

Taller # 2
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso – Ana Isabel Gallego
Monitor: Ángela María Bermúdez – Valentina Gatti

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 25 de enero de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El Director de Estadística Nacional del país TODOCOSTOSO, a petición del Presidente, acude a Usted con el fin de analizar la relación que existe entre el consumo y el ingreso disponible en el país. Para tal fin, le presenta el siguiente modelo económico, que en palabras del Director: *“podría explicar el consumo de los hogares del país para el año 2009”*:

$$C = \alpha e^{\beta Y} \quad (\text{Modelo 1})$$

Donde C representa el consumo del hogar medido en miles de dólares para el año 2009; Y corresponde al ingreso disponible del hogar medido de igual manera en miles de dólares para el año 2009.

Para el análisis usted cuenta con una muestra de 20 observaciones suministrada en el archivo T2-01-10.xls, que corresponden a datos de las Cuentas Nacionales del país para el año 2009.

1. De acuerdo con la información anterior, responda las siguientes preguntas:
 - a) De acuerdo al enunciado anterior y a la muestra de datos suministrada, determine el tipo de datos y tipo de estructura de datos que se trabajará (y por tanto el subíndice de las variables del modelo a estimar).
 - b) Determine el modelo econométrico a estimar. Muestre su procedimiento.
 - c) Intérprete los coeficientes a priori, teniendo en cuenta sus signos esperados.

2. Con base a los datos suministrados en el archivo T2-01-10.xls:
 - a) Estime los coeficientes del modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar los resultados en una tabla).
 - b) Determine la significancia de los coeficientes hallados en el literal anterior e interpréte los acorde a la significancia.
 - c) Realice un diagrama de dispersión del modelo estimado, grafique la línea de regresión y escriba la ecuación estimada.
3. Continuando con el ejercicio anterior.
 - a) Construya una tabla ANOVA con su respectivo F calculado para el modelo (1).
 - b) Calcule el coeficiente de determinación e interpréte lo. Presenta el modelo un buen ajuste? Explique su respuesta.

Por otro lado, en un estudio sobre el consumo de los hogares realizado por otro economista y presentado al Presidente, se obtuvieron los siguientes resultados:

$$\text{El modelo:} \quad C_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i \quad (\text{Modelo 2}) \\ i = 1, 2, \dots, 10.$$

$$\bar{C} = 7 ; \quad \bar{Y} = 50 ; \quad \sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 30650 ; \quad \sum_{i=1}^{10} C_i^2 = 622 ; \quad \sum_{i=1}^{10} Y_i C_i = 4345$$

4. El Director de Estadística Nacional le solicita analizar de forma crítica el estudio realizado por el otro economista:
 - a) Estime los coeficientes del modelo y escriba la ecuación estimada. Muestre el procedimiento.
 - b) Determine si el ingreso disponible influye en el consumo de los hogares (escriba la hipótesis, el estadístico y la regla de decisión).
 - c) Calcule el coeficiente de determinación e interpréte lo.
 - d) Presente todos los resultados anteriores en la Tabla 1 (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar los resultados en una tabla).
5. El Presidente de TODOCOSTOSO, al enterarse de la existencia de las dos regresiones, le ha preguntado su opinión acerca de los resultados, en cuanto al mejor modelo y las razones para que este lo sea. Explique detalladamente su respuesta.
6. A partir de las ecuaciones estimadas:
 - a) Construya un intervalo de confianza del 95% para el valor esperado del consumo de los hogares del 2009, si el ingreso disponible en el mercado de bienes y servicios del país es 130 mil dólares, (con el modelo 1).
 - b) ¿Cuál es el consumo de los hogares en el 2009, si el ingreso disponible es 200 mil dólares (con el modelo 1)?.

Taller # 2

Respuestas Sugeridas
Econometría 06216

Profesor: Julio César Alonso – Ana Isabel Gallego
Monitor: Ángela María Bermúdez – Valentina Gatti

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 25 de enero de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El Director de Estadística Nacional del país TODOCOSTOSO, a petición del Presidente, acude a Usted con el fin de analizar la relación que existe entre el consumo y el ingreso disponible en el país. Para tal fin, le presenta el siguiente modelo económico, que en palabras del Director: *“podría explicar el consumo de los hogares del país para el año 2009”*:

$$C = \alpha e^{\beta Y} \quad (\text{Modelo 1})$$

Donde C representa el consumo del hogar medido en miles de dólares para el año 2009; Y corresponde al ingreso disponible del hogar medido de igual manera en miles de dólares para el año 2009.

Para el análisis usted cuenta con una muestra de 20 observaciones suministrada en el archivo T2-01-10.xls, que corresponden a datos de las Cuentas Nacionales del país para el año 2009.

1. De acuerdo con la información anterior, responda las siguientes preguntas:

- a) De acuerdo al enunciado anterior y a la muestra de datos suministrada, determine el tipo de datos y tipo de estructura de datos que se trabajará (y por tanto el subíndice de las variables del modelo a estimar).

Por el enunciado y el tipo de datos suministrados podemos afirmar que la muestra corresponde a datos de corte transversal. Ya que es información recogida en un momento puntual del tiempo para varios individuos (hogares del país) esta muestra corresponde a una estructura de datos de corte transversal. Y el subíndice del modelo debe ser (i) , donde $i = 1, 2, \dots, 20$.

- b) Determine el modelo econométrico a estimar. Muestre su procedimiento.

Para poder estimar el modelo es necesario que sea lineal en sus parámetros, y por lo tanto, hay que linealizar y reparametrizar, si es el caso. Además, agregamos los subíndices al modelo pues ya los conocemos.

$$\begin{aligned} C_i &= \alpha e^{\beta Y_i} \\ \ln(C_i) &= \ln(\alpha e^{\beta Y_i}) \\ \ln(C_i) &= \ln(\alpha) + \ln(e^{\beta Y_i}) \\ \ln(C_i) &= \ln(\alpha) + \beta Y_i \end{aligned}$$

Donde, $\ln(\alpha) = \gamma$

El modelo estadístico tiene tanto una parte determinística como una aleatoria, pero su forma funcional representa un modelo matemático. Con el fin de establecer un modelo de regresión lineal se le debe incluir un término de error. Por lo tanto, nuestro modelo econométrico a estimar es:

$$\begin{aligned} \ln C_i &= \gamma + \beta Y_i + \mu_i \\ i &= 1, 2, \dots, 20. \end{aligned}$$

- c) Intérprete los coeficientes a priori, teniendo en cuenta sus signos esperados.

$\gamma = e^\gamma$ hay que tener en cuenta que el gamma sería el logaritmo natural del consumo que no depende del ingreso. Por ende, para hablar de consumo autónomo, debemos utilizar e^γ . Dado que el consumo autónomo es positivo ($\alpha > 0$), se tendrá que el signo de $\ln(\alpha)$ puede ser positivo o negativo.

$\beta =$ Ante un aumento de mil dólares en el ingreso disponible, el consumo aumentará ($\beta * 100$)%. Se espera que su signo sea positivo.

2. Con base a los datos suministrados en el archivo T2-01-10.xls:

- a) Estime los coeficientes del modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar los resultados en una tabla).

Tabla 1. Coeficientes Estimados

Variable dependiente:	Estadísticos t entre paréntesis			
	ecuación 1	ecuación 2		
	ln(C _i)	C _i		
	MCO	MCO		
Constante	2.77301498 (51.98)	***	-0.4778 (-0,12)	
Y _i	0.00422709 (20.50)	***	0.1496 (13,41)	***
R ²	0.9589		0.9574	
# de obs	20		10	

(*) Nivel de significancia: 10%
 (**) Nivel de significancia: 5%
 (***) Nivel de significancia: 1%
 MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

b) Determine la significancia de los coeficientes hallados en el literal anterior e intérpretelos acorde a la significancia.

$\hat{\gamma} = 2.77$ Este coeficiente es significativo con un 99% de confianza. En este caso, el valor estimado para el consumo autónomo será $e^{\hat{\gamma}} = 16.00$. Por tanto, el consumo autónomo es de 16mil dólares.

$\hat{\beta} = 0.0042$ Este coeficiente es estadísticamente significativo al 99%. Por cada mil pesos adicionales de ingreso disponible, el consumo aumentará en 0.422%.

$$\ln C_i = \gamma + \beta Y_i + \varepsilon_i$$

$$C_i = e^{\gamma + \beta Y_i + \varepsilon_i}$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = (e^{\gamma + \beta Y_i + \varepsilon_i}) * \beta$$

$$\frac{\partial C_i}{\partial Y_i} = C_i * \beta$$

$$\frac{\partial C_i / C_i}{\partial Y_i} * 100 = \beta$$

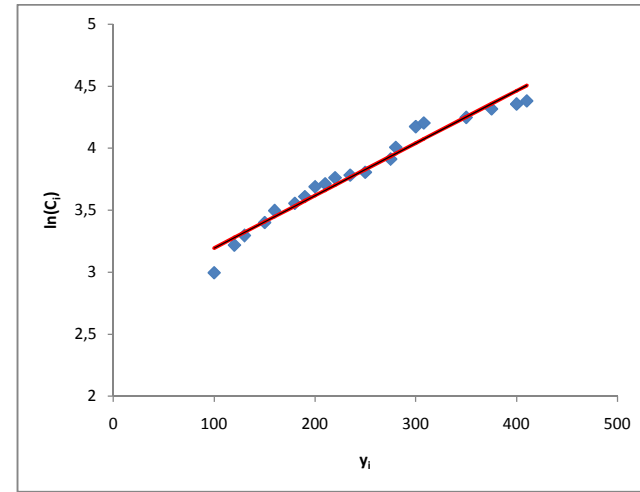
$$\frac{\Delta \% C_i}{\partial Y_i} = \beta * 100$$

c) Realice un diagrama de dispersión del modelo estimado, grafique la línea de regresión y escriba la ecuación estimada.

$$\ln(\hat{C}_i) = 2.77 + 0.004Y_i$$

$$i = 1, 2, \dots, 20.$$

Gráfico 1. Diagrama de dispersión modelo (1) y Línea de regresión.



3. Continuando con el ejercicio anterior.

a) Construya una tabla ANOVA con su respectivo F calculado para el modelo (1).

Tabla 2. Tabla ANOVA modelo (1).

	SS	G.L.	MS	F
Regresión	2.95731267	1	2.95731267	420.258759
Residuos	0.12666393	18	0.00703689	
Total	3.0839766	19		

b) Calcule el coeficiente de determinación e intérprelo. Presenta el modelo un buen ajuste? Explique su respuesta.

Las dos formas de calcular el coeficiente de determinación son:

$$r^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} ; \quad r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$r^2 = 0.979$ El 97.9% de la variación del logaritmo del consumo está explicadas por el consumo. Por lo tanto, podemos afirmar que el modelo presenta un buen ajuste.

Por otro lado, en un estudio sobre el consumo de los hogares realizado por otro economista y presentado al Presidente, se obtuvieron los siguientes resultados:

El modelo: $C_i = \beta_1 + \beta_2 Y_i + \varepsilon_i$ (Modelo 2)
 $i = 1, 2, \dots, 10.$

$$\bar{C} = 7 ; \bar{Y} = 50 ; \sum_{i=1}^{10} Y_i^2 = 30650 ; \sum_{i=1}^{10} C_i^2 = 622 ; \sum_{i=1}^{10} Y_i C_i = 4345$$

4. El Director de Estadística Nacional le solicita analizar de forma crítica el estudio realizado por el otro economista:

a) Estime los coeficientes del modelo y escriba la ecuación estimada. Muestre el procedimiento.

Calculamos el valor de $\hat{\beta}_2$:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_2 &= \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})(C_i - \bar{C})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (Y_i C_i - \bar{C} Y_i - \bar{Y} C_i + \bar{Y} \bar{C})}{\sum_{i=1}^n (Y_i^2 - 2\bar{Y} Y_i + \bar{Y}^2)} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i C_i - \bar{C} \sum_{i=1}^n Y_i - \bar{Y} \sum_{i=1}^n C_i + n\bar{Y}\bar{C}}{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - 2\bar{Y} \sum_{i=1}^n Y_i + n\bar{Y}^2} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i C_i - \bar{C} \bar{Y} n - \bar{Y} \bar{C} n + n\bar{Y}\bar{C}}{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - 2\bar{Y}\bar{Y}n + n\bar{Y}^2} \\ &= \frac{\sum_{i=1}^n Y_i C_i - n\bar{Y}\bar{C}}{\sum_{i=1}^n Y_i^2 - n\bar{Y}^2} = \frac{4345 - 10 * 50 * 7}{30650 - 10 * 50^2} = \frac{845}{5650} = 0,1496 \end{aligned}$$

Calculamos el valor de $\hat{\beta}_1$:

$$\hat{\beta}_1 = \bar{C} - \hat{\beta}_2 \bar{Y} = 7 - 0,1496 * 50 = -0,4779$$

Por lo tanto, la ecuación estimada es la siguiente:

$$\hat{C}_i = \hat{\beta}_1 + \hat{\beta}_2 Y_i = -0,4778 + 0,1496 Y_i$$

b) Determine si el ingreso disponible influye en el consumo de los hogares (escriba la hipótesis, el estadístico y la regla de decisión).

Las hipótesis nula y alternativa son las siguientes:

$$H_0 : \beta_2 = 0$$

$$H_1 : \beta_2 \neq 0$$

El estadístico para el contraste es el siguiente:

$$t = \frac{\hat{\beta}_2 - \beta_2^0}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}_2}} = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{\frac{\hat{\sigma}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2}}} = \frac{0,1496}{\frac{0,8385}{\sqrt{5650}}} = \frac{0,1496}{0,01115} = 13,41$$

El estadístico t , bajo la hipótesis nula se distribuye como t de Student con $T-2$ grados de libertad, es decir,

$$t \sim t_{T-2}$$

Regla de decisión: Si seleccionamos un nivel de significación del 5%, entonces en las tablas de la t de Student con $T-2$ grados de libertad, se encuentra el siguiente valor en las tablas:

$$t_{T-2}^{\alpha/2} = t_8^{0,05/2} = 2,306$$

Como $|t| > |t_{T-2}^{\alpha/2}|$, es decir, como $|13,41| > |2,306|$, se rechaza la hipótesis nula.

c) Calcule el coeficiente de determinación e interprételo.

El coeficiente de determinación se define como la proporción de la varianza total explicada por la regresión, es decir,

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} [\hat{C}_i - \bar{C}]^2}{\sum_{i=1}^{10} [C_i - \bar{C}]^2} = \frac{126,376}{13,2} = 0,9574$$

El 95,74% de las variaciones del consumo están explicadas por este modelo de regresión. Por lo tanto, podemos afirmar que el modelo presenta un buen ajuste.

d) Presente todos los resultados anteriores en la Tabla 1 (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar los resultados en una tabla).

Ver Tabla 1 (Modelo 2).

5. El Presidente de TODOCOSTOSO, al enterarse de la existencia de las dos regresiones, le ha preguntado su opinión acerca de los resultados, en cuanto al mejor modelo y las razones para que este lo sea. Explique detalladamente su respuesta.

Los modelos no se pueden comparar ya que la variable dependiente es diferente. Se debe analizar la bondad de ajuste de los dos modelos por separado (modelo 1 y modelo 2).

6. A partir de las ecuaciones estimadas:

a) Construya un intervalo de confianza del 95% para el valor esperado del consumo de los hogares del 2009, si el ingreso disponible en el mercado de bienes y servicios del país es 130 mil dólares, (con el modelo 1).

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2, n-2} s \sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_p - \bar{x})^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}}$$

En este caso $\hat{y} = \ln(\hat{C}_i) = 3.32$, $x_p = 130$. Por tanto,

$$3.32 \pm 2.10.083 \sqrt{\frac{1}{20} + \frac{(130 - 242.15)^2}{165506.55}}$$

Intervalo de confianza para el logaritmo natural del consumo es: [3.2599,3.3851]. Por tanto el intervalo de confianza con un 95 % de confianza para el consumo es [26.0489,29.5207]

- b) ¿Cuál es el consumo de los hogares en el 2009, si el ingreso disponible es 200 mil dólares (con el modelo 1)?.

Remplazando en la ecuación estimada y calculando el exponencial de ese número se obtiene un consumo de 37.279 miles de dólares.