Taller #3
Modelo De Regresión
Econometría I 06169

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Ana María Lotero
Carlos Patiño

Notas:

- Recuerde que sólo dos preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 23 de Agosto.

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- La presentación de los resultados debe obedecer a los formatos estudiados en clase.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1) Un investigador desea determinar la relación entre el ingreso per cápita (I) y el gasto per cápita en educación (G), y la población (P) en diferentes estados de una pequeña república caribeña. Los datos en dólares per cápita se encuentran en el archivo T3I-02-04.xls.

   a) Estime el siguiente modelo por el método de MCO:

$$G_i = \beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_3 I_i^2 + \beta_4 P_i + \varepsilon_i \quad (1)$$

   Presente sus resultados en una tabla

   b) Discuta brevemente el significado de cada uno de los coeficientes estimados

2) Empleando la misma información del punto anterior, responda las siguientes preguntas:

   a) Determine si el ingreso tiene o no un efecto sobre el gasto público.

   b) Calcule la elasticidad del gasto público con respecto a la población. Interprete sus resultados.

3) Otro investigador sugiere que la relación entre el gasto público y las variables explicativas debería ser:

$$G_i = e^{\beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_4 P_i + \varepsilon_i} \quad (2)$$

   Conteste las siguientes preguntas:

   a) Estime por MCO (de ser posible) el anterior modelo y reporte sus resultados en una tabla.

   b) Interprete los coeficientes estimados.

4) Empleando la misma información del punto anterior, responda las siguientes preguntas:

   a) Determine si el ingreso tiene o no un efecto sobre el gasto público.

   b) Calcule la elasticidad del gasto público con respecto a la población. Interprete sus resultados.

5) Un tercer investigador sugiere que la relación entre el gasto público y las variables explicativas debería ser:

$$G_i = \gamma_1 I_i^{\beta_2} P_i^{\beta_3} \varepsilon_i \quad (3)$$

   Conteste las siguientes preguntas:

   a) Estime por MCO (de ser posible) el anterior modelo y reporte sus resultados en una tabla.

   b) Interprete los coeficientes estimados.

6) Teniendo en cuenta los 3 modelos estimados en las preguntas anteriores, ¿Cuál de los 3 modelos es el mejor? Discuta clara y brevemente.

Taller #3

Modelo De Regresión
Respuestas Sugeridas

Econometría I 06169

Profesor: Julio César Alonso
Monitores: Ana María Lotero
Carlos Patiño

Notas:
- Recuerde que sólo dos preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller es para ser entregado en los primeros 10 minutos de la clase del próximo 23 de Agosto.

INSTRUCCIONES:
- Este taller debe ser escrito en computador y entregado en papel.
- La presentación de los resultados debe obedecer a los formatos estudiados en clase.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.

1) Un investigador desea determinar la relación entre el ingreso per cápita (I) y el gasto per cápita en educación (G), y la población (P) en diferentes estados de una pequeña república caribeña. Los datos en dólares per cápita se encuentran en el archivo T3I-02-04.xls.

   a) Estime el siguiente modelo por el método de MCO:

$$G_i = \beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_3 I_i^2 + \beta_4 P_i + \varepsilon_i \qquad (1)$$

   Presente sus resultados en una tabla

Los resultados de la estimación del modelo (1) se reportan en la Tabla 1.

Tabla 1: Resultados Estimación.

	Variable Dependiente: G_i Estadísticos t entre paréntesis
	Ecuación (1) MCO
Constante	783.6338 (2.377) **
I_i	-0.1734 (-2.084) **
I^2_i	0.00002 (2.901) ***
P_i	0.0000 (1.093)
R^2	0.664075
R^2 Ajustado	0.642167
F	30.31 ***
No. De Obs.	50

(*): Nivel de significancia 10%
(**): Nivel de significancia 5%
(***): Nivel de significancia 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

   b) Discuta brevemente el significado de cada uno de los coeficientes estimados

Noten que $\hat{\beta}_1 = 783.63$ implica que cuando el ingreso per cápita y la población son cero, el gasto per cápita en educación es de $783.63 dólares per cápita. Esto no tiene mucho sentido económico.

Para la interpretación de los demás coeficientes es necesario derivar. Derivando G_i con respecto a I_i obtenemos:

$$\frac{\partial G_i}{\partial I_i} = \hat{\beta}_2 + 2\hat{\beta}_3 I_i$$

De este modo, $\hat{\beta}_2 = -0.1734$ representa el efecto marginal del gasto per cápita en educación del primer dólar per cápita de ingreso. Adicionalmente, $\hat{\beta}_3 = 0.00002$ es la mitad del incremento en el efecto marginal sobre el gasto en educación per cápita, de una aumento en un dólar en el ingreso per cápita. Noten que el efecto marginal sobre G_i no es constante ya que depende del nivel de I_i. Finalmente $\hat{\beta}_4 \approx 0.0000$

representa el cambio en G_i generado por un incremento de una persona en la población. De acuerdo al valor de este coeficiente y a su significancia se concluye que la población no es relevante para explicar el gasto per cápita en educación.

2) Empleando la misma información del punto anterior, responda las siguientes preguntas:
   a) Determine si el ingreso tiene o no un efecto sobre el gasto público.

Noten que para comprobar si existe o no influencia del ingreso sobre el gasto se debe comprobar la siguiente hipótesis nula:

$$H_0 : \beta_2 = \beta_3 = 0$$

versus la alterna no Ho. Esto se puede probar por medio de una prueba de Wald. En este caso el estadístico de Wald con dos grados de libertad corresponde a 81.81 el cual es muy superior al correspondiente valor crítico a un nivel de significancia del 1%. Por tanto se puede rechazar la hipótesis nula de que el ingreso no afecta el gasto. Es decir el ingreso si tiene un efecto sobre el gasto en educación.

   b) Calcule la elasticidad del gasto público con respecto a la población. Interprete sus resultados.

Recuerden que la elasticidad está dada por: $\eta_x = \frac{\partial y \cdot x}{\partial x \cdot y}$, por lo tanto, para calcular la elasticidad media a partir de un coeficiente, empleamos los valores medios asi:

$$E_4 = \hat{\beta}_4 \frac{\overline{P}}{\overline{G}}$$

Noten que el coeficiente estimado es igual a cero y por lo tanto la elasticidad del gasto con respecto a la población es igual a cero. De acuerdo a esto, un incremento del 1% en la población no genera ningún cambio en el Gasto per cápita en educación.

3) Otro investigador sugiere que la relación entre el gasto público y las variables explicativas debería ser:

$$G_i = e^{\beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_4 P_i + \varepsilon_i} \qquad (2)$$

   Conteste las siguientes preguntas:

   a) Estime por MCO (de ser posible) el anterior modelo y reporte sus resultados en una tabla.

El modelo (2) puede ser linealizado de la siguiente forma:

$$G_i = e^{\beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_4 P_i + \varepsilon_i}$$

$$Ln(G_i) = \beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_4 P_i + \varepsilon_i \qquad (2)$$

Así, el modelo (2) se estima por medio de MCO. Sus resultados se reportan en la Tabla 2 (primera columna).

Tabla 2. Resultados estimación modelos (2) y (3).

	Variable Dependiente: *LnG_i* Estadísticos t entre paréntesis	
	Ecuación (2) MCO	Ecuación (3) MCO
Constante	4.6331 (31.278) ***	-5.5321 (-4.013) ***
I_i	0.00016 (8.197) ***	---
P_i	0.0000 (1.220)	---
LnI_i	---	1.2145 (7.681) ***
LnP_i	---	0.0384 (1.181)
R^2	0.613063	0.59412
R^2 Ajustado	0.596597	0.576849
F	37.23 ***	34.40 ***
No. De Obs.	50	50

(*): Nivel de significancia 10%
(**): Nivel de significancia 5%
(***): Nivel de significancia 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

   b) Interprete los coeficientes estimados.

Noten que el intercepto: $\hat{\beta}_1 = 4.6331$ carece de interpretación económica ya que representa el valor del LnG_i cuando tanto I_i como P_i son iguales a cero. Ahora considerando los demás parámetros es necesario derivar. De este modo:

$$\frac{\partial G_i}{\partial I_i} = \hat{\beta}_2 e^{\beta_1 + \beta_2 I_i + \beta_4 P_i + \varepsilon_i} = \hat{\beta}_2 G_i$$

Despejando el parámetro obtenemos:

$$\frac{\partial G_i / G_i}{\partial I_i} = \hat{\beta}_2$$

$$\hat{\beta}_2 \cdot 100 = \frac{\partial G_i / G_i}{\partial I_i} \cdot 100 = \frac{\Delta\% G_i}{\partial I_i}$$

Por lo tanto, dado que $\hat{\beta}_2 \cdot 100 = 0.00016 \cdot 100 = 0.016$, se puede decir que un incremento de un dólar en el ingreso per cápita genera un incremento de 0.016% en el gasto per cápita en educación. Análogamente, $\hat{\beta}_4 \cdot 100 = \frac{\Delta\% G_i}{\partial P_i}$ por lo que un incremento de un habitante en la población genera un cambio de 0% en el gasto.

4) Empleando la misma información del punto anterior, responda las siguientes preguntas:
   a) Determine si el ingreso tiene o no un efecto sobre el gasto público.

El coeficiente asociado al ingreso per cápita es significativo al 1%, por lo tanto el ingreso si tiene un efecti sobre el gasto per cápita en educación.

   b) Calcule la elasticidad del gasto público con respecto a la población. Interprete sus resultados.

Recuerden que $\hat{\beta}_4 = \frac{\partial G_i}{\partial P_i} \cdot \frac{1}{G_i}$, por lo que solo falta multiplicar por el Precio para obtener la elasticidad. De esta forma, $E = \hat{\beta}_4 \cdot \bar{P} \cdot \frac{100}{100} = \hat{\beta}_4 \cdot \bar{P}$. Como el valor estimado es igual a cero, la elasticidad del gasto público con respecto a la población es cero

5) Un tercer investigador sugiere que la relación entre el gasto público y las variables explicativas debería ser:

$$G_i = \gamma_1 I_i^{\beta_2} P_i^{\beta_2} \varepsilon_i \qquad (3)$$

Conteste las siguientes preguntas:

   a) Estime por MCO (de ser posible) el anterior modelo y reporte sus resultados en una tabla.

El modelo (2) puede ser linealizado de la siguiente forma:

$$G_i = \gamma_1 I_i^{\beta_2} P_i^{\beta_2} \varepsilon_i$$

$$LnG_i = Ln(\gamma_1 I_i^{\beta_2} P_i^{\beta_3} \varepsilon_i)$$

$$LnG_i = \beta_1 + \beta_2 LnI_i + \beta_3 LnP_i + \mu_i \qquad (3)$$

Donde $\beta_1 = Ln\gamma_1$ y $\mu_i = Ln\varepsilon_i$. Así, el modelo (3) se estima por medio de MCO. Sus resultados se reportan en la Tabla 2 (segunda columna).

   b) Interprete los coeficientes estimados.

Al igual que en el punto anterior, el intercepto no posee interpretación económica. Al derivar la ecuación con respecto a las demás variables se puede interpretar fácilmente los coeficientes estimados.

$$\frac{\partial G_i}{\partial I_i} = \beta_2 I^{\beta_2 - 1}\left[\gamma_1 P_i^{\beta_3} \varepsilon_i\right]$$

$$\frac{\partial G_i}{\partial I_i} = \beta_2 I_i^{-1} G_i = \beta_2 \frac{G_i}{I_i}$$

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\partial G_i / G_i}{\partial I_i / I_i} = \frac{\Delta\% G_i}{\Delta\% I_i}$$

Por lo tanto, dado $\hat{\beta}_2 = 1.2145$, un incremento del 1% en el Ingreso per cápita genera un incremento de 1.2145% en el gasto per cápita en educación. Análogamente, dado $\hat{\beta}_3 = 0.0384$, un incremento del 1% en la población genera un incremento de 0.0384% en el gasto per cápita en educación.

6) Teniendo en cuenta los 3 modelos estimados en las preguntas anteriores, ¿Cuál de los 3 modelos es el mejor? Discuta clara y brevemente.

En este caso no es posible emplear el R^2 para decidir cuál es el mejor modelo. Por lo tanto es necesario analizar la bondad del modelo empleando la significancia individual y global (estadístico F). Noten que en ningún modelo, el coeficiente asociado a la Población es significativo individualmente. Por otro lado, el estadístico F de los tres modelos muestra que todos los coeficientes son conjuntamente significativos a un nivel de confianza del 99%.

Los modelos (2) y (3) si se pueden comparar en términos del R^2, pues poseen la misma variable explicativa y el mismo número de variables explicativas. De hecho el modelo (2) explica mejor la variabilidad del logaritmo del gasto público en educación.

Pero no es posible decidir entre el modelo (1) y (2). Con el mismo criterio. Así, no podemos concluir cual es el mejor modelo.