Econometría 06216
Examen Parcial #1
Cali, Sábado 21 de Febrero de 2009

Profesores: Julio César Alonso
Carlos Giovanni González

Estudiante: _______________________
Código: _____________________

<u>Instrucciones:</u>

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pr egunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)
os supuestos d
NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.

a) Si bien el siguiente modelo $w_i = \frac{Z_i^{\beta_6} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4}} \varepsilon_i$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede “linealizar” y por tanto se puede estimar por MCO.

b) Considere el siguiente modelo de regresión con tres variables independientes:
$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$
Suponga que nos interesa evaluar la siguiente hipótesis nula: $H_0: \beta_1 - \beta_2 = 1$. Y sea b_1 y b_2, los estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios de β_1 y β_2. Y además, $\text{var}(b_1) = \sigma_1^2$, $\text{var}(b_2) = \sigma_2^2$ y $\text{cov}(b_1, b_2) = \sigma_{12}$. Entonces, está hipótesis nula puede ser comprobada empleando el siguiente estadístico t de prueba:
$$t = \frac{b_1 - b_2 - 1}{\sqrt{\sigma_1^2 + 1 - 2\sigma_{12}}}$$

c) Sea A una matriz de cualquier dimensión (k x k) tal que $B \cdot A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden k), entonces $Rango(A) \cdot Traza(B) = k^2$.

d) Suponga que usted tiene dos muestras independientes de observaciones de (Y_i, X_i). Llámelas muestra 1 y muestra 2. Además, se estiman los siguientes dos modelos de regresión lineal:
$$Y_i^1 = \beta_0^1 + \beta_1^1 X_1^1 + \mu_1^1$$
$$Y_1^2 = \beta_0^2 + \beta_1^2 X_1^2 + \mu_1^2$$
Donde los respectivos estimadores MCO son: b_0^1, b_1^1, b_0^2 y b_1^2. Además los errores estándar están dados por $se(b_0^1), se(b_1^1), se(b_0^2), se(b_1^2)$, respectivamente. Por lo tanto, se puede afirmar que el error estándar de $b_1^1 - b_1^2$ es: $se(b_1^1 - b_1^2) == \sqrt{se(b_1^1)^2 + se(b_1^2)^2}$

e) Aún si no se cumple el supuesto de que los errores tiene una media igual a cero, los estimadores de Mínimos Cuadrados serán SIEMPRE insesgados.

2 (35 puntos)

Un investigador desea entender el comportamiento de la demanda de bonos del tesoro (y_t) (medido en millones de dólares) para una pequeña República Caribeña. Para lograr tal fin se cuenta con una base de datos anual que incluye las variables $X1_t$, $X2_t$ y $X3_t$ que representan el PIB real (en millones de dólares), la tasa de interés de los bonos y la tasa de interés de los depósitos a término fijo. Se están considerando estimar diferentes modelos, entre los cuales se encuentra el siguiente modelo:
$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X1_t + \beta_3 X2_t + \beta_4 X3_t + \beta_5 X1_t \cdot X2_t + u_t \qquad (1)$$

a) Interprete los coeficientes del modelo (1). **(5 Puntos, un punto por cada uno)**.

El investigador estimó otros dos modelos empleando la información recolectada. Para la primera ecuación estimada, se daño la impresora y los resultados no se imprimieron completamente (Ver Tabla 1)

b) Encuentre los valores que fueron remplazados por "XXX". No es necesario efectuar el cálculo pero si mostrar de que cantidades se puede encontrar dicho número **(6 Puntos, 2 puntos cada uno).**

c) Interprete los coeficientes estimados y reportados en la Tabla 1. Tenga en cuenta la significancia de los coeficientes al momento de interpretar los coeficientes **(7 Puntos)**.

d) Discuta la bondad de ajuste del modelo reportado en la Tabla 1. Sea lo más preciso posible. (**5 puntos**)

El investigador, también calculó un segundo modelo. Este modelo se reporta en la Tabla 2.

e) Interprete los coeficientes estimados y reportados en la Tabla 2. Tenga en cuenta la significancia de los coeficientes al momento de interpretar los coeficientes **(7 Puntos)**.

f) Compare los dos modelos y discuta cuál debería ser el modelo empleado por el investigador. Sea lo más claro posible y sustente sus afirmaciones con hechos. (**5 Puntos**).

3 (30 puntos)

Una empresa corredora de bolsa está intentando desarrollar un modelo que le permita entender el comportamiento del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de Colombia (La base del IPC es octubre de 2007, es decir el IPC para octubre de 2007 es igual a 1). Para tal fin, se planea emplear el siguiente modelo:

$$IPC_t = \alpha + \gamma \ln\left(DTF_t\right) + \beta\left(WTI_t\right) + \varepsilon_t \qquad (2)$$

Donde, IPC_t representa el valor del IPC en el periodo t, DTF_t representa la DTF promedio del periodo t y WTI_t es el precio del petróleo WTI (en CENTANAS de dólar por barril). Para realizar el estudio se recopiló información mensual.

a) Antes de realizar cualquier estimación, explique qué condiciones se deben cumplir para obtener estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios para α, γ y β que sean insesgados y eficientes. **(4 puntos)**

b) El asistente de investigación del econometrista encargado del estudio recopiló la información necesaria para el estudio y construyó las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$. El asistente de investigación conservo el orden de las variables tal como se expresa en el modelo (2) (Nota: los datos no son reales):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 30 \\ 0 & 20 & 0 \\ 30 & 0 & 12 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 100 \\ -100 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Lastimosamente, se perdió el archivo que contenía las series originales y se desea hacer unos cálculos para incluirlos en el documento. Determine si se puede calcular o no las siguientes cantidades (y en caso de ser posible, encuentre la cantidad deseada y muestre porqué ese valor corresponde al esperado). **(5 puntos en total):**

- El tamaño de la muestra **(1 punto)**
- El promedio de la DTF para toda la muestra **(2 puntos)**
- El promedio del WTI para toda la muestra **(2 puntos)**

c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(8 Puntos).**

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

e) El economista jefe de la empresa corredora de bolsa ha venido asegurando desde hace unas semanas lo siguiente: "Yo estoy convencido que la elasticidad del IPC respecto a la tasa de interés es igual (en su valor más no en su signo) a la elasticidad del IPC respecto al WTI" Explique claramente como puede determinar si el economista jefe tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón al economista jefe. **(10 Puntos)**

f) El mismo economista jefe de la empresa corredora de bolsa desea conocer con una certeza del 95% cuál podría ser el valor del IPC para el próximo mes dado que las proyecciones de CREDESARROLLO para la DTF_t promedio y del WTI_t del siguiente mes periodo son 1% y 0.4 dólares por barril, respectivamente. Cumpla el deseo del economista en jefe. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS, pero si debe indicar claramente cómo le respondería al economista jefe. **(7 Puntos)**

Tabla 1 Resultados de Modelo 1 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

Dependent variable:
Y = y
Characteristics:
First observation = 1(=1948)
Last observation = 17(=1964)
Number of usable observations: 17

X variables:
X(1) = X1
X(2) = X2
X(3) = X3
X(4) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	-0.0002803	-0.847	-1.024
		XXX	(0.00027)
		[0.39706]	[0.30604]
b(2)	0.0317078	3.516	4.029
		(0.00902)	(0.00787)
		[0.00044]	[0.00006]
b(3)	-0.0392479	-3.208	-4.676
		(0.01224)	(0.00839)
		[0.00134]	[0.00000]
b(4)	4.9576124	5.413	8.310
		(0.91592)	(0.59656)
		[0.00000]	[0.00000]

Notes:
1: S.E. = Standard error

Effective sample size (n): 17
Variance of the residuals: ***XXX***
Standard error of the residuals (SER): 0.18675684
Residual sum of squares (RSS): ***XXX***
Total sum of squares (TSS): 4.42150588
R-square: 0.8975
Adjusted R-square: 0.8738

Overall F test: F(3,13) = 37.92
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.56 3.41
Conclusions: reject reject

Tabla 2 Resultados de Modelo 2 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

Dependent variable:
Y = y
Characteristics:
First observation = 1(=1948)
Last observation = 17(=1964)
Number of usable observations: 17

X variables:
X(1) = ln(X1)
X(2) = ln(X2)
X(3) = X3
X(4) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value (S.E.) [p-value]	H.C. t-value (H.C. S.E.) [H.C. p-value]
b(1)	-0.3238917	-0.449	-0.530
		(0.72193)	(0.61102)
		[0.65369]	[0.59605]
b(2)	0.0280631	3.354	3.961
		(0.00837)	(0.00708)
		[0.00080]	[0.00007]
b(3)	-0.0387427	-2.891	-4.325
		(0.01340)	(0.00896)
		[0.00384]	[0.00002]
b(4)	7.1702600	1.313	1.618
		(5.45921)	(4.43286)
		[0.18904]	[0.10577]

Notes:
1: S.E. = Standard error

Effective sample size (n): 17
Variance of the residuals: 0.03624123
Standard error of the residuals (SER): 0.1903713
Residual sum of squares (RSS): 0.47113602
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS): 4.42150588
R-square: 0.8934
Adjusted R-square: 0.8689

Overall F test: F(3,13) = 36.33
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.56 3.41
Conclusions: reject reject

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 21 de Febrero de 2009

Profesores: Julio César Alonso
Carlos Giovanni Gónzález

Estudiante: _______________________
Código: _____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pr egunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)
os supuestos d
NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.

a) Si bien el siguiente modelo $w_i = \frac{Z_i^{\beta_6} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4}} \varepsilon_i$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede "linealizar" y por tanto se puede estimar por MCO.

Falso, en este caso el modelo no se puede linealizar, noten que

$$w_i = \frac{Z_i^{\beta_6} + Y_i^{\beta_5}}{X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4}} \varepsilon_i$$

$$\ln(w_i) = \ln\left(Z_i^{\beta_6} + Y_i^{\beta_5}\right) - \ln\left(X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4}\right) + \ln\left(\varepsilon_i\right)$$

$$\ln(w_i) = \ln\left(Z_i^{\beta_6} + Y_i^{\beta_5}\right) - 3\beta_1 \ln\left(X_i\right) - \beta_3 \ln\left(Y_i\right) - \beta_4 \ln\left(Z_i\right) + \ln\left(\varepsilon_i\right)$$

Noten que este modelo no cumple las propiedades necesarias para que un modelo sea estimado por MCO

b) Considere el siguiente modelo de regresión con tres variables independientes:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \mu_i$$

Suponga que nos interesa evaluar la siguiente hipótesis nula: $H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 1$. Y sea b_1 y b_2, los estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios de β_1 y β_2. Y además, $\mathrm{var}(b_1) = \sigma_1^2$, $\mathrm{var}(b_2) = \sigma_2^2$ y $\mathrm{cov}(b_1, b_2) = \sigma_{12}$. Entonces, está hipótesis nula puede ser comprobada empleando el siguiente estadístico t de prueba:

$$t = \frac{b_1 - b_2 - 1}{\sqrt{\sigma_1^2 + 1 - 2\sigma_{12}}}$$

Falso, el estadístico t que nos permite contrastar la hipótesis nula $H_0 : \beta_1 - \beta_2 = 1$, es:

$$t = \frac{b_1 - b_2 - 1}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 - 2\sigma_{12}}}$$

c) Sea A una matriz de cualquier dimensión (k x k) tal que $B \cdot A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden k), entonces $Rango(A) \cdot Traza(B) = k^2$.

Falso. El hecho que $B \cdot A = I_n$ implica que B es la inversa de la matriz A: por tanto A es una matriz con rango completo. Es decir $Rango(A) = Rango\left(B\right) = k$. Pero no sabemos nada de la traza de B, por tanto no se puede asegurar que $Traza(B) = k$. Así, la afirmación es falsa.

d) Suponga que usted tiene dos muestras independientes de observaciones de (Y_i, X_i). Llámelas muestra 1 y muestra 2. Además, se estiman los siguientes dos modelos de regresión lineal:

$$Y_i^1 = \beta_0^1 + \beta_1^1 X_1^1 + \mu_1^1$$
$$Y_1^2 = \beta_0^2 + \beta_1^2 X_1^2 + \mu_1^2$$

Donde los respectivos estimadores MCO son: b_0^1, b_1^1, b_0^2 y b_1^2. Además los errores estándar están dados por $se(b_0^1), se(b_1^1), se(b_0^2), se(b_1^2)$, respectivamente. Por lo tanto, se puede afirmar que el error estándar de $b_1^1 - b_1^2$ es: $se(b_1^1 - b_1^2) == \sqrt{se(b_1^1)^2 + se(b_1^2)^2}$

Verdadero, Sabemos que b_1^1 y b_1^2 son variables aleatorias. Por tanto, la varianza de la suma de dos variables aleatorias está dada por:

$$\operatorname{var}(b_1^1 - b_1^2) = \operatorname{var}(b_2^1) + \operatorname{var}(_1^2) - 2\operatorname{cov}(b_1^1, b_1^2)$$

Como las muestras de 1 y 2 son independientes, entonces los estimadores del modelo de regresión lineal 1 NO están correlacionados con los estimadores del modelo 2. Por tanto, $\operatorname{cov}(b_1^1, b_1^2) = 0$ .Entonces:

$$se(b_1^1 - b_1^2) = \sqrt{\operatorname{var}(b_1^1) + \operatorname{var}(_1^2)}$$
$$= \sqrt{se(b_1^1)^2 + se(b_1^2)^2}$$

e) Aún si no se cumple el supuesto de que los errores tiene una media igual a cero, los estimadores de Mínimos Cuadrados serán SIEMPRE insesgados.

Falso, En clase se discutió la necesidad de este supuesto para que los estimadores MCO sean insesgados. En especial, en el caso de que los errores no tengan media cero tendremos que $E\left[\hat{\beta}\right] = \left(X^T X\right)^{-1} X^T X \beta + \left(X^T X\right)^{-1} X^T E[\varepsilon]$.

2 (35 puntos)

Un investigador desea entender el comportamiento de la demanda de bonos del tesoro (y_t) (medido en millones de dólares) para una pequeña República Caribeña. Para lograr tal fin se cuenta con una base de datos anual que incluye las variables $X1_t$, $X2_t$ y $X3_t$ que representan el PIB real (en millones de dólares), la tasa de interés de los bonos y la tasa de interés de los depósitos a término fijo. Se están considerando estimar diferentes modelos, entre los cuales se encuentra el siguiente modelo:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X1_t + \beta_3 X2_t + \beta_4 X3_t + \beta_5 X1_t \cdot X2_t + u_t \qquad (1)$$

a) Interprete los coeficientes del modelo (1). **(5 Puntos, un punto por cada uno)**.

β_1 Es la parte de la demanda de bonos del tesoro que no depende del PIB real, ni de la tasa de interés de los bonos, ni de la tasa de interés de los depósitos a término fijo

Dado que: $\frac{\partial y_t}{\partial X1_t} = \beta_2 + \beta_5 X2_t$. Tenemos que cuando el PIB aumenta en un millón de dólares, entonces la demanda de bonos cambiará en $\beta_2 + \beta_5 X2_t$ millones de dólares.

Por tanto, β_2 es la parte constante del efecto marginal del PIB real sobre la demanda de bonos.

De igual manera, se tiene que $\frac{\partial y_t}{\partial X2_t} = \beta_3 + \beta_5 X1_t$ β_3. Así, cuando la tasa de interés aumenta en un punto porcentual, entonces la demanda de bonos cambiará en $\beta_3 + \beta_5 X1_t$ millones de dólares.

Por tanto, β_3 es la parte constante del efecto marginal de la tasa de interés sobre la demanda de bonos.

β_4 un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés de los depósitos a término fijo, provocará un cambio de β_4 millones de dólares

β_5 Como se discutió anteriormente, β_5 hace parte del efecto marginal sobre la demanda de bonos tanto del PIB como de la tasa de interés de los bonos.

En especial, β_5 representa el cambio en el efecto marginal tanto del PIB como de la tasa de interés de los bonos cuando alguno de estos cambia en una unidad (recuerden que cada uno estos está medida en diferentes unidades).

Nota: No se dará crédito cuando se confunda un punto porcentual con 1 uno porciento.

El investigador estimó otros dos modelos empleando la información recolectada. Para la primera ecuación estimada, se daño la impresora y los resultados no se imprimieron completamente (Ver Tabla 1)

b) Encuentre los valores que fueron remplazados por "XXX". No es necesario efectuar el cálculo pero si mostrar de que cantidades se puede encontrar dicho número **(6 Puntos, 2 puntos cada uno).**

$$S_{\hat{\beta}_j} = \frac{\hat{\beta}_j}{t} = \frac{-0.0002803}{-0.847}$$

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST}$$
$$0.8975 = 1 - \frac{SSE}{4.42150588}$$
$$SSE = 4.42150588 * (1 - 0.8975)$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-k}$$
$$MSE = \frac{4.42150588 * (1 - 0.8975)}{13}$$

c) Interprete los coeficientes estimados y reportados en la Tabla 1. Tenga en cuenta la significancia de los coeficientes al momento de interpretar los coeficientes **(7 Puntos)**.

dos puntos por cada pendiente y uno por el intercepto

$\hat{\alpha}_2 = -0.0002803$ No es significativo. Por tanto cuando el PIB cambia, entonces la demanda de bonos no se afectará.

$\hat{\alpha}_3 = 0.03170$ cuando la tasa de interés aumenta en un punto porcentual, entonces la demanda de bonos aumentará en 0.03 millones de dólares. Es significativo con un nivel de confianza del 99%

$\hat{\alpha}_4 = -0.0392479$ un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés de los depósitos a término fijo, provocará una disminución de 0.039 millones de dólares. Es significativo con un nivel de confianza del 99%

$\hat{\alpha}_1 = 4.9576$ Es la parte de la demanda de bonos del tesoro que no depende del PIB real, ni de la tasa de interés de los bonos, ni de la tasa de interés de los depósitos a término fijo. Es significativo con un nivel de confianza del 99%

Nota: No se dará crédito cuando se confunda un punto porcentual con 1 uno porciento.

d) Discuta la bondad de ajuste del modelo reportado en la Tabla 1. Sea lo más preciso posible. (**5 puntos**)

El R^2 en la tabla 1, es de 0.8975. Este resultado significa que el 89.75% de la variación de la demanda de bonos del tesoro se explica con nuestro modelo de regresión lineal (las variables explicativas). Para contrastar la significancia conjunta de los parámetros del modelo, es decir, todas las pendientes iguales a cero, utilizamos el estadístico F y observamos en la tabla F el valor crítico. El criterio de decisión sería que al ser mayor el estadístico F y el valor de la probabilidad asociada es 0.000 aceptamos la significancia conjunta del modelo (rechazo la hipótesis nula de todas las pendientes iguales a cero). Hay que tener cuidado con los resultados de la prueba F del EasyReg.

El investigador, también calculó un segundo modelo. Este modelo se reporta en la Tabla 2.

e) Interprete los coeficientes estimados y reportados en la Tabla 2. Tenga en cuenta la significancia de los coeficientes al momento de interpretar los coeficientes **(7 Puntos)**.

dos puntos por cada pendiente y uno por el intercepto

$\hat{\beta}_1 = 7.17$ No es significativo. No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_2 = -0.32$ El parámetro no es significativo. El PIB real en millones de dólares no tiene efecto sobre la demanda de bonos del tesoro.

$\hat{\beta}_3 = 0.02$ Un aumento de uno por ciento en la tasa de interés de los bonos, aumentara la demanda de bonos del tesoro en 0.02/100 millones de dólares. Es significativo con un nivel de confianza del 99%.

$\hat{\beta}_4 = -0.03$ Un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés de los depósitos a termino fijo, disminuirá la demanda de bonos del tesoro en 0.03 millones de dólares. Es significativo con un nivel de confianza del 99%.

f) Compare los dos modelos y discuta cuál debería ser el modelo empleado por el investigador. Sea lo más claro posible y sustente sus afirmaciones con hechos. (**5 Puntos**).

Para seleccionar entre los dos modelos podríamos utilizar la bondad de ajuste de los dos modelos. En primer lugar si comparamos el R^2.

En el modelo 1: El R^2 es de 89.75%.
En el modelo 2: El R^2 es de 89.34%.

Por lo tanto, el primer modelo garantiza en principio un mejor ajuste en conjunto debido a que las variaciones de la variable Y están mejor explicadas con respecto al modelo 2.

3 (30 puntos)

Una empresa corredora de bolsa está intentando desarrollar un modelo que le permita entender el comportamiento del Índice de Precios al Consumidor (IPC) de Colombia (La base del IPC es octubre de 2007, es decir el IPC para octubre de 2007 es igual a 1). Para tal fin, se planea emplear el siguiente modelo:

$$IPC_t = \alpha + \gamma \ln\left(DTF_t\right) + \beta\left(WTI_t\right) + \varepsilon_t \qquad (2)$$

Donde, IPC_t representa el valor del IPC en el periodo t, DTF_t representa la DTF promedio del periodo t y WTI_t es el precio del petróleo WTI (en CENTANAS de dólar por barril). Para realizar el estudio se recopiló información mensual.

a) Antes de realizar cualquier estimación, explique qué condiciones se deben cumplir para obtener estimadores de Mínimos Cuadrados Ordinarios para α, γ y β que sean insesgados y eficientes. **(4 puntos)**

Para que los estimadores MCO sean MELI se necesita:

- Relación lineal entre las X´s y la variable dependiente
- Las X´s son no aleatorias e independientes entre sí
- El término de error tienen media cero, varianza constante y no están autocorrelacionados.

b) El asistente de investigación del econometrista encargado del estudio recopiló la información necesaria para el estudio y construyó las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$. El asistente de investigación conservo el orden de las variables tal como se expresa en el modelo (2) (Nota: los datos no son reales):

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 30 \\ 0 & 20 & 0 \\ 30 & 0 & 12 \end{bmatrix} \qquad X^T y = \begin{bmatrix} 100 \\ -100 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Lastimosamente, se perdió el archivo que contenía las series originales y se desea hacer unos cálculos para incluirlos en el documento. Determine si se puede calcular o no las siguientes cantidades (y en caso de ser posible, encuentre la cantidad deseada y muestre porqué ese valor corresponde al esperado). **(5 puntos en total):**

- El tamaño de la muestra **(1 punto)**
- El promedio de la DTF para toda la muestra **(2 puntos)**
- El promedio del WTI para toda la muestra **(2 puntos)**

En este caso tenemos que:

- El tamaño de la muestra es 100 pues corresponde al primer elemento de la matriz $X^T X$ **(1 punto)**
- El promedio de la DTF para toda la muestra: No se puede calcular. Noten que el segundo elemento de la primera fila de $X^T X$ corresponde a $\sum_{t=1}^{100} \ln(DTF_t) = 0$. Esta cantidad no permite calcular $\frac{\sum_{t=1}^{100} DTF_t}{n}$ **(2 puntos)**
- El promedio del WTI para toda la muestra: el tercer elemento de la primera fila de $X^T X$ corresponde a $\sum_{t=1}^{100} WTI_t = 30$. Así, en este caso tenemos que $\frac{\sum_{t=1}^{100} WTI_t}{n} = \frac{30}{100} = 0.3$ promedio del WTI para toda la muestra es de 30 dólares por barril **(2 puntos).**

c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(8 Puntos).**

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} 1/25 & 0 & -1/10 \\ 0 & 1/20 & 0 \\ -1/10 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 100 \\ -100 \\ 60 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \\ 10 \end{bmatrix}$$

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

NOTA: EL IPC NO ES LO MISMO QUE LA INFLACIÓN. LA VARIACIÓN ABSOLUTA DEL IPC TAMPOCO ES LA INFLACIÓN. LA INFLACIÓN ES LA VARIACIÓN PORCENTUAL DEL IPC.

$\hat{\alpha} = -2$. Este coeficiente no tiene interpretación económica Esta es la mejor respuesta, noten que no tiene mucho sentido afirmar que "$\hat{\alpha}$ corresponde al valor del IPC cuando la DTF es uno y el precio del WTI es cero!!) (2 puntos).

$\hat{\gamma} = -5$ Un aumento de un uno por ciento en la DTF provoca una disminución de 0.05 unidades en el IPC

$\hat{\beta} = 10$. Un aumento de 100 dólares en el precio del WTI provoca un aumento de 10 unidades en el IPC.

e) El economista jefe de la empresa corredora de bolsa ha venido asegurando desde hace unas semanas lo siguiente: "Yo estoy convencido que la elasticidad del IPC respecto a la tasa de interés es igual (en su valor más no en su signo) a la elasticidad del IPC respecto al WTI" Explique claramente como puede determinar si el economista jefe tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS, pero si debe indicar claramente cómo le daría o no la razón al economista jefe. **(10 Puntos)**

Noten que ningún coeficiente corresponde exactamente a una elasticidad, por eso la mejor opción para comprobar la afirmación será evaluarla las elasticidades en la media.

La elasticidad del IPC respecto a la tasa de interés es igual a:

$$\frac{\Delta\% IPC_t}{\Delta\% DTF_t} = \frac{\gamma}{\overline{IPC_t}}$$

La elasticidad del IPC respecto al WTI es igual a:

$$\frac{\Delta\% IPC_t}{\Delta\% WTI_t} = \beta \frac{\overline{WTI_t}}{\overline{IPC_t}}$$

Así, en este caso lo que se desea probar es que (noten el signo negativo que implica que en valor absoluto las dos elasticidades son iguales):

$$-\left(\frac{\gamma}{\overline{IPC_t}}\right) = \beta \frac{\overline{WTI_t}}{\overline{IPC_t}} \text{ (4 puntos)}$$

Así, la hipótesis nula será:

$$H_0 : -\left(\frac{\gamma}{\overline{IPC_t}}\right) - \beta \frac{\overline{WTI_t}}{\overline{IPC_t}} = 0$$

$$H_0 : \gamma + \beta \overline{WTI_t} = 0$$

Está hipótesis se puede escribir de la forma $R\beta = C$ donde:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \frac{30}{100} \end{bmatrix} \text{ y } C = 0$$

Y por tanto la hipótesis alterna será: $H_A :$ no H_0

Esto implica el siguiente F calculado:

$$F_c=\frac{\left(c-R\hat{\beta}\right)^T\left(R\left(X^TX\right)^{-1}R^T\right)^{-1}\left(c-R\hat{\beta}\right)\big/r}{SSE/n-k}=$$

$$=\frac{\left(-\begin{bmatrix}0 & 1 & \frac{30}{100}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\-5\\10\end{bmatrix}\right)^T\left(\begin{bmatrix}0 & 1 & \frac{30}{100}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1/25 & 0 & -1/10\\0 & 1/20 & 0\\-1/10 & 0 & 1/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0 & 1 & \frac{30}{100}\end{bmatrix}^T\right)^{-1}\left(-\begin{bmatrix}0 & 1 & \frac{30}{100}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-2\\-5\\10\end{bmatrix}\right)}{SSE/(100-3)}$$

(4 puntos)

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 1 grado de libertad en el numerado y 97 grados de libertad en el denominador y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el $F_{calculado}$ es mayor que el de la tabla. (4 puntos)

f) El mismo economista jefe de la empresa corredora de bolsa desea conocer con una certeza del 95% cuál podría ser el valor del IPC para el próximo mes dado que las proyecciones de CREDESARROLLO para la DTF_t promedio y del WTI_t del siguiente mes periodo son 1% y 0.4 dólares por barril, respectivamente. Cumpla el deseo del economista en jefe. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión. NO ES NECESARIO REALIZAR LOS CÁLCULOS RESPECTIVOS, pero si debe indicar claramente cómo le respondería al economista jefe. **(7 Puntos)**

En este caso se desea encontrar un intervalo del 95% para la realización de la variable aleatoria. Por tanto, en este caso:

$$\hat{y}_p=x_p^T\hat{\beta}$$

Por tanto

$$\hat{y}_p=x_p^T\hat{\beta}=\begin{pmatrix}1 & \ln(1) & 0.4\end{pmatrix}\begin{bmatrix}-2\\-5\\10\end{bmatrix}=2 \quad \text{(3 PUNTOS)}$$

Así, el intervalo de confianza corresponde a:

$$\hat{y}_p\pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\sqrt{\sigma^2\left[1+x_p^T\left(X^TX\right)^{-1}x_p\right]}$$

$$2\pm t_{0.025,100-3}\sqrt{s^2\left[1+\begin{pmatrix}1 & \ln(1) & 0.4\end{pmatrix}\begin{bmatrix}1/25 & 0 & -1/10\\0 & 1/20 & 0\\-1/10 & 0 & 1/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\\ln(1)\\0.4\end{bmatrix}\right]} \quad \text{(4 PUNTOS)}$$

$$2\pm t_{0.025,100-3}\sqrt{s^2\left[1+\begin{pmatrix}1 & 0 & 0.4\end{pmatrix}\begin{bmatrix}1/25 & 0 & -1/10\\0 & 1/20 & 0\\-1/10 & 0 & 1/3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1\\0\\0.4\end{bmatrix}\right]}$$

Tabla 1 Resultados de Modelo 1 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

```
Dependent variable:
Y = y
Characteristics:
  First observation = 1(=1948)
  Last observation  = 17(=1964)
  Number of usable observations: 17

X variables:
X(1) = X1
X(2) = X2
X(3) = X3
X(4) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results
Parameters    Estimate    t-value    H.C. t-value
                          (S.E.)     (H.C. S.E.)
                          [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)       -0.0002803     -0.847       -1.024
                           XXX       (0.00027)
                         [0.39706]    [0.30604]
b(2)        0.0317078      3.516        4.029
                         (0.00902)    (0.00787)
                         [0.00044]    [0.00006]
b(3)       -0.0392479     -3.208       -4.676
                         (0.01224)    (0.00839)
                         [0.00134]    [0.00000]
b(4)        4.9576124      5.413        8.310
                         (0.91592)    (0.59656)
                         [0.00000]    [0.00000]
Notes:
1: S.E. = Standard error

Effective sample size (n):                  17
Variance of the residuals:               XXX
Standard error of the residuals (SER):     0.18675684
Residual sum of squares (RSS):             XXX
Total sum of squares (TSS):               4.42150588
R-square:                              0.8975
Adjusted R-square:                          0.8738

Overall F test: F(3,13) = 37.92
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:           2.56       3.41
Conclusions:              reject     reject
```

Tabla 2 Resultados de Modelo 2 estimado en EasyReg para la segunda pregunta.

```
Dependent variable:
Y = y
Characteristics:
  First observation = 1(=1948)
  Last observation  = 17(=1964)
  Number of usable observations: 17

X variables:
X(1) = ln(X1)
X(2) = ln(X2)
X(3) = X3
X(4) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results
Parameters    Estimate    t-value    H.C. t-value
                          (S.E.)     (H.C. S.E.)
                          [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)       -0.3238917     -0.449       -0.530
                          (0.72193)    (0.61102)
                          [0.65369]    [0.59605]
b(2)        0.0280631      3.354        3.961
                          (0.00837)    (0.00708)
                          [0.00080]    [0.00007]
b(3)       -0.0387427     -2.891       -4.325
                          (0.01340)    (0.00896)
                          [0.00384]    [0.00002]
b(4)        7.1702600      1.313        1.618
                          (5.45921)    (4.43286)
                          [0.18904]    [0.10577]
Notes:
1: S.E. = Standard error

Effective sample size (n):                    17
Variance of the residuals:               0.03624123
Standard error of the residuals (SER):     0.1903713
Residual sum of squares (RSS):           0.47113602
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS):              4.42150588
R-square:                               0.8934
Adjusted R-square:                      0.8689

Overall F test: F(3,13) = 36.33
p-value = 0.00000
Significance levels:      10%       5%
Critical values:          2.56      3.41
Conclusions:             reject    reject
```