



**ESCUELA DE CIENCIAS DE LA EDUCACIÓN**

**MAESTRÍA EN EDUCACIÓN**

**EL TRABAJO COLABORATIVO COMO ESTRATEGIA PARA POTENCIAR  
COMPETENCIAS DEL PENSAMIENTO VARIACIONAL EN LOS ESTUDIANTES DE  
GRADO 8° DE LA SEDE EDUCATIVA MARINO RENGIFO SALCEDO DE LA  
CIUDAD DE CALI**

**PATRICIA GONZALEZ MOSQUERA**

**Tutor**

**JOSE DARWIN LENIS MEJIA**

**SANTIAGO DE CALI, 2018**

**NOTA DE ACEPTACIÓN**

---

---

---

---

---

---

---

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Santiago de Cali, Mayo de 2018

## DEDICATORIA

*A mi amada familia*

## Tabla de contenido

### Contenido

Resumen.....	13
1. Abstract .....	14
2. Introducción .....	15
4. Planteamiento del problema.....	18
4.1 Descripción del problema .....	18
4.2 Pregunta problema .....	20
4.3 Hipótesis .....	20
5. Objetivos.....	21
5.1 Objetivo General .....	21
5.2 Objetivos Específicos.....	21
6. Justificación .....	22
7. Marco Teórico.....	26
7.1 Marco Conceptual.....	26
7.1.1 Constructivismo. ....	26
7.1.2 Constructivismo y las matemáticas.....	28
7.1.3 Ambientes de Aprendizaje .....	30
7.1.3 Enseñanza aprendizaje de las matemáticas .....	31
7.1.4 Factorización .....	45
7.3 Herramientas TIC .....	51
8. Estado del arte .....	55
9. Marco Metodológico .....	60
9.1 Metodología .....	60
9.1. 1. Tipo de Estudio o investigación .....	61
9.1.2 Instrumento de recolección de información .....	63
9.1.3. Diseño de la investigación o fases del proceso: .....	64
9.1.4 Involucrando las TIC.....	67
10. Secuencia didáctica a implementar.....	67

Objeto matemático: Factorización de trinomios .....	67
10.1 Antecedente Nacional de análisis con respecto a las competencias .....	67
10.2 Perspectiva Didáctica .....	81
10.2.1 Expectativa a largo plazo (Competencias) .....	82
10.2.2 Expectativa a corto plazo (Objetivos) .....	83
10.3 Perspectiva Curricular.....	84
10.4. Organización del proceso didáctico modelo teórico a priori (MTP) .....	88
10.4.1 Tarea 1.....	89
10.4.2. Tarea 2 .....	91
10.4.3 Tarea 3 .....	92
10.4 Modelo teórico a priori (MTPA) .....	93
11 Análisis y discusión .....	98
11.1 Análisis por tareas .....	102
11.2 Análisis de la interacción y la estrategia .....	104
11.3 Análisis por categorías.....	106
12 Reflexión de la práctica .....	109
13 Conclusiones.....	113
Recomendaciones .....	115
Bibliografía .....	116
Anexos .....	122
Anexo 2 Prueba diagnóstica y final.....	125
Anexo 3. Actividades planeadas .....	127

<i>Tabla 1. Resultados 1er período 2016 Zeti I.E ANC.....</i>	<i>18</i>
<i>Tabla 2.. Pensamiento variacional a lo largo de los grados de escolaridad .....</i>	<i>85</i>
<i>Tabla 3. Identificación de las características de los trinomios.....</i>	<i>89</i>
<i>Tabla 4. Modelo Teórico A priori, adaptado a la secuencia.....</i>	<i>93</i>
<i>Tabla 5. Prueba Diagnóstica.....</i>	<i>98</i>
<i>Tabla 6. Prueba final.....</i>	<i>100</i>
<i>Tabla 7. Agrupación por categorías de la prueba diagnóstica .....</i>	<i>106</i>
<i>Tabla 8. Agrupación categorías prueba final.....</i>	<i>107</i>

<i>Figura 1. Interacción didáctica comunidad educativa.</i>	36
<i>Figura 2. Significado del semáforo, interpretación resultados pruebas saber</i>	68
<i>Figura 3. Descripción general de la competencia Comunicación</i>	69
<i>Figura 4. Aprendizajes por mejorar en Comunicación</i>	69
<i>Figura 5. Descripción general de la competencia Razonamiento</i>	70
<i>Figura 6. Aprendizajes por mejorar en Razonamiento</i>	71
<i>Figura 7. Descripción general de la competencia Resolución</i>	71
<i>Figura 8. Aprendizajes por mejorar en Resolución</i>	72
<i>Figura 9. Descripción general de la competencia Comunicación</i>	72
<i>Figura 10. Aprendizajes a mejorar</i>	73
<i>Figura 11. Descripción general de la competencia razonamiento</i>	74
<i>Figura 12. Aprendizajes a mejorar competencia razonamiento</i>	74
<i>Figura 13. Descripción general de la competencia razonamiento</i>	75
<i>Figura 14. Aprendizajes a mejorar competencia Resolución</i>	75
<i>Figura 15. Correlación por componentes vs fortalezas y debilidades</i>	76
<i>Figura 16. Comparativo de pensamientos vs Fortalezas y debilidades</i>	77
<i>Figura 17. Comparativo de competencias vs Fortalezas y debilidades</i>	78
<i>Figura 18. Comparativo de pensamientos vs Fortalezas y debilidades</i>	79
<i>Figura 19. Comparativo Histórico por años 2015 y 2016</i>	80
<i>Figura 20. Cuadrado para particionar por áreas</i>	90
<i>Figura 21. Prueba Diagnóstica</i>	99
<i>Figura 22. Prueba final realizada a los 21 estudiantes</i>	101
<i>Figura 23. Categorías prueba diagnóstica</i>	106
<i>Figura 24. Agrupación por categorías de la prueba final.</i>	107

## Resumen

El trabajo que se desarrolla a continuación muestra el diseño, implementación y análisis de una estrategia didáctica basada en trabajo colaborativo para factorizar trinomios relacionándolos con la geometría por parte de los estudiantes de grado 8 de la institución educativa Agustín Nieto Caballero en la sede Marino Rengifo de Cali. Dicha estrategia ha sido analizada de manera comparativa entre el diagnóstico de la fase inicial y la fase final. Para esto se recopiló la información relevante que permitió obtener variaciones en los diferentes momentos que conllevaron a unos resultados esperados. Se muestra entonces una forma de realizar este trabajar con un ambiente de aprendizaje adecuado para los estudiantes y que permite mayor apropiación de conceptos en la temática tratada.

El relacionar el álgebra con alguna aplicación es importante ya que permite un aprendizaje significativo y además una mayor comprensión desde una mirada más pragmática. Cuando se logra relacionar las matemáticas con un objeto específico, tendrá más sentido para los estudiantes y será más útil como concepto en el aula (GUTIÉRREZ y Jaime, 1998)

**Palabras Claves:** Estrategia didáctica, competencia, conversión, constructivismo, tareas matemáticas, aprendizaje significativo, ambiente de aprendizaje, factorización y geometrización del álgebra.

## 1. Abstract

The following work shows the design, implementation and analysis of didactic strategy, which is based on collaborative work to factor trinomials which are related with the geometry by the eighth grade students at Agustín Nieto Caballero School from city of Cali. Such a strategy has been analyzed comparing the diagnostic of the initial phase and the final phase. To do this, it was collected relevant information about the different moments that produced expected results. It shows the way of doing this work with learning environment which is appropriate for students furthermore, it allows better appropriation of concepts about the topics studied by the students. It is important to relate algebra with some important application, due to the fact that it is possible to better learning, and comprehension from pragmatic overview. When it can be demonstrated a relation between mathematics and a specific aim, it would make sense for students and will be more useful as a concept inside the classroom. (GUTIÉRREZ y Jaime, 1998)

Key words: didactic strategy, competence, conversion, constructivism, mathematical tasks, significant learning, learning environment, factorization and geometrization of algebra.

## 2. Introducción

Al hablar de aprendizaje es necesario pensar en tres procesos psíquicos que se clasifican en Cognitivos referentes a los procesos del conocimiento, afectivos que son los procesos de la relación del sujeto con el objeto concreto, y los conativos encargados de la acción que se genera con los cambios afectivos y cognitivos en relación con el objeto. Los procesos de pensamiento variacional involucran procesos cognitivos como atención, imaginación, memoria, pensamiento y percepción. De esta forma las temáticas se trabajarán con adolescentes quienes estarán afectados por diversas emociones y procesos que se reflejan en el aula, como reporta Bisquerra; en la etapa adolescente es vital el desarrollo de la inteligencia emocional así, (Bisquerra et al., 2012, p.45); “los adolescentes necesitan autoafirmarse, valorar sus capacidades y limitaciones, tomar sus propias decisiones, tener responsabilidades, sentirse aceptados por los demás, etc.” Esto permitirá una mejor interacción grupal y tendrá una mejor disposición para el trabajo.

Factorizar puede ser traumático. Durante la edad escolar, muchas personas sufren cuando les hablan del álgebra, pues no comprenden sus desarrollos, su lógica y menos su utilidad. Esto hace que cada día un elevado número de estudiantes se sienta espantado de solo recordar el álgebra y los diferentes casos de factorización. Una vez superada la prueba, los educandos sienten un gran descanso debido a que se ha ido un enorme peso de sus vidas, tanto que el saber que no la volverán a ver representa un gran alivio; podría decirse que esta dura experiencia para muchos influye en la elección de su profesión.

Uno de los objetivos de enseñar la factorización es para desarrollar habilidades de pensamiento complejo, altos niveles de abstracción, deducción y razonamiento lógico dentro de los propósitos del razonamiento numérico y variacional. La factorización cobra importancia únicamente en la academia. En la edad escolar se hace mucho énfasis en la importancia de la factorización puesto que se va a necesitar en el futuro para abordar temáticas de grados 10 y 11, luego se dice que aquellos que van a estudiar ingeniería u otras carreras con alta componente matemática, la van a usar en la universidad. Por ello reviste gran importancia implementar una estrategia para que pueda recordarse con mayor facilidad y utilizarse en los diferentes campos del aprendizaje.

En este trabajo que tiene como objetivo general analizar como el trabajo colaborativo contribuye a desarrollar competencias matemáticas del pensamiento variacional en la solución de situaciones problema de orden geométrico, en los estudiantes del grado 8 de la sede Marino Rengifo Salcedo. Se aborda desde la componente de tareas seguido como una estrategia para potenciar las competencias en los estudiantes de grado octavo, específicamente desarrollo del pensamiento variacional y los sistemas algebraico y analítico, a partir de las competencias representar, comunicar y matematizar con los procesos codificar, decodificar, traducir, comprender, reproducir, interpretar, representar, formular y sistematizar.

En el desarrollo de la secuencia didáctica, se muestra el modelo teórico a priori (MTP). Este modelo organiza y articula los componentes de la competencia matemática con la actividad matemática de aprendizaje. Su objetivo es contribuir a planificar el desarrollo coherente y progresivo del proceso de desarrollo de las competencias matemáticas cuando el estudiante resuelve tareas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de

tendencia de acción con complejidad creciente (García Bernardo, 2015, p.27). El MTAP que se adopta permite describir y explicar los modos de actuar de los estudiantes cuando resuelven actividades matemáticas de aprendizaje de complejidad creciente en secuencias didácticas, asociadas a la competencia matemática representar, comunicar y matematizar. Esto permitirá fortalecer la metodología y el desarrollo de la clase.

## 4. Planteamiento del problema

### 4.1 Descripción del problema

Durante el primer período del año lectivo 2016, los estudiantes del grado 8-2 presentaron resultados muy bajos en álgebra, por lo que se necesita plantear y aplicar estrategias que mejoren el desempeño en el aula. En la siguiente tabla se observa el nivel de reprobación en el área de álgebra en el año lectivo periodo a periodo. Muestra cómo se incrementó el número de estudiantes que no alcanzan los objetivos en el área a medida que incrementamos el nivel de dificultad en el área, esto es cuando se inicia las temáticas de factorización, datos tomados del Zeti que es el programa de registro de notas seguido en la I.E. Agustín Nieto Caballero (ANC)

Tabla 1. Resultados 1er período 2016 Zeti I.E ANC

<b>Estudiantes que perdieron Algebra en cada periodo 2016, grado 8-2</b>		
<b>Periodo</b>	<b>Estudiantes</b>	<b>%</b>
1 <sup>o</sup>	10	33,33
2 <sup>o</sup>	18	60
3 <sup>o</sup>	12	40
4 <sup>o</sup>	12	40

De acuerdo al comportamiento observado, es necesario fortalecer el aprendizaje de la factorización mediante una estrategia amigable y efectiva que motive a los estudiantes a aprender y afianzar conceptos.

Al observar el patrón de comportamiento entre los estudiantes de instituciones públicas tales como: acoso escolar, violencia, abusos y falta de respeto entre compañeros. Por esto es importante iniciar un proceso de empoderamiento del estudiante de su vida, de cambio de actitud, mejora de relaciones interpersonales y sobre todo desarrollar sus competencias ciudadanas como futuros miembros parte de una sociedad e integrantes de un mercado laboral donde tendrán que cumplir normas de buen trato, respeto y responsabilidad entre otros. “Los profesores que promueven las habilidades sociales y de comportamiento de los alumnos, mejoran también de adquisición de competencias y contenidos” (Manota y Melendro, 2015 , p.72). Dicho empoderamiento contribuye a mejorar un mejor ambiente de aprendizaje, mejora la interacción entre pares y permite que fluya la dinámica colaborativa; lo que en el caso de este trabajo ayuda a mejorar las relaciones cognitivas que los estudiantes establecen en torno al álgebra.

La falta de atención en niños y adolescentes es un problema significativo en la sociedad de hoy donde no hay mucho interés de los educandos por superarse. Las técnicas tradicionales de aprendizaje no funcionan, constantemente hay que estar buscando estrategias que le llame la atención a una población que está interesada en las conversaciones de pasillo, el chat, el Facebook y cualquier actividad que represente el mínimo esfuerzo, incluso hasta la delincuencia representa para ellos una alternativa atractiva. Para realizar mejoras a largo plazo en la práctica pedagógica, los “estudios de

aprendizaje” deben convertirse en los pilares para crear conocimiento pedagógico organizado de manera sistemática (Elliot, 2010, p.240).

En el área de matemáticas, es muy común el desinterés por aprender y aún la pregunta del estudiante: “y esto par que me va a servir”, sobre todo en el conjunto de grados de 8º a 9º, por ello es preocupante esta situación dado que al final del año, hay deserción, un alto índice de reprobación o una gran cantidad de estudiantes en proceso de superación. Esto es observado en los informes finales ampliamente analizados en las comisiones de evaluación y promoción realizadas período a período en la institución educativa.

#### **4.2 Pregunta problema**

¿ Cómo la estrategia didáctica trabajo colaborativo incide en el aprendizaje del pensamiento variacional mediante la solución de problemas de orden geométrico, en los estudiantes del grado 8º de la sede Marino Rengifo de Cali?

#### **4.3 Hipótesis**

El trabajo colaborativo contribuye en la mejoría del desarrollo de competencias de diseño y modelación matemática en el marco del pensamiento variacional.

## **5. Objetivos**

### **5.1 Objetivo General**

Analizar la incidencia del trabajo colaborativo en el desarrollo de competencias matemáticas del pensamiento variacional en la solución de situaciones problema de orden geométrico, en los estudiantes del grado 8 de la sede Marino Rengifo Salcedo de la I.E Agustín Nieto Caballero de Cali.

### **5.2 Objetivos Específicos**

- ▶ Proponer una secuencia didáctica para el desarrollo de la solución de problemas en diferentes contextos desde la perspectiva de trabajo colaborativo.
- ▶ Implementar el uso de un software como herramienta para el fortalecimiento de la interacción cognitiva entre los estudiantes de grado 8°.
- ▶ Categorizar los niveles de desempeño en las competencias matemáticas de comunicar, representar y resolver.
- ▶ Evaluar la incidencia de la estrategia didáctica desde la perspectiva del trabajo colaborativo llevado a cabo con los estudiantes de grado 8°

## 6. Justificación

En la práctica docente diaria, es necesario el diseño de estrategias que permitan planear y desarrollar las interacciones que asocian la construcción del conocimiento de los educandos con el contenido que se desarrolla. El diseño de estrategias didácticas se convierte en un acto creativo y reflexivo por el cual, los docentes logren crear ambientes en los que los educandos reconozcan sus conocimientos previos, los profundicen, creen nuevos conocimientos, lo apliquen y compartan con los demás para enriquecer la conciencia colectiva. Así, las estrategias didácticas convierten los objetivos de aprendizaje en acciones concretas. (Medina y Mata, 2009)

Lograr despertar el interés y el gusto por el aprendizaje en aras de desarrollar competencias y afianzar el pensamiento matemático con procesos tales como factorizar, en este caso específico los trinomios es una actividad que requiere un arduo trabajo para lograr los fines propuestos con los estudiantes, es mi actual preocupación puesto que existen grandes deficiencias en el nivel medio superior, en la aplicación de la Matemática en la resolución de problemas de la vida cotidiana. Al trabajar con materiales concretos como herramientas prácticas que ayuden a los estudiantes a descubrir problemas matemáticos simples o complejos, se logra traspasar un poco la barrera de lo abstracto e intangible y los maestros pueden demostrar cómo funciona el concepto y por tanto se disminuye el nivel de dificultad de los alumnos en la aplicación de la Matemática y la resolución de problemas de la vida cotidiana.

Existe entonces la necesidad de un salón de clases donde se vea a la Matemática como actividad con sentido y aplicación cotidiana. La resolución de problemas tiene una influencia general en el proceso de aprendizaje ya que puede afectar tanto en los

aspectos de sus conocimientos, como en sus sentimientos y en la propia práctica y así, lograr que la participación no se limite a un número reducido de estudiantes.

Cuando se logra captar la atención del educando, que interiorice las temáticas y desarrolle habilidades y competencias, se mejora el ambiente de clase y lo mejor es que se logran los objetivos académicos, siendo esto muy conveniente para el docente y también para los estudiantes. Las estrategias didácticas son planes de acción que pone en marcha el docente de forma sistemática para lograr unos determinados objetivos de aprendizaje en los estudiantes. Según (Medina y Mata, 2009), algunas características son:

- ❖ Son acciones específicas determinadas por el alumno.
- ❖ Dirigidas al logro de un objetivo o solución de un problema determinado.
- ❖ Apoyan el aprendizaje de forma directa e indirecta.
- ❖ Presuponen la planificación y control de la ejecución.
- ❖ Involucran a toda la personalidad (no sólo cognitiva).
- ❖ Son flexibles, a menudo conscientes y no siempre observables.
- ❖ Pueden enseñarse y resulta esencial el papel del profesor en este proceso (docente como mediador)

Mediante la estrategia de trabajo colaborativo se logra una mayor interacción, apropiación y aprehensión por parte de los estudiantes, como lo dice (Godino, Batanero, y Vicenc, 2004) , con el mejoramiento académico a través de una estrategia que facilite el aprendizaje dentro del pensamiento variacional donde uno de los mayores problemas

es la factorización, temática importante del grado 8° y soporte para proceso posteriores; se lograrían varias cosas como son:

- ▶ Disminución del stress en el hogar por llamados de atención o malas notas
- ▶ se logra motivar a los educandos para lograr metas y obtener buenos resultados en sus pruebas saber para poder ingresar a la universidad, pues todos no pueden pagar el alto costos que éstas tienen.
- ▶ Se potencializa la interacción en el grupo
- ▶ Se mejora el aprovechamiento de las habilidades y desarrollo de competencias.
- ▶ El profesor puede aplicar las estrategias planeadas, se pueden identificar nuevas competencias en el estudiantado y sacarle mayor provecho a nivel de profundización.
- ▶ Se establecen los pilares para que estos estudiantes tengan un mejor desempeño en cursos superiores e incluso la vida universitaria, en carreras donde la componente matemática es fuerte.
- ▶ Se vincula el lenguaje formal matemático con su significado referencial.
- ▶ Se avanza de manera progresiva hacia niveles cada vez más altos de abstracción y generalización.

La institución cuenta con la modalidad Técnica Comercial en Gestión Administrativa y Financiera y dentro de las competencias laborales se encuentran: Entiende el concepto básico de la oferta y la demanda; desarrollar habilidades de mercadeo y venta, por tanto, deberá aprender a identificar la variación del mercado y demás factores determinantes.

Esto requiere de la aplicación de técnicas del pensamiento variacional, pues deben saber cómo se comportan las variables, cual es la interacción entre ellas y así poder hacer una propuesta como mejor alternativa.

## **7. Marco Teórico**

### **7.1 Marco Conceptual**

#### **7.1.1 Constructivismo.**

De acuerdo con (Peggy, Ertmer, Newby, e Improvement, 1993), en la corriente constructivista el aprendizaje ocurre con la creación de significados a partir de experiencias. El conocimiento emerge en contextos que le son significativos. Por lo tanto, para comprender el aprendizaje que ha tenido lugar en un individuo debe examinarse la experiencia en su totalidad. Los tipos de aprendizaje que ocurren mejor con esta teoría son los que implican conocimiento avanzado en dominios muy poco estructurados. Dados las necesidades del cambio del sistema tradicional, el currículo también debe cambiar, por ello se debe utilizar activamente lo que se aprende, volver sobre el contenido en distintos momentos, en contextos reestructurados, para propósitos diferentes y desde diferentes perspectivas conceptuales, desarrollo de habilidades de reconocimiento de patrones, presentación de formas alternas de identificar problemas y resolución de problemas y, situaciones novedosas que difieran de las condiciones de la instrucción inicial.

Una estrategia didáctica que se aplica muy bien bajo los principios de esta teoría es instruir al estudiante sobre cómo construir significados y cómo conducir, evaluar y actualizar efectivamente esas construcciones para así, poder diseñar y ajustar experiencias para el estudiante de manera que los contextos puedan experimentarse de forma auténtica y coherente. Es conocido por muchos docentes y directivos, la falta de

interés que se observa en los estudiantes de bachillerato principalmente, siguiendo a Carretero se encuentra que:

Casi todos los sistemas educativos, inspirados en el modelo occidental, logran despertar el interés de los alumnos en los primeros años, mediante la presentación de actividades que resultan motivadoras y que parecen cumplir una función importante en su desarrollo psicológico general. En general podría decirse que se produce una relación adecuada entre las capacidades de aprendizaje espontáneas del alumno y los objetivos que se deben alcanzar en este segmento de la educación.

Sin embargo, esta situación suele cambiar en cuanto comienza el período escolar que corresponde, aproximadamente, a la edad de diez años. A partir de esa edad, los contenidos se van haciendo cada vez más académicos y formalistas y se produce una clara pérdida de interés por parte de los alumnos. Es decir, parece como si hasta la edad citada los distintos sistemas educativos hubieran tenido en cuenta al aprendiz intuitivo que existe en cada persona, mientras que a partir de los diez años se pretendiera que el alumno se fuera convirtiendo paulatinamente en un aprendiz académico, que debe tener en cuenta las separaciones formales entre disciplinas, así como sus lenguajes propios (Carretero, 1997, p.2).

Lo cual muestra que es necesario cambiar el interés de los educandos y para ello es necesario un cambio de metodología, el sistema tradicional debe incursionar en métodos, herramientas y estrategias. En esta teoría se identifican tres etapas en la adquisición del conocimiento (introdutorio, avanzado y experto), en cada uno de esos estadios es posible diseñar o planear clases que motiven más a los estudiantes y permitan tener en

cuenta ese saber previo que constituye un insumo importante al momento de construir en el aula.

Continuando con (Carretero, 1997), algunos autores como Colt coinciden en que el constructivismo se rige por estos principios o elementos claves:

1. Partir del nivel de desarrollo del alumno.
2. Asegurar la construcción de aprendizajes significativos.
3. Posibilitar que los alumnos realicen aprendizajes significativos por sí solos.
4. Procurar que los alumnos modifiquen sus esquemas de conocimiento.
5. Establecer relaciones ricas entre el nuevo conocimiento y los esquemas de conocimiento ya existentes. (p.3)

Por tanto, se deben implementar estrategias que aprovechen y dinamicen el trabajo en el aula.

### **7.1.2 Constructivismo y las matemáticas**

De acuerdo lo que afirma (Godino et al., 2004), algunos matemáticos y profesores de matemáticas piensan que debe hacer una relación muy marcada entre las matemáticas y sus aplicaciones, por esto debería mostrársele a los estudiantes en que campos son útiles las matemáticas antes de iniciar su trabajo con ellas.

Con respecto a su utilidad y forma de trabajar Godino (2004) asevera que:

Las aplicaciones, tanto externas como internas, deben proceder y seguir a la creación de las matemáticas, éstas deben aparecer como una respuesta natural y espontánea de la mente y el genio humano a los problemas que

se presentan en el entorno físico, biológico y social en que el hombre vive. Los estudiantes deben ver, por si mismos, que la axiomatización, la generalización y la abstracción de las matemáticas son necesarias con el fin de comprender los problemas de la naturaleza y la sociedad. A las personas partidarias de esta visión de las matemáticas y su enseñanza les gustaría poder comenzar con algunos problemas de la naturaleza y la sociedad y, construir las estructuras fundamentales de las matemáticas a partir de ellas ( p. 20.)

De la misma forma Carretero (1997) afirma que es complicado elaborar un currículo desde la visión constructivista, debido a que se requieren conocimientos tanto matemáticos como de otros campos; además hay mucha dispersión a la hora de hablar de aplicaciones matemáticas en otras áreas lo cual aumenta la complejidad de la tarea. Observan también que desde la enseñanza de las matemáticas debe ubicarse de acuerdo a la edad y conocimientos previos de los alumnos, quienes presentan necesidades diferentes.

Desde la visión constructivista las matemáticas pueden abordarse mediante el uso de material tangible, permitiéndole al estudiante manipular objetos concretos y de esta manera disminuir un poco el nivel de abstracción que tienen algunos conceptos como medidas de longitud, capacidad y las aplicaciones en la vida real, así mismo poner en contexto las situaciones algebraicas y establecer las distintas relaciones posibles.

### 7.1.3 Ambientes de Aprendizaje

Según Duarte (2003),

Actualmente, por ambiente educativo no sólo se considera el medio físico, sino las interacciones que se producen en dicho medio. Son tenidas en cuenta, por tanto, la organización y disposición espacial, las relaciones establecidas entre los elementos de su estructura, pero también las pautas de comportamiento que en él se desarrollan, el tipo de relaciones que mantienen las personas con los objetos, las interacciones que se producen entre las personas, los roles que se establecen, los criterios que prevalecen y las actividades que se realizan (p.100).

Desde este punto de vista el ambiente de aprendizaje para nuestro caso de estudio está constituido por las interacciones del grupo, la distribución por equipos de trabajo, la organización del salón, el objetivo de aprendizaje y el modo de trabajo de las temáticas propiciando así un espacio adecuado para el avance y apertura al conocimiento y la forma de acceder a él.

Dentro de los referentes consultados se habla de la importancia de las emociones en el aula, de una escucha activa y sobre todo no marcar a los estudiantes con comentarios o actitudes,

Como buenas prácticas docentes en relación al clima de aula se destacan la actitud de escucha del profesorado hacia los alumnos(as), su disponibilidad para acompañarles en el proceso educativo y neutralizar la creación de estereotipos y

etiquetas excluyentes, la importancia de la formación del profesorado en la gestión de emociones (Manota y Melendro. 2015, p. 55)

A medida en que se van identificando las nuevas competencias relevantes en la Sociedad del Conocimiento van surgiendo nuevos modelos educativos y reformulaciones de los diseños de formación. Es aquí donde encuentra sentido el concepto de “aprendizaje a lo largo de la vida” y el aprendizaje por competencias que impregnan los actuales sistemas educativos, desde los niveles básicos a los universitarios. (Colás y Bolaños, 2013, p.3). Dentro del proyecto con el grado 8, un buen ambiente de aprendizaje es muy importante debido a que quita la predisposición o la baja popularidad que tienen las matemáticas en general; así como debe cambiarse la actitud del profesor de matemáticas, a quien muchos recuerdan como intransigente, estricto y que nada le parecía correcto. Por el contrario, hace parte del ambiente de aprendizaje todo aquello que facilite la disposición para la clase y una relación amena entre docentes y estudiantes ayuda mucho, pues se aprende también por “buena voluntad” o empatía. Por tanto, todos los elementos que pueda adicionar a nivel de recursos logísticos y humanos van a ser de gran provecho. El tener en cuenta esta variable propiciará o facilitará la apropiación del conocimiento.

### **7.1.3 Enseñanza aprendizaje de las matemáticas**

#### ***7.1.3.1 Competencias matemáticas.***

Al hablar de competencias matemáticas hay que ser conscientes de que es un término definido e interpretado por varios autores; el ministerio de educación nacional (MEN)

habla de que es un saber hacer en contexto; Perrenoud (2001, p. 509) dice que la competencia es “la aptitud para enfrentar eficazmente una familia de situaciones análogas, movilizando a conciencia y de manera a la vez rápida, pertinente y creativa, múltiples recursos cognitivos, saberes, capacidades, micro competencias, informaciones, valores, actitudes, esquemas de percepción, de evaluación y razonamiento”; Escamilla (2008) presenta la competencia como un saber orientado a la acción eficaz, sustentado en una integración dinámica de conocimientos y valores, desarrollado de acuerdo a tipos de tareas que dan lugar a una adaptación ajustada y constructiva a varias situaciones en diferentes contextos. De acuerdo a (Tobón, Prieto, y Fraile, 2010) desde su enfoque socio formativo se tiene que: “Las competencias son actuaciones integrales ante actividades y problemas del contexto, con idoneidad y compromiso ético, integrando el saber ser, el saber hacer y el saber conocer en una perspectiva de mejora continua” (p. 36).

(García et al., 2013) toman las competencias como procesos que articulan el currículo a diferentes niveles. Viéndose en la necesidad de cumplir con los siguientes niveles y criterios

- ▶ Vincular a una competencia una serie de procesos matemáticos específicos
- ▶ Contribuir a organizar las actividades matemáticas en función de las competencias que se desarrollan y ser significativas para la actividad matemática escolar. Ello contribuye a generar sentido y calidad a la actividad matemática de aprendizaje.

(p.32)

Así mismo se encuentra que las matemáticas y las ciencias actúan en conjunto, no son entes aislados cada uno por su lado con resultados exclusivos, sino que se interrelacionan,

la ciencia o las matemáticas no se pueden considerar nunca más como entidades independientes; en cambio, se tienen que considerar como aspectos de actividades sociales en curso. Los investigadores no deben insistir más en aislar el conocimiento del conjunto de las interacciones sociales (Sfard, 2008, p. 33)

De la misma forma Rico y Lupiañez (2008) citado en (García et al., 2013, p.18), parten de que la “competencia matemática es saber matemáticas y hacer cosas con ellas”. Esta idea es fundamentada en las características primordiales de las competencias matemáticas. Ellos definen las competencias matemáticas como:

consisten en utilizar la actividad matemática en contextos tan variados como sea posible; ponen especial énfasis en aspectos sociales como la comunicación y la argumentación; muestran cómo los estudiantes pueden utilizar lo que han aprendido en situaciones usuales de la vida cotidiana; y, se alcanzarán en la medida que los conocimientos matemáticos se apliquen de manera espontánea a una amplia variedad de situaciones, provenientes de otros campos de conocimiento y de la vida cotidiana. (p. 214).

Para (Rico, 2012) la educación matemática es heredada del sistema social en que se está inmerso y es estructurado mediante las diferentes nociones de tiempo, espacio, número y forma.

Desde la perspectiva del especialista consideramos la educación matemática como conjunto de ideas, conocimientos y procesos implicados en la construcción, representación, transmisión y valoración del conocimiento matemático que tiene lugar con carácter intencional. La educación matemática que se transmite por medio del sistema escolar tiene rasgos epistémicos de actividad científica básica (...) También la actividad de los profesores y los procesos para su formación como profesionales quedan comprendidos dentro de la educación matemática (Rico, Sierra, y Castro, 2000, pp. 352- 353).

### 3.2. Ámbitos de trabajo en educación matemática

Con educación matemática expresamos que nuestro foco de estudio se encuentra en las ciencias del hombre, establecemos su raíz antropológica y subrayamos su dimensión social. (p.44)

La Enseñanza debe inspirar a los estudiantes a descubrir por sí mismos, a cuestionar cuando no estén de acuerdo, a buscar alternativas si creen que existen otras mejores, a revisar los grandes logros del pasado y aprenderlos porque les interesen. Como Chomsky dice si "la Enseñanza se hiciera así los estudiantes sacarían gran provecho de ello, y no sólo recordarían lo que estudiaron, sino que lo utilizarían como una base para continuar aprendiendo por sí solos" (Chomsky, 2012, p. 5). Al aplicar con idoneidad el saber específico a temas cotidianos los estudiantes se motivan a aprender con la ayuda apropiada según los postulados de Vygotsky (1978) en su teoría de la Zona de Desarrollo Próximo (ZDP) citado por (G. Hernández, 1999) la cual se define como "la distancia entre el nivel real de desarrollo, determinado por la capacidad de resolver independientemente un problema, y el nivel de desarrollo potencial, determinado a

través de la resolución de un problema bajo la guía de un adulto o en colaboración con otro compañero más capaz"

Para ello se debe Desarrollar una estrategia didáctica para la enseñanza de la factorización en grado 8º.

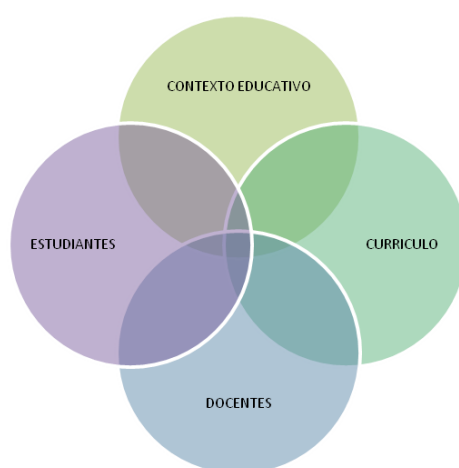
La investigación es una herramienta de autoformación e interformación que transforma las prácticas porque al utilizarla para el cambio las instituciones mejoran y el profesorado deviene más autónomo (Bolaños, 2012, p.71). En los espacios educativos se deben promover formas evaluativas y de mediación desde la diversidad de comprensiones expresadas en diseños curriculares flexibles que puedan articular los temas que afectan a la humanidad y poner el aprendizaje al servicio de la vida (Bolaños, 2012, p.81). Por lo anterior puedo concluir que es necesario planear actividades, programar situaciones y propiciar el conocimiento de manera casual y fresca, sin que los estudiantes se den cuenta que se les está enseñando. Los ambientes de aprendizaje representan un alto porcentaje en la posibilidad de éxito en lo que se estudia. La intencionalidad de cada una de nuestras acciones es vital para aprovechar el tiempo y poder dejar una huella en cada uno de los educandos.

Si al enseñar se preocupan menos por la nota y más por mejorar los canales de comunicación, si se usa un lenguaje claro y muy vivencial, la experiencia de aprendizaje será más placentera y podrá cumplirse el objetivo con cada grupo se trabaje. Cuando se enseña jugando, se propicia el conocimiento en el idioma que los niños y adultos entienden por excelencia, se convierte en algo de su agrado y hasta proponen complementos que pueden potenciar el aprendizaje (Fernández, 2009). Otra de las

cosas que se observa es que los niños llevan su experiencia a todas partes, por ellos es importante incentivar esa curiosidad y motivación que ellos demuestran desde sus primeros años y darles herramientas de apoyo y crecimiento. Todo empieza con el enseñar y termina con el aprender, para ello priman las ganas del aprendiente y esas ganas deben ser despertadas, ahí juega un papel importante la pericia del maestro por inquietar a sus estudiantes a apropiarse del conocimiento (Fernández, 2009).

De acuerdo con (Medina, 2010) citado en (Carrillo y González, 2016, p.124) “los centros educativos son un sistema complejo, sus componentes aportan las bases para que este sistema lleve a cabo los objetivos propuestos. La comunidad educativa como tal se muestra abierta a la interacción, por lo que se puede manifestar que esta experiencia innovadora cumple la construcción de un modelo sistémico y abierto a la comunidad”. En la figura 1, se muestra la interacción didáctica y sus componentes.

Figura 1. Interacción didáctica comunidad educativa.



(Corral y Cacheiro, 2016, p.124)

Por tanto, el modelo de enseñanza-aprendizaje, debe salir de la escuela, permear las casas, las empresas y demás instituciones con las que se encuentre en contacto. Es muy importante que el modelo dialogue con el sistema, no se trata de establecer un conjunto de normas sin retroalimentación o sin la oportunidad de enriquecerse en la diferencia y puntos de vista. Siguiendo a Martínez citado en Corral (Corral y Cacheiro, 2016, p.124) “Aprender mediante el diálogo permite llegar a acuerdos en ámbitos tan distintos como son el cognitivo, el ético, el estético y el afectivo. Aprender a través del diálogo transforma las relaciones entre las personas y su entorno” (Martínez y otros, 2005, p. 49).

De la misma forma, dados los aportes de Medina (2009, p. 325) en (Corral y Cacheiro, 2016, p.125):

Las sociedades abiertas, en complejidad e incertidumbres, son las que requieren formalizar las relaciones entre los educadores y las personas que participan en los procesos intencionales de formación y desarrollo integral, dado que en toda practica formativa tiene lugar una amplia y plural interacción didáctica entre los implicados en tal acto didáctico al establecer el conjunto de relaciones, que han de caracterizarse por la plena confianza, empatía y una autentica colaboración.

Se requiere convencerse y transmitir a los estudiantes el mismo sentir: el conocimiento debe ser vivencial, llegar a los hogares y ser útil para la vida. En el momento que se usa algo para determinada aplicación, es cuando realmente se aprende y no se me olvida, siendo este un vehículo para transportar el conocimiento a los diferentes contextos y hacer que tenga sentido, uso y se le saque provecho en la vida cotidiana.

### **7.1.3.2 Teoría de las situaciones didácticas**

#### *7.1.3.2.1 Didáctica*

La didáctica de acuerdo a (Díaz Barriga, 2009) es “Una disciplina sustantiva del campo de la educación, cuya tarea consiste en establecer elementos que permitan debatir los supuestos subyacentes en los procesos de formación que se promueven en el conjunto del sistema educativo” (p.17). De acuerdo a (Godino et al., 2004) al hablar de didáctica se distinguen 2 etapas:

Etapa Clásica: En esta se inicia la investigación de procesos de enseñanza y principalmente, de aprendizaje de las matemáticas. Estos estudios son liderados por la psicología educacional, en la cual aportaron Piaget, Vygotsky, Ausubel, entre otros, de hecho, se publican libros con el nombre de Didáctica de las Matemáticas, con referencia estos estudios o a metodologías que los utilizaban.

Etapa actual: Se define la Didáctica de las Matemáticas como ciencia, considerándose tanto los aportes la etapa clásica (desde otras disciplinas) como las propias matemáticas. Es así como, al investigar en Didáctica de las Matemáticas, se debe contar con un equipo multidisciplinar en que existan personas de sólida formación matemática. “Las didactas de la matemática permiten la conexión entre los matemáticos profesionales y los educadores matemáticos” (Godino et al., 2004).

Brousseau rescató el concepto de aprendizaje biológico mediante el cual se aprende a asociar, habituarse y sensibilizarse con el contexto, lo que significa que se aprende a ser

más funcional, y lo insertó en el análisis de las actividades escolares. De acuerdo a este enfoque, en el aprendizaje por adaptación se observa la interacción de un sujeto con un medio (que en muchos casos es material).

1. El sujeto parte de una intención, de una meta que desea alcanzar,
2. para lo cual realiza una acción sobre el medio
3. El medio reacciona a esa acción (lo cual recibe el nombre de retroacción)
4. El sujeto interpreta la retroacción del medio usando los conocimientos de los que ya dispone.
5. El sujeto valida su acción de acuerdo con la interpretación que hace de las retroacciones del medio. Esta validación puede tomar dos valores. Cuando la acción realizada le permite alcanzar su intención la validación es positiva, en cuyo caso refuerza esta acción, es decir la repetirá con mayor frecuencia cuando quiera alcanzar esa intención. Cuando la acción realizada no le permite alcanzar su intención la validación es negativa, y produce una modificación de la acción, iniciando un nuevo ciclo acción-retroacción-validación (Brousseau, 2007, p.16)

De acuerdo a (Godino et al., 2004) en la actividad matemática aparecen una cantidad de procesos que se engranan en su estudio, al realizarse la interacción entre los estudiantes y las situaciones – problemas con la mediación del docente. De una manera estandarizada se observa la importancia de los procesos matemáticos de la siguiente manera.

1. Resolución de problemas (que implica exploración de posibles soluciones, modelización de la realidad, desarrollo de estrategias y aplicaciones técnicas)
2. Representación (uso de recursos verbales, simbólicos y gráficos, traducción y conversión entre los mismos)
3. Comunicación (diálogo y discusión con los compañeros y profesor)
4. Justificación (con distintos tipos de argumentaciones inductivas, deductivas, etc)
5. Conexión (establecimiento de relaciones entre los diferentes objetos matemáticos)
6. Institucionalización (fijación de reglas y convenios en el grupo de alumnos de acuerdo con el profesor) (p.27)

Una gran fortaleza de la didáctica es su capacidad proyectiva y explicativa. Pues uno de sus objetivos es facilitar el ambiente que permita explicar fenómenos de tal manera que se haga más comprensible a cada educando, trazar un contorno que facilite su nivel de captación y hacer un análisis del proceso seguido para construir el aprendizaje e intervenir de manera adecuada a los objetivos de la enseñanza – aprendizaje (Pascual, 2011). De esta manera se ve como es una rama esencial a la hora de enseñar y más aún de lograr procesos exitosos en el aula.

### 7.1.3.2.2 Estrategia didáctica

El objetivo primordial de la enseñanza de la matemática según Freudenthal (1991) citado en (Bressan, 2016) es poner la realidad cotidiana en medidas y variable es decir la matemática como una actividad humana, para que aprender matemáticas sea hacer matemáticas, que dé espacio, al pensamiento crítico y reflexivo enfocado a resolver problemas en contextos realistas. La enseñanza de las matemáticas tiene muchos fines entre ellos la resolución de problemas que se convierte en el medio esencial para lograr el aprendizaje. Cuando los estudiantes se enfrentan al hacer, mediante el planteamiento, exploración y la resolución de problemas, que requieran un esfuerzo significativo tienen mayor probabilidad de éxito. Los contextos de los problemas pueden salir de la cotidianidad familiar como de la interdisciplinariedad.

Las estrategias en la solución de problemas son las rutas mentales que los estudiantes utilizan para hallar la solución de una situación determinada, es el vehículo para llegar al punto deseado; estas incluyen los métodos heurísticos, los algoritmos y los procesos de pensamiento divergente. La educación matemática realista es una metodología global que se fundamenta en las siguientes ideas según Bressan (2016) son:

- ▶ Pensar la matemática como una actividad humana (a la que Freudenthal denomina Matematización), de modo tal que debe existir una matemática para todos.
- ▶ Aceptar que el desarrollo de la comprensión matemática pasa por distintos niveles donde los contextos y los modelos poseen un papel relevante y que ese desarrollo

se lleva a cabo por el proceso didáctico denominado reinención guiada en un ambiente de heterogeneidad cognitiva.

- ▶ Desde el punto de vista curricular, la reinención guiada de la matemática en tanto actividad de Matemización requiere de la fenomenología didáctica como metodología de la investigación, esto es, la búsqueda de contextos y situaciones que generen la necesidad de ser organizados matemáticamente, siendo las dos fuentes principales de esta búsqueda la historia de la matemática y las invenciones y producciones matemáticas espontáneas de los estudiantes (Bressan, 2016).

Una característica importante de esta intervención es encontrar una estrategia que pueda llevar la matemática a lo cotidiano, que permite mostrarles a los y las estudiantes que no estudian una ciencia sin sentido, sino que por el contrario es vivencial y les será útil para su contexto y campo de aplicación. La estrategia permitirá darle piso a la creación del conocimiento y sustenta cada actividad a realizarse. También es lo que será de gran utilidad para lograr en los estudiantes un aprendizaje significativo y que se pueda apropiarse de los conocimientos.

Las estrategias de aprendizaje son construcciones didácticas, de acuerdo a (Lenis, 2014)

“Las estrategias y las mediaciones se autodeterminan en sí mismas como construcciones más didácticas que pedagógicas, porque sus estructuras ponen en acción los procesos mentales, prácticos y discursivos que se movilizan en función de cómo aprender más y mejor en los espacios de las aulas de clase. La didáctica es un campo de estudio que guarda una estrecha relación con el

concepto competencia, en tanto esta última es una movilización de saberes que determina formas de agruparlos, usarlos y de reflexionarlos en contextos y situaciones particulares.” (p.109)

Dejando de manifiesto esa interrelación entre didáctica y competencias, entre saberes y didáctica y, el proceso de enseñanza- aprendizaje; que nunca están desligados, sino que por el contrario forman un engranaje que bien articulado produce buenos resultados para el educando.

#### *7.1.3.2.3 Trabajo colaborativo*

La base teórica del aprendizaje colaborativo se fundamenta en cuatro visiones, la de Vygotsky, la de la ciencia cognitiva, la teoría social del aprendizaje y la de Piaget. De acuerdo a Felder R, y Brent R (2007) citado en ( Hernández, González, y Muñoz, 2014, p.27) , Vygotsky y Piaget promovieron un tipo de enseñanza activa y comprometida, al exponer que las funciones psicológicas que caracterizan al ser humano, y por lo tanto, el desarrollo del pensamiento, surgen o son más estimuladas en un contexto de interacción y cooperación social; También afirman (Hernández et al., 2014) que la heterogeneidad del grupo enriquece la posibilidad del aprendizaje puesto que se amplía el horizonte de conocimiento.

Es muy común encontrar literatura acerca del aprendizaje colaborativo y cooperativo, pues son estrategias complementarias. Al respecto (Johnson y Johnson, 1999) citado en (Lage, 2001) señalaron que:

Uno de los principios más fuertes de la psicología social y de las organizaciones es que el trabajo en conjunto para alcanzar objetivos comunes produce logros superiores y mayor productividad que el trabajo individual (...) El aprendizaje cooperativo favorece un mayor uso de estrategias superiores de razonamiento y pensamiento crítico que el aprendizaje competitivo e individualista (p.20)

El trabajo colaborativo es una estrategia ampliamente usada en todos los campos del conocimiento, muchos autores la han investigado y hacen un mayor acercamiento a ello para conocer sus pilares básicos y características. Siguiendo a Delgado (2015) citado en (Lenis, 2015, p.40)

El aprendizaje colaborativo es resultante de las interacciones realizadas al producirse la influencia recíproca entre integrantes de un equipo. Se adquiere cuando los docentes emplean el método de trabajo grupal o por equipos teniendo como característica principal la interacción y el aporte de todos en la construcción del conocimiento colectivo (p.15)

Para (Johnson y Johnson, 1999)

los modelos de aprendizaje colaborativo se refieren a la formación de grupos o equipos de trabajo atendiendo a ciertos objetivos de aprendizaje. La base del modelo es que todos y cada uno de los participantes del grupo intervienen en todas y en cada una de las partes del proyecto o problema a resolver. Es una estructura básica que permite la máxima interacción de sus miembros, muy idónea para alcanzar objetivos inmediatos. La interacción que surge como fruto del trabajo deja en cada uno de sus

participantes un nuevo aprendizaje.

Esto hace que algunos estudiantes desarrollen habilidades con el método tradicional no se habían tenido en cuenta, además promueve mayor interacción del grupo, así como un trabajo más apropiado de parte de los estudiantes. Al respecto (Jhonson y Jhonson, 1999) dicen: “El aprendizaje colaborativo es una forma de organizar el trabajo educativo de un grupo de aprendices, pero para realizar el mismo no es imprescindible el uso de una tecnología específica”. Esta es una estrategia que requiere de un espacio físico o virtual, donde los individuos puedan interactuar con el conocimiento, en este espacio los individuos tendrán control permanente de las situaciones a crear y organizar, lo cual es conocido como ambiente colaborativo. En matemáticas reviste gran importancia, debido a que permite acercar a los estudiantes al conocimiento mediante un par y superar barreras.

#### **7.1.4 Factorización**

Al hablar de factorización es necesario hacer referencia a los diferentes pensamientos matemáticos utilizados en los estándares básicos de competencias del MEN, en el caso específico el pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos. En dicho documento (MEN, 2006), está estipulado que:

“la contribución de la formación matemática a los fines generales de la educación se argumentó principalmente con base en las dos últimas razones de carácter personal y científico-técnico, a saber: por su relación con el desarrollo de las

capacidades de razonamiento lógico, por el ejercicio de la abstracción, el rigor y la precisión, y por su aporte al desarrollo de la ciencia y la tecnología en el país. Estos fines estuvieron fuertemente condicionados por una visión de la naturaleza de las matemáticas como cuerpo estable e infalible de verdades absolutas, lo que condujo a suponer que sólo se requería estudiar, ejercitar y recordar un listado más o menos largo de contenidos matemáticos hechos, definiciones, propiedades de objetos matemáticos, axiomas, teoremas y procedimientos algorítmicos para formar a todos los estudiantes en el razonamiento lógico y en los conocimientos matemáticas.” (p.46)

“los Lineamientos Curriculares de Matemáticas preparaba ya la transición hacia el dominio de las competencias al incorporar una consideración pragmática e instrumental del conocimiento matemático, en la cual se utilizaban los conceptos, proposiciones, sistemas y estructuras matemáticas como herramientas eficaces mediante las cuales se llevaban a la práctica determinados tipos de pensamiento lógico y matemático dentro y fuera de la institución educativa.” (p.48)

En este proyecto cuando se piensa en álgebra y específicamente en la factorización en el grado 8°, es necesario revisar los cinco procesos generales que se contemplaron en los Lineamientos Curriculares de Matemáticas: formular y resolver problemas; modelar procesos y fenómenos de la realidad; comunicar; razonar, y formular comparar y ejercitar procedimientos y algoritmos. Al ahondar un poco más en los lineamientos curriculares de matemáticas, encontramos los pilares de los pensamientos matemáticos que también

son cinco: el numérico, el espacial, el métrico o de medida, el aleatorio o probabilístico y el variacional; encontramos a la factorización inmersa en este último. Por ello, a los estudiantes se les dificulta tanto la parte de la abstracción y tienden a tener menores relaciones y disposiciones de aprendizaje. Por eso es necesario acercarlos con una metodología más concreta y menos abstracta.

De acuerdo con los estándares básicos de competencias (MEN, 2006, p.68)

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas sus características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables. Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. Esto se logra a través de la elaboración e interpretación de ciertas representaciones matemáticas –gráficas, tablas, ecuaciones, inecuaciones o desigualdades, etc.– que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia en la resolución de problemas. Los objetos algebraicos, como por ejemplo los términos algebraicos, se reconstruyen como representaciones de funciones y las ecuaciones e inecuaciones se reinterpretan como igualdades o desigualdades entre funciones. De aquí que las múltiples

relaciones entre la producción de patrones de variación y el proceso de modelación –y particularmente el estudio de las nociones de variable y de función– sean las perspectivas más adecuadas para relacionar el pensamiento variacional con el cálculo algebraico en la Educación Básica Secundaria y con la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral en la Educación Media.”

Debido a que se desea mejorar el aprendizaje de la factorización en grado 8, es necesario que se investigue, identifique y visibilice las dificultades que acarrearán, así como la razón de ser de la factorización y sus correspondientes componentes. Esto permite inferir que, si bien es cierto que el álgebra y caso concreto, la factorización hace presencia en la escuela debido a una directriz del ministerio de educación nacional (MEN) mediante sus lineamientos y es desarrollado a través de los pensamientos, existen formas de aplicar dicho conocimiento o mostrar a los estudiantes que su conceptualización cobra importancia en la vida cotidiana. Además, ayuda a ponerse en el lugar del estudiante y entender que para algunos genera una dificultad mayor por no comprender su lógica o no tener la constancia para desarrollar el pensamiento analítico y capacidad de razonamiento lógico e inferencia, que ella proporciona.

#### ***7.1.4.1 Pensamiento Variacional***

Para proporcionar un acercamiento a la definición se puede decir que tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, de la misma forma con el cómo se describe, modela, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, que pueden ser verbales, icónicos, gráficos o algebraicos (MEN, 2006, p.66). Se relaciona el concepto de variable, dependencia o independencia y se analiza como

varía una con respecto a la otra, en tanto que una relación operacional está ocurriendo.

Al respecto el MEN dice que:

La relación del pensamiento variacional con el manejo de los sistemas algebraicos muestra que el álgebra es un sistema potente de representación y de descripción de fenómenos de variación y cambio y no solamente un juego formal de símbolos no interpretados, por útiles, ingeniosos e interesantes que sean dichos juegos.  
(MEN, 2006, p.67)

Es de vital importancia que los estudiantes puedan establecer una relación de orden cognitivo entre las diversas ideas y representaciones mentales que adquieren en el ámbito escolar; debido a que mediante estos registros de representación semiótica son el vehículo para caracterizar los objetos matemáticos con los cuales entran en contacto. Para hablar de la formación del pensamiento variacional en los estudiantes es necesario entender que éste se da por una directriz MEN, que los deja de manifiesto en sus estándares básicos de competencias, donde se explicitan los requisitos que deben alcanzar los estudiantes para ser promovidos del grado 8° a 9°; quienes deben cumplir según esto:

identificar relaciones entre las propiedades de las gráficas y de las ecuaciones algebraicas, uso de procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas, identificar la relación entre los cambios en los

parámetros de la representación algebraica de una familia de funciones y los cambios en las gráficas que las representan, entre otras (MEN, 2006, p.87).

Es de vital importancia el manejo y conocimiento de los diferentes objetos matemáticos, puesto que de acuerdo con Duval (1999) citado en (León y Calderón, 2008) éstos conceptúan que dada la pericia que presente un estudiante para representar un objeto de diversas maneras se conoce su verdadero aprendizaje, pues muestra como separa el objeto en sí de su representación del objeto.

#### ***7.1.4.2 Proceso asociado al aspecto afectivo***

##### *7.1.4.2.1 Disposición*

Lo que reportan algunas investigaciones en Didáctica de las Matemáticas acerca del aspecto afectivo en general y de la disposición vista como un proceso en el desarrollo de las competencias matemáticas, Brown y Cooney (1982, citado en Rodríguez, Herraiz y Martínez, 2010), (García et al., 2013), la disposición se entiende como el proceso en el que se evidencian las acciones que antecede a la acción. En este proceso los estudiantes muestran actitud de escucha, listos para responder, participar y deseosos de actuar por voluntad propia, siendo este un indicio del desempeño antes, durante y después de realizar la tarea matemática, en un tiempo y contexto determinado.

De acuerdo con la práctica diaria, cabe anotar que con una buena disposición se facilita el proceso matemático en todas sus dimensiones, pues esto genera el ambiente

adecuado para preguntar, indagar, probar y atreverse. La experiencia de aula permite enunciar que los estudiantes que presentan una mala disposición, tienen una especie de confusión que hace que ninguna estrategia les funcione para comprender el mundo matemático con sus particularidades.

#### *7.1.4.2.2 Tendencia de acción*

Cuando se habla de tendencia a la acción como elemento clave persistencia, la cual se define como: el mantenerse constante en la prosecución de lo comenzado y durar permanentemente o por largo tiempo. (García et al., 2013), hablan de la continuidad de los proyectos a pesar de las dificultades y a pesar de los obstáculos, como evidencia de perseverancia; el Modelo Teórico a Priori (MTA) manifiesta la persistencia como acción continua que realizan tanto el estudiante como el docente. Se puede decir que muchos de los estudiantes no alcanzan sus desempeños básicos en matemáticas por falta de persistencia, pues no lo intentan muchas veces, o no piden ayuda a las fuentes acertadas y prefieren abandonar antes que insistir hasta solucionar la situación problema.

### **7.3 Herramientas TIC**

Cuando se abren los espacios de diálogo y aporte de diversas fuentes se consigue tal enriquecimiento que el alumnado se siente parte y constructor de su propio conocimiento, lo cual lo hace más interesado y definitivamente más comprometido. Existen múltiples herramientas metodológicas que permiten despertar el interés de los educandos y así dinamizar y facilitar su aprendizaje. Al incorporar las TIC al proyecto se lograría

- ▶ Empoderar al estudiante de herramientas que le permitan construir su propio conocimiento y apropiarse de las temáticas de una manera significativa.
- ▶ Dinamizar los aprendizajes del álgebra en grado 8°, para acercar a los estudiantes a los conceptos y prácticas desde su dispositivo móvil o su computador para lograr una mejor recepción y comprensión de las temáticas, por hacerlo de una manera divertida y dinámica.

De acuerdo a (Valverde y Garrido, 2010, p.203) se pueden identificar 3 conceptos muy importantes y representativos para la educación como son:

- ▶ Contenido curricular (CK – Content Knowledge)
- ▶ Pedagogía (PK – Pedagogical Knowledge)
- ▶ Tecnología (TK – Technological Knowledge), y las relaciones que se establecen entre ellos. Estas tres bases de conocimiento (CK, PK y TK) forman el núcleo del modelo TPCK. Este enfoque teórico es coherente con otras investigaciones y propuestas teóricas que han intentado ampliar la idea de Shulman (1987) citado en (Valverde & Garrido, 2010, p.203) sobre PCK (Pedagogical Content Knowledge) al dominio de la tecnología educativa.

Las fuentes principales del conocimiento de los profesores son, para Shulman (1987), la formación académica en la disciplina a enseñar; los materiales y el contexto del proceso educativo institucionalizado (por ejemplo, los diseños curriculares, los libros de texto, la administración, organización y gestión escolar o la estructura de la profesión docente); la investigación sobre la escolarización, las organizaciones sociales, el aprendizaje

humano, la enseñanza y los demás fenómenos socioculturales que influyen en el quehacer de los profesores y, por último, la propia práctica docente.

Según (Valverde & Garrido, 2010, p.210) “Las buenas prácticas educativas con TIC son acciones complejas y multidimensionales que exigen

- ▶ Comprender la representación y formulación de conceptos y procedimientos para su comprensión a través de las TIC
- ▶ Desarrollar estrategias didácticas constructivistas que usen las TIC para la enseñanza de contenidos curriculares
- ▶ Conocer las dificultades en el aprendizaje de conceptos y de qué forma las TIC pueden ayudar a superarlas
- ▶ Tomar en consideración el conocimiento previo de los alumnos, así como la epistemología del contenido curricular para comprender cómo las TIC pueden ser utilizadas para construir sobre el conocimiento pre-existente y desarrollar nuevas epistemologías.

De esta manera el docente puede aprender de los estudiantes, mejorar sus prácticas y hacer los correctivos pertinentes, despertar el interés de los estudiantes, afianzar conceptos más fácilmente y propiciar un aprendizaje significativo. Si al enseñar existe menos preocupación por la nota y más por mejorar los canales de comunicación ente conocimiento-maestro-estudiante, si usamos un lenguaje claro y muy vivencial, la experiencia de aprendizaje será más placentera y podrá cumplirse el objetivo con cada grupo que se trabaje; que posibilite una actitud más activa ante el aprendizaje desde una

perspectiva innovadora y se incursiona en la fase de Transformación, dado que genera redefinición significativa de las tareas; lo cual va en concordancia con lo que dice (Duval, 1999): “Los textos matemáticos generalmente usan unas palabras que no aparecen normalmente en otros ámbitos y los emplean sin ninguna contextualización”

A continuación, se listan algunas herramientas TIC y lo que podría aportar cada una al presente proyecto

- ▶ Mediante la ayuda de **Thatquiz**: competencia entre grupos que genera interés y deseo de participar.
- ▶ Con **Kahoot**, se plantean actividades con la metodología de pregunta y respuesta interactiva.
- ▶ Con **Geogebra**, ellos desarrollan conceptos con la ayuda de la geometría, el elemento de enganche para ellos es la creación de figuras.
- ▶ En **Socrative**, un quiz virtual que los estudiantes desarrollan desde su casa

## 8. Estado del arte

Al hacer una revisión de diversos trabajos, se puede notar que la enseñanza aprendizaje de la factorización ha tenido muchos investigadores inquietos, ya sea por el carácter abstracto de sus componentes o por el nivel de dificultad que representa y ha representado para muchos estudiantes a lo largo de la historia. Generalmente las matemáticas ofrecen un alto grado de aversión para un elevado número de la población; cuando le preguntan a un docente ¿En qué área trabaja? Y la respuesta es: Matemáticas, ahí mismo hay una expresión de asombro.

Conscientes de la necesidad de encontrar nuevas estrategias en la enseñanza de las matemáticas y para facilitar la comprensión de conceptos que han sido transmitidos tradicionalmente en forma mecánica (Wagner, Vásquez, Hoyos, y Gutiérrez, 2014) aborda los temas de productos notables y la factorización utilizando una estrategia ya conocida como es la geometrización del álgebra, a través de ayudas didácticas como son las figuras geométricas, la incorporación de las TIC mediante un software llamado “geometría de polinomios” dada la importancia y facilidad del uso de estos recursos por parte de los estudiantes. Según (Wagner et al., 2014) como estrategia de enseñanza-aprendizaje de los productos notables y de la factorización de polinomios de segundo grado brinda una alternativa didáctica diferente e innovadora que propicia en los estudiantes la consecución de un aprendizaje significativo de estos temas, dejando a un lado la enseñanza tradicional e incorporando dos elementos facilitadores como son la manipulación de material concreto y la utilización de un software, diseñado para el desarrollo de este proyecto. Por otro lado, se cuenta con una cartilla que presenta diferentes actividades para la utilización del material concreto y un manual para el manejo

del software. Esta experiencia fue realizada en la se desarrolla en estudiantes del curso de álgebra del Programa de Licenciatura en Matemáticas y en el espacio académico de cálculo I, del Programa de Ingeniería de Sistemas de la Universidad del Quindío, el estudio de Wagner (2014) concluye que:

“Mediante el uso del material concreto “Álgebra Geométrica” y del software interactivo: “Geometría de Polinomios”, se incrementa el interés en los estudiantes y la disposición para el aprendizaje, pues a partir del análisis y de los resultados, se evidencia que los estudiantes logran un mayor nivel de comprensión, de acuerdo a la forma como se enfrentan a las diferentes actividades propuestas. Con el uso de estrategias didácticas se facilita la apropiación de conceptos matemáticos y el desarrollo de habilidades intelectuales superiores (explorar, conjeturar, razonar, reflexionar y comunicar matemáticamente). Además, la manipulación de objetos concretos, lo mismo que el uso de la tecnología, permiten desarrollar en los estudiantes un pensamiento matemático más efectivo y un mayor nivel de apropiación de los conceptos” (p.141)

Esta experiencia me muestra como una mirada diferente genera una mejor actitud de escucha y de trabajo, fomentando así nuevas formas de acceder al conocimiento. Me ayuda a entrelazar actividades y poder generar una hipótesis; así mismo facilita la adquisición de nuevas técnicas. El trabajo de investigación de maestría de (Muelas, 2014) desarrollada en la institución educativa El Palmar de Santander de Quilichao en grado noveno y presentado en la Universidad Nacional de Colombia sede Palmira, presentó el diseño de una estrategia didáctica basada en el uso del texto conceptual y las TIC para la enseñanza del concepto de ecuación y función a partir de su evolución

histórica, con lo cual buscaba afianzar la ecuación del primero y segundo grado, función lineal y cuadrática, en estudiantes de grado noveno de la Institución Educativa El Palmar, en el Municipio de Santander de Quilichao-Cauca. El uso de las TIC, tales como: videos, programa de graficación Grapher 2.8, Excel y power Point, en donde los estudiantes de manera individual y grupal construyeron mapas de la palabra, mapas conceptuales y documentos que fueron socializados en plenarias; fueron la herramienta central que permitió explorar otros métodos de enseñanza de las matemáticas.

La investigación de Millán (2014) logró concluir que en los estudiantes del grado noveno de la institución educativa el Palmar:

“La estrategia de enseñanza que integró el uso de las TIC con el texto y mapas conceptuales fortaleció las competencias lectoras y escritoras, reflejado en un mejor desempeño académico durante el año electivo del 2013.

El trabajo en equipo y la presentación de resultados en plenaria favoreció el sentido de pertenencia y responsabilidad, desarrollando el trabajo autónomo y colaborativo.

La realización de los mapas conceptuales y de la palabra motivó en los estudiantes la atención y apropiación de la información ofrecida por las TIC, La estrategia didáctica fortaleció el aprendizaje de los conceptos de función y ecuación, al permitir documentar de manera escrita los nuevos constructos conceptuales realizados mediante el mapa de la palabra y el mapa conceptual.”

(p.160)

El autor anteriormente referido, le aporta a mi proyecto fundamento práctico y asegura una mejor receptividad al momento de trabajar las temáticas, pues siendo el mismo grado da una idea de trabajo muy aterrizada a la realidad. Muestra el gran aporte de las TIC y como su carácter transparente deja de manifiesto su alto potencial a nivel de mediador del aprendizaje.

El trabajo de investigación de (Arenas, 2016) se llevó a cabo en el Colegio Manuel Germán Cuello Gutiérrez, jornada de la tarde, de Valledupar (Cesar); durante su maestría en la Universidad Nacional de Colombia, tenía por objetivo analizar el efecto que tiene usar las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) para la enseñanza de la factorización. Específicamente les interesaba ver ¿cómo varía la competencia de resolver la factorización de polinomios cuando regresan al mundo del álgebra? Para ello, realizaron la comparación mediante 2 pruebas realizadas antes y después de aplicar la estrategia. Esto lo hacen movidos por la dificultad que detectan en la enseñanza tradicional del algebra y específicamente la factorización que hace que su aprendizaje sea mecánico y fácilmente se cometan errores. Con las TIC como herramientas desarrollaron: videos tutoriales, foros, chat, simulaciones, libros digitales y juegos en los laboratorios digitales con tabletas de la institución.

Al aplicar la estrategia Arenas (2016) observó como resultado que:

Cada vez que ingresaban los estudiantes se encontraban motivados y ansiosos de ver qué nuevo aprenderían en el día.

La generación de nuevo conocimiento pretendía que fuese autónoma por parte de ellos, debido a la facilidad y forma de encontrarlo en el sitio web, pero en ocasiones

no resulto como se esperaba y el docente debía retomar la retórica explicándoles la definición de ciertos conceptos algebraicos; esto debido a la poca comprensión lectora que tienen los estudiantes.

La utilización de gráficos y videos en las actividades, fue de gran ayuda para la comprensión de los procedimientos algebraicos, los estudiantes leían los conceptos, pero no los entendían de la mejor manera, acudiendo algunas veces ante el docente por explicación, luego se notaba que, al ver los gráficos o los videos, ellos lograban captar el algoritmo de la solución y realizaban las actividades mucho más fáciles. (p. 59-60)

Se puede concluir que la anterior experiencia fue exitosa y la estrategia facilitó el aprendizaje de los estudiantes, mediante la motivación y la mediación de las TIC.

Este caso me ayuda a confirmar la gran utilidad de las TIC al momento de incentivar el trabajo en matemáticas. Despierta primeramente el interés, luego la creatividad y, por último, la apropiación de temáticas y nuevas formas de explorar el álgebra. Ayuda a desarrollar la competencia tecnológica pero además está avanzado en el manejo de estándares de matemáticas e integra conceptos. Demostrando así que cuando se trabaja de manera integrada puede haber una mejor recepción y apropiación del conocimiento.

## **9.Marco Metodológico**

### **9.1 Metodología**

La implementación del proyecto permite que a través de la estrategia de aprendizaje colaborativo los estudiantes puedan construir su propio conocimiento y apropiarse de manera significativa de las competencias dentro del pensamiento variacional y el sistema algebraico. La metodología se desarrollará bajo la modalidad teórico práctica, es decir el profesor soporta una sustentación conceptual y a partir de esta los estudiantes se organizan de forma colaborativa para las actividades prácticas. De esta forma se logra dinamizar los aprendizajes del álgebra en grado 8°, mediante el uso de algunas TIC para acercar a los estudiantes a conceptos y prácticas que se pretenden alcanzar.

En primer lugar, se aplica una prueba diagnóstica que permite identificar el estado de conocimiento que tienen los estudiantes. En segundo lugar, se realiza la aplicación de la estrategia trabajo colaborativo y, finalmente se valora el impacto que tuvo la implementación de la estrategia. La metodología se va a aplicar a todos los estudiantes, el curso está compuesto por 21 educandos en edades entre 13 y 16 años. Debido a que las pruebas externas se aplican a todo el grado, el objetivo es dar cuenta de las competencias matemáticas desarrolladas por los estudiantes. El estudio a realizarse será de tipo mixto, presenta un componente de técnicas cualitativas y cuantitativas porque se pretende describir los avances y cuantificar los niveles de apropiación de dichas competencias. De acuerdo con (Hernandez Sampieri, Fernandez Collado, y Baptista Lucio, 2010) las técnicas cualitativas permiten especificar las características principales de personas, grupos y comunidades, así como evaluar diversos componentes

o dimensiones del fenómeno a investigar, refiriéndonos en este caso a estudiantes de grado 8°.

El diseño de esta investigación es de orden descriptivo debido a que el investigador puede explicar los efectos que tienen el trabajo colaborativo en el desarrollo de competencias matemáticas tales como: resolver problemas, modelar situaciones, caracterizar la variación y el cambio en diferentes contextos, representar y comunicar procedimientos de orden matemático en los estudiantes del grupo 8° de la sede Marino Rengifo Salcedo de Cali.

Para el desarrollo metodológico se aplicó una prueba diagnóstica a 21 estudiantes; posteriormente una prueba final que permite comparar los resultados obtenidos e inferir el grado de mejoramiento en el aprendizaje de la factorización de trinomios.

### **9.1. 1. Tipo de Estudio o investigación.**

El tipo de investigación utilizada es de orden cualitativo la cual pretende movilizar las competencias dentro del pensamiento variacional que permita la apropiación de conceptos de factorización mediante el trabajo colaborativo en los estudiantes de grado 8° de la sede Marino Rengifo Salcedo de Cali.

La metodología contemplará aspectos del análisis cualitativo donde se analizarán las transformaciones actitudinales, relacionales y de cooperación y, donde se evidencian los

niveles de mejora y avances específicos en la clasificación de los estudiantes frente a la prueba diagnóstica y a la prueba final.

Como lo afirma (Breu, Guggenbichler, y Wollmann, 2008)

La investigación cualitativa como un paradigma (conjunto de supuestos sobre la realidad, sobre como se conoce, los modos concretos, métodos o sistemas de conocer la realidad), desde el punto de vista antológico, epistemológico y metodológico. La investigación cualitativa no estudia la realidad en sí, sino como se construye la realidad, es comprenderla.

Según (Rodriguez, 1996) Los investigadores cualitativos estudian la realidad en su contexto natural, tal como sucede, intentando sacar sentido de, o interpretar, los fenómenos de acuerdo con los significados que tienen para las personas implicadas. La investigación cualitativa implica la utilización y recogida de una gran variedad de materiales que describen la rutina y las situaciones problemáticas y los significados en la vida de las personas.

Mediante esta metodología de investigación, se podrá comprender y relacionar el proyecto con las actitudes, comportamientos y hábitos de los estudiantes de grado 8° al momento de trabajar factorización. Se realizan técnicas cuantitativas haciendo el análisis de los datos estadísticos, que permitan inferir los cambios en la forma en que los y las estudiantes se apropian del conocimiento y se mejora el aprendizaje de la factorización, así como su proceso emocional que da cuenta de sus disposiciones para el trabajo, niveles de persistencia y deseos o buena voluntad para continuar.

### **9.1.2 Instrumento de recolección de información**

A fin de obtener los datos necesarios para el estudio del problema o aspecto de la realidad social motivo de esta investigación se emplearán las siguientes fuentes: fotos y videos, participación directa, bases de datos con relación al problema planteado (investigaciones) e información obtenida en internet las cuales serán analizadas. Seguidamente, la información recolectada en cada una de ellas será descrita y analizada.

Para recolectar la información se utilizará:

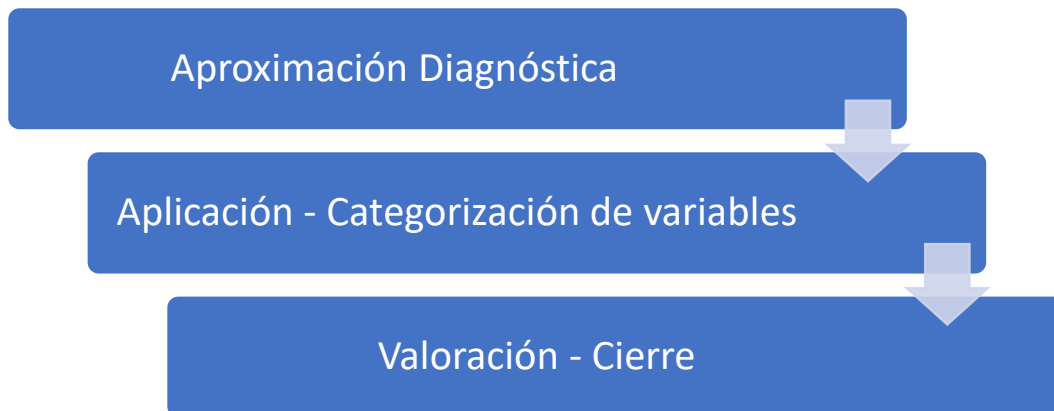
Entrevista: A través de esta las estudiantes podrán expresar de forma anónima la frecuencia sobre sus gustos y apreciaciones con la que usan el computador y otras herramientas TIC, y su motivación con respecto al uso de estos recursos TIC en el aula de clase respectivamente, es decir, a través de esta se podrán conocer sus ideas, características o hechos específicos respecto de sus preferencias y a la familiarización con las tecnologías de la información; también se les pregunta acerca de sus gusto por las matemáticas y las metodologías de trabajo.

Evaluación diagnóstica: Rejilla de valoración inicial, se hace con el fin de conocer el estado inicial y el efecto de la intervención mediante la investigación. Se aplica al inicio y al final la misma prueba en aras de comparar el efecto de la estrategia mediante la cual se implementó la situación didáctica.

Fotos: Con ellas se intenta registrar todas aquellas construcciones realizadas con o sin el software, es decir, en los diferentes ambientes de aprendizaje donde se desarrollan los talleres y construcciones de forma individual o en grupos.

Participación directa: Desde el rol de mediador o diseñador Instruccional según reporta la teoría de trabajo colaborativo, permite diseñar las actividades, organizar los grupos de trabajo y analizar información sobre los hechos relacionados con la práctica, interacción grupal, avance del grupo, nivel de apropiación, superación e dificultades y así poder obtener datos más próximos.

### 9.1.3. Diseño de la investigación o fases del proceso:



La investigación se ha fundamentado en la observación participante, de acuerdo a lo que afirma (Kawulich, 2006), se ha utilizado en varias disciplinas como instrumento en la investigación cualitativa para recoger datos sobre los individuos, los procesos y las culturas. De la misma forma aporta algunas definiciones y dice

“Marshall y Rossman (1989) definen la observación como "la descripción sistemática de eventos, comportamientos y artefactos en el escenario social elegido para ser estudiado" (p.79). Las observaciones facultan al observador a describir situaciones existentes usando los cinco sentidos, proporcionando una "fotografía escrita" de la situación en estudio (Erlandson, Harris, Skipper & Allen 1993). Demunck y Sobo (1998) describen la observación participante como el primer método usado por los antropólogos al hacer trabajo de campo. El trabajo de campo involucra "mirada activa, una memoria cada vez mejor, entrevistas informales, escribir notas de campo detalladas, y, tal vez lo más importante, paciencia" (p.3)

Para (Dewalt y Dewalt 2002, p.7) citado por (Kawulich, 2006, p.3), La observación participante es el proceso que faculta a los investigadores a aprender acerca de las actividades de las personas en estudio en el escenario natural a través de la observación y participando en sus actividades. Provee el contexto para desarrollar directrices de muestreo y guías de entrevistas. De la misma forma (Kawulich, 2006) Schensul, Schensul and Lecompte (1999) definen la observación participante como "el proceso de aprendizaje a través de la exposición y el involucrarse en el día a día o las actividades de rutina de los participantes en el escenario del investigador" (p.91)" Mediante la observación participante del desarrollo de las actividades pedagógicas en la I.E Agustín Nieto Caballero, donde los estudiantes del grado 8 reflejan poca motivación o bajo nivel de aprendizaje de la factorización; se podrá dar cuenta del impacto que cause la intervención mediante la situación didáctica planteada. Del mismo modo se analizará el

impacto del trabajo colaborativo a nivel de grupo y personal. Al final se anexa la guía de observación

Para la entrevista, la cual será aplicada al 100% de los estudiantes del grado 8°. Varios autores señalan entre ellos (Ruiz Olabuénaga, 2012) que, es una de las herramientas cualitativas más comunes en las investigaciones de las ciencias sociales. Es diseñada con el objetivo de indagar a fondo una situación en particular, proporcionando información clave para la investigación que facilite una amplia descripción de los hallazgos. Con la ayuda de la entrevista como está diseñada se capta la apreciación de los estudiantes con respecto al álgebra, su interacción con las TIC en el salón de clase y la estrategia de trabajo colaborativo. Esto con el fin de conocer su estado emocional con respecto a las matemáticas y de ahí construir actividades motivadoras durante el diseño de la estrategia. Ver guía de entrevista en el anexo 2.

En el Análisis documental se ha usado la información del sistema de evaluación institucional (ZETI), con la cual se verifica el rendimiento académico de los estudiantes y su clasificación de acuerdo a los desempeños académicos, otro insumo ha sido la misma prueba diagnóstica realizada final brinda información inmediata del desempeño y efecto de la estrategia, el video realizado por los estudiantes como actividad de cierre y, el seguimiento a las actividades planteadas y a la interacción grupal, al trabajar de manera colaborativa. Las actividades propuestas se anexan al final. Lo anterior como insumo para el análisis cuantitativo que evidencie los mejoramientos académicos puesto que la variable a analizar es el desempeño académico.

#### **9.1.4 Involucrando las TIC**

El trabajo metodológico se soportará en el uso de las tecnologías y se basa en que, para el estudiante de hoy, los recursos tecnológicos representan un insumo en su diario vivir y pueden motivarse mucho más a realizar el trabajo. En ocasiones el rol de líder dentro de la estrategia de trabajo colaborativo, estaba personificado por el estudiante que había llevado su dispositivo y tenía conexión. Con respecto a las tecnologías y su trabajo dentro del aula (Pons, 2010) afirma que:

“En la actualidad el mundo de hoy se mueve por diversas tecnologías las cuales aportan grandes cambios a la sociedad debido a la inmensa información que transmiten, las capacidades y velocidades en tiempo real. Lo que hace que las Instituciones Educativas deban reflexionar acerca de las nuevas formas de construcción del conocimiento que responda a estas necesidades” (p. 7)

### **10. Secuencia didáctica a implementar**

**Objeto matemático:** Factorización de trinomios

**Pensamiento:** Variacional

**Sistema:** Algebraico

#### **10.1 Antecedente Nacional de análisis con respecto a las competencias**

Para conocer el estado de la institución en cuanto a pruebas saber, se utiliza como apoyo el material proporcionado por el MEN para cada institución, donde se visibilizan los

niveles alcanzados por los estudiantes en los años 2015 y 2016, respectivamente. De acuerdo con el MEN el objetivo de estas pruebas es evidenciar el estado de las competencias y los aprendizajes en Lenguaje y matemáticas en los diferentes establecimientos educativos en los grados 3, 5 y 9.

De acuerdo al MEN, la primera parte de cada reporte presenta el comportamiento general de la competencia asociada a cada prueba, comparando el resultado del establecimiento con la Entidad Territorial Certificada y Colombia.

La segunda parte de cada reporte describe el estado general de los aprendizajes de la competencia asociada, indicando el número de aprendizajes que se encuentran en rojo, naranja, amarillo y verde. Los colores del semáforo están asociados al porcentaje de estudiantes que NO respondió correctamente los Ítems de cada aprendizaje como se observa en la figura de abajo:

Figura 2. Significado del semáforo, interpretación resultados pruebas saber



Fuente: (Icfes, 2017)

La tercera parte de cada reporte enumera los aprendizajes en los que es necesario implementar acciones de mejora con especial prioridad.

A continuación, se analizan los datos según el reporte de las pruebas saber 2015, dadas por el ministerio de Educación nacional (MEN).

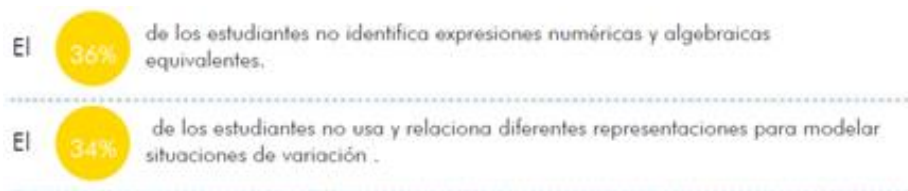
Figura 3. Descripción general de la competencia Comunicación



Fuente: (Icfes, 2017)

En la descripción general de la competencia comunicar, la institución está por debajo de la entidad territorial, en este caso Cali en un 3% y por debajo de la nacional en un 2%. Este reporte muestra que están fallando en los procesos de codificar, decodificar y argumentar. Siendo estos un foco para el planteamiento de actividades que permitan fortalecer esta competencia. Muestra como valores críticos un 28% en naranja y un 8% en rojo, sería un total del 36% sobre el cual establecer tareas que aporten al desarrollo y fortalecimiento de la competencia. Es necesario fortalecer la parte semiótica, los discursos orales sobre las matemáticas y sus relaciones con la vida.

Figura 4. Aprendizajes por mejorar en Comunicación



**Interpretación**

El **76%** de sus estudiantes NO contestaron correctamente los ítems correspondientes al primer aprendizaje.

Esta interpretación aplica de igual manera para los demás aprendizajes por mejorar.

Fuente: (Icfes, 2017)

Como se mencionó anteriormente se presentan falencias en los procesos de decodificar, codificar y representar. Esto visto que no pudieron responder preguntas donde estaban evaluando estos aprendizajes.

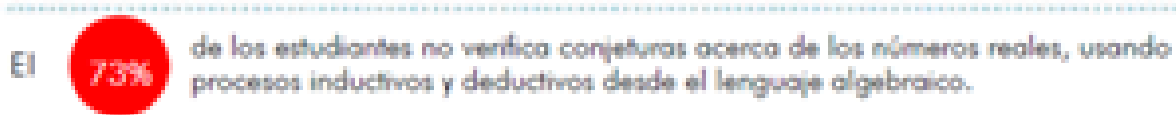
Figura 5. Descripción general de la competencia Razonamiento



Fuente: (Icfes, 2017)

En la competencia de razonamiento, se obtuvo un 49%, lo cual muestra que estamos 2% por encima de Cali y 3% por encima de Colombia, pues el porcentaje de estudiantes que no contestó correctamente los ítems correspondientes a la competencia fue menor. No obstante, al revisar la distribución de porcentajes, puede decirse que se deben realizar actividades pedagógicas que permitan fortalecer los procesos de matematizar, tratamiento y traducción, para disminuir ese 38% que se encuentra en rojo y naranja.

Figura 6. Aprendizajes por mejorar en Razonamiento



Aparece nuevamente fallas en codificar, decodificar y representar.

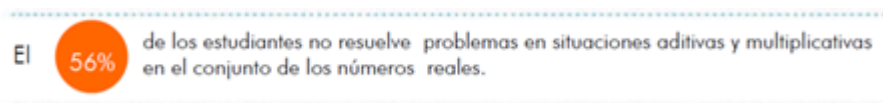
Figura 7. Descripción general de la competencia Resolución



Fuente: (Icfes, 2017)

Acá se observa unos resultados muy parejos a nivel territorial, Cali y a nivel Nacional. Quedando en evidencia la necesidad de general acciones para fortalecer ese 65% de los estudiantes que están en rojo y naranja. Están fallando los procesos de formular, analizar, decodificar, argumentar y resolver.

Figura 8. Aprendizajes por mejorar en Resolución



Sabiendo que la solución de situaciones aditivas y multiplicativas van directamente relacionadas con el pensamiento algebraico y variacional, es necesario fortalecer los procesos de formulación, modelación o matematización, decodificación, codificación y resolución. Como lo dice (Vasco, 2003), el pensamiento variacional es una manera de pensar dinámica que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen unas variables haciendo que estas covaríen de la manera en que lo haría cantidades de magnitudes iguales o diferentes de la manera en que lo harían en la realidad.

Ahora, se pueden observar los comportamientos de la Prueba saber 2016

Figura 9. Descripción general de la competencia Comunicación



Fuente: (Icfes, 2017)

Aquí se presenta un 61% de estudiantes que no respondió adecuadamente las preguntas con respecto a la competencia comunicar, evidencia fallas en el argumentar, traducir, codificar y decodificar. La institución está por debajo de Cali y Colombia. Urge la necesidad de implementar un plan de mejoramiento que permita fortalecer dicha competencia mediante los procesos mencionados. Es necesario emprender acciones sobre un 91% de estudiantes que están en el punto crítico del rojo y el naranja, un aproximado de 55 estudiantes de 100 que presentaron la prueba

Figura 10. Aprendizajes a mejorar

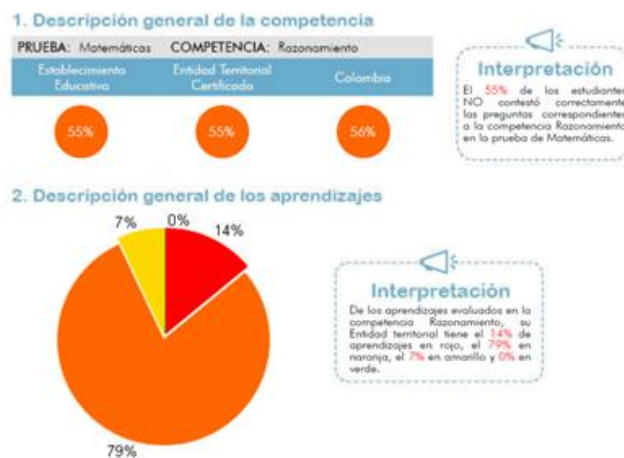
- EI **80%** de los estudiantes no reconoce el lenguaje algebraico como forma de representar procesos inductivos.
- EI **7.4%** de los estudiantes no usa ni relaciona diferentes representaciones para modelar situaciones de variación.
- EI **6.5%** de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.



Fuente: (Icfes, 2017)

Se detectan fallas en traducción, tratamiento, decodificar, codificar, representar, modelar o matematizar y traducción. Al fortalecer estos procesos mediante las actividades planteadas en las tareas se estará apuntando a fortalecer la competencia analizada.

Figura 11. Descripción general de la competencia razonamiento



Fuente: (Icfes, 2017)

Aquí se observan unos resultados parejos con el ente territorial y nacional. Es decir, todos están mal en razonamiento, que implica traducir, tratamiento, decodificar, codificar y modelar.

Figura 12. Aprendizajes a mejorar competencia razonamiento

EI **72%** de los estudiantes no verifica conjeturas acerca de los números reales, usando procesos inductivos y deductivos desde el lenguaje algebraico.

EI **60%** de los estudiantes no hace conjeturas ni verifica propiedades de congruencias y semejanzas entre figuras bidimensionales.

Icfes (2017)

En esta competencia nuevamente aparecen las fallas traducción, tratamiento, decodificación y matematización.


Figura 13. Descripción general de la competencia razonamiento



Icfes (2017)

Aquí se observa la institución, 4% por debajo de Cali y 3% por debajo de Colombia. De esos 63 estudiantes, 39 están en naranja y 15 están en rojo, lo cual muestra la urgencia de un plan para fortalecer la competencia de plantear y resolver problemas mediante los procesos de tratamiento, traducción, codificar, decodificar y representar.

Figura 14. Aprendizajes a mejorar competencia Resolución

El  de los estudiantes no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos.

Icfes (2017)

Hay problemas para traducir, hacer tratamiento, decodificar y horizontalidad, es decir al relacionar las matemáticas desde el lenguaje materno a un contexto.

Los niveles de desempeño representan una descripción cualitativa donde el estudiante muestra que es capaz de hacer cuando se enfrenta a preguntas de distintos niveles de dificultad, en determinada situación. La variación de los porcentajes en cada uno de los niveles establecidos por el MEN, va a indicar un comportamiento de avance o retroceso así: una disminución en el porcentaje de estudiantes en Mínimo representa un progreso siempre y cuando haya un aumento en el porcentaje de estudiantes en los niveles superiores. Si la disminución en el porcentaje de estudiantes en Mínimo y está acompañada de un aumento en el porcentaje de estudiantes en Insuficiente habrá un retroceso.

Por tanto, vemos como estos resultados ubican a la mayoría de estudiantes evaluados en los niveles de desempeño insuficiente y mínimo en esta área y grado, para profundizar un poco y encontrar respuestas que ayuden a establecer un plan de trabajo en el aula, se analiza el comportamiento por componentes evaluadas frente a las fortalezas y debilidades para los años 2015 y 2016 respectivamente, encontramos lo siguiente:

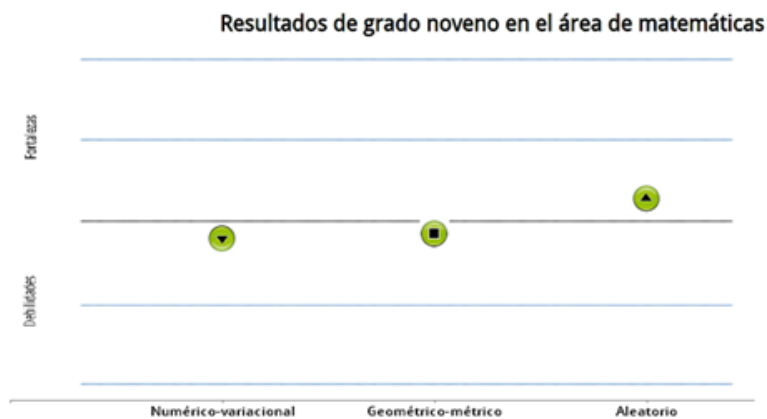
Figura 15. Correlación por componentes vs fortalezas y debilidades



Fuente: (Icfes, 2017)

Para el año 2015, en comparación con los establecimientos que presentan un comportamiento similar, se observa que en Razonamiento la institución analizada es fuerte, lo cual invita a seguir fortaleciendo este componente, pero, en cuanto a la competencia comunicativa y resolución se presenta débil, lo cual indica que hay que elaborar un plan de mejora en este sentido. Evidenciándose entonces la necesidad de fortalecer los procesos de comunicar, argumentar, resolver en pro de mejorar dichas competencias.

Figura 16. Comparativo de pensamientos vs Fortalezas y debilidades

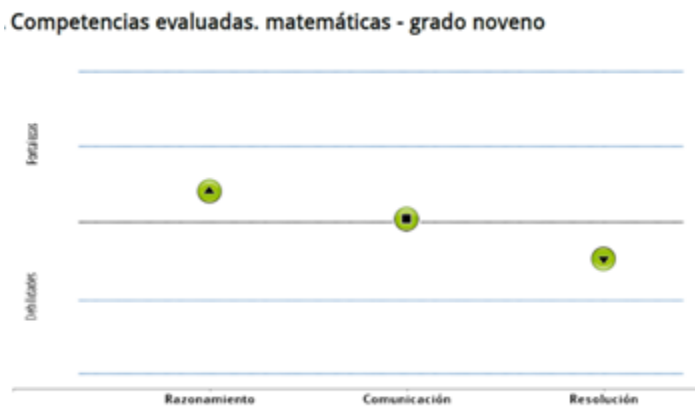


Icfes (2017)

De acuerdo a los resultados para el año 2015, la institución se observa débil en cuanto al pensamiento Numérico variacional, en le Geométrico espacial tiene un comportamiento similar y en le Aleatorio exhibe cierta fortaleza. Dicho esto, entonces, es necesario realizar actividades que ayuden a fortalecer las debilidades presentados y a seguir trabajando para elevar el desarrollo de las competencias entorno al pensamiento aleatorio.

Para el año 2016 los datos reportados muestran el siguiente comportamiento:

Figura 17. Comparativo de competencias vs Fortalezas y debilidades



Fuente: (Icfes, 2017)

En el año 2016, se puede observar que la competencia resolución se muestra débil, Comunicación tiene un comportamiento similar y Razonamiento y argumentación es fuerte. Comparado con el año anterior, hubo mejora en el proceso comunicar de tal manera que ayudó a aumentar el desarrollo de la competencia asociada al mismo y la tendencia en la competencia Resolución se mantiene débil, por tanto, es necesario

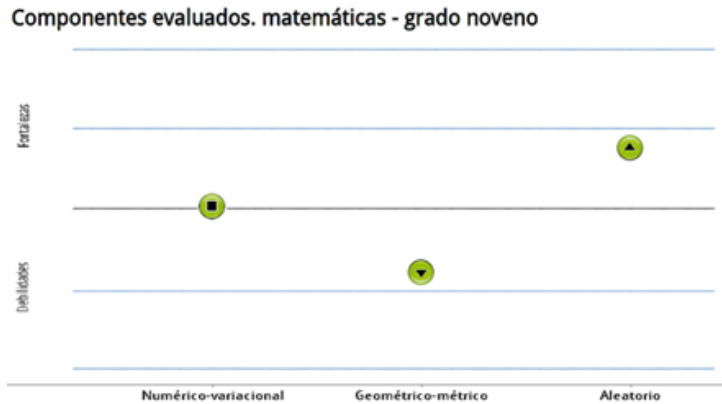
privilegiar los procesos de Plantear y resolver problemas para lograr un mayor desarrollo de la competencia asociada a este.

Se evidencia la necesidad de afianzar el método de Polya (1965) citado en (García Bernardo, 2015, p.18) y sus 4 pasos

1. Comprender el problema: Se pregunta qué dice esos resultados con respecto a, esa representación, que implica comprender en términos de proceso matemático.  
Representar: Relación del sujeto con el código matemático: codificar, decodificar y traducir
2. Elaborar un plan para resolver el problema: implica determinar cuál es la ruta a seguir, en matemáticas sería comprender el problema en el mundo de la vida (Matematización horizontal)
3. Traducirlo (Empieza a hacer tratamiento y conversión). Matematización horizontal, ponerlo en lenguaje matemático. Ejecutar el plan
4. Matematización vertical: Resolver (graficar, calcular, argumentar, comunicar los procesos el resultado y los resultados). Se debe poder revisar y sustentar proceso y producto, argumentar y comunicar.

Al analizar le comparativo Pensamientos vs Debilidades y Fortalezas se encuentra el siguiente comportamiento:

Figura 18. Comparativo de pensamientos vs Fortalezas y debilidades



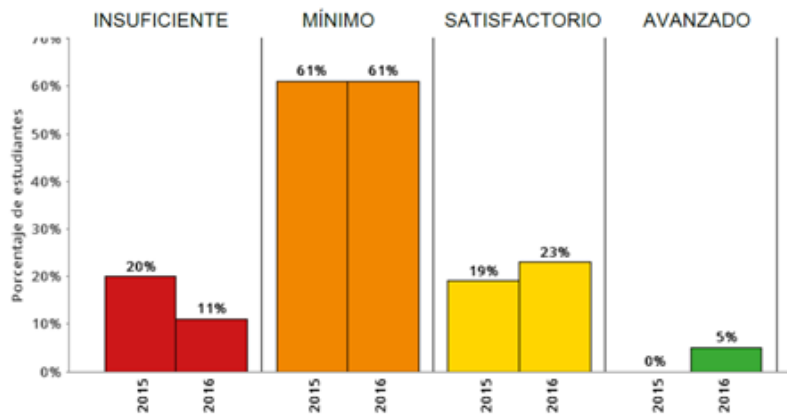
(ICFES, 2017)

Para el año 2016, se observa el pensamiento Numérico Variacional similar a las otras instituciones comparadas, El pensamiento geométrico – métrico débil y el aleatorio fuerte. Esto nos dice que los procesos representar, medir y dimensionar deben ser fortalecidos para lograr el desarrollo de la competencia asociada a ellos; también es importante trabajar en los procesos de formular, abstraer y validar, codificar, decodificar, traducir, identificar variables, matematizar, argumentar y proponer para elevar el desarrollo del pensamiento Numérico.

Haciendo el paralelo de los últimos 2 años se observa que

Figura 19. Comparativo Histórico por años 2015 y 2016

Comparación de porcentajes según niveles de desempeño por año en matemáticas, noveno



Fuente: Icfes (2017)

Frente a la competencia resolución; el área de matemáticas ya sabe que hay problemas ahí, por tanto, se deben implementar procesos para desarrollar y fortalecer dicha competencia.

Al observar la gráfica anterior puede decirse que para el año 2015 alrededor de un 80% problemas de representar y solucionar problemas y en el 2016 este porcentaje disminuye a 72%; debido a que es la cantidad de estudiantes que presenta un desempeño insuficiente y mínimo. Se observa una mejora para el año 2016 con respecto al 2015 puesto que hubo una disminución en el nivel insuficiente de un 9%, hubo un aumento en el nivel satisfactorio de un 4% y finalmente un aumento en el nivel avanzado de un 5%.

## 10.2 Perspectiva Didáctica

Cundo se habla de la perspectiva didáctica es necesario referirse a 2 Expectativas, una a largo plazo que tiene que ver con el desarrollo de las competencias y otra a corto plazo que se refiere al alcance de los objetivos.

### **10.2.1 Expectativa a largo plazo (Competencias)**

Las tareas propuestas a los estudiantes buscan desarrollar las competencias de representar, razonar, y matematizar. Dados los resultados anteriormente expuestos, estas competencias necesitan ser fortalecidas. Debido a la importancia del pensamiento variacional en la vida cotidiana, las otras ciencias y la matemática misma, es necesario que ellos aprendan a identificar patrones, relacionar cantidades y finalmente valerse de algún algoritmo matemático que permita resolver una incógnita. Esto le permitirá dentro de un contexto determinado saber hacer y además podrán ver las matemáticas como un aprendizaje para la vida y no solo para cumplir con una clase.

También, se contempla la relación entre sujeto y expectativas de aprendizaje, la cual se basa en los objetivos planteados para cada tarea a corto plazo, es decir los procesos que se requieren para conseguir una experiencia de aprendizaje organizada y en concordancia con la competencia a desarrollar. Para desarrollar esta secuencia de tareas se conciben los procesos que Polya (1965) sugiere los cuales son: comprender, concebir, ejecutar, argumentar y verificar; se complementan con los de Espinoza et (2009) citado por (García et al., 2013) que prácticamente son los mismos: entender, modelizar, desarrollar y adaptar, aplicar, interpretar y formular. Dado que se está planteando un proceso de aprehensión y vivencia de las matemáticas, es necesario que esta sea una actividad a largo plazo, pues se necesita de procesos mentales superiores para poder ver la vida de una manera matemática o, dicho de otra forma, el matematizar la vida cotidiana toma tiempo y que las personas lleguen a ser conscientes de ello mucho más.

### 10.2.2 Expectativa a corto plazo (Objetivos)

Para desarrollar esa expectativa a largo plazo que se menciona anteriormente, se proponen los siguientes procesos matemáticos asociados a las tareas matemáticas como objetivos de las mismas, por ello son alcanzables en el corto plazo.

1. Identificar los objetos presentes en un trinomio
2. Reconocer y clasificar (Codificar y decodificar) los trinomios como una expresión algebraica y los objetos presentes en ellos como una componente del pensamiento variacional en el proceso de comunicar, implementado como una actividad de baja complejidad que incentive el trabajo de los estudiantes.
3. Construir sus propios trinomios dando cuenta de los objetos presentes como aplicación de la teoría.
4. Comparar con sus pares los trinomios construidos y determinar si cumplen con la condición para serlo.
5. Relacionar los conocimientos previos en geometría mediante el cálculo de áreas.
6. Descubrir mediante la construcción en lápiz y papel, la relación en las áreas trabajadas
7. Generalizar a partir de lo concreto las relaciones entre las expresiones manipuladas.

De acuerdo a (Bressan, 2016)

“El principio de interacción en la Educación Matemática Realista (EMR), se considera al aprendizaje de la matemática como una actividad social. La discusión sobre las interpretaciones de la situación problema, de las distintas clases de

procedimientos y justificaciones de solución y de la adecuación y eficiencia de los mismos tiene un lugar central en la EMR. La interacción lleva a la reflexión y a capacitar a los alumnos para llegar a niveles de comprensión más elevados. No se piensa en una clase homogénea en sus trayectos de aprendizaje, sino en individuos que siguen senderos propios. Sin embargo, esto no lleva a partir la clase en grupos con procesos similares, sino más bien a mantener toda la clase junta, como una unidad de organización, o al trabajo cooperativo en grupos heterogéneos –cuestión que fue defendida por Freudenthal desde los años 40 (Freudenthal, 1987, 1991). Dado que los problemas se seleccionan de manera que den lugar a soluciones apelando a diferentes niveles de comprensión, todos los alumnos pueden trabajar en ellos.” (p.6.)

Con cada uno de los procesos anteriores se garantiza que el estudiante va involucrando las matemáticas a su cotidianidad, haciéndola parte natural de sus experiencias, lo cual lo lleva a entenderlas y desarrollar mucho más fácil las habilidades necesarias; para lograr esto, necesita conocerlas más a fondo para así poder abstraer de su realidad aquellas situaciones objeto de variación y de esa manera darle el tratamiento adecuado sin temor a equivocarse.

### **10.3 Perspectiva Curricular**

Los Organizadores curriculares son parte esencial del desarrollo de competencias en el aula. Pues son los que brindan la pauta o las bases del cambio en la metodología, por unos procesos centrados en el estudiante, alejados de los contenidos y totalmente interesados en el trabajo por competencias. Los procesos matemáticos que sirven como organizadores curriculares de la factorización de trinomios, en los grados 8 y 9,

específicamente en grado 8, son identificar, reconocer, codificar, decodificar, representar (construir, comparar). Comprendiendo que esos procesos ayudan a alcanzar la perspectiva a didáctica a largo, es decir a desarrollar la competencia.

A continuación, se muestra la organización por grados para lo cual se toman 2 referentes que son: 1. los lineamientos curriculares y 2. Los DBA en su segunda Versión, ambos en el pensamiento variacional que es al que corresponde mi objeto matemático, factorización de trinomios.

Tabla 2.. Pensamiento variacional a lo largo de los grados de escolaridad

Referente	1 a 3	4 y 5	6 y 7	8 y 9	10 y 11
Lineamientos Curriculares MEN	<p>Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.</p>	<p>Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.</p>	<p>Resuelvo y formulo problemas en contextos de medidas relativas y de variaciones en las medidas.</p>	<p>Identifico relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las</p>	<p>Interpreto la noción de derivada como razón de cambio y como valor de la pendiente de la tangente a una curva y desarrollo métodos para</p>

				ecuaciones algebraicas.	hallar las derivadas de algunas funciones básicas en contextos matemáticos y no matemáticos.
DBA	Describe y representa los aspectos que cambian y permanecen constantes en secuencias y en otras situaciones de variación	Identifica patrones en secuencias (aditivas o multiplicativas ) y los utiliza para establecer generalizaciones aritméticas o algebraicas	Identifica y analiza propiedades de covariación directa e inversa entre variables, en contextos numéricos, geométricos y cotidianos y las representa mediante gráficas (cartesianas de puntos, continuas, formadas por	Plantea y resuelve ecuaciones, las describe verbalmente y representa situaciones de variación de manera numérica, simbólica o gráfica.	Comprende y usa el concepto de razón de cambio para estudiar el cambio promedio y el cambio alrededor de un punto y lo reconoce en representaciones gráficas, numéricas y algebraicas.

			segmentos, etc.).		
--	--	--	----------------------	--	--

#### **10.4. Organización del proceso didáctico modelo teórico a priori (MTP)**

Esta situación está compuesta por 3 tareas, La tarea No. 1 está 4 momentos así

Momento 1: Comprende la situación de acción y un nivel de complejidad de reproducción

Momento 2: Presenta una situación de formulación

Momento 3: Se da una situación de Validación

Momento 4: Presenta una situación de institucionalización

Las tareas No. 2 pertenece al nivel de complejidad de conexión y la No. 3 pertenece al nivel de complejidad de reflexión. Se trabajan también los niveles de complejidad planteados por (García et al., 2015) y tomados de las pruebas PISA 2003: reproducción, conexión y reflexión. En el nivel de reproducción se invita al estudiante trabajar con operaciones básicas, cálculos y problemas de su entorno. Aquí se lleva al estudiante al significado del objeto matemático. El nivel de conexión desarrolla ideas y procedimientos para la solución de problemas planteados. Aquí el estudiante emplea diversas formas de representación semiótica (codificar, decodificar, traducir), permitiendo estas encontrar el significado del objeto matemático. El último nivel es el de reflexión que implica la solución de problemas complejos y el uso social del objeto matemático trabajado o su inmersión en la vida cotidiana como lo dice García et al. (2015), cuando afirma: “El propósito de construir sentido para la tarea matemática es esencialmente de naturaleza subjetiva: se trata de lograr que cada estudiante comience a familiarizarse con la utilidad social de las matemáticas” (p.213).

Para mostrar cómo es la aplicación del MTP, se presenta la tarea a desarrollar con los estudiantes y todas sus actividades.

### 10.4.1 Tarea 1

Esta tarea corresponde al momento 1 y su nivel de complejidad es reproducción.

En la bolsa siguiente hay diversos papelitos con expresiones algebraicas, saca 5 papeles y observa cuidadosamente cada una de ellas.

1. Clasifica cada una de las siguientes expresiones algebraicas, de acuerdo al número de términos y completa la siguiente tabla identificando cada una de sus partes.

Tabla 3. Identificación de las características de los trinomios

Nombre de la expresión	Coeficiente	Variable	Rango relativo	Rango absoluto

El momento 2 de la misma tarea presenta un nivel de complejidad de validación

2. ¿Identificas alguno de 3 términos? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_ ¿ Por qué?
3. Vamos a escribir estas expresiones en 2 términos únicamente, ¿qué puedes hacer para lograrlo?

Compara tus expresiones con las de tu compañero de al lado derecho y responde

- ▶ ¿Qué objetos en común tienen?

---

- ▶ ¿Estás de acuerdo con su clasificación? Si\_\_\_ No\_\_\_ y por qué
- ▶ ¿Qué errores encontraste y explícalas?
- ▶ ¿Al comparar con tus compañeros encuentras una solución diferente?

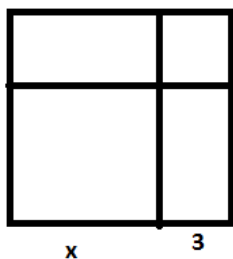
Para el momento 3 de esta tarea se cuenta con un nivel de complejidad de validación.

Se inicia con una ronda de preguntas sobre

- ¿Que representa para ellos el área?
- ¿Cómo la representan?
- ¿Dónde se aplica la idea de área? ¿Para qué sirve?

Utiliza tijeras, lápiz y papel para construir un cuadrado y a su vez subdividirlo en las partes indicadas. En el siguiente cuadrado, calcular el área, ¿Qué observas?

Figura 20. Cuadrado para particionar por áreas



4. Al comparar el cuadrado entero y el cuadrado dividido en las partes señaladas, ¿Que puedes concluir?

5. ¿Qué características tienen en común las dos respuestas anteriores y el área del cuadrado de lado  $(x+3)$ ?

El momento 4 es el momento de cierre de este nivel. Con las ideas y las observaciones de clase, la profesora generaliza la forma de resolver un trinomio. Los estudiantes pueden empezar a dar ejemplos de trinomios y aplicar el método para resolverlos. La docente llega a formalizar y clarificar los trinomios de la forma  $ax^2 + bx + c$ ,  $a=1$  y  $a$  diferente de 1

#### 10.4.2. Tarea 2

Esta tarea se lleva a cabo en un solo momento y presenta un nivel de complejidad de conexión. Los ejercicios que aparecen en esta actividad van presentando complejidad creciente y los momentos se realizan de manera aleatoria. Algunas herramientas TIC y lo que podría aportar cada una de ellas. Se plantea una competencia entre grupos que genera interés y deseo de participar. Se proyecta en el video beam, las actividades propuestas en cada aplicación. Formar grupos de 4 estudiantes, cada equipo debe nombrar un representante para proporcionar su respuesta, quien tendrá que pedir la palabra sólo levantando la mano. El grupo que grite, pierde turno.

- ▶ Mediante la ayuda de **Thatquiz**: Plataforma interactiva que proporciona preguntas y es necesario escribir la respuesta y esperar los aciertos calculados por la misma aplicación.
- ▶ Con **Kahoot**, se plantean actividades con la metodología de pregunta y respuesta interactiva. Desde su celular cada estudiante responde y aparece en la proyección la puntuación de cada uno.

- ▶ En **Socrative**, un quiz virtual que los estudiantes desarrollan desde su casa.

Las ventajas que presenta esta tarea son:

- Se motiva al estudiante a trabajar ya que hay muchas actividades que realiza desde su celular o Tablet, lo cual es muy amigable para ellos.
- Favorecer una actitud más activa ante el aprendizaje desde una perspectiva innovadora.

### **10.4.3 Tarea 3**

Esta es la última tarea y presenta un nivel de complejidad de Reflexión. Para aplicar lo visto en tarea 1, se presenta a los estudiantes un cuadrado de lado  $3a+2y$ , para que los estudiantes hallen la expresión algebraica final que representa su área. Se presenta una habitación de forma cuadrada y de lado  $a$ , la cual consta de un salón (de forma cuadrada y de lado  $a-b$ ), un baño (de forma cuadrada y de lado  $b$ ), un vestier (de forma rectangular y de medidas  $b$  y  $a-b$ ) y una biblioteca (de forma rectangular y medidas  $a-b$  y  $b$ ). A partir de dicha información se solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas

- ▶ ¿Cuál es el área total de la habitación?
- ▶ ¿Cuáles son las medidas y el área de cada una de las partes de la habitación?
- ▶ Si además del vestier y la biblioteca, se suprime el baño, calcula el área del salón.

Para ello parte del área total de la habitación y réstale las áreas suprimidas

De acuerdo a lo anterior, calcula el área del salón de lado  $a - b$ .

#### **10.4 Modelo teórico a priori (MTPA)**

A continuación, se muestra El Modelo Teórico a Priori (MTP) para las tareas planteadas. Este modelo organiza y articula los componentes de la competencia matemática con la actividad matemática de aprendizaje. Su objetivo es contribuir a planificar el desarrollo coherente y progresivo del proceso de desarrollo de las competencias matemáticas cuando el estudiante resuelve tareas y desarrolla procesos cognitivos, afectivos y de tendencia de acción con complejidad creciente. (García et al, 2015, p.27)

El Modelo Teórico a Priori (**MTAP**) que se adopta permite describir y explicar las actuaciones de los estudiantes cuando resuelven actividades matemáticas de aprendizaje de complejidad creciente en secuencias didácticas, asociadas a la competencia matemática representar, comunicar y matematizar.

Tabla 4. Modelo Teórico A priori, adaptado a la secuencia

COMPETENCIA MATEMÁTICA	ASPECTOS	COMPETENCIAS	PROCESOS	INDICADORES	ESTUDIANTES			
					TAREA	E 1	E 2	E3
Proceso de participación en la que los estudiantes movilizan aspectos de su desarrollo humano (cognitivos, afectivos, metacognitivos y de tendencia de acción), con el propósito de intervenir en diferentes situaciones de la vida	COGNITIVO	Representar, comunicar y matematizar	Comprender (Tratamiento)	Relaciona las variables con su significado geométrico. .....	1			
				2				
				3				
			REPRESENTAR	Emplea signos matemáticos para representar un área determinada	1			
				2				
				3				
			codificar,	Sitúa situaciones algebraicas en su correspondiente geométrico	1			
				2				
				3				
			traducir	Escribe expresiones algebraicas según	1			
				2				
				3				

			se solicita en el cuadrado planteado				
			decodificar,	Explica porque relaciona determinadas variables con las áreas dadas.	1		
					2		
					3		
			reproducir,	Compara las representaciones, procedimientos y respuestas de sus compañeros con las suyas para verificar sus aciertos	1		
					2		
					3		
			<b>FORMULAR</b>	Propone problemas similares a los planteados en la secuencia o según los datos proporcionados.	1		
					2		
					3		

			<b>sistematizar</b>	Relaciona las situaciones con las variables y su definición geométrica.				
	<b>AFECTIVO</b>		<b>Argumentar</b>	Su compromiso con la actividad y participación activa, permite desarrollar las competencias y apropiarse del conocimiento.	1			
2								
3								
	<b>TENDENCIA A LA ACCIÓN</b>		<b>PERSISTENCIA</b>	Su continua entrega al trabajo individual y en equipo, lo lleva a alcanzar sus objetivos.	1			
2								
3								
	<b>METACOGNITIVO</b>		<b>AUTOEVALUAR -COEVALUAR</b>	Interactúa positivamente con sus compañeros permitiéndole	1			
2								
3								

				aprender de él y a su vez, facilita su propio aprendizaje.				
--	--	--	--	--	--	--	--	--

Fuente: García et al (2015)

## 11 Análisis y discusión

Dada la secuencia aplicada, se recolectó los datos mediante la prueba diagnóstica y luego se realizó la comparación con la prueba final. Se aplicó a los 21 estudiantes de grado 8. Se utilizó I para preguntas incorrectas y C para preguntas correctas.

De acuerdo a los desempeños de optó por agruparlos en 3 categorías de análisis las cuales son:

- Nivel bajo: Estudiante que obtuvieron desempeños entre 1 y 1.5, sólo logran enunciar el problema, pero no alcanzan a resolverlo.
- Nivel Intermedio: Estudiante que obtuvieron desempeños entre 1.6 y 2.9. A pesar de que los estudiantes ubicados en este nivel logran desarrollar competencias de modelación, exhiben dificultades en la fase de representación.
- Nivel Alto: Estudiante que obtuvieron desempeños entre 3 y 5, aquí están ubicados los estudiantes que logran comunicar, representar y solucionar situaciones problema que requiere el uso de las competencias mencionadas previamente.

Tabla 5. Prueba Diagnóstica

Diagnóstico								
Estudiante	Pregunta							Nota
	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	
Est1	C	I	I	C	I	C	C	2,8
Est2	C	I	C	C	I	I	C	2,8

Est3	C	I	I	C	I	I	I	1,4
Est4	C	C	I	C	I	I	I	2,2
Est5	C	I	I	C	C	I	C	2,8
Est6	C	I	I	C	C	I	I	2,2
Est7	C	I	C	C	I	I	I	2,2
Est8	C	I	I	C	C	I	C	2,8
Est9	C	I	I	C	I	C	I	2,2
Est10	C	I	C	C	I	C	I	2,8
Est11	C	I	I	C	C	I	I	2,2
Est12	C	I	C	C	I	I	C	2,8
Est13	C	I	I	C	I	C	C	2,8
Est14	C	I	I	C	I	I	I	1,4
Est15	I	I	C	C	I	C	C	2,8
Est16	C	I	I	C	I	I	C	2,2
Est17	C	I	I	C	C	I	C	2,8
Est18	C	I	I	C	C	I	I	2,2
Est19	C	I	C	C	I	I	I	2,2
Est20	C	I	I	C	I	I	I	1,4
Est21	I	I	I	C	I	I	C	1,4
<b>Promedio</b>								<b>2,3</b>

C: Correctas      I: Incorrectas

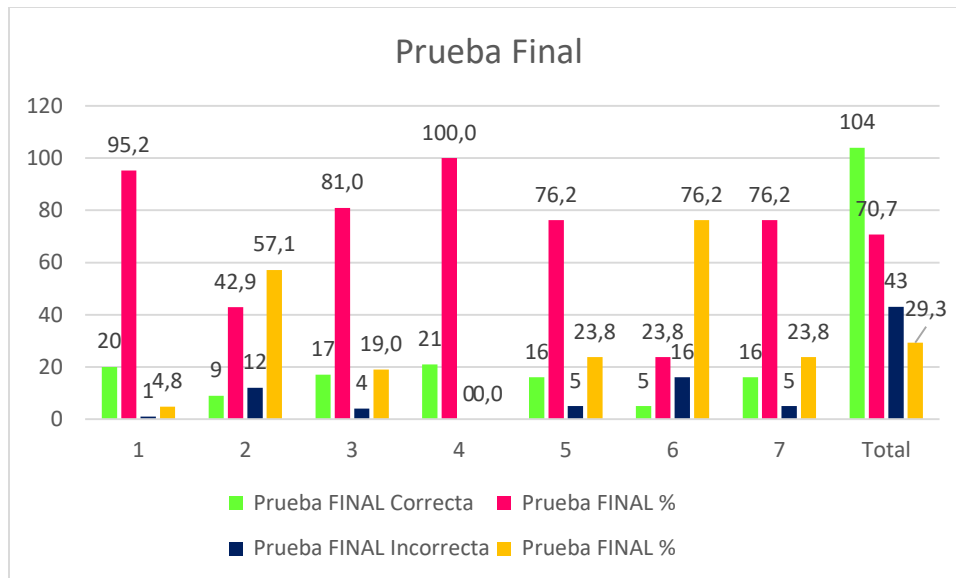
Figura 21. Prueba Diagnóstica



Est2	C	I	I	C	C	C	C	3,6
Est3	C	I	C	C	I	C	C	3,6
Est4	C	I	C	C	C	I	C	3,6
Est5	C	C	C	C	I	I	C	3,6
Est6	C	C	I	C	C	C	I	3,6
Est7	C	C	C	C	C	I	C	4,3
Est8	C	I	C	C	I	C	C	3,6
Est9	C	I	I	C	C	C	C	3,6
Est10	C	I	C	C	C	C	C	4,3
Est11	C	I	C	C	C	I	C	3,6
Est12	C	I	C	C	C	C	C	4,3
Est13	C	I	C	C	I	C	C	3,6
Est14	C	I	C	C	C	C	C	4,3
Est15	I	I	C	C	C	I	C	2,8
Est16	C	C	C	C	C	C	I	4,3
Est17	C	I	I	C	C	C	C	3,6
Est18	C	C	C	C	I	C	I	3,6
Est19	C	C	C	C	C	C	I	4,3
Est20	C	C	C	C	C	C	C	5
Est21	C	C	C	C	C	C	C	5
<b>Promedio</b>								4,0

Prueba final. C: Correctas I: Incorrectas

Figura 22. Prueba final realizada a los 21 estudiantes



En la prueba final se observa una gran mejoría en los resultados de los estudiantes, lo cual comprueba que la estrategia ayudó a desarrollar las competencias alcanzando así los objetivos propuestos. Las respuestas correctas en la prueba final alcanzaron un 70,7% comparado con un 29,3% de las respuestas incorrectas; exhibiendo un aumento de 24,4% mientras que, las respuestas incorrectas exhiben una disminución del mismo valor obviamente; el curso presentó una nota promedio de 4 en una valoración del 1 al 5. Esto se debe a que hay otros factores que interfieren con los resultados del aula y sobre ellos no se tiene control.

### 11.1 Análisis por tareas

A continuación se hace un análisis por tareas y los momentos que compone cada una de ellas. En la Tarea 1 se evidencia que esta fase fue muy manejable para el grupo de estudiantes en general, identificaron con gran facilidad las componentes y pudieron aclarar dudas. Con una dinámica de competencia, mostraron lo aprendido. Se sintieron muy cómodos y participativos. Hubo pocas dificultades. Los educandos mostraron que

es muy importante trabajar sin la presión de un examen, pueden compartir en grupo tranquilamente y encontrar las respuestas, es vital tener actividades puntuales que los motiven, de lo contrario puede perderse el propósito de la actividad ya que es un grupo muy conversador. De acuerdo a lo observado dentro de la clase, se percibe que los estudiantes son competitivos y desean hacer el trabajo mejor que el otro grupo, cada vez.

Se vio un aporte de manera muy tranquila por todos los alumnos, participaron muy fluidamente y se atrevieron a opinar de manera libre. Se apropiaron de conceptos, identificaron plenamente los diferentes tipos de trinomios y pudieron corregir a algunos compañeros que presentaron dificultades. Hicieron relaciones entre los diferentes términos, reconocieron sus partes e integraron a situaciones reales donde se pueden utilizar. Queda de manifiesto los diferentes estilos y ritos de aprendizaje. En la parte final de esta tarea correspondiente al tercer momento, hubo instantes en que se sintieron cansados de las figuras geométricas, de hecho, les cuesta dificultad pasar de la relación de áreas a resolver el trinomio sólo. Algo que no podían hacer con facilidad era asignar los valores correspondientes a cada lado, un trabajo de inferencia de acuerdo a los valores dados inicialmente. Se evidenció la facilidad con que ya determinaban el área de cualquiera de las figuras usadas ya sea cuadrados o rectángulos.

Para la tarea dos se encuentra que ésta presenta como ventajas más relevantes, por un lado, que se motiva al estudiante a trabajar ya que hay muchas actividades que realiza desde su celular o Tablet, lo cual es muy amigable para ellos y favorece una actitud más activa ante el aprendizaje desde una perspectiva innovadora. Pese a que hubo algunos estudiantes que no tenían computador, que la internet de la institución estuvo con muy

baja señal y por tanto el servicio fue intermitente; cuando lograron conectarse, el trabajo fue muy agradable para ellos sobre todo en Kahoot, debido a que cada uno tenía su puntaje de manera inmediata, podían ver quien iba ganando y representaba en cierta medida un reto. Esta actividad les gustó mucho, se les facilitó hilar conceptos y relacionar resultados. No hubo necesidad de reconvenir a ningún estudiante, ni llamar la atención por estar en otras actividades puesto que estaban enfocados y centrados en el trabajo. De hecho, no querían que se terminara la actividad y no estaban pendientes del final de la hora como puede ocurrir en algunas ocasiones que se les hace pesado el tema. Un factor pudo ser que estaban motivados y sus celulares estaban ocupados en la producción de aula.

En la tercera y última tarea se puede observar que el concepto está apropiado, con gran facilidad hicieron la relación de áreas y dieron el resultado el trinomio propuesto. Es importante reforzar el significado de dichas expresiones. Sigue siendo evidente que cuando hay actividades de analizar e inferir, les cuesta mucho trabajo puntualizar, manejar e interpretar la información dada, muchos al principio no supieron como ubicar cada valor dado y otros fueron encontrando poco a poco la ruta de trabajo, gracias a la estrategia colaborativa, unos iniciaron la interacción y discutían entre ellos. Es necesario trabajar más la fase de análisis. Pero una vez llegaron al planteamiento, fue fácil para ellos dar respuesta a las preguntas planteadas.

## **11.2 Análisis de la interacción y la estrategia**

Se Pueden identificar dos aspectos importantes; el primero es que los estudiantes comentaban lo agradable de trabajar dibujando y coloreando figuras, luego la fase de recortar, relacionar y colorear les pareció muy fácil; les permitió ver el álgebra más

amigable, cercana y comprendieron su relación con las áreas de algunas figuras geométricas. Un elemento clave fue la dinámica de trabajo desarrollada durante las clases, el tratar temas tan abstractos de una manera vivencial y concreta, les permite medir, relacionar, inferir y comprender la temática en desarrollo.

Esto se da porque cuando el estudiante le encuentra sentido o aplicación a lo que está trabajando, tiene la posibilidad de relacionarlo, va a ser mucho más fácil para él utilizarlo y recordarlo luego. En las declaraciones de los estudiantes, ellos pudieron decir: “tan chévere que encontramos las áreas y luego vimos que nos daba lo mismo del trinomio planteado al principio”; otros dijeron “uy profe entendí bien lo del área de estos cuadrados y rectángulos”; es necesario resaltar que todo no fue bien recibido, hubo algunos que decían “ay cambiemos de tema, ya no trabajemos más con esos cuadros”

El otro aspecto fuerte en la experiencia ha sido la posibilidad de discutir con un compañero, comparar y luego construir un solo concepto por grupo a partir de la discusión previa, permitió la interacción, que cada uno pudiera dar sus argumentos, escuchar y ser escuchado. De esta manera, los grupos funcionaron de manera adecuada, alguien corregía al compañero cuando no comprendía determinado paso del trabajo o explicaba la razón de los resultados presentados. Dado que se permitió que las opiniones de ellos fueran escuchadas, se empoderaron de la metodología y aprendieron a probar sus resultados sin depender del profesor, esto generó un resultado valioso debido a que se gana autonomía por parte del educando. Pudo evidenciarse que las voces del estudiante, ya no eran de pregunta, sino de afirmación al compañero y corrección cuando algo estaba mal; “No, debe ser este resultado porque el área del cuadrado es lado por lado y el lado vale a”

Las TIC sirven para modificar la manera de evaluar, desde matemáticas usando estrategias de competencias grupales para incentivar el trabajo cooperativo y colaborativo con la ayuda de plataformas como Thatquiz y geogebra. También se implementó el quiz virtual, planeado desde Socrative el cual tuvo gran acogida entre los estudiantes, por el dinamismo del programa que favorece la interacción.

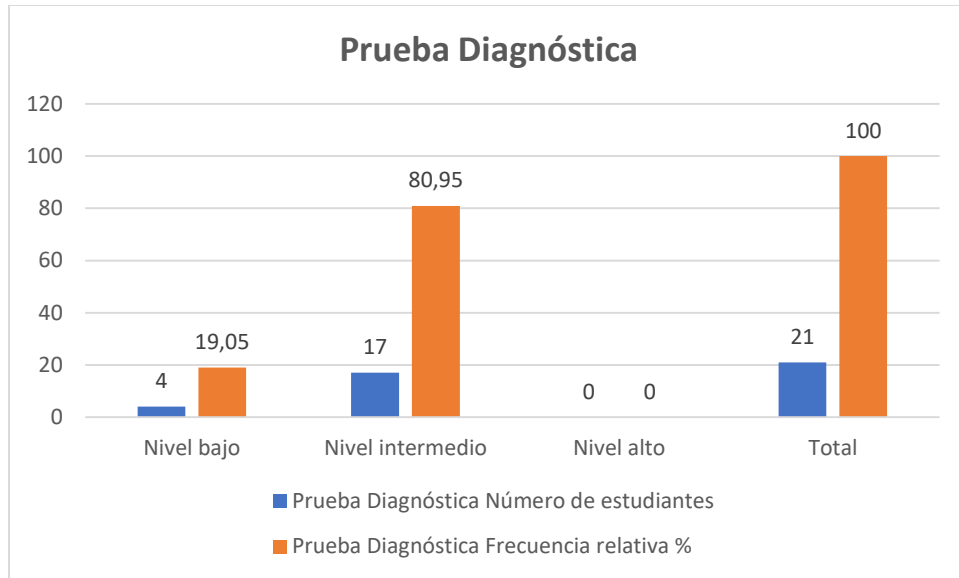
### 11.3 Análisis por categorías

Al agrupar los datos por categorías se presentan en la tabla 7 los resultados obtenidos y en la figura 23 se muestra su comportamiento.

Tabla 7. *Agrupación por categorías de la prueba diagnóstica*

Prueba Diagnóstica		
Categorías	Número de estudiantes	Frecuencia relativa %
Nivel bajo	4	19,05
Nivel intermedio	17	80,95
Nivel alto	0	0
Total	21	100

Figura 23. *Categorías prueba diagnóstica*

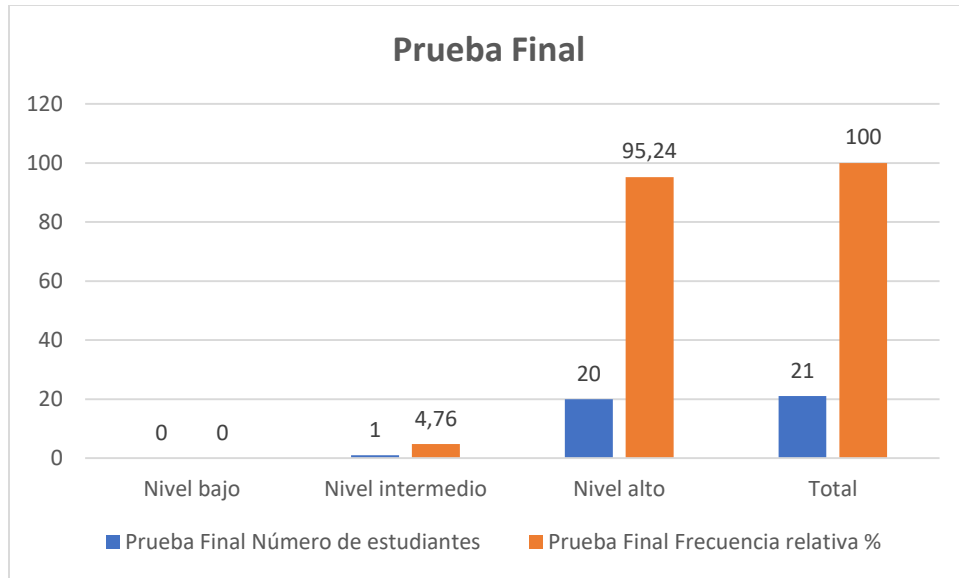


A continuación, se muestra la tabla 8, donde se agrupan los resultados por categorías de la prueba final y en la figura 24 se presentan los datos y su comportamiento.

Tabla 8. Agrupación categorías prueba final

Prueba Final		
Categorías	Número de estudiantes	Frecuencia relativa %
Nivel bajo	0	0
Nivel intermedio	1	4,76
Nivel alto	20	95,24
Total	21	100

Figura 24. Agrupación por categorías de la prueba final.



Al realizar el análisis por categorías, se encuentra que todos los estudiantes que inicialmente estaban en el nivel bajo, 19.05%, pasaron al nivel alto e intermedio que ahora en la prueba final presentan 4.76% y 95,24% respectivamente, lo cual es significativo pero un factor determinante es que la mayoría de los estudiantes estaban ubicados durante la prueba inicial en el nivel intermedio, 80.95% y con la aplicación de la secuencia se evidencia un paso al nivel alto que antes no tenía ningún estudiante en esta categoría y ahora presenta un 95.24% de educandos; esto muestra un exitoso resultado con la aplicación de la secuencia.

## 12 Reflexión de la práctica

Con cada uno de los procesos anteriores se garantiza que el estudiante va involucrando las matemáticas a su cotidianidad, haciéndola parte natural de sus experiencias, lo cual lo lleva a entenderlas y desarrollar mucho más fácil las habilidades necesarias. Aquí constituye un gran reto, encontrar aplicaciones del álgebra y específicamente a la factorización de trinomios. Pues estoy convencida de que cuando los conceptos se hacen vivenciales es mucho más fácil de aprehender por parte de los estudiantes y si lo ven en su día a día lo concretan; con dicha factorización no sucede tan fácil. Recuerdo que me puse en contacto con un profesor de España, que trabaja en el campo de las aplicaciones matemáticas y me dijo que en el área en que yo estaba interesada, no tenía mucha información, que ahí tenía yo un campo de investigación amplio.

La planeación del tiempo fue algo que se salió de control, pues consideré menor tiempo del gastado en las diversas actividades. Un plan de choque para contrarrestar este impase, fue el solicitar a la coordinadora de la sede que me permitiera contar con los mismos estudiantes para el año siguiente. Esto con el fin de hacer un análisis detallado y complementar actividades pendientes. Sé que para una próxima ocasión esta secuencia de trabajo debe ser programada por lo menos para 2 meses. Fue necesario mediar con los otros docentes de matemáticas al momento de hacer la asignación académica, pues tenía esa limitante al diseñar los horarios de clases, afortunadamente se logró acordar.

La manera como se apropiaron y disfrutaron las actividades ha sido algo que destaco como una práctica muy valiosa. Por ejemplo, para conocer casos de factorización como trinomios cuadrados perfecto y trinomios de la forma  $ax^2 + bx + c$  con  $a=1$ ; en papel dibujan

las figuras y luego recortan las áreas, posteriormente tienen que manipular, identificar las figuras y hacer cálculos desde lo que pueden crear; así mismo para familiarizarse con cubos perfectos y diferencias de cubos, en plastilina o en arcilla los modelan, luego los cortan e identifican cantidades, calculan volúmenes y hacen equivalencias. Para trabajar conceptos estadísticos les he pedido que traigan los recibos de servicios públicos de sus casas para identificar valores, mostrarle como se refleja y calcula los consumos y, de donde salen las gráficas ahí relacionadas entre otras cosas.

Durante la implementación me sentí satisfecha con el trabajo. Me ha llamado la atención, la importancia del aprendizaje. Es necesario hacer un esfuerzo por planear actividades, programar situaciones y propiciar el conocimiento de manera natural, sin que los estudiantes se den cuenta que se les está enseñando. Los ambientes de aprendizaje representan un alto porcentaje en la posibilidad de éxito en lo que se estudia. La intencionalidad de cada una de nuestras acciones es vital para aprovechar el tiempo y poder dejar una huella en cada uno de los educandos. Si al enseñar nos preocupamos menos por la nota y más por mejorar nuestros canales de comunicación, si usamos un lenguaje claro y muy vivencial, la experiencia de aprendizaje será más placentera y podrá cumplirse el objetivo con cada grupo que tengamos en frente.

A lo largo del curso he adquirido herramientas que me han inquietado a hacer mi práctica de aula más vivencial, que el estudiante pueda aprender haciendo; para ello he tratado de que se materialice el pensamiento abstracto, que se ve en el álgebra. Para trabajar números enteros, con la ayuda del grupo identificamos aplicaciones de la vida diaria, ellos crean situaciones problema, que deben ser resueltas por el grupo y de este modo no es la docente quien lleva el conocimiento si no que entre todos identificamos saberes

previos con preguntas guiadas y retos propuestos. Cuando es necesario incorporar un concepto nuevo, realizamos la búsqueda en el salón con la ayuda del celular y luego puntualizamos terminología nueva y lo aterrizamos a la vida cotidiana mediante ejemplos proporcionados por ellos o estudio de casos.

Al observar como la forma de organizar los estudiantes en el salón de clase influencia en su interacción, inicié a distribuirlos siempre es en forma de U, eliminando la rigidez y la rigurosidad de la fila, propiciando un ambiente más ameno y relajado. He deseado hacer del encuentro de clase el sitio donde ellos se sientan bien tratados, nos regimos por acuerdos previos que debemos sostener durante las clases y logramos plantear actividades entre todos que faciliten el aprendizaje desde sus propios intereses. También puse a consideración de ellos los criterios de evaluación y ellos mismos establecieron los porcentajes para cada ítem.

En cuanto a la evaluación, es necesario abrirse al abanico de posibilidades existentes, no conformarse con el método tradicional por ser el que siempre hemos hecho, el que ha funcionado o sencillamente porque es el que más nos gusta. Es importante incluso concertar con los estudiantes las actividades y como las evaluaremos, para que ellos se sientan parte del proceso y así haya una mejor respuesta, ante cualquier percance sólo les traigo a la memoria que hace parte de los acuerdos y es mucho más fácil la mediación. Esto propicia que salga de mi zona de confort y empiece a explorar nuevas metodologías y formas de llegar al conocimiento de manera conjunta con los estudiantes.

Durante la puesta en marcha de la secuencia, fue necesario hacer cambios y sobre todo a nivel de tiempo. En otros momentos hubo que cortar algunas actividades pues con la parte realizada por los estudiantes ya daba cuenta del objetivo. Al reflexionar sobre la

práctica indudablemente es mucho más gratificante este tipo de actividades, la construcción conjunta, el trabajo colaborativo y la exploración del conocimiento de formas no tradicionales. Siendo conscientes que los conocimientos previos de los educandos deben ser tenidos en cuenta y constituyen un gran insumo para la planeación, desarrollo de las prácticas pedagógicas y conocimiento práctico.

### 13 Conclusiones

- ▶ El trabajo Colaborativo es una oportunidad de interacción que posibilita complementariedad entre estudiantes y permite evidenciar competencias cognitivas de abstracción, razonamiento y deducción fundamentales para el trabajo en las matemáticas.
- ▶ La afectividad y el relacionamiento entre pares en los grupos establecidos en el aula posibilitó un mayor intercambio y apropiación a la construcción colectiva y personal de conceptos y procesos lógicos para en la diferencia resolver ejercicios planteados donde se relaciona la geometría y la factorización de trinomios como parte del pensamiento variacional.
- ▶ La interacción entre estudiantes permitió que estos reconocieran sus dificultades, diferencias y fortalezas a partir de los propios “conflictos cognitivos”, generados en las preguntas formuladas al interior de los grupos que no podían ser resueltas de forma sencilla por algunos estudiantes. Por tanto, los estudiantes se ven abocados a resolver de forma conjunta las situaciones problema que presentan estas actividades de orden académico.
- ▶ Con la motivación de avanzar académicamente y alcanzar los desempeños para aprobar el curso los estudiantes fortalecen sus vínculos de solidaridad y de amistad que se reflejan en el acompañamiento, la ayuda y los vínculos afectivos para avanzar de manera colectiva.
- ▶ El desarrollo de la investigación permitió que los estudiantes movilicen con mayor habilidad las competencias propias de las matemáticas y en este sentido categorizarlos en niveles de desempeño bajo, intermedio y alto.

- ▶ El uso de software educativos especializados en matemáticas, facilita la apropiación y los niveles de participación de los estudiantes dado que éstos plantean dinamismos, aplicabilidad y cierta facilidad operativa.
- ▶ El uso y apropiación de la secuencia didáctica facilita el desarrollo de la clase y la reflexión de la práctica pedagógica porque pone en concordancia los fundamentos teóricos con los desarrollos prácticos.
- ▶ Los procesos de razonamiento lógico, interpretación, argumentación y proposición se fortalecieron debido a que en la SD los estudiantes han adquirido herramientas para razonar, modelar y evaluar los desarrollos de la clase aplicadas a las realidades contextuales.
- ▶ La investigación evidencia un fortalecimiento de las disertaciones en clase las cuales posibilitaron una disposición más reflexiva y de análisis a los problemas matemáticos frente a pruebas internas y externas.
- ▶ La intervención permitió que 19,5% de estudiantes ubicados en desempeños bajos y 80,95% ubicados en el nivel intermedio pudieran avanzar al nivel de desempeño alto, el cual ahora presenta un 95,24%.
- ▶ El desarrollo del pensamiento variacional y sistema algebraico, permite que los estudiantes relacionen los saberes y competencias matemáticas con la modalidad comercial de la IE en términos de manejo de variables tales como precios en ventas, compras etc.
- ▶ En términos de utilidad pedagógica el trabajo colaborativo como estrategia didáctica permitió verificar la utilidad de la teoría colaborativa en el aula.

## **Recomendaciones**

### **Institución Educativa**

1. Fortalecer los planes de aula en cuanto al desarrollo del pensamiento matemático usando como estrategia el trabajo colaborativo.
2. Generar espacios de actualización pedagógica con metodologías institucionales como aprendizaje entre pares y didácticas colaborativas porque permiten complementar las fortalezas académicas y retroalimentar planes de mejoramiento.
3. El equipo de profesores del departamento de matemáticas debe incursionar más en el diseño de situaciones para el aprendizaje.
4. Implementar este tipo de experiencias significativas de aula desde la básica primaria hasta la media técnica.

### **Secretaría de Educación Municipal (SEM)**

5. Propender por la actualización de docentes durante las semanas de desarrollo institucional o una serie de programas y proyectos como redes de profesores desde el trabajo colaborativo como estrategia para el aprendizaje.
6. Establecer alianzas con las universidades para fortalecer la formación pedagógica y de competencias en el aula de los profesores de educación matemática especialmente.

### **Pares**

7. Utilizar estas plataformas pedagógicas (Socrative, Thatquiz, Geogebra y Kahoot) de uso gratuito con las cuales se pueda desarrollar un trabajo similar.

8. Revisar la estrategia de trabajo colaborativo como una experiencia replicable y referente para ampliar las líneas de investigación en el aula.

### **Bibliografía**

- Arenas, A. (2016). *Propuesta de una secuencia didáctica para la enseñanza de la factorización a través de las TIC*. Universidad Nacional de Colombia. Retrieved from <http://www.bdigital.unal.edu.co/54351/>
- Bisquerra, R., Punset, E., Mora, F., García Navarro, E., López-Cassá, E., Pérez-González, J. C., ... Planells, O. (2012). *La inteligencia emocional y la infancia en la adolescencia*. (E. de Llobregat, Ed.). Barcelona. Retrieved from [www.faroshsjd.net](http://www.faroshsjd.net)
- Bolaños, L. (2012). Microsistema de la Relación Género- Poder en la Formación Inicial del Profesorado desde el enfoque de la complejidad . *Microsystems Relationship In Gender-Power Initial Teacher Training Approach From The Complexity. Irice, 24*, 69–82.
- Bressan, A. M. (2016). Educación Matemática Realista Bases teóricas, 11.
- Breu, F., Guggenbichler, S., & Wollmann, J. (2008). La Investigación Cualitativa. *Vasa, 1*, 29. Retrieved from <http://medcontent.metapress.com/index/A65RM03P4874243N.pdf>
- Brousseau, G. (2007). Iniciación al estudio de la teoría de las situaciones didácticas.
- Carretero, M. (1997). ¿Que es el constructivismo? *Desarrollo Cognitivo Y Educación, Constructi*, 39–71.
- Carrillo, M., & González, M. (2016). Los recursos TIC y el ePortfolio como estrategia

para la interacción didáctica en secundaria: estudio de caso. *Revista de Humanidades*, 28, 117–139. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5457426>

Colás, P., & Bolaños, L. (2013). Aprendizaje a lo largo de la vida: Malestares del conocimiento, 1–9. Retrieved from <http://dim.pangea.org/revista27>

Corral, M., & Cacheiro, M. (2016). Los recursos TIC y el ePortfolio como estrategia para la interacción didáctica en secundaria: estudio de caso. *Revista de Humanidades*, 28, 117–139. Retrieved from <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5457426>

Díaz Barriga, A. (2009). Pensar la didáctica. *Cuadernos de Educación*. Retrieved from <https://revistas.unc.edu.ar/index.php/Cuadernos/article/viewFile/815/768>

Elliot, J. (2010). El “estudio de la enseñanza aprendizaje”: una forma globalizadora De Investigación Del Profesorado. *Revista Interuniversitaria de Formación Del Profesorado*, 68(68), 223–242.

Fernández, A. (2009). Poner en juego el saber. In N. Visión (Ed.). *Poner en juego el saber: psicopedagogía clínica. propiciando auto rias de pensamiento* (p. 219). Buenos Aires, Argentina.

García, B., Coronado, A., & Giraldo, A. (2015). *Orientaciones didácticas para el desarrollo de competencias matemáticas*. Florencia.

García, B., Coronado, A., Montealegre, L., Tovar, A., Morales, S., & Cortés, D. (2013). *Competencias matemáticas y actividad matemática de aprendizaje*. Florencia.

- Godino, J. D., Batanero, C., & Vicenc, F. (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros* (Octubre 20). Granada: FEDER BSO2002-02452. Retrieved from <http://www.ugr.es/jgodino/edumat-maestros>
- GUTIÉRREZ, A., & Jaime, A. (1998). *Geometría y algunos aspectos generales de la educación*. (S. . de C. . M. Grupo Editorial Iberoamérica, Ed.) (Primera). Bogotá, Colombia: Una empresa docente.
- Hernández, G. (1999). La zona de desarrollo próximo. Comentarios en torno a su uso en los contextos escolares. *Perfiles Educativos*, *Julio-dici*(86).
- Hernández, N., González, M., & Muñoz, P. (2014). La planificación del aprendizaje colaborativo en entornos virtuales. *Comunicar*, *42*, 25–33.  
<https://doi.org/doi.org/10.3916/C42-2014-02>
- Hernandez Sampieri, R., Fernandez Collado, C., & Baptista Lucio, M. del P. (2010). *Metodología de la investigación. Metodología de la investigación*. <https://doi.org/->  
ISBN 978-92-75-32913-9
- ICFES. (2017). Informe por colegio. Resultados pruebas saber 3, 5 y 9.
- Kawulich, B. B. (2006). La observación participante como método de recolección de datos. *Forum Qualitative Social Research*, *6*(2), 23.
- Lage, J. (2001). *Ambiente distribuido aplicado a la formación/capacitación de RR HH: Un modelo de aprendizaje cooperativo-colaborativo*. Universidad Nacional de la PLata.
- Lenis, J. (2014). Estrategias y mediaciones pedagógicas. Tensiones y relaciones con el

saber escoclar. *Educación Y Pedagogía*, 26(67–68). Retrieved from <http://www.doaj.org>

León, O. L., & Calderón, D. I. (2008). Semiosis y lenguaje en la didáctica de las matemáticas. *9º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa*.

Manota, M. A., & Melendro, M. (2015). Clima de aula y buenas prácticas docentes con adolescentes vulnerables: más allá de los contenidos académicos. *Contextos Educativos. Revista de Educación*, 0(19), 55. <https://doi.org/10.18172/con.2756>

Medina, A., & Mata, F. (2009). *Didáctica General. Colección Didáctica*.

MEN. (2006). Estándares básicos de competencias en matemáticas. Bogotá.

Muelas, J. (2014). *Estrategias de enseñanza de ecuaciones y funciones matemáticas mediante el texto conceptual y el uso de las tic en estudiantes del grado noveno de la el palmar, santander de quilichao – cauca institucion educativa*. Nacional de Colombia.

Peggy, I., Ertmer, A., Newby, T. J., & Improvement, P. (1993). Conductismo, Cognitivismo y constructivismo: Una comparación de los aspectos críticos desde la perspectiva del diseño de instrucción., 6(4).

Pons, J. de P. (2010). Las competencias informacionales y digitales. *Revista de Universidad Y Sociedad Del Conocimiento*, 7, 6–16. Retrieved from [http://in3-working-paper-series.uoc.edu/index.php/rusc/article/view/v7n2-de-pablos%5Cnhttp://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v7n2 de pablos/v7n2 de pablos](http://in3-working-paper-series.uoc.edu/index.php/rusc/article/view/v7n2-de-pablos%5Cnhttp://rusc.uoc.edu/ojs/index.php/rusc/article/view/v7n2-de-pablos/v7n2-de-pablos)

Rico, L. (2012). Aproximación a la investigación en Didáctica de la Matemática, 39–63.

Retrieved from [www.seiem.es](http://www.seiem.es)

Rodriguez, G. (1996). Metodología de la investigación cualitativa. *Introducción a La Investigación Cualitativa*, 37. [https://doi.org/10.1016/S0190-5623\(96\)00047-8](https://doi.org/10.1016/S0190-5623(96)00047-8)

Ruiz Olabuénaga, J. I. (2012). *Metodología de la investigación cualitativa*. Retrieved from

<https://books.google.es/books?id=WdaAt6ogAykC&printsec=copyright&hl=es#v=onepage&q&f=false>

Tobón, S. T., Prieto, J. H. P., & Fraile, J. A. G. (2010). *Secuencias didácticas: aprendizaje y evaluación de competencias*. Retrieved from

<http://files.ctezona141.webnode.mx/200000004-8ed038fca3/secuencias-didacticastobon-120521222400-phpapp02.pdf>

Valverde, J., & Garrido, M. (2010). Enseñar y aprender con tecnologías: un modelo teórico para las buenas prácticas con tic, *11*(3), 203–229.

Vasco, C. E. (2003). El pensamiento variacional y la modelación matemática. In *Conferencia Interamericana de Educación Matemática, Blumenau (Vol. 9)*. (pp. 1–14). Retrieved from [http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos\\_publicacoes1/indicacoes\\_01/pensamento\\_variacional\\_VASCO.pdf](http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO.pdf)

Wagner, G., Vásquez, A., Hoyos, E., & Gutiérrez, H. (2014). Factorización Y Los Productos Notables. The Geometric Algebra As Mediator in Teaching Factorization and Notable Products. *Revista de Investigaciones. Universidad Del Quindío*, *26*(1), 137–142.



**Anexos**  
**Anexo 1. Modelo de observación**

**MODELO DE OBSERVACIÓN**

Institución educativo:	
Jornada:	Curso:
Asignatura:	Fecha de diligenciamiento:

<b>1. PLANEACIÓN DEL TRABAJO EN EL AULA</b>
Rendimiento académico actual de los estudiantes y su perfil
Metas de aprendizaje programadas para la clase
Estrategias pedagógicas que ha seleccionado para la clase
Contenidos (temas y subsistemas) que se van a desarrollar en clase

Procedimientos para evaluar el aprendizaje en clase

Otros aspectos necesarios para comprender las actividades que desarrollará en clase

## **2. OBSERVACIÓN**

Claridad en los objetivos de la clase y forma en que los aborda

Desarrollo de las temáticas: coherencia, solvencia, actualización, etc.

Estrategias pedagógicas utilizadas de acuerdo a las características del grupo escolar

Materiales y recursos durante el desarrollo de las temáticas
Procedimientos de evaluación y de retroalimentación al estudiante
Ambiente durante la clase y comportamiento estudiantil
<b>3. VALORACIÓN DE LA OBSERVACIÓN DE CLASE</b>
Fortalezas observadas en el proceso de enseñanza – aprendizaje
Aspectos a mejorar en el proceso de enseñanza – aprendizaje

Nombre y Firmas
Observador:

**Anexo 2 Prueba diagnóstica y final**

**INSTITUCION EDUCATIVA AGUSTIN NIETO CABALLERO**

**ASIGNATURA: Matemáticas**

**Profesora: Patricia González Mosquera**

**Fecha: 15 de noviembre de 2017**

**Nombre: \_\_\_\_\_**

Diagnóstico trinomios

En las preguntas que encontrarás a continuación selecciona sólo una respuesta

1. Un trinomio es
  - a. Una cualidad de 3 sujetos que se comunican
  - b. Una expresión geográfica de 3 dimensiones que se interconectan

- c. Una expresión algebraica de 3 términos que suman o restan entre si
  - d. Una expresión de 3 exponentes que se elevan para restar
2. Se entiende por factores
    - a. Cuando todos los términos están sumando
    - b. Cuando todos los términos están multiplicandos con el exponente

c. Cuando expreso los términos como una división

d. Cuando puedo escribir los términos en forma de multiplicación

3. Factorizar es

a. Hacer un análisis de opciones

b. Expresar un polinomio en factores mediante operaciones claramente definidas

c. Reducir una expresión algebraica con base en operaciones que permita colocar en términos de multiplicación

d. Sumar todos los términos semejantes

4. Un trinomio es una expresión de la forma  $aX^2 + bx + c$  porque

- a. Tiene 3 términos
- b. El mayor exponente es 2
- c. Las letras no se suman

d. No tiene números en el coeficiente

5. La expresión  $X^2 + 4x + 3$  se puede factorizar como

- a.  $(x-1)(x-2)$
- b.  $(x+1)(x+3)$
- c.  $(x-1)(x+2)$
- d.  $(x+1)(x-3)$

6. Al factorizar  $y^4 - 4y^2 - 4$  se obtiene

- a.  $(y-1)(y-2)$
- b.  $(y^2-2)(y^2-2) = (y^2-2)^2$
- c.  $4y - 2y^2 - 3xy$
- d.  $(y-3)(y^2-5)$

7. Para probar si la factorización realizada está buena, se debe:

- a. Sumar de adelante hacia atrás
- b. Multiplicar los factores para obtener el resultado inicial
- c. Dividir entre el mayor término y luego sacar la raíz cuadrada

- d. Restar los de menor coeficiente y menos exponente

### **Anexo 3.** Actividades planeadas

1. Diseñar actividades de apertura (Se distribuyen todos los estudiantes en 2 equipos, se buscan ejercicios de factorización en that quiz y un miembro de cada equipo debe responder la pregunta que aparece, si es correcta proporciona punto para el equipo al que pertenece.
  
2. Estructurar las actividades de desarrollo

\* Afianzar conocimientos en factorización. Con la ayuda de Kahoot: usan su celular para responder las preguntas que aparecen en la pantalla y cada uno obtiene un puntaje, además le dice si su respuesta es correcta o nó. Lo cual dinamiza la clase y genera motivación

\* Crear con Geogebra: relacionan binomios y trinomios cuadrados perfectos con la geometría, Hallan áreas y perímetros de triángulos y cuadrados construidos en la aplicación. En Clase de tecnología, desarrollan las actividades planteadas desde matemáticas, pues es necesario un trabajo guiado por los docentes de matemáticas y tecnología, en las primeras clases para familiarizarse con el manejo de la aplicación.

3. Producción por parte de los estudiantes con la ayuda de las TIC
  - a. Conformación de equipos de 3 personas donde realizarán la grabación de video, donde muestre las diferentes fases del proyecto.
  - b. Compilación de aplicaciones de la factorización en la vida cotidiana con sus respectivas respuestas.
  - c. Diseño de breve quiz, en socrative con la opción de brindar al participante puntuación y retroalimentación inmediata.
  
4. Actividades de cierre (evaluación: Autoevaluación, Coevaluación y heteroevaluación)
  - a. Consigna de consulta de teoría para abordar el caso siguiente.

Se indaga con los estudiantes qué aprendieron, qué temas quedan por reforzar y cuáles dificultades se presentaron y los aspectos a mejorar (Estrategia del camino recorrido).
  - b. Se le anuncia la dinámica y forma de ingresar a Socrative para resolver el quiz virtual.

Cada uno de los participantes tiene la oportunidad de evaluar el video realizado por los compañeros y a su vez, sugerir cambios futuros.

4. Análisis de resultados y retroalimentación

Se soluciona el quiz virtual, se explica pasos, procedimientos y se clarifican dudas en el proceso, los estudiantes serán los encargados de resolver y validar sus resultados.

Se analiza el contenido de la página web y los comentarios recibidos con la actividad.

Se indaga acerca de la experiencia para ellos, que representó, cómo se sintieron durante el trabajo y las mejoras que plantean