Econometría 06216
Examen Parcial #1
Cali, Sábado 16 de Febrero de 2008

Profesores: Julio César Alonso
Giovanni Castro

Estudiante: ________________________
Código: ______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora y media, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Los supuestos del Teorema de Gauss Markov implican que la distribución muestral de cualquiera de los coeficientes estimados ($\hat{\beta}s$) sigue una distribución normal.

b) La inclusión de un término constante (intercepto) en un modelo de regresión, garantiza que SIEMPRE que se emplee el método de estimación MCO, los residuos estimados tendrán media cero.

c) Si bien el siguiente modelo $\frac{w_i}{X_i} = \left(sen^2\left(\beta_4\right) + \cos^2\left(\beta_4\right)\right)^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i^{\beta_4}$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO

d) Al estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_1 X_i + \alpha W_i + \varepsilon_i$, donde $X_i = 1$ para todo i y W_i representa el salario medido en miles de pesos, se reportó la siguiente Tabla Anova. Pero lastimosamente, la Tabla no quedó bien impresa y se omitió unos números que fueron remplazado por XXX. Un estudiante de econometría después de analizar la tabla realiza la siguiente afirmación: "Creo que con un 99% de confianzas el coeficiente asociado a W_i es significativo". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	***SS***	***G de L***	***MS***
Regresión	XXX	XXX	500
Error	100	XXX	XXX
TOTAL	1100	102	

e) Sea A una matriz de cualquier dimensión (n x n) tal que $A^{-1}A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden n), entonces $Rango(A) < n$.

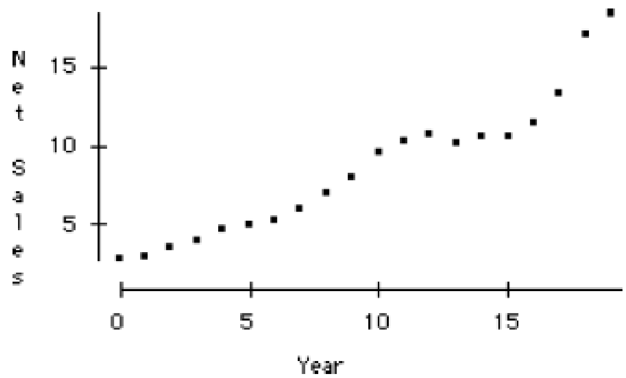
2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 3 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

2.1. Se podrá considerar estimar un modelo lineal con la variable Y_i como dependiente y la variable X_i como explicativa, a partir de una muestra que contiene n parejas de ambas variables si:

a) El cambio en Y es aditivo y constante
b) El cambio en Y es una constante por cada unidad en que cambia X
c) El cambio en Y es un porcentaje constante por cada unidad de X
d) Ninguna de las anteriores
e) b) y c) son correctas

2.2. El siguiente gráfico corresponde a las ventas netas de Kodak (Y_i) (medidas en billones de dólares) para los años 1970 a 1989 (1970 fue codificado como el año cero, es decir i=0).



Esta ilustración es el gráfico de ___________ y muestra una relación que puede ser expresada como:

a) Un experimento, una relación causal.
b) Una base de datos de corte trasversal, $Y_i = \beta_1 + \beta_2 i + \varepsilon_i$
c) Una base de datos de series de tiempo , $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln(i) + \varepsilon_i$
d) Ninguna de las anterioresc

2.3. Para el modelo $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i$ es posible afirmar:

a) ε_i no es medible directamente, pero puede ser estimado.
b) ε_i representa la distancia entre el punto observado (data point) y el valor esperado poblacional de Y_i condicional al valor que tome X_i.
c) α_0 cumple con $Var[\alpha_0] = 0$.
d) Todas las anteriores afirmaciones son correctas
e) Ninguna de las anteriores afirmaciones son correctas.

3 (30 puntos)

El departamento de investigaciones del Ministerio de Hacienda de una pequeña isla del Pacífico sur desea conocer cual es el efecto de la política fiscal sobre el comportamiento del nivel de actividad económica. Para tal fin se está discutiendo emplear uno de los dos siguientes modelos:

(1) $$GDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 GDP_{t-1} + \alpha_2 Tax_t + \alpha_3 Spend_t + \varepsilon_t$$

(2) $$GDP_t = \beta_0 + \beta_1 GDP_{t-1} + \beta_2 Def_t + \varepsilon_t$$

Donde GDP_t, Tax_t, $Spend_t$ y Def representan el PIB, los ingresos del gobierno, los gastos del gobierno y el déficit fiscal para el año t. Todas las variables fueron medidas en millones de dólares constantes de 2007. Empleando información para XX años el econometrista de planta del Ministerio obtuvo los resultados que se presentan al final del examen. A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia y discuta los signos esperados.**(8 Puntos dos puntos por cada uno)**
b) Encuentre los valores que fueron remplazados por "XXX" **(6 Puntos, 2 puntos cada uno).**
c) ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? Sea lo más claro posible. **(3 Puntos).**
d) A partir de las estimaciones del modelo (1), ¿cómo comprobaría si es mejor aproximación el modelo (2)? Explique de la manera más detallada posible como tomaría la decisión y que fórmulas emplearía. **(10 Puntos).**
e) Ahora suponga que todas las variables en el modelo fuesen medidas en miles de dólares constantes del 2007 (en ves de ser medidas en millones de dólares). Discuta lo más

claramente posible como cambiaría ésto los resultados obtenidos por el econometrista de planta. **(3 Puntos).**

4 (30 puntos)

Un econometrista desea determinar el comportamiento de la demanda de dinero de una pequeña economía caribeña. Para tal fin emplea el siguiente modelo:

$$M_i = \alpha + \gamma r_i + \beta \frac{1}{I_i} + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., 100 \tag{3}$$

Donde, M_i representa la demanda de dinero en el trimestre i medida en millones de dólares constantes de 2006, r_i es la tasa de interés libre de riesgo para la isla durante el trimestre i (esta medida en puntos porcentuales). Finalmente, I_i representa el ingreso de los hogares en millones de dólares constantes de 2006 para el periodo i.

a) ¿Qué condiciones deben cumplirse para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**

b) El asistente de investigación del econometrista recogió la siguiente información para el período comprendido entre el primer trimestre de 1980 y el último del 2004. Después de realizar las transformaciones y operaciones aritméticas del caso, se obtienen las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -10 \\ 0 & -10 & 15 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 200 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de qué sumatoria sale el 15 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **(5 puntos – medio punto cada uno)**

c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(8 Puntos).**

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

e) El econometrista cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto al ingreso es unitaria. Explique claramente como puede determinar si el econometrista tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión.**(6 Puntos)**

Resultados de EasyReg para la tercera pregunta.

```
Dependent variable:
Y = GDP
Characteristics:
GDP
  First observation = 1(=1970)
  Last observation  = 30(=1999)
  Number of usable observations: 29
  Minimum value: 6.4100000E+001
  Maximum value: 1.3040000E+002
  Sample mean:   9.1084615E+001

X variables:
X(1) = LAG1[GDP]
X(2) = TAX
X(3) = SPEND
X(4) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results
Parameters      Estimate      t-value    H.C. t-value
                              (S.E.)     (H.C. S.E.)
                            [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)          0.9009925       12.483          13.440
                            (0.07218)      (0.06704)
                            [0.00000]      [0.00000]
b(2)        393.5906929        1.420           1.475
                          (277.18282)    (266.91615)
                            [0.05562]      [0.14032]
b(3)       -341.5281135       -1.488          -1.528
                          (229.52989)    (223.56538)
                            [0.03677]      [0.12660]
b(4)         11.0322217        1.525           1.770
                            (7.23538)      (6.23321)
                            [0.02732]      [0.07674]

Effective sample size (n):                      29
Variance of the residuals:                            XXX
Residual sum of squares (RSS):                     XXXX
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS):                     20000
R-square:                              0.9
Adjusted R-square:                          0.89

Overall F test: F(3,21) = 66.59
p-value = 0.00000
Significance levels:        10%

Conclusions:            XXXX

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional
expectation of the model error U relative to the X variables and all
lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then
the OLS parameter estimators b(1),..,b(4), minus their true values,
times the square root of the sample size n, are (asymptotically)
jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:
 1.30250147E-01 -5.27048097E+01  5.17504836E+01 -1.26266560E+01
-5.27048097E+01  1.92075792E+06 -1.58795500E+06  5.77638241E+03
 5.17504836E+01 -1.58795500E+06  1.31709923E+06 -5.91525030E+03
-1.26266560E+01  5.77638241E+03 -5.91525030E+03  1.30876811E+03
```

Prof: Julio César Alonso C

$$\hat{\beta}_1 = \overline{y} - \hat{\beta}_2\overline{x} \qquad \hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - n\overline{y}\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right] = \begin{bmatrix} Var\left[\hat{\beta}_1\right] & Cov\left[\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2\right] \\ Cov\left[\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2\right] & Var\left[\hat{\beta}_2\right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 & \frac{-\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 \\ \frac{-\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 & \frac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\overline{y})^2 \quad SST = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2 \quad SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

$$r^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2,n-2}\, s\sqrt{1+\frac{1}{n}+\frac{(x_p-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2,n-2}\, s\sqrt{\frac{1}{n}+\frac{(x_p-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}$$

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki} \\ & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{ki} \\ & & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}X_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{ki} \end{bmatrix} \quad y^T y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

$$SST = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2 = y^T y - n\overline{Y}^2 \qquad SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y \quad s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right] = \sigma^2\left(X^T X\right)^{-1}$$

Prof: Julio César Alonso C

$$SSR=\sum_{i=1}^{n}\left(\hat{y}_i-\bar{y}\right)^2=\hat{\beta}^T X^T y-n\bar{Y}^2 \qquad t=\frac{\hat{\beta}_i-c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$F_c=\frac{\left(c-R\hat{\beta}\right)^T\left(R\left(X^TX\right)^{-1}R^T\right)^{-1}\left(c-R\hat{\beta}\right)\big/r}{SSE/n-k}$$

$$F_C=\frac{R^2/(k-1)}{\left(1-R^2\right)/(n-k)}=\frac{MSR}{MSE}$$

$$F_c=\frac{\left(SSE_R-SSE_U\right)/r}{SSE_U/(n-k)} \quad R^2=\frac{SSR}{SST}$$

$$\hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\, s_{\hat{\beta}_i} \quad \bar{R}^2=1-\left(1-R^2\right)\frac{n-1}{n-k}$$

$$\hat{y}_p=x_p^T\hat{\beta} \;,\quad x_p^T=\begin{pmatrix}1 & x_{1p} & x_{2p} & \dots & x_{kp}\end{pmatrix}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\sqrt{\sigma^2 x_p^T\left(X^TX\right)^{-1}x_p}$$

$$\hat{y}_p \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\sqrt{\sigma^2\left[1+x_p^T\left(X^TX\right)^{-1}x_p\right]}$$

$$\hat{\beta}_j^E=\hat{\beta}_j\frac{s_{X_j}}{s_y} \;,\quad j=2,3,\dots,k \qquad E_j=\hat{\beta}_j\frac{\bar{X}_j}{\bar{y}}$$

Valores críticos de la distribución normal y t

α	$z_{\frac{\alpha}{2}}$	z_α
0.01	**2.58**	**2.33**
0.05	**1.96**	**1.64**
0.1	**1.64**	**1.28**

n	$t_{0.01,n-2}$
120	**2.357**

Cantidades Importantes

$\sqrt{2}=1.414$ $\sqrt{3}=1.732$ $\sqrt{5}=2.236$ $\sqrt{7}=2.646$

$\sqrt{10}=3.162$ $\sqrt{13}=3.606$

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Respuestas Sugeridas
Cali, Sábado 16 de Febrero de 2008

Profesores: Julio César Alonso
Geovanny Castro

Estudiante: ________________________
Código: ______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 1 página de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)
os supuestos d
NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.

a) El Teorema de Gauss Markov implican que la distribución muestral de cualquiera de los coeficientes estimados ($\beta's$) sigue una distribución normal.

Falso, los supuestos del teorema de Gauss-Marcov implican que los MCO son MELI, pero no implican nada sobre la distribución de los $\beta's$.

b) La inclusión de un término constante (intercepto) en un modelo de regresión, garantiza que SIEMPRE que se emplee el método de estimación MCO, los residuos estimados tendrán media cero.

Verdadero, la demostración la vimos en clase. No es necesario presentar la demostración pero si conocer el resultado.

c) Si bien el siguiente modelo $\frac{w_i}{X_i} = \left(sen^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_4)\right)^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i^{\beta_4}$, no es lineal desde el punto de vista matemático, si se puede emplear los estimadores MCO.

Verdadero, noten que en este caso el modelo es linealizable y se pueden estimar los tres parámetros del modelo:

$$\frac{w_i}{X_i} = \left(sen^2(\beta_4) + \cos^2(\beta_4)\right)^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i^{\beta_4}$$

$$\frac{w_i}{X_i} = 1^{\beta_3} \cdot X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i^{\beta_4}$$

$$\frac{w_i}{X_i} = X_i^{3\beta_1} \cdot Y_i^{\beta_3} \cdot Z_i^{\beta_4} \cdot \varepsilon_i^{\beta_4}$$

$$\ln(w_i) - \ln(X_i) = 3\beta_1 \ln(X_i) + \beta_3 \ln(Y_i) + \beta_4 \ln(Z_i) + \beta_4 \ln(\varepsilon_i)$$

$$G_i = \beta_1 \left(3\ln(X_i)\right) + \beta_3 \ln(Y_i) + \beta_4 \ln(Z_i) + \mu_i$$

d) Al estimar el siguiente modelo $y_i = \beta_1 X_i + \alpha W_i + \varepsilon_i$, donde $X_i = 1$ para todo i y W_i representa el salario medido en miles de pesos, se reportó la siguiente Tabla Anova. Pero lastimosamente, la Tabla no quedó bien impresa y se omitió unos números que fueron remplazado por XXX. Un estudiante de econometría después de analizar la tabla realiza la siguiente afirmación: "Creo que con un 99% de confianzas el coeficiente asociado a W_i es significativo". ¿Es esta afirmación falsa o verdadera?

Fuente de variación	***SS***	***G de L***	***MS***
Regresión	XXX	XXX	500
Error	100	XXX	XXX
TOTAL	1100	102	

Falso, la tabla ANOVA no permite determinar eso. De hecho tiene que existir un error en la Tabla. Pues la tabla correcta debe ser:

Fuente de variación	***SS***	***G de L***	***MS***
Regresión	1000	1	1000
Error	100	101	0.99009901
TOTAL	1100	102	

Así, la afirmación es FALSA.
Por otro lado, es importante reconocer que si el estudiante se da cuenta de ese problema y arreglase la tabla ANOVA, podía encontrar que en este caso el F global corresponde a casi 1000. En este caso la correspondiente hipótesis nula para este Fglobal es que la única pendiente en el modelo es igual a cero. Dado que el Fglobal es muy grande, podemos estar seguros que la hipótesis nula se puede rechazar. Y así, al corregir la Tabla ANOVA, la afirmación es correcta. Pero solo al arreglar la tabla ANOVA.

e) Sea A una matriz de cualquier dimensión (n x n) tal que $A^{-1}A = I_n$ (donde I_n es la matriz identidad de orden n), entonces $Rango(A) < n$.

Falso, pues al existir la inversa de la matriz A, entonces A es una matriz con rango completo. Es decir $Rango(A) = n$ y por tanto la afirmación es incorrecta.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación. Consigne su respuesta en la hoja de respuestas suministrada.)

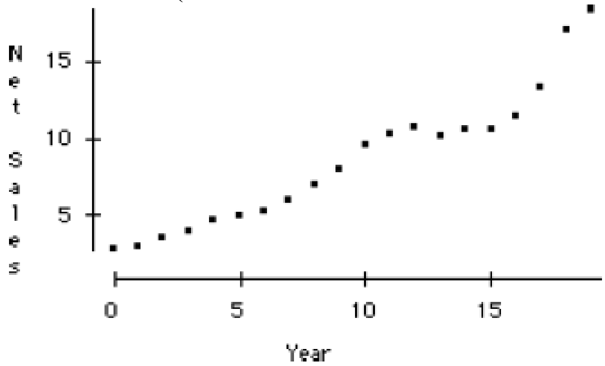
NOTA: Si la razón no es correcta, se asignará solo un punto.

2.1. Se podrá considerar estimar un modelo lineal con la variable Y_i como dependiente y la variable X_i como explicativa, a partir de una muestra que contiene n parejas de ambas variables si:

a) El cambio en Y es aditivo y constante
b) El cambio en Y es una constante por cada unidad en que cambia X
c) El cambio en Y es un porcentaje constante por cada unidad de X
d) Ninguna de las anteriores
e) b) y c) son correctas

Respuesta b.

2.2. El siguiente gráfico corresponde a las ventas netas de Kodak (Y_i) (medidas en billones de dólares) para los años 1970 a 1989 (1970 fue codificado como el año cero, es decir i=0).



Esta ilustración es el gráfico de ___________ y muestra una relación que puede ser expresada como:

a) Un experimento, una relación causal.
b) Una base de datos de corte trasversal, $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \text{ i} + \varepsilon_i$
c) Una base de datos de series de tiempo , $Y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln(i) + \varepsilon_i$
d) Ninguna de las anterioresc

Respuesta d.

2.3. Para el modelo $Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \varepsilon_i$ es posible afirmar:

a) ε_i no es medible directamente, pero puede ser estimado.
b) ε_i representa la distancia entre el punto observado (data point) y el valor esperado poblacional de Y_i condicional al valor que tome X_i.
c) α_0 cumple con $Var[\alpha_0] = 0$.
d) Todas las anteriores afirmaciones son correctas
e) Ninguna de las anteriores afirmaciones son correctas.

Respuesta: d)

3 (30 puntos)

El departamento de investigaciones del Ministerio de Hacienda de una pequeña isla del Pacífico sur desea conocer cual es el efecto de la política fiscal sobre el comportamiento del nivel de actividad económica. Para tal fin se está discutiendo emplear uno de los dos siguientes modelos:

$$(1) \qquad GDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 GDP_{t-1} + \alpha_2 Tax_t + \alpha_3 Spend_t + \varepsilon_t$$

$$(2) \qquad GDP_t = \beta_0 + \beta_1 GDP_{t-1} + \beta_2 Def_t + \varepsilon_t$$

Donde GDP_t, Tax_t, $Spend_t$ y Def representan el PIB, los ingresos del gobierno, los gastos del gobierno y el déficit fiscal para el año t. Todas las variables fueron medidas en millones de dólares constantes de 2007. Empleando información para XX años el econometrista de planta del Ministerio obtuvo los resultados que se presentan al final del examen. A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta su significancia y discuta los signos esperados.**(8 Puntos dos puntos por cada uno)**

$\hat{\alpha}_0 = 11.03$. Este coeficiente es individualmente significativo con un nivel de significancia del 99%. Y se puede interpretar de la siguiente manera: 11.03 millones de dólares de 2007 es la parte del GDP que no depende ni del comportamiento pasado de la economía, ni de los ingresos Se esperaría que el signo fuera positivo lo cual concuerda con lo estimado.

$\hat{\alpha}_1 = 0.9$. Este coeficiente es individualmente significativo con un nivel de significancia del 99%. Y se puede interpretar de la siguiente manera: ante un aumento del PIB de un millón de dólares de 2007 se espera que en el siguiente período el GDP aumente en 0.9 millones de dólares constantes de 2007. Se esperaría que el signo sea positivo reflejo de los ciclos económicos. Es decir un signo positivo es un reflejo del comportamiento inercial de la economía. En este caso el signo esperado coincide con el de la estimación.

$\hat{\alpha}_2 = 393.59$. Este coeficiente es individualmente significativo con un nivel de significancia del 90%. Y se puede interpretar de la siguiente manera: ante un aumento de los ingresos del gobierno de un millón de dólares de 2007 se espera que en el GDP aumente en 393.59 millones de dólares constantes de 2007. Se esperaría que el signo sea negativo, pues (ceteris paribus) a mayor impuestos menor nivel de actividad económica. Es decir el signo del coeficiente estimado es contrario al esperado.

$\hat{\alpha}_3 = -341.53$. Este coeficiente es individualmente significativo con un nivel de significancia del 95%. Y se puede interpretar de la siguiente manera: ante un aumento de un millón de dólares de 2007 en el gasto se espera que en el GDP disminuya en 341.53 millones de dólares constantes de 2007. Se esperaría que el signo fuera positivo, pues (ceteris paribus) a mayor gasto se espera mayor nivel de actividad económica. Es decir el signo del coeficiente estimado es contrario al esperado.

Nota: 1 punto por la interpretación, medio por la significancia, medio por el signo esperado

b) Encuentre los valores que fueron remplazados por "XXX" **(6 Puntos, 2 puntos cada uno).**

Se puede mostrar fácilmente que los valores omitidos son: 80, 2000, reject

c) ¿Qué tan bueno es el modelo estimado? Sea lo más claro posible. **(3 Puntos).**

Discutir el R2 y el F también.

d) A partir de las estimaciones del modelo (1), ¿cómo comprobaría si es mejor aproximación el modelo (2)? Explique de la manera más detallada posible como tomaría la decisión y que fórmulas emplearía. **(10 Puntos).**

Noten que el modelo (2) es una versión restringida del modelo (1). Es decir:

$$GDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 GDP_{t-1} + \alpha_2 Tax_t + \alpha_3 Spend_t + \varepsilon_t$$
$$GDP_t = \alpha_0 + \alpha_1 GDP_{t-1} + \alpha_2 \left(Tax_t - Spend_t\right) + \varepsilon_t$$
$$GDP_t = \beta_0 + \beta_1 GDP_{t-1} + \beta_2 Def_t + \varepsilon_t$$

Así, el modelo (2) implica la siguiente restricción: $\alpha_2 = -\alpha_3$. Es decir $\alpha_2 + \alpha_3 = 0$.

Esto implica las siguientes hipótesis nula y alterna:

$$H_0 : \alpha_2 + \alpha_3 = 0$$
$$H_A : \alpha_2 + \alpha_3 \neq 0$$

Y esto se puede comprobar con una prueba t o con una prueba F de la forma $R\beta = c$. (Cualquiera de las opciones son válidas). Si se opta por la segunda posibilidad en este caso se tendrá que:

$$R = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \beta = \begin{bmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} \quad c = 0$$

El correspondiente F calculado se puede encontrar con la siguiente fórmula:

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T \left(R\left(X^T X\right)^{-1} R^T\right)^{-1} \left(c - R\hat{\beta}\right) \Big/ r}{SSE/n-k}$$

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T \left(R\left(X^T X\right)^{-1} R^T\right)^{-1} \left(c - R\hat{\beta}\right) \Big/ 1}{2000/25}$$

$$F_c = \frac{\left(c - R\hat{\beta}\right)^T \left(R\left(X^T X\right)^{-1} R^T\right)^{-1} \left(c - R\hat{\beta}\right)}{80}$$

$$F_c = \frac{\left(-\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \hat{\alpha}_3 \end{bmatrix} \right)^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left(X^T X\right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \left(-\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_0 \\ \hat{\alpha}_1 \\ \hat{\alpha}_2 \\ \hat{\alpha}_3 \end{bmatrix} \right)}{80}$$

$$F_c = \frac{\left(-\left(393.59 - 341.52\right)\right)^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left(X^T X\right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} \left(-\left(393.59 - 341.52\right)\right)}{80}$$

$$F_c = \frac{(-52.07)^T \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left(X^T X \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1} (-52.07)}{80}$$

$$F_c = \frac{(52.07)^2 \left(\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \left(X^T X \right)^{-1} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T \right)^{-1}}{80}$$

Este estadístico F se debe comparar con el de la tabla con 1 grado de libertad en el numerador y 25 en el denominador. Se rechazará la hipótesis nula si el F calculado es mayor que el de la tabla.

NOTA: Algunos estudiantes emplearon el R2 ajustado como criterio para comparar ambos modelos. La verdad ésta no es muy buena opción en este caso, pues no se podría determinar el nivel de confianza con el que un modelo es mejor que otro. En este caso se asignó el 60% de los puntos cuando se incluyeron las fórmulas que se emplearían; es decir 6 puntos. Si no se incluían las fórmulas, se asignaron 4 puntos.

e) Ahora suponga que todas las variables en el modelo fuesen medidas en miles de dólares constantes del 2007 (en ves de ser medidas en millones de dólares). Discuta lo más claramente posible como cambiaría ésto los resultados obtenidos por el econometrista de planta. **(3 Puntos).**

En este caso es muy fácil demostrar que no hay ningún cambio en los cálculos de: los coeficientes estimados asociados a pendientes, errores estándar y t calculados, el R^2, el F global, etc. Es importante que se argumente claramente por qué se da esto. Lo que si cambiaría es que cambia es SST, SSR y SSE.

4 (30 puntos)

Un econometrista desea determinar el comportamiento de la demanda de dinero de una pequeña economía caribeña. Para tal fin emplea el siguiente modelo:

$$M_i = \alpha + \gamma r_i + \beta \frac{1}{I_i} + \varepsilon_i \qquad i = 1, 2, ..., 100 \tag{3}$$

Donde, M_i representa la demanda de dinero en el trimestre i medida en millones de dólares constantes de 2006, r_i es la tasa de interés libre de riesgo para la isla durante el trimestre i (esta medida en puntos porcentuales). Finalmente, I_i representa el ingreso de los hogares en millones de dólares constantes de 2006 para el periodo i.

a) ¿Qué condiciones deben cumplirse para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(5 puntos)**

De acuerdo al teorema de Gauss Marcov estas condiciones son:
Relación lineal entre Y y las X´s (1 punto)
Las X´s son linealmente independientes entre si y son no estocásticas (1 punto)
El término aleatorio de error debe:

- Tener media cero (1 punto)
- Varianza constante (1 punto)
- Y no estar autocorrelacionados (1 punto)

En caso de únicamente enumerar las propiedades de un MELI no se dará ningún puntaje.

b) El asistente de investigación del econometrista recogió la siguiente información para el período comprendido entre el primer trimestre de 1980 y el último del 2004. Después de realizar las transformaciones y operaciones aritméticas del caso, se obtienen las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{bmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & -10 \\ 0 & -10 & 15 \end{bmatrix} \quad X^T y = \begin{bmatrix} 200 \\ 5 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de qué sumatoria sale el 15 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la matriz) **(5 puntos – medio punto cada uno)**

Cada uno de los elementos 0.6 hasta alcanzar los 5 puntos.

Nota si las sumatorias se expresan en Términos de X1 y X2 no se dará crédito, pues el modelo no incluía estas variables.

c) Encuentre los estimadores de los betas del modelo por el método de MCO. **(8 Puntos).**

En este caso tenemos que:

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y = \begin{bmatrix} \frac{1}{100} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{5} & -\frac{2}{5} \\ 0 & -\frac{2}{5} & -\frac{1}{5} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 200 \\ 5 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -9 \\ -5 \end{bmatrix}$$

d) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

$\hat{\alpha} = 2$. Carece de interpretación económica

$\hat{\gamma} = -9$ Un aumento de un PUNTO PORCENTUAL en la tasa de interés provoca una disminución en la demanda de dinero de nueve millones de dólares constantes de 2006.

$$\frac{\partial M_i}{\partial I_i} = -\beta \frac{1}{I_i^2}$$

$$\frac{\partial M_i}{\partial I_i} I_i = -\beta \frac{1}{I_i}$$

$$\frac{\partial M_i}{\Delta \% I_i} = -\frac{\beta}{100} \frac{1}{I_i}$$

$\hat{\beta} = -5$. Un aumento del uno por ciento en el ingreso de los hogares, provocará un aumento de $0.05 / I_i$ millones de dólares constantes de 2006.

e) El econometrista cree que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto al ingreso es unitaria. Explique claramente como puede determinar si el econometrista tiene o no la razón. Sea lo más claro posible, y muestre que fórmulas emplearía, que valores debe remplazar en las fórmulas (en caso que esas cantidades estén disponibles rápidamente), así como la manera en que tomaría la decisión.**(6 Puntos)**

Primero se debe tener en cuenta que la elasticidad de la demanda de dinero con respecto al ingreso es:

$$\frac{\Delta \% M_i}{\Delta \% I_i} = \frac{\partial M_i}{\Delta \% I_i} \frac{100}{\overline{M}_i} = -\frac{\beta}{100} \frac{1}{\overline{I}_i} \frac{100}{\overline{M}_i} = -\beta \frac{1}{\overline{I}_i} \frac{1}{200/100} = -\beta \frac{1}{\overline{I}_i} \frac{1}{2}$$

Noten que no existe la información disponible para determinar $\overline{I}_i$. Así la hipótesis nula y alterna serán:

$$H_0 : \frac{\Delta \% M_i}{\Delta \% I_i} = 1$$

$$H_0 : -\beta \frac{1}{\overline{I}_i} \frac{1}{2} = 1$$

$$H_0 : \beta = -2 \cdot \overline{I}$$

$$H_A : \beta \neq -2 \cdot \overline{I}$$

El correspondiente estadístico t será:

$$t_c = \frac{\hat{\beta} - \left(-2 \cdot \overline{I}\right)}{S_{\hat{\beta}}} = \frac{\hat{\beta} - \left(-2 \cdot \overline{I}\right)}{S_{\hat{\beta}}}$$

$$t_c = \frac{-5 + 2 \cdot \overline{I}}{S_{\hat{\beta}}}$$

Este estadístico se debe comparar con el t de la tabla con 97 grados de libertad y con un nivel de significancia del 1%, 5% o 10% por ciento. Se rechazará si el t calculado es mayor que el de la tabla.

Resultados de EasyReg para la tercera pregunta.

```
Dependent variable:
Y = GDP

Characteristics:
GDP
  First observation = 1(=1970)
  Last observation  = 30(=1999)
  Number of usable observations: 29
  Minimum value: 6.4100000E+001
  Maximum value: 1.3040000E+002
  Sample mean:   9.1084615E+001

X variables:
X(1) = LAG1[GDP]
X(2) = TAX
X(3) = SPEND
X(4) = 1


Model:
Y = b(1)X(1) +.....+ b(4)X(4)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),...,X(4)] = 0.

OLS estimation results
Parameters     Estimate     t-value    H.C. t-value
                            (S.E.)     (H.C. S.E.)
                          [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)         0.9009925       12.483          13.440
                          (0.07218)      (0.06704)
                          [0.00000]      [0.00000]
b(2)       393.5906929        1.420           1.475
                        (277.18282)    (266.91615)
                          [0.05562]      [0.14032]
b(3)      -341.5281135       -1.488          -1.528
                        (229.52989)    (223.56538)
                          [0.03677]      [0.12660]
b(4)        11.0322217        1.525           1.770
                          (7.23538)      (6.23321)
                          [0.02732]      [0.07674]

Effective sample size (n):                  29
Variance of the residuals:                        XXX
Residual sum of squares (RSS):                XXXX
(Also called SSR = Sum of Squared Residuals)
Total sum of squares (TSS):                 20000
R-square:                           0.9
Adjusted R-square:                       0.89

Overall F test: F(3,21) = 66.59
p-value = 0.00000
Significance levels:     10%

Conclusions:          XXXX

If the model is correctly specified, in the sense that the conditional
expectation of the model error U relative to the X variables and all
lagged dependent (Y) variables and lagged X variables equals zero, then
the OLS parameter estimators b(1),..,b(4), minus their true values,
times the square root of the sample size n, are (asymptotically)
jointly normally distributed with zero mean vector and variance matrix:
 1.30250147E-01 -5.27048097E+01  5.17504836E+01 -1.26266560E+01
-5.27048097E+01  1.92075792E+06 -1.58795500E+06  5.77638241E+03
 5.17504836E+01 -1.58795500E+06  1.31709923E+06 -5.91525030E+03
-1.26266560E+01  5.77638241E+03 -5.91525030E+03  1.30876811E+03
```