 2.06
k _S	5.0%	7.5%	10.0%	12.5%	15.0%	17.5%
P	\$ 103.00	\$ 45.78	\$ 29.43	\$ 21.68	\$ 17.17	\$ 14.21

**Sensibilidad del Precio a Cambios en Dividendos y Tasa Requerida de Retorno
(Usando el Modelo de Crecimiento Constante)**

D ₀	\$ 2.00	\$ 2.50	\$ 3.00	\$ 2.00	\$ 2.50	\$ 3.00
g	3.0%	6.0%	9.0%	3.0%	6.0%	9.0%
D ₁	\$ 2.06	\$ 2.65	\$ 3.27	\$ 2.06	\$ 2.65	\$ 3.27
k _S	5.0%	7.5%	10.0%	12.5%	15.0%	17.5%
P	\$ 103.00	\$ 176.67	\$ 327.00	\$ 21.68	\$ 29.44	\$ 38.47

Los cambios en dividendos esperados, en el crecimiento de dividendos o en el nivel de riesgo y retorno requerido pueden tener un profundo impacto en el precio de la acción, tal como se observa en las tablas anteriores.

RESUMEN DE FORMULAS. CAPÍTULO 8: Acciones

1. Modelo con Crecimiento Cero

$$P_0 = \frac{D}{k}$$

2. Modelo de Crecimiento Constante

$$P_0 = \frac{D_0(1+g)}{i-g} = \frac{D_1}{i-g}$$

3. Modelo de Crecimiento Variable

$$P_0 = \frac{D_1}{(1+i)^1} + \frac{D_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{D_n}{(1+i)^n} + \frac{\frac{D_{n+1}}{i-g}}{(1+i)^n}$$

4. Valuación Usando Múltiplos P/G

$$P = (m)(UPA)$$

EJERCICIOS CAPÍTULO 8. Acciones

1. Dos inversionistas están evaluando las acciones de AT&T para una posible adquisición. Concuerdan en el valor esperado del próximo dividendo, D_1 , y también en la tasa futura de crecimiento de los dividendos, lo mismo que en el riesgo de las acciones. Sin embargo, uno de ellos pretende conservar sus acciones por dos años, mientras el otro lo hará por 10 años. ¿Deberían estar dispuestos a pagar el mismo precio por las acciones de AT&T? Explique la respuesta.

2. Se prevé que Kemas Brother decrete un dividendo de \$500 por acción para el próximo año. Se espera que el dividendo aumente a una tasa constante del 5% anual. La tasa requerida de rendimiento para este tipo de acciones, K_s , es de 13% anual.

a. ¿Qué valor teórico tiene la acción hoy?

b. Realice el mismo cálculo del literal a, pero considerando que los \$500 por acción pertenecen al dividendo del presente año.

R//6,250 – 6,563

4. Las acciones comunes de SCVOK se cotizan actualmente a \$20.000 cada una. SCVOK paga un dividendo de \$1.000 por acción. Se espera que el dividendo aumente a una tasa constante de 10% anual. ¿Cuál es la tasa de rendimiento de las acciones? ¿Cuál es el precio estimado para dentro de un año?

R//15.5% – 22,000

5. Industrias Purapán Tomima S.A. tiene acciones preferentes en circulación que pagan un dividendo de \$500 al final del año. Su precio es de \$6.000 cada una. ¿Cuál será su tasa requerida de rendimiento?

R// 8.33%

6. Se prevé que en el próximo año Fundiciones Smit Lueson genere \$15.000 millones de flujo de efectivo libre para repartir entre los accionistas y que crezca a una tasa constante de 5% anual. No tiene acciones preferentes y su costo de capital social, K_s , es 10% anual. Si cuenta con 50 millones de acciones en circulación, ¿Cuál es el precio teórico de cada acción hoy?

R//6.300

7. Avec Essi Avec Esnoes S.A. paga este año un dividendo por acción de \$1.000. Se espera que el dividendo crezca constante a una tasa del 4% anual.

- a. ¿Cuál es el dividendo esperado en cada uno de los tres años siguientes?
- b. Si la tasa de descuento, K_s , de las acciones es del 12%, ¿A qué precio deben cotizar?
- c. ¿Cuál es el precio esperado dentro de 3 años?

R// 1.040; 1.082; 1.125 – 13.000; 13.520; 14.061 – 14.623

8. El último dividendo de la acción de Gold S.A. fue de \$10.25. Si se espera que el dividendo crezca irregularmente a partir del próximo año así: 4%, 3.5%, 3%, 5%, y a

partir del quinto año permanece constante a una tasa del 6%. ¿Cuál es el valor de la acción en el presente si el interés del inversionista es del 7,5%?

R// \$621.37

9. El último dividendo de la acción de Sol S.A. fue de \$5.50. Si se espera que el dividendo crezca constantemente a una tasa del 5% E.A. ¿Cuál será el valor de la acción 3 años mas tarde si la tasa del inversionista es del 8% E.A.?

R// 223

10. ¿Cuál es el rendimiento que generaría una acción que paga un dividendo constante de \$300, si su precio de mercado es de \$2,000?

R//15%

CAPÍTULO 9.

BONOS

Objetivo General

Comprender los principales conceptos y definiciones de los Bonos, así como efectuar la valuación básica de estos instrumentos financieros de deuda describiendo e interpretando el impacto que producen en el valor de estos, el rendimiento y el tiempo de vencimiento de los mismos.

Objetivos Específicos

1. Presentar la definición de Bonos
2. Identificar los diferentes tipos o clases de Bonos que pueden haber dependiendo de su emisor, rentabilidad, características específicas del contrato, prioridad de pago, entre otros.
3. Explicar los conceptos y definiciones principales de los Bonos
4. Estimar e interpretar el valor de un Bono
5. Analizar el efecto de la tasa de interés y la vida al vencimiento en el valor del Bono
6. Calcular e interpretar el rendimiento corriente y efectivo de un Bono

DEFINICIÓN DE BONO.

Un Bono es un instrumento financiero de deuda para aquellas empresas privadas, estatales o el mismo gobierno que necesitan financiación; cuando una entidad necesita recursos monetarios para realizar proyectos en activos reales, o para cubrir cualquier otra necesidad monetaria, estas tienen la posibilidad de obtener dichos recursos mediante la emisión de Bonos, es decir pueden emitir un contrato financiero, en el cual se comprometen a pagarle cada periodo unos intereses a la persona tenedora del Bono, pero no reembolsará el capital sino hasta el final del préstamo.

En otras palabras un Bono es una deuda o pasivo financiero de largo plazo para la entidad emisora, y una inversión (activo financiero) para la persona tenedora del Bono (comprador), pues este recibirá un beneficio en forma de interés por prestar su dinero. A diferencia de las acciones, Bonos no otorgan un porcentaje de propiedad de la empresa emisora.

9.1 CARACTERÍSTICAS DE LOS BONOS.

Los Bonos se consideran *instrumentos de inversión de renta fija*, dado que son depósitos de corto, mediano o largo plazo, los cuales generan un interés o porcentaje sobre el valor nominal del Bono, también llamado cupón, y una vez venza se puede

recuperar dicho valor nominal. Dependiendo de la entidad emisora, los Bonos se pueden clasificar en dos:

Bonos Corporativos. Son aquellas obligaciones de deuda emitidas por las empresas tanto privadas como públicas, y por lo general son instrumentos de deuda con fecha de vencimiento superior a un año de su fecha de emisión. Las empresas emiten varias clases de Bonos (con garantía o hipoteca, sin garantía, canjeables, simples, subordinados, entre otros), con el fin de captar fondos que les permitan financiar sus operaciones y proyectos.

Bonos Estatales. También llamados Bonos del Tesoro, son aquellos instrumentos de deuda emitidos por un estado, país, territorio, ciudad o un gobierno local, para financiar su presupuesto o llevar a cabo sus proyectos de inversión de largo plazo, tales como proyectos de infraestructura. Por lo general estos Bonos tienen plazos más largos de vencimiento y la rentabilidad más baja al ser una inversión bastante segura. Los Bonos emitidos por el mercado colombiano se conocen como TES, y los del gobierno americano, como Tbills.

Los Bonos tanto estatales como corporativos son negociados en el mercado secundario de valores, por lo tanto una característica esencial de este tipo de instrumento de deuda es que a diferencia de un préstamo bancario, los prestamistas son una cantidad de inversores (tenedores), y una vez colocados al nombre del portador o tenedor, este puede acudir al mercado de valores y vender su participación

para recuperar su inversión rápidamente. Los Bonos también se pueden clasificar de acuerdo a las características estipuladas en el contrato, la rentabilidad, la prioridad del pago, etc. Estos pueden ser:

- **Bonos hipotecarios:** Son aquellos Bonos con garantía, dado que están respaldados por una hipoteca sobre un activo específico, por ejemplo maquinaria y equipos, Vehículos, finca raíz, entre otros. Al tener un riesgo mínimo, estos Bonos tienen una rentabilidad muy baja¹.
- **Bonos sin garantía:** Son aquellos que no tienen un respaldo específico más que el buen nombre de la empresa que los emite. Por lo general la rentabilidad de estos es mayor que la de los Bonos hipotecarios².
- **Bonos canjeables:** También llamados convertibles, son aquellos que pueden ser canjeados por un número de acciones comunes de la misma compañía.
- **Bono subordinado:** Son los bonos cuyos derechos están subordinados a los derechos de otros, es decir, tienen menor prioridad que los otros títulos de deuda del emisor en caso de liquidación. En caso de quiebra, la entidad emisora está obligada a devolver la deuda primero a los demás acreedores y de último a los tenedores de sus bonos.

¹ Baca, G. (2005). *Ingeniería económica, Octava edición*. Bogotá: Fondo Educativo Panamericano. pp 346

² Baca, G. (2005). *Ingeniería económica, Octava edición*. Bogotá: Fondo Educativo Panamericano. pp 346

- **Bono simple:** Son aquellos que tienen la misma prioridad que el resto de títulos de deuda del emisor
- **Bono cupón cero:** Es aquel Bono que no paga intereses (cupones) durante la vida del Bono. Estos bonos son emitidos con un descuento sustancial al valor de maduración, de modo que el interés es realmente pagado al vencimiento.

9.2 DEFINICIONES

Valor Nominal o Principal. El *valor nominal* de un Bono, también conocido como *principal o valor a la par*, es el valor por el que está escrito o registrado el Bono, es decir, es la cantidad prestada por la compañía y la cantidad poseída por el tenedor del Bono en la fecha de maduración. Este se puede trabajar en unidades monetarias, puntos o puntos porcentuales (1000 puntos o 100%).

Valor de Maduración o de Redención (M). Es el valor que se paga al vencimiento del Bono. Por lo general es el mismo valor nominal y en este caso se dice que el Bono es redimible a la par (100%), pero si el Bono se redime por un valor superior, este se expresa como un porcentaje del valor nominal, por ejemplo, el Bono se puede pagar al vencimiento al 110% del valor nominal.

Vida a Maduración o Vencimiento (M). La maduración o vencimiento es la fecha en la que el Bono se hace exigible y por lo tanto debe ser pagado.

Tasa de interés del cupón (Tc). Es la tasa de interés periódica especificada en el documento que permite calcular el valor de los intereses que paga el bono.

Cupón (C): Son los intereses del bono calculados como la Tasa Cupón por el valor nominal del Bono.

Tasa de interés del Bono (i o Kb). Es la tasa de interés a la cual las partes acuerdan negociar el Bono. Esta es la tasa de rendimiento actual de los Bonos del mercado.

Precio o Valor del Bono (Vb). Es el precio teórico del Bono. Este se obtiene como el valor presente de todos los beneficios futuros del Bono (cupones y valor nominal), descontados a la tasa de rendimiento del mismo ($i=Kb$). El valor del Bono también se puede trabajar en unidades monetarias o porcentaje del valor nominal.

9.3 VALUACIÓN DE BONOS

Como se mencionó anteriormente, la estimación del valor del Bono (Vb) o precio teórico del mismo, se puede lograr mediante la aplicación de fórmulas financieras que traen a valor presente los flujos de fondos futuros del Bono, los cuales incluyen los

intereses (cupones) y el pago final del capital (valor de maduración). Estas fórmulas financieras son las mismas que se han aplicado en los capítulos anteriores para traer a valor presente una serie de flujos de fondos futuros, descontados a una tasa de interés.

De acuerdo a lo anterior, el valor de un Bono es igual al valor presente de los intereses o cupones que paga periódicamente más el valor presente del valor de maduración del Bono:

$$V_b = \frac{C_1}{(1+i)^1} + \frac{C_2}{(1+i)^2} + \dots + \frac{C_n}{(1+i)^n} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

Dónde:

V_b = Valor del Bono

C = Cupón (Tasa cupón x Valor Nominal)

M = Valor de maduración

i = Tasa de interés del bono (K_b)

n = Numero de periodos para la maduración

Sin embargo, la fórmula para valorar un Bono puede variar dependiendo de las características del mismo, pero conservando la hipótesis que determina el valor o precio estimado del Bono como el valor presente de sus flujos futuros. De acuerdo se explica la valoración de los tres tipos de Bonos más comunes que se pueden encontrar

en el mercado secundario de valores: Bono con fecha a maduración, Bono cupón cero y Bono a perpetuidad.

9.3.1 Bonos con fecha a Maduración

Son los bonos que pagan un cupón periódicamente y devuelven el capital al final de su vida. El valor o precio estimado de estos Bonos se puede definir como la suma del valor presente de una serie de flujos iguales o serie de alícuotas, que en este caso serían los cupones, más el valor presente del valor a maduración:

$$V_b = C * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n * i} \right] + \frac{M}{(1+i)^n}$$

The diagram shows the formula for bond value with two brackets underneath. The first bracket is under the term $C * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n * i} \right]$ and points to a box containing the text 'Valor presente de una serie de alícuotas: Valor Presente de los Cupones'. The second bracket is under the term $\frac{M}{(1+i)^n}$ and points to a box containing the text 'Valor presente de un monto futuro: Valor Presente del valor de Maduración'.

- V_b** = Valor del Bono
- C** = Cupón (Tasa cupón x Valor Nominal)
- M** = Valor de maduración
- i** = Tasa de interés del bono (K_b)
- n** = Numero de periodos para la maduración

Ejemplo 1:

Hallar el precio estimado de un Bono emitido el 1 de enero de 2000 con vencimiento al 1 de enero de 2010, con un cupón semestral del 8%, y valor de

maduración de 10 millones. La tasa de mercado de los bonos de este tipo es del 10% s.v.

Solución:

Valor de Maduración	M	10.000.000	
Tasa Cupón	Tc	8,0%	s.v
Cupón	C	800.000	semestral
Tasa de interés	i	10,0%	s.v
Vida a Maduración	n	20	semestres

→ $M * Tc = 10.000.000 * 0,08$

$$Vb = 8.000.000 * \left[\frac{(1 + 10\%)^{20} - 1}{(1 + 10\%)^{20} * 10\%} \right] + \frac{10.000.000}{(1 + 10\%)^{20}}$$

$$Vb = 8.000.000 * (8,51356) + 1.486.436,28 = \underline{8.297.287}$$

R// El valor del bono es de \$8.297.287, y como vemos, este valor es menor al valor de maduración, por lo tanto se dice que el bono se negoció con descuento (este tema se tratará más adelante).

Solución Usando Excel.

Dado que el valor estimado de un bono es el valor presente de sus intereses o cupones, más su valor de maduración, el valor presente del bono se puede hallar usando la función VA de Excel, la cual trae a valor presente un monto futuro o una serie de alícuotas, utilizando como tasa de descuento, la tasa de interés de mercado. Para resolver el ejercicio utilizando Excel, se deben seguir los siguientes pasos:

1ro: Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona VA

2do: En la casilla Tasa (i) se coloca el 10%, Nper se coloca la vida a maduración (n=20 semestres), en Pago se colocan los cupones (C=800.000), y en Vf el valor de maduración (M=10.000.000):

	A	B	C
1	M	10.000.000	
2	TC	8,0%	s.v
3	C	800.000	semestral
4	i	10,0%	s.v
5	n	20	Semestres
6	Vb	8.297.287	

Argumentos de función

VA

Tasa B4 = 0,1

Nper B5 = 20

Pago B3 = 800000

Vf B1 = 10000000

Tipo = número

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Tasa es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Resultado de la fórmula = 8.297.287

[Ayuda sobre esta función](#)

R// El valor del bono es de \$8.297.287

9.3.2 Bono Cupón cero

Cuando se trata de Bonos que no pagan intereses o cupones durante su vida, la fórmula para estimar el valor o precio teórico del Bono es la misma que se utiliza para traer a valor presente un monto futuro, donde el monto futuro es el valor a maduración

y la tasa de interés para descontar este valor, es la tasa de interés de mercado, como se ilustra a continuación:

$$V_b = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

V_b = Valor del Bono

i = Tasa de interés del bono (K_b)

n = Numero de periodos para la maduración

M = Valor a maduración

Como se mencionó al inicio del capítulo, es común que estos bonos se emitan con un valor nominal menor al valor de maduración, compensando de esta manera el no pago de intereses.

Ejemplo 2:

Hallar el valor estimado de un Bono cupón cero, emitido el 1 de enero de 2005 por valor nominal de \$1.000.000, redimible a 5 años con una prima por vencimiento de \$500.000. La tasa de mercado de los bonos de este tipo es del 8.5% e.a.

Valor de Maduración	M	1.500.000	
Cupón	C	0	
Tasa de interés	i	8,5%	e.a
Vida a Maduración	n	5	años

$$V_b = \frac{1.500.000}{(1 + 8.5\%)^5} = 997.568$$

R// El valor del bono es de \$997.568, y se podría decir que este es bono con descuento pues que el valor del bono (\$997.568) es menor al valor de maduración (\$1.500.000).

9.3.3 Bono a Perpetuidad

Estos son aquellos títulos que no poseen una fecha al vencimiento, asimilándose a la valoración de acciones comunes. En este caso, el precio estimado del Bono es el valor presente de una perpetuidad: división entre los flujos de futuros perpetuos (cupones), y la tasa de interés del mercado:

$$V_b = \frac{C}{i}$$

Vb = Valor del Bono

i = Tasa de interés del bono (Kb)

Ejemplo 3:

Hallar el precio actual de un bono perpetuo que paga cupones trimestrales 500.000, si la tasa del mercado es del 12% e.a.

Solución.

Dado que los cupones que paga el Bono son trimestrales, la tasa de interés del mercado se debe convertir a una tasa periódica trimestral, para hallar el precio del bono.

Cupón	C	500.000	
Tasa de interés	i	12,0%	e.a
		2,87%	t.v

→ $ipv = (1+12\%)^{1/4} - 1$

$$Vb = \frac{500.000}{2.87\%} = 17.398.693$$

R// El valor o precio estimado del bono perpetuo es de \$17.398.693.

9.4 RENDIMIENTO DE LOS BONOS

Como cualquier inversión financiera, el rendimiento de la inversión es el determinante la hora de poner su dinero en x o y inversión, dado que este representa el retorno de su inversión, es decir el beneficio en términos porcentuales que obtendrá por prestar su dinero. Un Bono como se ha mencionado anteriormente, representa una inversión financiera para quien lo adquiere, y por lo tanto estos cuentan con una rentabilidad o rendimiento. Normalmente se calculan dos tipos de rendimientos: Corriente y Efectivo o YTM.

9.4.1 Rendimiento Corriente

El rendimiento corriente de un bono es el indicador de rentabilidad que se obtiene al dividir el interés o cupón de un periodo entre el precio actual del bono. Este mide la rentabilidad anual para un inversionista basado en el precio actual.

$$\text{Rendimiento corriente} = \frac{\text{Cupon anual}}{\text{Precio de mercado}}$$

Ejemplo 4.

Un bono con cupón del 10% el cual se vende actualmente en \$1.150, tendría un rendimiento de:

$$\text{Rendimiento corriente} = \frac{\$100}{\$1.150} = 8.7\%$$

9.4.2 Rendimiento a Maduración o YTM

El rendimiento a Maduración o YTM por sus siglas en ingles *Yield To Maturity*, es un indicador de la rentabilidad que devenga un bono desde la fecha de adquisición, hasta la fecha de maduración, expresada como tasa de interés efectiva. El YTM mide el retorno anual para un inversionista, considerando todos los flujos de caja del bono (intereses más valor de maduración). Esta es esencialmente la Tasa Interna de Retorno (TIR) del bono basada en el precio corriente (valor del bono).

Para calcular el YTM o TIR del bono, es necesario emplear la función de Excel *TIR*, la cual calcula la tasa a la que rentan una serie de flujos futuros, considerando una inversión inicial. En el caso de bonos que no paguen cupones anuales, sino mensuales, trimestrales, semestrales, etc., se debe convertir la TIR del bono periódica a efectiva anual con la fórmula:

$$\text{Rendimiento efectivo} = (1 + \text{TIR periodica})^n - 1$$

Ejemplo 5.

Hallar el rendimiento a maduración anual de un bono que se negocia en el mercado por \$800, con vencimiento a 5 años, que paga cupones anuales de \$10 y valor de maduración de \$1.000.

Solución.

Valor de Maduración	M	1.000	
Cupón	C	10	anual
Tasa de interés	i	?	e.a
Vida a Maduración	n	5	años
Valor del Bono	Vb	800	

1ro. Construcción de los Flujos de fondos Netos:

t (años)	Flujos Fondos Netos
0	(800)
1	10
2	10
3	10
4	10
5	1.010

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *TIR*, y en valores se seleccionan todos los flujos de fondos del Bono

The image shows an Excel spreadsheet with the following data:

A	B
t (años)	Flujos Fondos Netos
0	(800)
1	10
2	10
3	10
4	10
5	1.010
TIR	5,71%

The formula bar shows the formula: **=TIR(B2:B7)**

The 'Argumentos de función' dialog box for the TIR function is open, showing the following arguments:

- Valores: B2:B7 = {-800;10;10;10;10;1010}
- Estimar: = número

The dialog box also displays the result of the formula: **Resultado de la fórmula = 5,71%**

R// El rendimiento a maduración del Bono es del 5,71% anual.

Ejemplo 6.

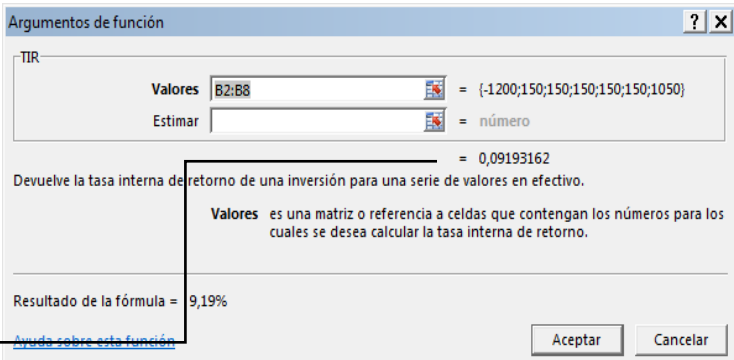
Hallar el rendimiento a maduración anual de un bono que se negocia en el mercado por \$1200, con vencimiento a 3 años, que paga cupones semestrales de \$150 y valor de **maduración de \$1.000.**

Solución.

Valor de Maduración	M	1.000	
Cupón	C	150	semestral
Tasa de interés	i	?	e.a
Vida a Maduración	n	6	semestres
Valor del Bono	Vb	1200	

1ro. Calculo de la rentabilidad semestral de los flujos de fondos del Bono, empleando la función TIR de Excel.

	A	B
1	t (años)	Flujos Fondos Netos
2	0	(1.200)
3	1	150
4	2	150
5	3	150
6	4	150
7	5	150
8	6	1.150
9		
10	TIR	10,36%



Argumentos de función

TIR

Valores B2:B8 = {-1200;150;150;150;150;150;1050}

Estimar = número

Devuelve la tasa interna de retorno de una inversión para una serie de valores en efectivo.

Valores es una matriz o referencia a celdas que contengan los números para los cuales se desea calcular la tasa interna de retorno.

Resultado de la fórmula = 9,19%

Aceptar Cancelar


2do. Conversión de la tasa de rendimiento semestral del Bono (9.19% v.s), a una tasa efectiva, para hallar el rendimiento a maduración anual o YTM.

$$\text{Rendimiento efectivo} = (1 + 9.19\%)^2 - 1 = 0.19231466 = 19.23\%$$

R// El rendimiento a maduración del Bono o YTM es del 19.23% anual.

9.4.3 Rendimiento a Maduración de un Bono cupón Cero

Cuando hablamos de bonos que no pagan intereses o cupones, podemos calcular el rendimiento del bono, despejando i de la fórmula para calcular el valor del bono cupón cero:

$$Vb = \frac{M}{(1 + i)^n}$$

$$TIR = \left(\frac{M}{Vb} \right)^{1/n} - 1$$

TIR = Rentabilidad del bono ($i = K_b$)

Vb = Valor del Bono

M = Valor a maduración

n = Numero de periodos para la maduración

Ejemplo 7.

Hallar el YTM de un bono cupón cero, que se negocia por \$750 con vencimiento a 10 años, valor nominal de \$1.000

Solución.

$$TIR = \left(\frac{1.000}{750} \right)^{1/10} - 1 = 2.92\%$$

R// El rendimiento a maduración del Bono o YTM es del 2.92% anual.

9.5 EFECTO DE LA TASA DE INTERES Y LA VIDA A MADURACION EN EL VALOR DEL BONO

9.5.1 Efecto de la tasa de interés

Para analizar el efecto que tiene la tasa de interés de mercado del Bono en el valor o precio estimado del mismo, se presentan tres situaciones:

- a. Suponga que ha comprado un bono con cupón del 10% anual, con 3 años de vencimiento, y valor nominal de 1.000. Estime el precio del bono si la tasa de interés del mercado es actualmente el 10%.

Valor de Maduración	M	1.000	
Tasa Cupón	TC	10,0%	e.a
Cupón	C	100	anual
Tasa de interés	i	10,0%	e.a
Vida a Maduración	n	3	años
Valor del Bono	Vb	1000	

Valor calculado con la función de Excel VA:
=VA (i; n; pago; vf)
=VA (10%; 3; 100; 1.000)

Como vemos, el precio del bono es igual al valor de maduración, por lo tanto se dice que el bono se negoció a la par, y esto se da porque la tasa cupón es igual a la tasa de interés del mercado.

- b. Suponga ahora que la tasa de interés del mercado incrementa del 10% al 15%. Halle el valor del bono.

Valor de Maduración	M	1.000	
Tasa Cupón	TC	10,0%	e.a
Cupón	C	100	anual
Tasa de interés	i	15,0%	e.a
Vida a Maduración	n	3	años
Valor del Bono	Vb	886	

Valor calculado con la función de Excel VA:
 =VA (i; n; pago; vf)
 =VA (15%; 3; 100; 1.000)

Podemos observar que al aumentar la tasa de mercado, el valor del bono disminuye, siendo ahora el valor del bono (\$886) menor al valor de maduración (\$1.000). En estos casos, se dice que el bono es un bono con descuento, pues en teoría el tenedor pagó menos dinero por un derecho que le permite cobrarle a la entidad emisora una cantidad más alta.

- c. Suponga ahora que la tasa de interés del mercado se reduce del 10% al 5%. Halle el valor del bono.

Valor de Maduración	M	1.000	
Tasa Cupón	TC	10,0%	e.a
Cupón	C	100	anual
Tasa de interés	i	5,0%	e.a
Vida a Maduración	n	3	años
Valor del Bono	Vb	1.136	

Valor calculado con la función de Excel VA:
 =VA (i; n; pago; vf)
 =VA (5%; 3; 100; 1.000)

Aquí vemos que al disminuir la tasa de interés, el valor del bono aumenta, resultando un precio del bono (\$1.136) mayor al valor nominal (\$1.000). En estos casos se dice que el bono con prima, pues el tenedor pagó una cantidad más alta (una prima) por un derecho que le permite cobrarle a la entidad emisora, una cantidad más baja de dinero.

En resumen, cuando la tasa de cupón de un Bono es igual a la tasa de mercado, se dice que es un bono negociado a la par, pues el valor del bono es igual a su valor de maduración. Cuando la tasa cupón del Bono es menor a la tasa de mercado, se dice que el bono es un bono con descuento, y cuando la tasa cupón es mayor a la tasa de mercado, se trata de un bono con prima. Estas tres condiciones se ilustran en la tabla 8.

Tabla 7. NEGOCIACIÓN DE LOS BONOS

Si:		Negociado:
$V_b = M$	ó $T_c = K_b$	A la par
$V_b > M$	ó $T_c > K_b$	Con Prima
$V_b < M$	ó $T_c < k_b$	Con Descuento

Fuente: Los autores

9.5.2 Efecto de la vida a Maduración

Para analizar el efecto que tiene la vida a maduración del Bono en valor o precio estimado, y contrastarlo con el efecto de la tasa de interés, se presentan los casos b y c anteriores, pero con vida a maduración de 15 años:

- a. Hallar el valor de un Bono con cupón del 10% anual, 15 años de vencimiento, valor nominal de 1.000 y tasa de interés del mercado del 15%.

Valor de Maduración	M	1.000	
Tasa Cupón	TC	10,0%	e.a
Cupón	C	100	anual
Tasa de interés	i	15,0%	e.a
Vida a Maduración	n	15	años
Valor del Bono	Vb	708	

Valor calculado con la función de Excel VA:
=VA (i; n; pago; vf)
=VA (15%; 15; 100; 1.000)

- b. Hallar el valor de un Bono con cupón del 10% anual, 15 años de vencimiento, valor nominal de 1.000 y tasa de interés del mercado del 5%.

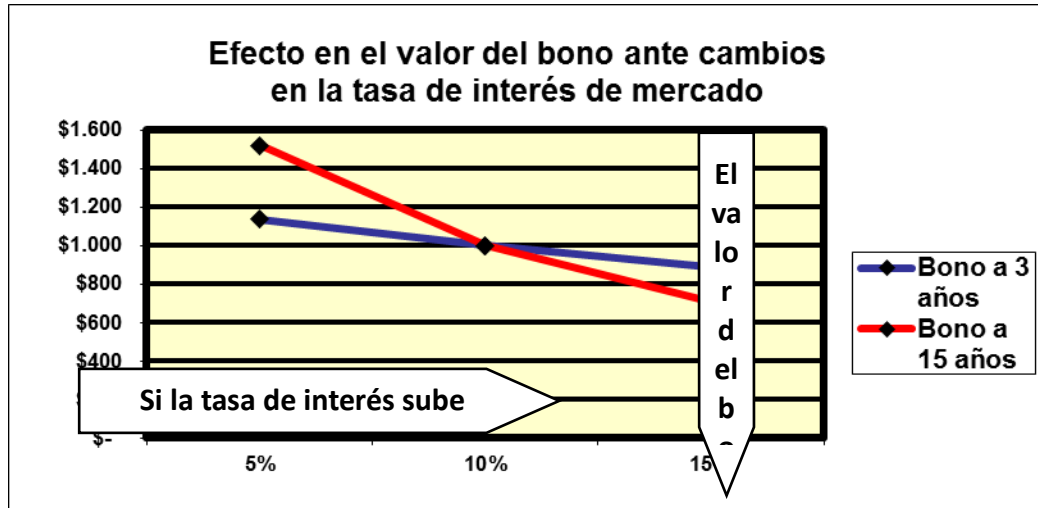
Valor de Maduración	M	1.000	
Tasa Cupón	TC	10,0%	e.a
Cupón	C	100	anual
Tasa de interés	i	5,0%	e.a
Vida a Maduración	n	15	años
Valor del Bono	Vb	1.519	

Valor calculado con la función de Excel VA:
=VA (i; n; pago; vf)
=VA (5%; 15; 100; 1.000)

Como vemos, al igual que en los casos anteriores (sección 5.1), al aumentar la tasa de interés, el valor del bono disminuye, pero este disminuye en mayor proporción cuando la vida a maduración es 15; y cuando disminuye la tasa de interés, el valor del bono aumenta, pero también aumenta en mayor proporción cuando la vida a maduración es más alta.

En conclusión, como lo ilustra el gráfico 1, la tasa de interés del mercado tiene un efecto inversamente proporcional sobre el precio de un Bono, pues cuando esta aumenta, el valor del Bono disminuye (bono con descuento), y cuando esta disminuye, el valor del bono aumenta (bono con prima), y este efecto tiene mayor impacto cuando la vida del bono es mal alta:

GRAFICA 17. EFECTO EN EL VALOR DE LOS BONOS ANTE CAMBIOS DE LA TASA DE INTERÉS



Fuente: Los autores

9.6 CASO ESPECIAL: BONOS CON TASA CUPON VARIABLE

Como se ha visto a lo largo del capítulo, los bonos tienen una tasa cupón fija, y esta representa los intereses que cobra el inversor por prestar su dinero durante un tiempo finito o infinito. Sin embargo en la realidad, debido al dinamismo de la economía, esta tasa cupón podría no ser siempre fija, y las empresas podrían emitir bonos con tasas que varíen de acuerdo a la inflación, el PIB, el IPC, etc. Es por eso que en esta sección se explicará la forma de calcular el valor de un bono cuando su tasa cupón es una tasa variable, mediante el siguiente ejemplo.

Ejemplo 8.

Hallar el valor de un bono emitido por un valor nominal de \$20.000.000 con vencimiento a 5 años, con una tasa cupón anual del IPC + 1 punto porcentual. La tasa de mercado de

los bonos actualmente es del 5% y el IPC tuvo un crecimiento lineal que inicio en 4% y termino en 5 % desde el 2010 hasta el 2015 respectivamente.

Solución.

Este ejercicio plantea una inversión cuyos flujos futuros (cupones) no son constantes sino que varían de acuerdo a la variación lineal del IPC, es decir que no estamos hablando de alícuotas sino de gradientes, por lo tanto la forma de hallar el valor presente del bono se realizara con la fórmula que trae a valor presente una serie de gradientes, que en este caso serán los cupones variables, y a esto se le suma el valor presente del valor de maduración. Recordemos que el valor presente de una serie de gradientes es:

VP Aritmético (G)	$VP = A_1 \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} - n(1 + i)^{-n} \right]$
VP Geométrico (g)	$VP = A_1 \left[\frac{(1 + g)^n (1 + i)^{-n} - 1}{g - i} \right]$

Donde:

VP: valor presente de la serie de flujos con gradiente geométrico

A₁: pago base (sin gradiente)

g: gradiente geométrico (valor porcentual)

G: gradiente aritmético (monto fijo)

i: tasa de interés de la operación financiera

n: número de periodos de la serie de flujos

Teniendo en cuenta lo anterior, podemos decir que el valor presente de un bono cuando sus cupones son variables es:

$$V_b = VP_{\text{gradiente}} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

Continuando con el ejercicio, debemos primero hallar el valor porcentual que variará cada año el IPC (el gradiente geométrico), para luego hallar la tasa cupón de cada año y por ende el cupón de cada año.

1ro. Variación del IPC: Dado que el ejercicio dice que la tasa cupón será el IPC + 1%, y que el IPC varia linealmente desde el 2010 al 2015, iniciando en 4% y terminando en 5.5% podemos hallar el gradiente del IPC como la diferencia entre 4% y 5.5% y dividiendo esta diferencia entre el número de periodos:

$$g \text{ del IPC} = (5.5\% - 4\%)/4 = 1.5\%/5 = 0.3\%$$

2do. Cálculo de los Cupones: Debemos hallar el valor de los cupones, para saber si la variación de los cupones corresponde a un gradiente geométrico o aritmético. Como la tasa cupón es el IPC + 1% y ambas son tasa efectivas, la suma se realiza con la fórmula: $(1+iea)^n(1+iea)-1$.

	IPC	TASA CUPON	CUPON
año 1	4,00%	5,04%	1.008.000
año 2	4,25%	5,29%	1.058.500
año 3	4,50%	5,55%	1.109.000
año 4	4,75%	5,80%	1.159.500
año 5	5,00%	6,05%	1.210.000

IPC Varía 0.3%
cada año

Varía \$50.500
cada año

$TC_1 = (1+4.00%)*(1+1\%)-1$

$C_1 = 5.04%*20.000.000$

2do. Valor presente del Bono con tasa cupón variable: el precio del bono se puede calcular con la formula mencionada anteriormente, que es aquella utilizada para calcular el valor presente de una serie de gradientes y sumándole a esta, el valor presente del valor a maduración. En este caso usamos la fórmula de la alícuota aritmética, dado que los cupones varían un monto constante cada año:

$$V_b = VP \text{ gradiente} + \frac{M}{(1+i)^n}$$

$$V_b = A_1 \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \right] + \frac{G}{i} \left[\frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} - n(1+i)^{-n} \right] + \frac{M}{(1+i)^n}$$

Donde:

Valor de Maduración	M	20.000.000	
Tasa de interés	i	5,0%	e.a
Vida a Maduración	n	5	años
Cupón	C ₁ o A ₁	1.008.000	
Gradiente del Cupón	G	50.500	

$$V_b = 1.008.000 \left[\frac{1 - (1 + 5\%)^{-5}}{5\%} \right] + \frac{50.500}{5\%} \left[\frac{1 - (1 + 5\%)^{-5}}{5\%} - 5(1 + 5\%)^{-5} \right] + \frac{20.000.000}{(1 + 5\%)^5}$$

$$V_b = 1.008.000 * (4,3294767) + \frac{50.500}{5\%} [4,3294767 - 3,9176308] + 15.670.523$$

$$V_b = 4.780.076,78 + 15.670.523,33 = \$20.450.600$$

R// El valor del bono con cupón variable es de \$20.450.600

Solución con Excel.

Este mismo ejercicio se puede resolver de una forma más sencilla utilizando Excel, con la formula VNA, la cual trae a valor presente una serie de flujos desiguales, y descontándolos a una tasa, que en este caso sería la tasa de mercado del bono.

1ro. Construir los flujos de fondos del Bono

t (años)	Cupones	Valor Maduración	Flujo de Fondos Futuros
1	800.000		800.000
2	850.000		850.000
3	900.000		900.000
4	950.000		950.000
5	1.000.000	20.000.000	21.000.000

2do. Se ubica en la parte superior izquierda de la hoja Excel el símbolo (fx), el cual contiene las fórmulas financieras, y se selecciona *VNA*. En la casilla *Tasa* se coloca la tasa de interés de mercado, es decir el 5%, y en *Valor1*, se seleccionan los flujos de fondos desde el 1 hasta el 20, lo que en Excel sería de la casilla B2 hasta B6 (B2:B6)

	A	B
1	t (años)	FFN
2	1	1008000
3	2	1058500
4	3	1109000
5	4	1159500
6	5	21210000
7		
8	Vb	20.450.600

Argumentos de función

VNA

Tasa 5% = 0,05

Valor1 B2:B6 = {1008000;1058500;1109000;1159500;...}

Valor2 = número

= 20450600,11

Devuelve el valor neto presente de una inversión a partir de una tasa de descuento y una serie de pagos futuros (valores negativos) y entradas (valores positivos).

Tasa: es la tasa de descuento durante un período.

Resultado de la fórmula = 20.450.600

[Ayuda sobre esta función](#)

RESUMEN DE FORMULAS

1. VALUACIÓN DE BONOS

Bono con fecha a maduración	$V_b = C * \left[\frac{(1+i)^n - 1}{(1+i)^n * i} \right] + \frac{M}{(1+i)^n}$
Bono Cupón cero	$V_b = \frac{M}{(1+i)^n}$
Bono a Perpetuidad	$V_b = \frac{M}{i}$

EJERCICIOS CAPÍTULO 9. Bonos

1. hallar el precio de un bono con cupón del 10% con 3 años al vencimiento si la tasa de interés de mercado es actualmente del 10%.

(R//1.000)

2. Cuál será el valor del bono si la tasa de interés se incrementa del 10% al 15%?

(R//885,84)

3. Cuál sería el valor del bono si tiene 15 años de maduración en lugar de 3?

(R// 707,63)

4. Cuál sería el valor del bono con el período de maduración original de 3 años, si la tasa de interés se reduce del 10% al 5%?

(R// 1.136,16)

5. Que pasa con un bono similar al anterior pero con un período de maduración de 15 años en lugar de 3?

(R// 1.518,98)

6. Tomemos el mismo bono, pero con cupones pagaderos cada seis meses, dividamos el interés del cupón entre 2, dividamos la tasa de descuento entre 2 y multipliquemos los períodos por 2

(R// 1.137,70)

7. que usted acaba de comprar a la par un bono de \$1.000 emitido recientemente por Vanguard Company con un plazo de vencimiento de 5 años el cual paga intereses semestrales por valor de \$60,00 Uste está considerando la compra de otro bono a la misma empresa que paga \$ 30,00 de intereses semestrales y tiene 6 años antes del vencimiento y también con valor nominal de \$ 1.000
- ¿Cuál será el rendimiento anual efectivo del bono a 5 años?
 - Suponga que el bono a 5 años y el bono a 6 años pagan el mismo rendimiento. ¿Qué cantidad estaría usted dispuesto a pagar por el bono a seis años?
 - ¿Cómo cambiará su respuesta en b) si el bono a 5 años paga \$ 40,00 de intereses semestrales en lugar de \$ 60,00? Suponga que el bono a 5 años que paga semestralmente \$ 40,00 comprado a la par.

(R// a.12,36% e.a; b. \$749,48; c.\$906,15)

8. Considere el caso de un bono que paga un cupón de \$ 80,00 anualmente y que tiene un valor nominal de \$ 1.000,00 Calcule el rendimiento al vencimiento del bono si:
- Le faltan 20 años al vencimiento y se vende en un precio de \$ 1.200,00
 - Le faltan 10 años al vencimiento y se vende en un precio de \$ 950,00

(R// a.6,22% e.a; b.8,77% e.a)

9. Hex Corp. Inc., tiene dos diferentes tipos de bonos actualmente en circulación. El bono A tiene un valor nominal de \$ 40.000 y vence dentro de 20 años; no

hará pagos durante los primeros 6 años, luego pagará \$ 2.000 semestralmente a lo largo de los 8 años subsecuentes, y por último, pagará \$ 2.500 semestralmente a lo largo de los 6 años subsecuentes. El bono B también tiene un valor nominal de \$ 40.000 y un vencimiento a 20 años, no hace pagos de cupones. Si la tasa requerida de rendimiento es del 12% anual capitalizable semestralmente: a) ¿Cuál será el precio actual del bono A? b) ¿Cuál será el precio actual del bono B?

(R// Bono A: \$18.033,86; Bono B: \$3.88,89)

10. La compañía XYZ emite bonos a 10 años con una tasa de cupón del 24% CT con pago de cupones trimestrales. El valor nominal del bono es de \$10.000. ¿Cuál es el valor presente del bono si la tasa de mercado es ahora del 18% E.A. y faltan aun 6 años al vencimiento?.
11. Se emite un bono a 5 años con una tasa de cupón del 20% E.A. con un pago de cupones mensuales. El valor nominal del bono es de \$100.000. ¿Cuál es el valor presente del bono si la tasa de mercado es ahora del 25% E.A. y faltan aun 3 años al vencimiento?.
12. La compañía XYZ ha emitido un bono a 10 años con tasa de cupón del 15% E.A con pago de cupones trimestrales, sin embargo, las tasas de mercado han caído significativamente al nivel del 12% E.A. La compañía desea retirar la emisión y ofrece a los tenedores un 10% adicional sobre el valor nominal del bono. ¿Cuánto debe pagar por cada bono para recomprarlo si su valor nominal es de \$350.000 y faltan aun 4 años al vencimiento?.

CAPÍTULO 10

INSTRUMENTOS FINANCIEROS – VALORACIÓN NIIF

Objetivo General

Identificar la relación entre las matemáticas financieras con las normas internacionales de información financiera (NIIF), y a su vez, estudiar, comprender y analizar los principales conceptos relacionados con la valoración de instrumentos financieros de acuerdo a las Normas Internacionales de Información Financiera (NIIF).

Objetivos Específicos

1. Identificar la relación entre las matemáticas financieras con las NIIF
2. Conocer los diferentes tipos de instrumentos financieros
3. Definir los conceptos más importantes que comprende los Instrumentos Financieros
4. Valorar y registrar los instrumentos financieros más comunes de acuerdo a las NIIF
5. Determinar el costo amortizado de un instrumento financiero, empleando el método del interés efectivo
6. Identificar cuando se debe reconocer una pérdida de deterioro del valor para los instrumentos financieros mantenidos al costo o costo amortizado
7. Demostrar cómo medir la pérdida de deterioro.

8. Identificar los métodos adecuados para determinar el valor razonable de inversiones en acciones ordinarias o preferentes

10.1 Las Matemáticas Financieras y las NIIF

Las normas internacionales de información financiera son un conjunto de normas basadas en principios estipulados en cada una de estas con el fin de que la información financiera de las distintas empresas en los diferentes países sean, comparables transparentes y de alta calidad para que ayude a los usuarios de esta información a tomar decisiones.

Las empresas colombianas viven en estos momentos un proceso de cambios profundos en lo que respecta al manejo de la información Financiera, originado por la decisión del Estado de adoptar para Colombia las Normas Internacionales de Información Financiera NIC-NIIF mediante la **Ley 1314 de 2009**, denominada ley de convergencia hacia los estándares internacionales.

Esta decisión de convergencia hacia las NIIF busca armonizar la información financiera de las empresas colombianas con la información presentada por todas las empresas alrededor del mundo, de acuerdo a los postulados de la **OCDE, (Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico)** a la cual Colombia aspira a ingresar en un futuro próximo.

En adelante, las empresas colombianas deberán desarrollar estándares y prácticas administrativas, de operación y de información eficientes que permitan a los usuarios recibir una **información útil, relevante, comparable con revelación y transparencia para toma de decisiones.**

Las **Matemáticas Financieras**, permiten **cuantificar, valorar y monitorear** permanentemente el cumplimiento del **objetivo básico financiero** para **generación de valor** en las empresas. Entonces ¿Cuál es la relación de **Las NIIF-IFRS** con las matemáticas financieras? Dado a que en el país está pasando por el proceso de convergencia ya mencionado, la forma en la **valoración de los instrumentos financieros**, estará sujeta a distintos cambios a como se venía haciendo con los PCGA de Colombia.

Los cambios que implicarían en la forma de valoración de instrumentos financieros se trataran en este libro y se desarrollaran en los siguientes capítulos, un ejemplo de impacto de este cambio de principios para realizar la información financiera, es que los instrumentos financieros que antes se valoraban al **costo histórico**, ahora se deberán valorar al **costo, costo amortizado, valor razonable o al valor presente neto, utilizando el método de interés efectivo.**

10.2 DEFINICIONES DE ACUERDO A LAS NIIF

10.2.1 Instrumentos Financieros

De acuerdo a las Normas Internacionales de Información Financiera, un instrumento financiero es cualquier contrato que origina simultáneamente un **activo financiero** para una entidad y un **pasivo financiero o patrimonio** para otra entidad. Los instrumentos financieros incluyen un amplio rango de activos y pasivos financieros y se dividen en *primarios* y *derivados*. Las normas internacionales de información financiera que se trataran en el presente capítulo para definir los diferentes conceptos relacionados con instrumentos financieros son, la NIC 32, NIC 39, NIIF 7, NIIF 9, y las Secciones 11 y 12 de NIIF para Pymes.

- a. Instrumentos financieros primarios.** Efectivo, depósitos bancarios, bonos, certificados de depósito a término (CDT), arrendamiento financiero, pagares, prestamos, cuentas por cobrar y cuentas por pagar comerciales, participación en acciones de otra entidad.

- b. Instrumentos financieros derivados.** Opciones, contratos a plazo “forwards”, futuros, “swaps” de tasas de interés y “swaps” de divisas. Los instrumentos financieros derivados se caracterizan porque:

- Su valor cambia en respuesta a los cambios de valor en el activo o pasivo subyacente
- Requieren al principio una inversión muy pequeña o nula
- Se liquidaran en una fecha futura
- Se subdividen en financieros, energéticos, metalúrgicos, agropecuarios

c. Activos y Pasivos Financieros. Un *activo financiero* es cualquier activo que posee forma de: Efectivo, instrumento de patrimonio de otra entidad (por ejemplo un Bono), un derecho contractual (como es el caso del arrendamiento financiero o leasing), y un contrato que será o podrá ser liquidado utilizando instrumentos de patrimonio propio de la entidad. Por otra parte, un *pasivo financiero* puede ser: una obligación contractual, o un contrato que será o podrá ser liquidado utilizando instrumentos de patrimonio de la entidad. Estos se pueden clasificar en:

- **Mantenidos para negociar:** Se adquieren al costo y se ajustan permanentemente al valor razonable
- **Disponibles para la venta:** se ajustan a valor razonable
- **Mantenidos hasta el vencimiento:** se adquieren al costo, posteriormente se miden al costo amortizado

10.2.2 Costo Amortizado

De acuerdo a la NIC 39, el costo amortizado es el importe en el que inicialmente fue valorado un activo o un pasivo financiero, menos los reembolsos de principal que se hubieran producido. La parte imputada en la cuenta de pérdidas y ganancias, se debe calcular mediante la utilización del método del ***tipo de interés efectivo***.

Para el caso de los activos financieros, el costo amortizado es el importe en el que inicialmente fue valorado el activo, menos cualquier reducción de valor por ***deterioro*** que hubiera sido reconocida, ya sea directamente como una disminución del importe del activo o mediante una cuenta correctora de su valor.

Este criterio de valoración se aplica a activos financieros tales como: Préstamos y partidas a cobrar, Créditos por operaciones comerciales, Créditos por operaciones no comerciales, Inversiones mantenidas hasta el vencimiento. En pasivos Financieros tales como: Deudas y partidas a pagar, Deudas por operaciones comerciales, Deudas por operaciones no comerciales

10.2.3 Tasa de Interés Efectiva (TIE)

Según la NIC 39, la tasa de interés efectiva es la tasa de descuento que iguala exactamente los flujos de efectivo por cobrar o por pagar estimados a lo largo de la vida esperada del instrumento financiero, con el valor neto en libros del activo

o pasivo financiero. En términos financieros la tasa de interés efectiva de que tratan las NIIF equivale a la TIR de un proyecto

Para calcular la tasa de interés efectiva, una entidad estimará los flujos de efectivo teniendo en cuenta todas las condiciones contractuales del instrumento financiero (por ejemplo, pagos anticipados, rescates y opciones de compra o similares), pero no tendrá en cuenta las pérdidas crediticias futuras. El cálculo incluirá todas las comisiones y puntos de interés pagados o recibidos por las partes del contrato, que integren la tasa de interés efectiva así como los costos de transacción y cualquier otra prima o descuento. (NIC 39.9)

10.2.4 Valor razonable

La NIIF 13 define el valor razonable de la siguiente manera:

“valor razonable es el precio que se recibiría por vender un activo o que se pagaría por transferir un pasivo en una transacción ordenada entre participantes en el mercado en la fecha de la medición, es decir, un precio de salida.”

Lo que en otras palabras se refiere a que el valor razonable es una medición basada en el mercado, no una medición específica de una entidad. Por lo que en la medición del mismo, una entidad debe utilizar los supuestos que los participantes del mercado usarían al fijar el precio del activo o pasivo en condiciones de mercado presentes, incluyendo supuestos sobre el riesgo.

Un punto importante para resaltar, el cual tiene que ver con los supuestos del riesgo, es que la NIIF 13 menciona que cuando se determina el valor razonable se debe tener en cuenta lo siguiente:

- Para un *activo* financiero, la entidad deberá incluir el riesgo de crédito de la contraparte (i.e. el riesgo de que la contraparte falle en pagar una obligación particular).
- Para un instrumento financiero simple tal como un activo de préstamo, el riesgo de crédito de contraparte a menudo se incluye en el valor razonable mediante el uso de la distribución (spread) del crédito del mercado corriente en la tasa de descuento aplicada a los flujos de efectivo del préstamo.

Para tener claridad sobre los instrumentos financieros que se evalúan a valor razonable, se muestra la tabla a continuación:

Instrumento Financiero	Modo de valoración
Activo financiero mantenido para negociar	Valor razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Otros activos financieros a valor razonable con cambios en PyG	Valor razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Activo financiero disponible para la venta	Valor razonable con cambios en patrimonio neto
Pasivo financiero mantenido para negociar	Valor razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Otros pasivos financieros a valor	Valor razonable con cambios en la

razonable con cambios en PyG	cuenta de pérdidas y ganancias
------------------------------	--------------------------------

10.2.5 Valor presente

De acuerdo a la NIC 36, ***El valor presente o actual***, es el valor de los flujos de efectivo futuros a recibir o pagar en el curso normal del negocio, según se trate de un activo o un pasivo respectivamente, actualizados a un tipo de interés adecuado. La técnica del valor presente se emplea para la estimación del ***valor en uso*** de un activo. Las fases y elementos para calcular el Valor Presente son:

- Estimar las entradas y salidas futuras de efectivo derivadas tanto de la utilización continuada del activo como de su disposición final
- Aplicar la tasa de interés adecuada para descontar estos flujos futuros
- El precio por la presencia de incertidumbre inherente en el activo
- Otros factores, tales como la iliquidez, que los participantes en el mercado reflejarían al poner precio a los flujos de efectivo futuros que la entidad espera que se deriven del activo

10.2.6 Valor en uso

A diferencia del valor razonable, el valor en uso es una medición específica de la entidad. Es el valor presente de los flujos futuros estimados de efectivo que se espera obtener de un activo.

10.2.7 Deterioro de un activo financiero

Cuando una persona o un inversionista adquieren un activo financiero, antes de esta acción, debió haber hecho una serie de estudios y análisis para saber acerca de la factibilidad de adquirir este activo financiero, para esto se tuvo que haber estimado unos flujos esperados del mismo. En ocasiones los flujos estimados de un activo financiero se ven afectados por diferentes circunstancias, en la cual su valor esperado no es el mismo que se estimó en el momento de valorarlo cuando no se tuvo en cuenta o se asumió que no sucederían eventos que disminuyeran su valor en el futuro.

Con lo anterior se puede decir que el activo tuvo una pérdida de valor por deterioro, y según la NIC 39 “instrumentos financieros: Reconocimiento y valoración”, estos activos o un grupo de ellos estará deteriorado, y se habrá producido una pérdida por deterioro del valor si, y solo si, existe evidencia objetiva del deterioro como consecuencia de uno o más eventos que hayan ocurrido después del reconocimiento inicial del activo (un ‘evento que causa la pérdida’) y ese evento o eventos causantes de la pérdida tienen un impacto sobre los flujos de efectivo futuros estimados del activo financiero o del grupo de

ellos, que pueda ser estimado con fiabilidad. Los siguientes ejemplos son momentos en los que se es evidente que se debe aplicar y asumir un deterioro de un activo financiero³:

1. Dificultades financieras significativas del emisor.
2. Infracciones de las cláusulas contractuales, tales como incumplimientos o moras en el pago de los intereses.
3. El prestamista, por razones económicas o legales relacionadas con dificultades financieras del prestatario, le otorga concesiones o ventajas que no habría otorgada en otras circunstancias.
4. Es probable que el prestatario entre en quiebra o en otra forma de reorganización financiera
5. La desaparición de un mercado activo para el activo financiero en cuestión, debido a dificultades financieras, o
6. Los datos observables indican que desde el reconocimiento inicial de un grupo de activos financieros existen una disminución medible en sus flujos futuros estimados de efectivo, aunque no pueda todavía identificársela con activos financieros individuales del grupo, incluyendo entre tales datos:

³ Tomado de la NIC 39. Instrumentos financieros: Reconocimiento y Valoración.

- a. Cambios adversos en las condiciones de pago de los prestatarios del grupo (por ejemplo, un número creciente de retrasos en los pagos o un número creciente de prestatarios por tarjetas de créditos que hayan alcanzado su límite de crédito y estén pagando el importe mensual mínimo); o
- b. condiciones económicas locales o nacionales que se correlacionen con incumplimientos en los activos del grupo (por ejemplo, un incremento en la tasa de desempleo en el área geográfica de los prestatarios, un descenso en el precio de las propiedades hipotecadas en el área relevante, un descenso en los precios del petróleo para préstamos concedidos a productores de petróleo, o cambios adversos en las condiciones del sector que afecten a los prestatarios del grupo).

De acuerdo a las consideraciones mencionadas por la NIC 39 y la sección 11 de las NIIF para PYMES, una empresa deberá evaluar como primera medida, si existe alguna evidencia de que sus activos financieros se hayan deteriorado; en caso de que se determine que no existe ninguna evidencia de que se haya deteriorado el activo financiero, se pasara a incluir el activo en un grupo de activos financieros con características similares de riesgo crediticio, y evaluar su deterioro de forma grupal.

Cuando la compañía, piensa que existe evidencia objetiva de que sus activos financieros o alguno, ha incurrido en una perdida por deterioro de su valor, y este ha sido medido al costo amortizado, el importe de la perdida se medirá como la

diferencia como la diferencia entre el importe en libros del activo y el valor presente de los flujos de efectivo futuros estimados, descontado con la tasa de interés efectiva original del activo financiero (TIR). Este importe se reconocerá en libros directamente reduciendo el valor del activo y la pérdida se reconocerá directamente en el PYG. En el caso de que un activo financiero se decidiera medir al método del valor razonable, entonces el aumento o disminución de este se reconocerá en los resultados del periodo en que se produjo el cambio de este valor⁴.

También se puede dar el caso de que se tengan que hacer reversiones de los deterioros reconocidos, cuando ocurren hechos posteriores de haber realizado el reconocimiento del deterioro, como por ejemplo, una mejora en la calificación crediticia del deudor; estas reversiones de deterioro se pueden hacer mediante ajustes de una cuenta o directamente.

10.3 VALORACIÓN DE INSTRUMENTOS FINANCIEROS SEGÚN LAS NIIF

Como se mencionó anteriormente, los instrumentos financieros son aquellos contratos que generan un activo financiero para el inversionista, y un pasivo financiero o patrimonio para la otra parte, como es el caso de los Bonos o las acciones respectivamente. La valoración de los instrumentos financieros, de acuerdo a las NIIF es la siguiente:

⁴ Tomado de la sección 11 de las Normas internacionales de información financiera para PYMES.

- **Valoración de Activos Financieros**

CATEGORÍA	VALORACIÓN POSTERIOR
Préstamos y cuentas a cobrar	Costo amortizado
Activos financieros mantenidos para negociar	Valor Razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Inversiones mantenidas hasta el vencimiento	Costo amortizado
Otros activos financieros a valor razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias	Valor Razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Inversiones en el patrimonio de empresas del grupo, multigrupo y asociadas	Costo
Activos financieros disponibles para negociar	Valor Razonable con cambios en patrimonio neto

- **Valoración de Pasivos Financieros**

CATEGORÍA	VALORACIÓN POSTERIOR
Deudas y partidas a pagar	Costo amortizado
Pasivos financieros mantenidos para negociar	Valor Razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias
Otros pasivos financieros a valor razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias	Valor Razonable con cambios en la cuenta de pérdidas y ganancias

10.3.1 Valoración con Costo Amortizado

El costo amortizado en un periodo concreto es básicamente el valor neto inicial, sumando o restando la causación de ingresos por intereses, utilizando el tipo de interés efectivo, más o menos los cobros o pagos de la operación. Para entender este concepto vamos a desarrollar el siguiente ejemplo:

EJEMPLO 1. PRÉSTAMO BANCARIO

Una empresa acude a un banco para obtener financiación. El banco le concede un préstamo por \$1.000 unidades monetarias, a devolver en 4 cuotas anuales, con un tipo de interés nominal del 4% anual y una comisión de apertura de \$100 unidades monetarias. Determinar el costo amortizado de esta operación y realice el correspondiente registro contable.

Solución.

Valor del Préstamo	VP	1.000,0	
Interés sobre el préstamo	I	4%	E.A
Periodos	N	4	Años
Pagos anuales*	A	275,5	u.m

Valor calculado con la función de Excel *PAGO*:
=PAGO (i; n; Va; Vf)
=PAGO (4%; 4; 1000; 0)

*Las alícuotas o pagos anuales del préstamo constituyen las salidas de efectivo que se deberán efectuar para amortizar el préstamo; estas se pueden calcular con la función *PAGO* de Excel, de la siguiente manera:

Argumentos de función

PAGO

Tasa 4% = 0,04

Nper 4 = 4

Va -1000 = -1000

Vf 0 = 0

Tipo = número

= 275,4900454

Calcula el pago de un préstamo basado en pagos y tasa de interés constantes.

Tasa es la tasa de interés por período del préstamo. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Resultado de la fórmula = 275,4900454

[Ayuda sobre esta función](#)

Aceptar Cancelar

1ro. Cálculo del interés efectivo de la operación

Recordemos que la tasa de interés efectiva en términos financieros esta es la **TIR** del préstamo (Tasa de Rendimiento Interno), y para calcular esta tasa de acuerdo a los flujos de efectivo, es necesario descontar los costos de transacción, primas o descuentos al valor del préstamo.

Costos de transacción	100,0	u.m
Valor inicial a recibir	900,0	u.m

Valor inicial a recibir: Valor del préstamo
 menos Costos de transacción
 Valor inicial a recibir = \$ 1.000 - \$ 100

	A	B
1	t	FE
2	0	\$ 900,0
3	1	\$ (275,5)
4	2	\$ (275,5)
5	3	\$ (275,5)
6	4	\$ (275,5)

Valor inicial a recibir

Pagos anuales

Tasa de interés efectiva	8,62%
---------------------------------	--------------

Valor calculado con la función de Excel TIR:
 =TIR (B2:B6)

2do. Determinación del Costo Amortizado.

Para calcular el costo amortizado del préstamo, es necesario hallar la diferencia entre los intereses del que llamaremos *préstamo REAL* y el *préstamo INICIAL*. El primero corresponde a la amortización de lo que realmente presta el banco (\$900)

con la tasa de interés efectiva (8,62%), y el segundo es la cantidad que se le debe pagar al banco, la cual incluye los costos de transacción (\$1000), amortizado con la tasa de interés nominal (4%).

- **Préstamo REAL:** Lo que realmente presta el banco: \$900

VP	900
i	8,62%
N	4

Tabla de amortización para el préstamo REAL

t (años)	SALDO INICIAL	INTERESES (S.Inicial *i)	CUOTA FIJA (Pagos)	ABONO (CF-Intereses)	SALDO FINAL (S.Inicial-Abono)
0	-	-	-	-	900,0
1	900,0	77,6	275,5	197,9	702,1
2	702,1	60,5	275,5	215,0	487,1
3	487,1	42,0	275,5	233,5	253,6
4	253,6	21,9	275,5	253,6	(0,0)
		202,0	1.102,0	900,0	

- **Préstamo INICIAL:** Cantidad que toca pagarle al banco (incluyendo los costos):
\$1000

VP	1.000
i	4,00%
N	4

Tabla de amortización para el préstamo INICIAL

t	SALDO	INTERESES	CUOTA FIJA	ABONO	SALDO FINAL
(años)	INICIAL	(S.Inicial *i)	(Pagos)	(CF-Intereses)	(S.Inicial-Abono)
0	-	-	-	-	1.000,0
1	1.000,0	40,0	275,5	235,5	764,5
2	764,5	30,6	275,5	244,9	519,6
3	519,6	20,8	275,5	254,7	264,9
4	264,9	10,6	275,5	264,9	-
		102,0	1.102,0	1.000,0	

- **Costo amortizado:** diferencia entre los intereses del préstamo *real* con los del préstamo *inicial*. Amortización de los costos de transacción.

COSTO AMORTIZADO

t	Interés REAL	Interés INICIAL	Costo Amortizado
(años)			
0	-	-	-
1	77,6	40,0	37,6
2	60,5	30,6	29,9
3	42,0	20,8	21,2
4	21,9	10,6	11,3
	202,0	102,0	100,0

Costo de transacción

Explicación:

El tipo de interés nominal de la operación es 4%, pero el tipo de interés efectivo será mayor a 4% (8,62%), ya que la empresa no solamente tuvo que pagar al banco \$275,5 anualmente de intereses, sino que también tuvo que pagar la diferencia de los \$ 900 recibidos inicialmente y el valor nominal a devolver de \$ 1000. Esto conlleva a diferir (amortizar) estos \$ 100 de costos por comisión a lo largo de la operación.

3ro. Registro Contable.

(t = 0) Registro del préstamo	Debe	Haber
Caja	\$ 900,0	
Cargo Diferido	\$ 100,0	
Obligación Financiera		\$ 1.000,0

(t = 1) Pago cuota 1	Debe	Haber
Obligación Financiera	\$ 235,5	
Gasto por intereses	\$ 40,0	
Efectivo		\$ 275,5

Abono del préstamo *INICIAL*

Intereses del préstamo *INICIAL*

Gastos Financieros	\$ 37,6	
Cargo Diferido		\$ 37,6

Amortización de los \$100 por costos de transacción

(t = 2) Pago cuota 2	Debe	Haber
Obligación Financiera	\$ 244,9	
Gasto por intereses	\$ 30,6	
Efectivo		\$ 275,5

Gastos Financieros	\$ 29,9	
Cargo Diferido		\$ 29,9

(t = 3) Pago cuota 3	Debe	Haber
Obligación Financiera	\$ 254,7	

Gasto por intereses	\$	20,8	
Efectivo			\$ 275,5

Gastos Financieros	\$	21,2	
Cargo Diferido			\$ 21,2

(t = 4) Pago cuota 4		Debe	Haber
Obligación Financiera	\$	264,9	
Gasto por intereses	\$	10,6	
Efectivo			\$ 275,5

Gastos Financieros	\$	11,3	
Cargo Diferido			\$ 11,3

Cuentas T (libro Mayor)

Para ilustrar mejor el registro contable se presentan las cuentas T, en las cuales se puede observar claramente el registro de la obligación financiera, el gasto financiero generado por los intereses, y la amortización del costo de transacción (costo amortizado), el cual se registra como un cargo diferido que se amortiza en los 4 periodos del préstamo.

Obligación Financiera	
0	1.000,0
1	235,5
2	244,9
3	254,7
4	264,9
	1.000,0
	1.000,0

Cargo Diferido	
0	100,0
1	37,6
2	29,9
3	21,2
4	11,3
	100,0
	100,0

Gasto Financiero	
0	
1	40,0
1	37,6
2	30,6
2	29,9
3	20,8
3	21,2
4	10,6
4	11,3
	202,0
	202,0

EJEMPLO 2. ADQUISICIÓN DE UN BONO

La empresa ABC adquiere un bono cuyo valor nominal es de \$45 millones, el cual vence en 4 años y el cual es adquirido por el 85% de su valor a la par. El bono paga un interés nominal anual del 7%. Se requiere registrar el bono desde el punto de vista del tenedor.

Valor Nominal	\$ 45.000.000
Tasa cupón	7%
Cupón	\$ 3.150.000
Periodos	4
Tasa de Interés	X → Rendimiento del Bono (TIR)

1ro. Determinar la tasa de interés efectiva: Rendimiento del Bono (TIR)

	A	B
1	t	Flujos efectivo
2	0	(\$ 38.250.000)
3	1	\$ 3.150.000
4	2	\$ 3.150.000
5	3	\$ 3.150.000
6	4	\$ 48.150.000

Inversión inicial: valor de adquisición del bono (85% del valor nominal)

Flujo de fondos por cobrar estimados: Cupones + Valor Maduración

Tasa Interés efectiva (TIE)	11,93%	→ TIR del bono: =TIR (B2:B6)
------------------------------------	---------------	------------------------------

2do. Amortización del Bono

Valor del bono	38.250.000	→ Tasa de interés efectiva
i	11,93%	
N	4	

t (años)	INICIO		FINAL	
	SALDO	INTERESES	CUOTA FIJA	SALDO
0	-	-	-	38.250.000

1	38.250.000	4.563.753	3.150.000	39.663.753
2	39.663.753	4.732.434	3.150.000	41.246.187
3	41.246.187	4.921.240	3.150.000	43.017.427
4	43.017.427	5.132.573	3.150.000	45.000.000
		19.350.000	12.600.000	

Rendimiento del bono.
(Intereses calculados con la TIE)

Cupones

SALDO INICIAL: Saldo final del periodo anterior

CUOTA FIJA: Cupón que paga el bono, calculados con el interés nominal

INTERESES: Calculados sobre el saldo inicial, con la Tasa de interés efectiva

SALDO FINAL: Saldo inicial + Intereses - Cuota Fija

3ro. Determinación del Costo Amortizado.

El costo amortizado es la diferencia entre el rendimiento del bono (intereses calculados con la TIR del bono) y los cupones ($19.350.000 - 12.600.000 = 6.750.000$). También se puede hallar como la diferencia entre el valor nominal del bono y el valor invertido o precio del bono ($45.000.000 - 38.250.000 = 6.750.000$).

INTERESES (TIE)	CUOTA FIJA (Cupones)	Costo Amortizado (intereses-cupones)
4.563.753	3.150.000	1.413.753
4.732.434	3.150.000	1.582.434
4.921.240	3.150.000	1.771.240
5.132.573	3.150.000	1.982.573
19.350.000	12.600.000	6.750.000

4to. Registro contable.

Como vemos, se trató de un Bono con descuento dado que el precio del bono es menor que el valor nominal o valor de maduración del mismo, por lo tanto la

diferencia entre estos (el costo amortizado) se contabiliza como un activo llamado inversiones (Bonos) contra un ingreso financiero.

		Debe	Haber	
Año 0	Inversiones-Bonos	38.250.000		} Adquisición del Bono
	Caja		38.250.000	
Año 1	Caja	3.150.000		} Cobro del cupón
	Ingresos financieros		3.150.000	
	Inversiones-Bonos	1.413.753		} Costo amortizado
	Ingresos financieros		1.413.753	
Año 2	Caja	3.150.000		
	Ingresos financieros		3.150.000	
	Inversiones-Bonos	1.582.434		
	Ingresos financieros		1.582.434	
Año 3	Caja	3.150.000		
	Ingresos financieros		3.150.000	
	Inversiones-Bonos	1.771.240		
	Ingresos financieros		1.771.240	
Año 4	Caja	3.150.000		
	Ingresos financieros		3.150.000	
	Inversiones-Bonos	1.982.573		
	Ingresos financieros		1.982.573	
	Caja	45.000.000		} Recuperación de la inversión
	Bono por cobrar		45.000.000	

Cuentas T (libro Mayor)

Inversiones - Bonos		Rendimientos Financieros	
0	38.250.000	0	
1	1.413.753	1	3.150.000
2	1.582.434	1	1.413.753
3	1.771.240	2	3.150.000
4	1.982.573	2	1.582.434
4		3	3.150.000
	45.000.000	3	1.771.240
	45.000.000	4	3.150.000
		4	1.982.573
			19.350.000

EJEMPLO 3. LEASING (ARRENDAMIENTO FINANCIERO)

Una empresa suscribe un contrato financiero para la utilización de una maquinaria durante un plazo de 3 años. Los datos básicos del contrato son:

Valor razonable de la maquina: \$7.000 unidades monetarias.

Cuota anual: \$2.500 u.m más el iva del 16%

Opción de compra al final del contrato: \$500 (no incluida en los pagos anteriores)

Vida útil del activo fijo: 10 años

Solución.

1ro. Determinar la tasa de interés efectiva: TIR del arrendamiento

	A	B
1	t	Flujos efectivo
2	0	\$ 7.000
3	1	(\$ 2.500)
4	2	(\$ 2.500)
5	3	(\$ 3.000)

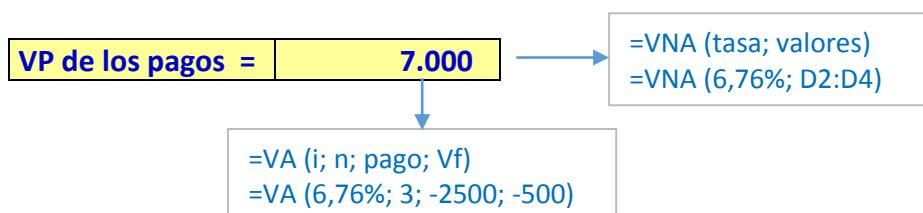
Pagos acordados por el arrendamiento \$8.000

Tasa Interés efectiva (TIE)	6,76%	TIR del arrendamiento: =TIR (B2:B5)
------------------------------------	--------------	--

Para el caso del arrendamiento financiero, la TIE es la tasa que igual el valor razonable del activo (\$7.000), con el valor presente de los pagos acordados por el arrendamiento. Por lo tanto al traer a valor presente estos pagos (\$8.000) con la tasa del 6,76% (TIE), este debe ser \$7.000. Este proceso se ilustra a continuación:

	A	B	C	D
1	t	Pagos del arrendamiento		
2	1	2500	=	2500
3	2	2500	=	2500
4	3	2500+500	=	3000

El valor presente de los pagos del arrendamiento se puede calcular con la formula VNA de Excel o con la formula VA*:



*Recordemos que al usar la formula VA de Excel, debemos tener cuidado con los signos, dado que para obtener el resultado correcto, los flujos que representan entradas de efectivo deben tener el signo contrario a los flujos que representan salidas. En este caso las salidas de efecto están negativas (-2500 y -500), lo que hace que el valor VA nos dé positivo.

2do. Amortización del arrendamiento

t (años)	SALDO INICIAL	INTERESES (S.Inicial *TIE)	CUOTA FIJA (Pagos)	ABONO (CF-Intereses)	SALDO FINAL (S.Inicial-Abono)
0		-			7.000,00
1	7.000,00	473,50	2.500,00	2.026,50	4.973,50
2	4.973,50	336,42	2.500,00	2.163,58	2.809,93
3	2.809,93	190,07	3.000,00	2.809,93	(0,00)
		1.000	8.000	7.000	

3ro. Costo Amortizado

EL costo amortizado es la diferencia entre el valor razonable del activo (\$7.000), y los pagos acordados por el arrendamiento (\$8.000), es decir \$1.000, que como pudimos observar en la tabla de amortización del arrendamiento, corresponden a la suma de los intereses calculados con la tasa de interés efectiva (TIE).

4to. Registro contable

El costo amortizado de un arrendamiento financiero se registra como un cargo diferido por intereses, el cual se amortiza en el tiempo contra la cuenta gasto financiero.

		Debe	Haber	
Año 0	PPYE	7.000,00		Registro contable del Activo y el pasivo (como lo indica la NIC 17)
	Cargos diferidos intereses	1.000,00		
	Obligaciones financieras		8.000,00	
Año 1	Obligaciones financieras	2.026,50		Primera cuota del arrendamiento financiero
	Gastos financieros	473,50		
	Caja		2.500,00	
	Obligación Financiera	473,50		Amortización del cargo diferido
	Cargo diferido		473,50	
Año 2	Obligaciones financieras	2.163,58		
	Gastos financieros	336,42		
	Caja		2.500,00	
	Obligación Financiera	336,42		
	Cargo diferido		336,42	
Año 3	Obligaciones financieras	2.809,93		
	Gastos financieros	190,07		
	Caja		3.000,00	
	Obligación Financiera	190,07		
	Cargo diferido		190,07	

Cuentas T del costo amortizado

	Cargo diferido	
0	1.000	
1		474
2		336
3		190
	1.000	1.000

	Gasto financiero	
0		
1	474	
2	336	
3	190	
	1.000	

EJEMPLO 4. INTERÉS IMPLÍCITO

El 1 de enero de 2012, la empresa MAQUIN S.A dedicada a la fabricación de maquinaria le vende a un cliente una maquina por \$2.000 u.m con un pago a realizar en un plazo de 2 años (pago aplazado). El precio actual de venta de la máquina, si los clientes pagan de contado es de \$1.650 u.m. Se pide registrar las operaciones desde el punto de vista del vendedor.

NOTA: De acuerdo a la NIC 2 (art. 18) cuando una entidad adquiere inventario con pago aplazado, el valor de inventario se registra por el precio de adquisición en condiciones normales de crédito, y la diferencia entre este precio actual de venta y la contraprestación por cobrar se reconocerá como gasto por interés para el comprador y como un ingreso diferido para el vendedor, el cual se amortizará empleando el método del interés efectivo.

Solución.

El registro de la cuenta por cobrar seria:

Año 0	01-ene-12	Debe	Haber
	Cuenta por cobrar	2.000	
	Ingreso por venta		1.650
	Ingreso diferido		350

1ro. Tasa de interés implícita (calculada mediante el método de interés efectivo)

	A	B
1	t	Flujos Fondos Estimados
2	0	-1.650
3	1	0
4	2	2.000

Tasa Interés Efectiva =	10,10%	→ TIR de los flujos: =TIR (B2:B4)
--------------------------------	---------------	--------------------------------------

En este caso, la TIE corresponde al interés implícito que hay esta operación, pues Las NIIF consideran que en algunos casos, el acuerdo contiene de hecho un elemento de financiación implícito, por ejemplo, una diferencia entre el precio de compra para condiciones normales, lo que se conoce como *pago aplazado*. En estos casos, la diferencia se reconocerá como gasto por intereses a lo largo del periodo de financiación y no se añadirá al costo de los inventarios (Sección 13.7 de las NIIF para Pymes).

2do. Amortización del ingreso diferido

t (años)	SALDO INICIAL	INTERESES (S.inicial*TIE)	CUOTA FIJA	ABONO (CF-Intereses)	SALDO FINAL
0	-	-	-	-	1.650,0
1	1.650,0	166,59	-	(166,6)	1.816,6
2	1.816,6	183,41	2.000,0	1.816,6	-
		<u>350,0</u>			

3ro. Registro contable de la amortización del ingreso diferido.

Año 1	31-dic-12	Debe	Haber
	Ingreso diferido	167	
	Ingreso financiero		167

Año 2	31-dic-13	Debe	Haber
	Ingreso diferido	183	
	Ingreso financiero		183

Año 2	31-dic-13	Debe	Haber
	Efectivo	2.000	
	Cuenta por cobrar		2.000

Cuentas T

Efectivo	
0	
1	
2	2000
	<u>2.000</u>

Ingresos por Intereses	
0	
1	167
2	183
	<u>350</u>

Ingresos por venta	
0	1.650
1	
2	
	<u>1.650</u>

ingreso diferido	
0	350
1	167
2	183
	<u>350</u>
	<u>0</u>

Cuenta por Cobrar	
0	2.000
1	
2	2.000
	<u>2.000</u>
	<u>0</u>

10.3.2 Valor Razonable

a. Activos financieros disponibles para la venta:

Valoración inicial:

La norma establece respecto a la valoración inicial lo siguiente:

«Los activos financieros disponibles para la venta se valorarán inicialmente por su valor razonable que, salvo evidencia en contrario, será el precio de la transacción, que equivaldrá al valor razonable de la contraprestación entregada, más los costes de transacción que les sean directamente atribuibles.

Valoración posterior:

«Los activos financieros disponibles para la venta se valorarán por su valor razonable, sin deducir los gastos de transacción en que se pudiera incurrir en su enajenación. Los cambios que se produzcan en el valor razonable se registrarán directamente en el patrimonio neto, hasta que el activo financiero cause baja del balance o se deteriore, momento en que el importe así reconocido se imputará a la cuenta de Pérdidas y ganancias.

Ejemplo 1.

Activos financieros disponibles para la venta

«XYZ S.A» adquiere el 01-10-2013, 2000 acciones de «TKT» al precio de \$61 por acción.

«TKT» había acordado la distribución de un dividendo con cargo a los resultados de 2013 de

\$1.00 por acción, que se hará efectivo el 15-12-2013. Desea mantener estas acciones

Indefinidamente.

El 31-12 la cotización es \$66

El 01-12-2014 se vende las acciones por \$72 por acción, con unos gastos de \$200.

Solución:

Valor razonable = $2,000 * (\$61 - \$1.00) = \$120,000$

En el momento de la compra: 01-10-2013

	Debe	Haber
IF Instrumentos patrimonio	\$120,000	
Dividendo por cobrar	\$ 2,000	
Efectivo		\$ 122,000

Por el cobro del dividendo: 15-12-2013

	Debe	Haber
Efectivo	\$ 2,000	
Dividendo por cobrar		\$ 2,000

Al cierre del ejercicio por el reconocimiento de la variación en el valor razonable: 31-12-2013

$$\$66 * 2,000 = \$132,000 - \$120,000 = \$12,000$$

	Debe	Haber
IF instrumentos patrimonio	\$12,000	
Beneficios act. fin. disponibles vta.		\$12,000

Inmediatamente antes de la venta de las acciones, por el ajuste en el valor razonable: 01-12-2014

$$\$72 * 2,000 = \$144,000 - \$132,000 = \$12,000$$

$$\text{---> } \$12,000 - \$200 \text{ de gastos} = \$11,800$$

	Debe	Haber
IF instrumentos patrimonio	\$11,800	
Beneficios act. fin. disponibles vta.		\$11,800

Por la venta de las acciones y el reconocimiento del beneficio: 01-12-2014

Total aumento del vr. Razonable: \$23,800

Total Vr. Razonable de acciones: \$143,800

	Debe	Haber
Efectivo	\$143,800	
Transf. de benef en af. disp. para vta.	\$23,800	
IF instrumentos patrimonio		\$143,800
Beneficios de disponibles vta.		\$23,800

b. Activos financieros mantenidos para negociar:

Un activo o pasivo financiero se clasificará como mantenido para negociar, según

la NIC 39, si:

- a. se adquiere o se incurre en él principalmente con el objetivo de venderlo o volver a comprarlo en un futuro inmediato;
- b. es parte de una cartera de instrumentos financieros identificados, que se gestionan conjuntamente y para la cual existe evidencia de un patrón reciente de obtención de beneficios a corto plazo; o
- c. es un derivado (excepto los derivados que sean contratos de garantía financiera o hayan sido designados como instrumentos de cobertura y cumplan las condiciones para ser eficaces).

Medición inicial y posterior de la compra de acciones con valor razonable fiable.

La empresa ABC S.A ha adquirido acciones de un banco que cotiza en bolsa.
El detalle numérico de la operación es el siguiente:

- Fecha: 30/10/2013
- Número de acciones: 10000
- Valor unitario: \$30 Pesos / acción
- Comisión bancaria de gestión de compra: \$250 Pesos

Al cierre del ejercicio 2013, el valor de cotización de las acciones disminuye hasta \$22 Pesos por acción

Se pide calcular la medición inicial y posterior y efectuar los asientos contables oportunos.

1. Medición inicial (30/10/2013):

Inversión financiera- Acciones	\$300.000
(+) Costos de transacción	\$250
Total Inver. Finan. - Acciones	\$300.250

	Debe	Haber
Activos financieros- acciones	\$ 300.250	
Efectivo		\$300.250

Registro Contable

Activos financieros- acciones	
0	\$ 300.250
	\$ 300.250

	\$ 0
--	------

2. Medición posterior (31/12/2013):

Al disminuir la cotización, se tiene que reconocer una pérdida por:

Valor razonable de las Acciones a 31-12-2013	\$220,000
Valor razonable de las Acciones, costo adquisición	\$300,000
Valor pérdida de Acciones	\$- 80,000

El asiento contable a realizar será:

	Debe	Haber
Gasto por Pérdida	\$ 80,000	
Activo financiero Acciones		\$ 80,000

De forma análoga, si la cotización hubiera sido superior a \$30 se habrían contabilizado beneficios.

Activos financieros- acciones	Gasto por pérdida
\$300,250	0 \$80,000
\$300,250	SF 80,000
\$220,250 SF	

c. **Pasivo financiero mantenido para negociar**

**Pasivos financieros mantenidos para negociar:
Contratos de futuros.**

“Ecopetrol, SA” tiene expectativas bajistas sobre el precio del petróleo, por lo que ha decidido adoptar una posición corta en derivados OTC.

Para ello, el 20-11-2014 ha vendido 10.000 barriles a plazo a un precio de \$89 pesos barril.

El contrato tiene su vencimiento el 31-3-2015. Dicho contrato se ha formalizado con el banco de inversión con el que habitualmente opera “Ecopetrol, SA”, y este no ha exigido garantía alguna.

La liquidación se realizará al vencimiento de la operación.

Los resultados de la operación se registran al final de cada mes, y la evolución en el contrato respecto al mes anterior ha sido la siguiente:

Fecha	Saldo
30/11/14	\$10,000
31/12/14	\$30,000
31/01/15	\$-70,000
28/02/14	-\$ 10,000
31/03/14	\$30,000

Solución:

20-11-2014, al inicio de la operación no habrá anotación alguna, ya que inicialmente se encuentra en equilibrio y además no hay cobros o pagos.

30-11-14, por el reconocimiento del resultado del periodo dado que existe un derecho derivado de la plusvalía, surgirá un activo:

Concepto	Debe	Haber
Activos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación	\$10,000	
Ingreso financiero		\$10,000

31-13-14, por el reconocimiento del resultado del período, se incrementará el activo existente:

Concepto	Debe	Haber
Activos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación	\$30,000	
Ingreso financiero		\$30,000

31-1-15, por el reconocimiento del resultado del período, se reconocerá un pasivo por la pérdida potencial:

Concepto	Debe	Haber
Pérdidas por cartera de negociación	\$70,000	
Activos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación		\$40,000
Pasivos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación		\$30,000

28-2-15, por el reconocimiento del resultado del período, se reconocerá un pasivo por la pérdida potencial:

Concepto	Debe	Haber
Pérdidas por cartera de negociación	\$10,000	
Pasivos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación		\$10,000

31-3-15, por el reconocimiento del resultado del período, se reconocerá una disminución en el pasivo existente:

Concepto	Debe	Haber
Pasivos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación	\$30,000	
Ingreso financiero		\$30,000

31-3-15, por la liquidación del resultado:

Concepto	Debe	Haber
Pasivos por derivados financieros a corto plazo, cartera de negociación	\$10,000	
Banco		\$10,000

10.3.3 Deterioro

Para entender mejor el concepto de deterioro y su aplicación, se ilustraran algunos ejemplos donde se puede aplicar el deterioro de los activos financieros.

Ejemplo 1

Una compañía tiene un activo financiero (cuenta por cobrar) de \$100 mil a dos años, el interés del préstamo es 10% anual, adicionalmente se sabe esta transacción no tuvo costos de transacción, por lo que la tasa efectiva (TE) será la misma. El capital será pagado en dos cuotas iguales al final de cada año.

Después de un año el préstamo tiene un valor libro de \$110 mil, pero la deuda fue identificada como deteriorada (cliente declarado en quiebra). El banco estima que puede ejecutar la garantía y recibiría \$66 mil en un año.

Solución:

Como primera medida se procede a descontar el monto que el banco estima que puede recuperar por la garantía que ejecutará, utilizando TE (10%), el valor presente es igual a $\left(\frac{\$66}{(1+10\%)}\right) = \60 . Con lo cual, se genera un deterioro de \$50 que resulta de la resta del valor en libros que tenía el activo financiero en el periodo y los \$60 que recibirá el banco, en valor actual por la garantía.

De acuerdo con la norma, los \$60 serán el nuevo valor en libros de la cuenta por cobrar y se reconocerá en el PYG del periodo un deterioro por \$50.

Cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro de cuenta por cobrar	\$ 50	
Cuenta por cobrar		\$ 50

cuentas por cobrar	
110	
	50
60	

Gasto por deterioro	
50	

Ejemplo 2

EL 15 de enero de 2006 una entidad A vende a otra B los muebles de oficina para amoblar su nueva sede por \$200.000, con un plazo de dos meses. Cuando llega el vencimiento del pago de la factura, la entidad B dice que no tiene dinero pero que le ofrece en contraprestación una campaña de publicidad gráfica de \$5.600 y una radial de \$185.000.

El tipo de interés aplicable en el mercado por operaciones similares es del 8%.

Solución:

Para ver si existe deterioro de la cuenta por cobrar, es necesario traer a valor presente el monto total de la contraprestación que la compañía B dará como pago a las cuentas por cobrar.

i	8%
t	2
VF	\$ 200.600
VP	\$ 171.982

	A	B	C	D	E	F	G	H
14			i					
15			t					
16			VF					
17			VP					
18								
19								
20								
21								
22								
23								
24								
25								
26								
27								
28								
29								
30								
31								
32								
33								
34								
35								

Argumentos de función

VA

Tasa = 0,08

Nper = 2

Pago = número

Vf = -200600

Tipo = número

= 171982,1674

Devuelve el valor presente de una inversión: la suma total del valor actual de una serie de pagos futuros.

Tasa es la tasa de interés por período. Por ejemplo, use 6%/4 para pagos trimestrales al 6% TPA.

Resultado de la fórmula = \$ 171.982

[Ayuda sobre esta función](#) Aceptar Cancelar

Cuenta	Debe	Haber
Cuenta por Cobrar	\$ 200.000	
Venta		\$ 200.000

El valor en libros de la cuenta por cobrar es de \$200.000 y el valor presente de la contraprestación es \$171.982, menor que el valor en libros. Por lo hay un deterioro de \$28.018

Cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	\$ 28.018	
Cuenta po cobrar		\$ 28.018

Ejemplo 3

Una empresa vende mercancías cuyo cobro está garantizado pero el momento de recaudo es incierto. Durante los últimos días de diciembre de 2014 vende lo siguiente:

Cliente	Valor nominal	Periodo de cobro promedio	
A	\$ 134.000.000	550	días
B	\$ 113.000.000	567	días
C	\$ 39.000.000	423	días
Total	\$ 286.000.000		

Aunque la empresa cobra a 90 días, el plazo medio de cobro es el que aparece en el cuadro anterior. La empresa contabilizó \$ 286.000.000 como ventas en el ejercicio de 2014. El tipo de interés aplicable en el mercado por operaciones similares es del 10% anual.

Solución:

Primero se contabilizara el valor de las ventas y luego se determinara si hay deterioro y si lo hay entonces se hallara y se contabilizara su valor.

Cuenta	Debe	Haber
Cuentas por cobrar	\$ 286.000.000	
Ventas		\$ 286.000.000

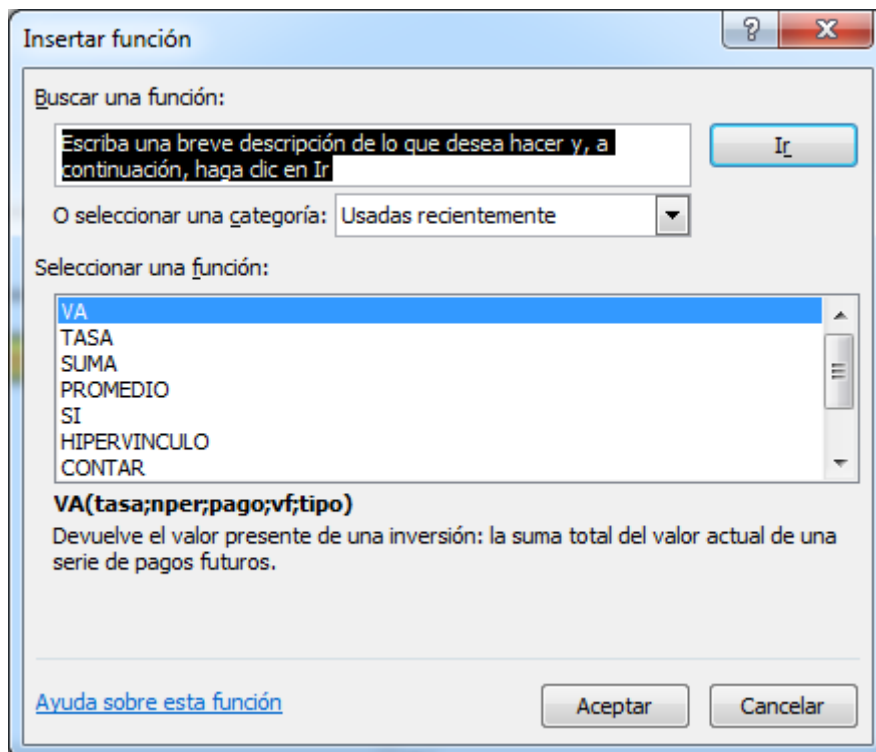
90 días

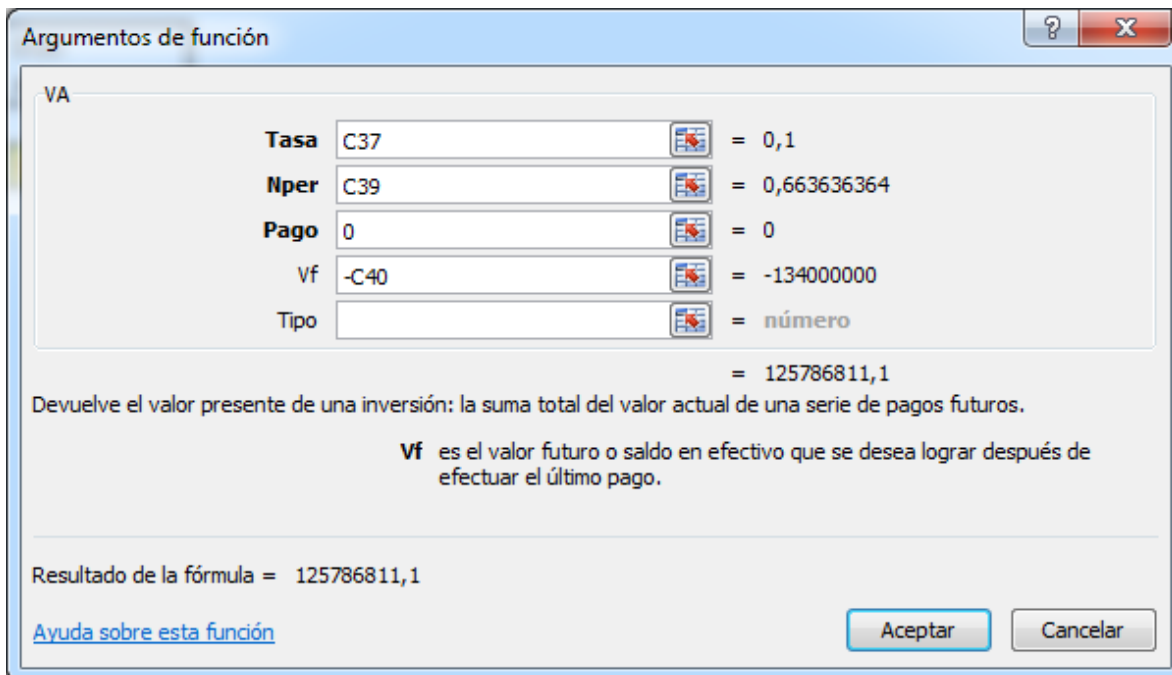
VP	VF		
?	\$ 134.000.000	550	días
	\$ 113.000.000	567	días
	<u>\$ 39.000.000</u>	423	días
	<u>\$ 286.000.000</u>		

Se debe traer a valor presente el monto de las ventas que superen los 90 días que es el plazo de cobro estipulado por la empresa, para saber si existe deterioro.

	A	B	C	D	E	F
36						
37						
38		i	10%			
39		t	550	567	423	Días
40			1,507	1,553	1,159	Años
41		VF	\$ 134.000.000	\$ 113.000.000	\$ 39.000.000	
42		VA	\$ 116.073.281	\$ 113.000.000	\$ 39.000.000	\$ 268.073.281
						Total

Para hallar el valor presente de cada monto, utilizamos la función VA de Excel y con los datos que tenemos, llenamos los espacios correspondientes que nos pide la función.





Valor en libros
\$ 286.000.000

>

Valor Presente de las cuentas por cobrar
\$ 268.073.281

Como el valor presente de las cuentas por cobrar es menor que el valor en libros, entonces existe deterioro por los días de más que se demoran en recaudar la compañía estas cuentas por cobrar.

Contabilización del deterioro.

Cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	\$ 17.926.719	
Cuentas por cobrar		\$ 17.926.719

Ejemplo 4

Una compañía tiene una cuenta por cobrar a un cliente por \$350 mil. Este saldo no se amortizo, ya que es un crédito a corto plazo sin transacción de financiación oculta. El cliente ha manifestado que está pasando por dificultades financieras, por lo que la entidad no espera que el cliente realice el pago por los \$350 mil.

Solución:

En este caso la compañía deberá reconocer una perdida por deterioro de esta cuenta por cobrar, disminuyendo el valor del activo financiero y reconociendo un gasto por deterioro de esta cuenta.

Cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	350	
Cuenta por cobrar a cliente		350

Ejemplo 5

Siguiendo con el ejemplo anterior, después de haber presentado los estados financieros, el cliente pago \$70 mil de los \$350 que debía, sin embargo se cree que este será todo el monto que reciban de esta cuenta por cobrar.

Solución:

Este es el caso en donde la compañía debe realizar una reversión de \$70, por el deterioro que ya había reconocido anteriormente.

Cuenta	Debe	Haber
Efectivo	350	
Ingreso por reversion de deterioro		350

EJERCICIOS CAPÍTULO 10. Instrumentos Financieros – Valoración NIIF

- Una compañía tiene una cuenta por cobrar a un cliente por el valor de \$1'200.000, por un año con un interés del 7,5%. La compañía tiene una política de que este tipo de préstamos no tienen costos de transacción. En el momento de otorgar el préstamo al empleado no existe evidencia alguna para considerar que este empleado no pagara el interés y el capital prestado en el momento que se estipulo. Esta compañía ha realizado unos estudios donde los préstamos de este tipo, no se pagan en un 20% del valor, en promedio, por lo que la compañía ha decido aplicar un deterioro por \$240.000 al activo financiero y reconocer un gasto por este mismo valor. **Se pide:** ¿Esta compañía debe reconocer este deterioro según las NIIF? ¿Explique su respuesta?

Solución:

La empresa no puede reconocer este deterioro de su activo financiero, porque en realidad no se tiene evidencia objetiva de que el empleado no vaya a cumplir con esta obligación. La norma dice que un activo financiero se debe deteriorar cuando después de evaluar su posible deterioro, exista evidencia objetiva de que esta se puede deteriorar, y los motivos para creer que existe evidencia de deterioro, la norma los plasma en la NIC 39 y

la sección 11 de NIIF para PYMES, además en este manual se expusieron estas consideraciones.

2. Suponga que en el ejemplo anterior el cliente manifieste problemas financieros, por lo que sí existe evidencia objetiva deterioro. Se cree que este cliente solo reembolsara \$800.000 por parte de esta obligación. **Se pide:** Si esta cuenta por cobrar no tuvo costos de transacción, calcule el valor en libros de este activo financiero.

Solución:

Valor en libro cuenta por cobrar = \$400.000

3. Una compañía tiene una cuenta por cobrar a un cliente de \$2'500.000. Este préstamo no tiene costo de transacción. El cliente informa que no puede pagar esta obligación debido a problemas financieros, por lo que la compañía cree que no se reciba reembolso alguno por esta cuenta por cobrar. **Se pide:** Decir si la compañía debe reconocer una pérdida por deterioro, y si la respuesta es sí indicar como se debe medir este deterioro y reconocer.

Solución:

La compañía si debe reconocer que su activo financiero se deterioró ya que si existe evidencia objetiva de que el cliente no puede pagarle.

Reconocimiento:

cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	2.500.000	
Cuenta por cobrar cliente		2.500.000

4. Suponga que en el ejemplo anterior, la compañía opto por otorgarle más tiempo a su cliente para que se ponga al día con esta cuenta por cobrar, se espera que esta persona pueda pagar su deuda en un año. La tasa de interés del mercado de un préstamo similar es de 7%. **Se pide:** Reconocer el deterioro en este caso.

Solución:

cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	1.029.412	
Cuenta por cobrar cliente		1.029.412

5. Ahora suponga que la compañía del ejemplo 2, recibe \$1'00.000 por parte del cliente, y se cree que este es el único pago que tendrán por parte de este cliente. **Se pide:** Reconocer el deterioro en este caso.

Solución:

cuenta	Debe	Haber
Gasto por deterioro	1.500.000	
Cuenta por cobrar cliente		1.500.000

6. **Obligación Financiera.** La empresa ABC recibe un préstamo bancario de \$4.000.000 u.m para cancelar 1 año mediante 12 cuotas mensuales de \$353.154 u.m cada una. Adicionalmente, el banco cobra una comisión del 1% sobre el nominal del préstamo por la formalización de la operación. **Se pide:** Realizar los asientos contables necesarios en el momento inicial y al pago de la primera cuota dicho préstamo al costo amortizado y mediante el método del tipo de interés efectivo, según las NIC 32 y 39

(R// TIE: 1,059%; Costo amortizado: 40.000)

7. Adquisición de un Bono. El 1 de enero de 2010 una entidad adquiere un bono de la compañía Visión Ltda. Con una tasa cupón del 8% anual. El bono es adquirido en el mercado por \$9.800 u.m, mas comisiones por transacción de \$200 u.m en una transacción realizada en condiciones de independencia mutua. El bono se rescatará a \$12.600 u.m el 31 de diciembre de 2014. **Se pide:** Determinar el Costo amortizado y registrar el bono desde el punto de vista del tenedor

(R// TIE: 15,267%; Costo amortizado: 2.600)

8. Arrendamiento financiero. La empresa Mercantil El Trébol S.A adquiere equipos para la Central Telefónica en la modalidad de arrendamiento financiero, mediante la suscripción del correspondiente contrato con la entidad Leasing de Occidente. El referido contrato tiene las siguientes características:

Plazo de arrendamiento financiero: 4 años

Valor del equipo: \$20.000 u.m

Opción de compra: 1% del valor el equipo

Tasa de interés implícita anual (TIE): 30% e.a

Vida útil del activo fijo: 10 años

Se pide: Determinar las cuotas anuales del arrendamiento y registrar el contrato)

(R// Cuotas anuales: \$9.232,58)

9. Arrendamiento financiero. La empresa Cosméticos Annie Ltda. adquiere una maquina mediante arrendamiento financiero durante un plazo de 3 años. El contrato tiene las siguientes características:

Cuota anual del arrendamiento: \$30.000 u.m

Opción de compra: \$1.000 u.m

Tasa de interés implícita anual (TIE): 12% e.a

Vida útil del activo fijo: 10 años

Se pide: Determinar el valor razonable del activo como el valor presente de los pagos mínimos del arrendamiento y registrar el contrato)

(R// Valor del activo: \$72.767)

10. Adquisición de activos financieros a costo amortizado. El 1 Enero de 2008 la empresa BONLIDA S.A adquiere 100 bonos de otra sociedad cotizada ajena al grupo de empresas en las siguientes condiciones:

Valor nominal: 10,00 u.m/bono

Cotización en la fecha de compra: 95% del valor nominal

Vencimiento: 3 años

Valor de reembolso: 1.100 u.m

Cupón: 3,50% pagadero por anualidades vencidas

Comisiones de compra: 9,5 u.m

La empresa decide clasificarlo entre la cartera de activos financieros al coste amortizado. **Se pide:** determinar la TIE y el costo amortizado, y contabilizar las operaciones.

(R// TIE: 8,15163%; Costo amortizado: 140,5 u.m)

11. Deterioro de Activos financieros a costo amortizado. En el Caso Practico anterior, la empresa BONLIDA S.A había adquirido 100 bonos de otra sociedad ajena al grupo en enero de 2008. Si la empresa BONLIDA S.A sabe, al final del segundo año, una vez cobrado el cupón de ese año que la empresa emisora de bonos está atravesando serias dificultades financieras y considera improbable cobrar el resto de los cupones aunque sí el valor de reembolso de los bonos. **Se pide:** Calcular de nuevo coste amortizado y la pérdida por deterioro. Realice los asientos contables pertinentes.

(R// Perdida por deterioro: 32,4 u.m)

12. Deudas comerciales con interés implícito. El 1 de mayo de 2013 la empresa GENIUS LTDA. adquirió mercaderías por valor de \$929.800 u.m pagaderas dentro de 2 años. En la factura se incluyen gastos de transporte por valor de \$1.300 u.m y un descuento comercial por \$5.000 u.m. Aunque el proveedor no ha girado ninguna cantidad en concepto de intereses, se sabe que el precio final de esas mercaderías si el pago se realiza en iguales condiciones pero al contado, sería de \$840.000 u.m. **Se pide:** Calcular la tasa de interés implícita mensual de la operación y realizar los asientos contables.

(R// TIE: 5% e.a; Tasa interés implícita: 0,407% m.v)

13. Préstamo con tasa de interés variable. El 1 de enero de 2001 la empresa Family Ltda. ha obtenido de una entidad bancaria un préstamo a 3 años por valor de 200.000.000 u.m amortizable mediante anualidades constantes

pospagables a tipo de interés variable de DTF + 1 punto efectivo anual. La revisión del tipo de interés se produce cada año, tras el pago de la cuota correspondiente. Los gastos y comisiones de apertura del préstamo ascienden a 6.000.000 u.m **Se pide:** Calcular la tasa de interés efectiva para cada periodo, y contabilizar las operaciones correspondientes a la vida del préstamo, sabiendo que la evolución del DTF es la siguiente:

1. Año 2001	4,50%
2. Año 2002	4,30%
3. Año 2003	4,70%

(R// TIE periodos 1, 2 y 3: 7,199%; 6,993%; 7,404%)

14.Activo Financiero disponible para la venta. A 31 de diciembre de 2014 se adquieren 5.000 acciones de Petrobras a un valor razonable en la fecha de adquisición de \$20 cada una (\$100.000). Estas acciones se han clasificado en la cartera de activos financieros disponibles para la venta. Adicionalmente, para cubrir el riesgo de variaciones en el valor razonable de dichas acciones, se han contratado 50 opciones de venta (cada opción incluye 100 acciones con precio de ejercicio \$20 y vencimiento en 3 años. La prima pagada por dichas opciones ha sido de \$0,5 por cada una de ellas ($0,5 \times 50 \times 100 = \2.500 en total)

Teniendo en cuenta que a 31 de diciembre de 2015:

- El valor razonable de la acción es de \$18
- El valor razonable de la prima de la opción es de: \$2,5

Se pide:

Realizar los asientos necesarios para contabilizar ambas operaciones en el momento de su adquisición y su valoración posterior a 31 de diciembre de 2015.

15. Activo financiero mantenido para negociar

La empresa CBA tiene en su cartera de inversiones financieras el siguiente título:

- Activos financieros al valor razonable con cambios en resultados:

1.000 acciones de Telmex con valor razonable en la fecha de adquisición de \$10 cada una => \$10.000

A 31 de diciembre de 2012, el valor razonable de dicho título es el siguiente:

- Acciones Telmex = \$12 => \$12.000

A 31 de diciembre de 2014, el valor razonable de dicho título es el siguiente:

- Acciones Telmex = \$11 => \$11.000

Se pide:

Realizar los asientos contables necesarios para reflejar los cambios de valores en cada uno de los casos a 31 de diciembre de 2012 y a 31 de diciembre de 2014.

16. Pasivos financieros mantenidos para negociar.

Vendemos una opción de compra o call sobre 20.000 acciones de la sociedad X cobrando una prima de \$0,20 por acción. Las comisiones satisfechas ascienden a \$300 y el precio de ejercicio es de \$8,4.

Las garantías exigidas son de \$2.500 y se califica la operación como especulativa. Transcurrido un mes concluye la operación bajo las siguientes hipótesis:

HIPÓTESIS 1: El precio de ejercicio es de \$7,9

HIPÓTESIS 2: El precio de ejercicio es de \$9,1

Contabilizar las operaciones derivadas de la información anterior.

Bibliografía

- Bancolombia. (26 de febrero de 2015). *www.valoresbancolombia.com*. Obtenido de 2. http://www.valoresbancolombia.com/cs/Satellite?c=Page&cid=1259764066699&pagename=ValoresBancolombia%2FVB_TemplateAcordeon&rendermode=previewnoinsite
- Buenaventura, G. (2014). *Matemática Financiera*. Santiago de Cali: Universidad Icesi.
- Carmona, J. G. (2012). *Matemáticas Financieras, con formulas, calculadora financiera y Excel*. Bogota: Ecoe Ediciones.
- Colombia, U. N. (12 de Abril de 2015). *www.virtual.unal.edu.co*. Obtenido de <http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010045/Lecciones/Cap%207/SQUAC.htm>
- Currea, G. B. (s.f.). *Ingeniería Económica*. Bogota : Editorial educativa.
- Gomez, D. (13 de marzo de 2015). *www.finanzaslinea.net*. Obtenido de <http://www.finanzaslinea.net/2012/04/tasa-de-interes-efectiva-y-nominal.html>
- IFRS. (12 de febrero de 2015). *www.ifrs.org*. Obtenido de http://www.ifrs.org/IFRS-for-SMEs/Documents/Spanish%20IFRS%20for%20SMEs%20Modules/11_InstrumentosFinancierosBasicos.pdf
- IFRS. (13 de febrero de 2015). *www.ifrs.org*. Obtenido de http://www.ifrs.org/IFRS-for-SMEs/ED-October-2013/Documents/ED_2013-9_ES_website.pdf
- Leonor Cabeza de Vergara, C. c. (2010). *Matemática Financiera*. Barranquilla: Uninorte.
- Mario, C. (15 de febrero de 2015). *matfinadm.files.wordpress.com*. Obtenido de https://matfinadm.files.wordpress.com/2011/08/matematicas-financieras_3.pdf
- mef.gob.pe. (11 de febrero de 2015). *www.mef.gob.pe*. Obtenido de https://www.mef.gob.pe/contenidos/conta_public/con_nor_co/no_oficializ/nor_internac/ES_GVT_IFRS09_2013.pdf
- Nomas internacionales de contabilidad. (14 de Febrero de 2015). *www.normasinternacionalesdecontabilidad.es*. Obtenido de <http://www.normasinternacionalesdecontabilidad.es/nic/pdf/NIC39.pdf>

Normas Internacionales de Contabilidad. (13 de febrero de 2015).

www.normasinternacionalesdecontabilidad.es. Obtenido de
<http://www.normasinternacionalesdecontabilidad.es/nic/pdf/NIC32.pdf>

Teachmefinance.com. (17 de mayo de 2015). *www.teachfinance.com*. Obtenido de

<http://www.teachmefinance.com/Espanol/valuacion-de-bonos.html>

Tello, L. B. (1 de Mayo de 2015). Material de clases. Santiago de cali .

Universidad Nacional. (22 de mayo de 2015). *www.virtual.una.edu.co*. Obtenido de

<http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/sedes/manizales/4010045/Lecciones/Cap%204/Tipos%20de%20T.anuals.htm>