Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 3
Cali, Lunes 27 de Marzo de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:________________________
Código:______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **9** páginas; además, deben tener dos hojas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciben los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de estas dos universidades. Además, emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que "no existe razones (a priori) para pensar que el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \beta_5 edad_i^2 + \varepsilon_i$ posee problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

b) Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma "el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

c) Después de estimar el modelo $y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t-1} + \varepsilon_t$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 2.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

d) En presencia de heteroscedasticidad se puede afirmar que el método de Minimos cuadrados ponderados siempre solucionará el problema de heteroscedasticidad. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Si un modelo presenta problemas de multicolinealidad, es posible afirmar:

a) No es posible aplicar el concepto de ceteris paribus en la interpretación de los coeficientes
b) Existe una fuerte correlación entre dos o más variables explicativas
c) a y b son correctas
d) Ninguna de los anteriores

2.2 ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?:

a) El término de error es homoscedástico
b) El término de error no tiene autocorrelación
c) Ninguno de los anteriores
d) a) y b) son ciertos

2.3 Si usted posee una muestra que incluye hombres y mujeres, unos de los cuales hablan inglés como segunda lengua y otros no. Entonces se podría construir una variable dummy tal que F_i =1 si el individuo es mujer y $F_i=0$ en caso contrario. Así mismo, se puede construir otra variable dummy tal que $IS_i=1$ si el individuo habla inglés como segunda lengua y $IS_i=0$ en caso contrario ¿Qué tipo de modelo permitiría probar que ser mujer y hablar inglés como segunda lengua implica un salario medio (w_i) mayor que en caso de no pertenecer a este grupo?

a) $w_i = \beta_1 + \beta_2 F_i + \beta_3 IS_i + \varepsilon_i$
b) $w_i = \beta_1 + \beta_2 F_i + \beta_3 IS_i + \beta_4 F_i \cdot IS_i + \varepsilon_i$
c) a) y b) son ciertos
d) ninguno de los anteriores.

3 (30 puntos)

La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econometrista de planta. La última tarea que le fue asignada al econometrista, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econometrista no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. (M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año *i*, $X_{1,i}$, representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año *i*, y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) en el año *i*,).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda ***brevemente*** a cada una de las siguientes preguntas:

a) Escriba el **modelo** estimado por el econometrista **(4 Puntos)**
b) Interprete y explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista.¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso**(8 puntos)**
c) ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? **(8 puntos)**
d) Interprete el significado de cada coeficiente estimado. Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. (**6 Puntos – 2 puntos cada uno**).
e) ¿Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque sí o porque no. **(4 puntos)**

4 (35 puntos)

El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del logaritmo de la cantidad vendida y_t (en la firma acostumbran medir las cantidades de cuadernos en miles de cajas de 100 unidades) de su producto estrella es:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots$$

donde X_{2t} denota el número de avisos en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos)y X_{3t} representa el logaritmo del precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos). Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \qquad Var[\varepsilon_t] = \sigma^2 \frac{(X_{2t})}{sen(X_{3t})} \qquad E[\varepsilon_j \varepsilon_i] = 0 \quad \forall i \neq j$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(3 puntos)**

b) Claramente en este caso no existe heteroscedasticidad, determine cómo podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará? Sea lo más claro posible. **(5 puntos)**

c) Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la dos matriz) **(6 puntos – un punto cada uno)**

d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo. **(10 Puntos)**

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

f) Dada la experiencia de aumento y disminuciones de precios de los cuadernos durante toda la historia de la compañía, un investigador del departamento de mercadeo cree que el efecto que tiene un aumento en los precios de los cuadernos sobre las ventas es dos veces el efecto que tiene una disminución en este. Escriba un modelo lineal que permita probar esta hipótesis y demuestre que el modelo si sirbe para este efecto. Sea lo más claro posible **(6 Puntos)**

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = ln[M]

Characteristics:
ln[M]
First observation = 1(=1901)
Last observation = 100(=2000)
Number of usable observations: 100
Minimum value: 2.1149950E+005
Maximum value: 1.6273217E+006
Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:
X(1) = ln[X1]
X(2) = ln[X2]
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value [p-value]	H.C. t-value(*) [H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136 [0.00000]	9339.346 [0.00000]
b(2)	45.42551	1.324 [0.18561]	1.393 [0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540 [0.01109]	-2.256 [0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326
Standard error of the residuals = 389.910612
Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592
Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000
R-square = 0.999999
Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: F(2,97) = 57.95
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.36	3.09
Conclusions:	reject	reject

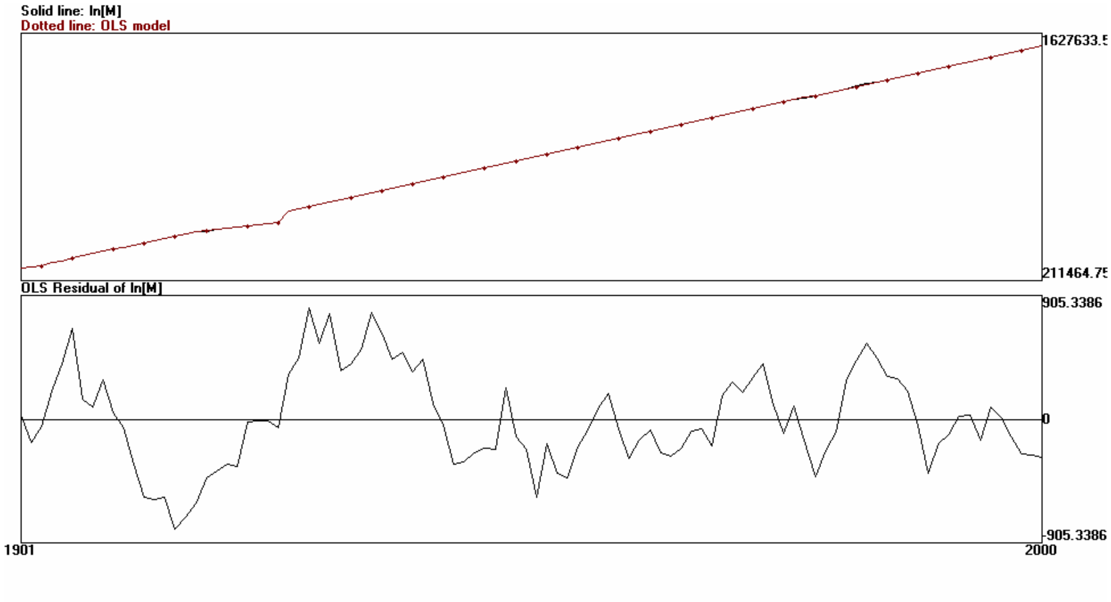
Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .339159
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.50162

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	accept	accept

Breusch-Pagan test = 13.934181
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00094

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject



Box-Pierce Q statistics for Y(t), t=1(=1901) to 100(=2000), where

Y(t) = OLS Residual of ln[M]

Q(1)=68.41

p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.71	3.84
Conclusions:	reject	reject

Q(2)=113.35

p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject

Q(3)=139.09

p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	6.25	7.81
Conclusions:	reject	reject

Q(4)=153.86

p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	7.78	9.49
Conclusions:	reject	reject

Q(5)=159.27

p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	9.24	11.07
Conclusions:	reject	reject

Dependent variable:

Y = ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]

Characteristics:

ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]

First observation = 2(=1902)

Last observation = 100(=2000)

Number of usable observations: 99

Minimum value: 4.7355270E+004

Maximum value: 2.9285731E+005

Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:

X(1) = ln[X1]-.82733xLAG1[ln[X1]]

X(2) = ln[X2]-.82733xLAG1[ln[X2]]

X(3) = 1

Model:

Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,

where U is the error term, satisfying

E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value [p-value]	H.C. t-value(*) [H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951	3211.920
		[0.00000]	[0.00000]
b(2)	31.91444	0.707	0.663
		[0.47961]	[0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712	-0.706
		[0.47628]	[0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.

[The two-sided p-values are based on the normal approximation]

Effective sample size (n) = 99

Variance of the residuals = 47769.880828

Standard error of the residuals = 218.563219

Residual sum of squares (RSS)= 4585908.559485

Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000

R-square = 0.69991

Adjusted R-square = 0.999991

Overall F test: F(2,96) = 53.91

p-value = 0.00000

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 2.36 3.09

Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:

Durbin-Watson test = 1.899969

REMARK: A better way of testing for serial correlation

is to specify ARMA errors and then test the null

hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151

Null hypothesis: The errors are normally distributed

Null distribution: Chi-square(2))

p-value = 0.46763

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074

Null hypothesis: The errors are homoskedastic

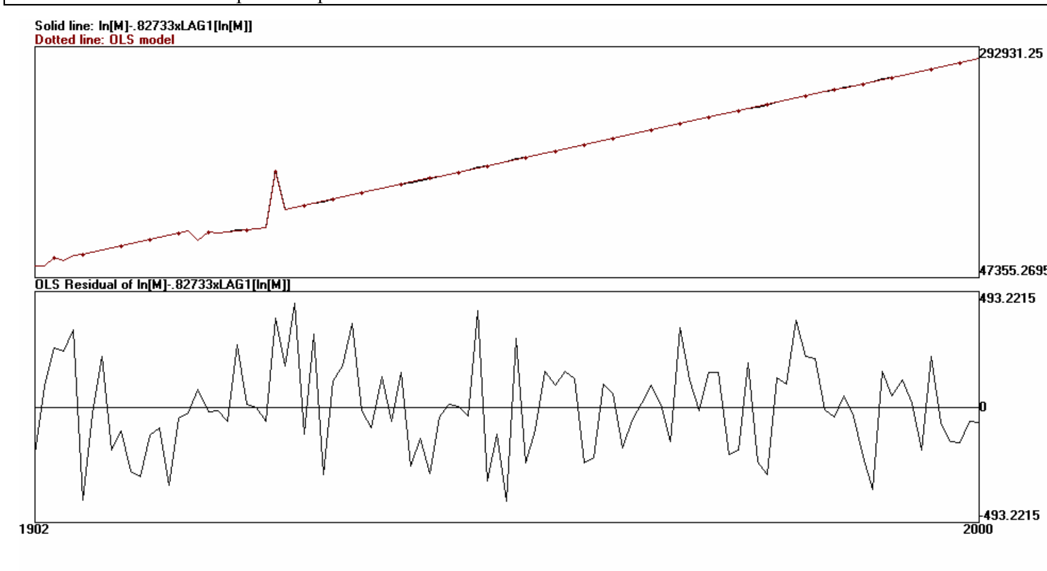
Null distribution: Chi-square(2)

p-value = 0.48966

Significance levels: 10% 5%

Critical values: 4.61 5.99

Conclusions: accept accept



Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 3
Respuestas Sugeridas
Cali, Lunes 27 de Marzo de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:______________________
Código:____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **9** páginas; además, deben tener dos hojas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciben los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de estas dos universidades. Además, emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que "no existe razones (a priori) para pensar que el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \beta_5 edad_i^2 + \varepsilon_i$ posee problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues no existe ningún tipo de correlación lineal entre las variables explicativas del modelo.

b) Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma "el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues noten que no existe multicolinealidad dado que no existe una combinación lineal perfecta entre los regresores. Es importante tener en cuenta que en este caso $D_{1i} edad_i + D_{2i} edad_i$ no es igual a otra variable, y por tanto no existe multicolinealidad perfecta.

c) Después de estimar el modelo $y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t-1} + \varepsilon_t$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 2.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

Verdadero, un DW>2 es síntoma de autocorrelación negativa.

d) En presencia de heteroscedasticidad se puede afirmar que el método de Minimos cuadrados ponderados siempre solucionará el problema de heteroscedasticidad. ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Falso, El método de mínimos cuadrados ponderados (MCP) únicamente solucionará el problema de heteroscedasticidad si se conoce la causa de la heteroscedasticidad y la forma funcional adecuada. Cosa que en la realidad no siempre es el caso. Así, existirán casos en los que los MCP no solucionen el problema.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)
Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Si un modelo presenta problemas de multicolinealidad, es posible afirmar:

a) No es posible aplicar el concepto de ceteris paribus en la interpretación de los coeficientes
b) Existe una fuerte correlación entre dos o más variables explicativas
c) a y b son correctas
d) Ninguna de los anteriores

Respuesta: c)

2.2 ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?:

a) El término de error es homoscedástico
b) El término de error no tiene autocorrelación
c) Ninguno de los anteriores
d) a) y b) son ciertos

Respuesta: c)

2.3 Si usted posee una muestra que incluye hombres y mujeres, unos de los cuales hablan inglés como segunda lengua y otros no. Entonces se podría construir una variable dummy tal que F_i =1 si el individuo es mujer y $F_i=0$ en caso contrario. Así mismo, se puede construir otra variable dummy tal que $IS_i=1$ si el individuo habla inglés como segunda lengua y $IS_i=0$ en caso contrario ¿Qué tipo de modelo permitiría probar que ser mujer y hablar inglés como segunda lengua implica un salario medio (w_i) mayor que en caso de no pertenecer a este grupo?

a) $w_i = \beta_1 + \beta_2 F_i + \beta_3 IS_i + \varepsilon_i$
b) $w_i = \beta_1 + \beta_2 F_i + \beta_3 IS_i + \beta_4 F_i \cdot IS_i + \varepsilon_i$
c) a) y b) son ciertos
d) ninguno de los anteriores.

Respuesta: b)

.

3 (30 puntos)
La división de estudios económicos del Banco Central de la Banana Republic acaba de despedir al econometrista de planta. La última tarea que le fue asignada al econometrista, antes de ser despedido, fue estimar la función de demanda de dinero de dicha economía. El econometrista no terminó su estudio, pero dejó los cálculos que se reportan al final. (M_i es la cantidad de dinero en millones de moneda local en el año *i*, $X_{1,i}$, representa el PIB de la Banana Republic en millones de dólares para el año *i*, y $X_{2,i}$ denota la tasa de interés (en %) en el año *i*,).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda ***brevemente*** a cada una de las siguientes preguntas:

a) Escriba el **modelo** estimado por el econometrista **(4 Puntos)**

El modelo estimado por el investigador es el siguiente:

$$M_i = \alpha \cdot (X_{1,i})^{\beta_1} \cdot (X_{2,i})^{\beta_2} \cdot \varepsilon_i$$
$$\ln(M_i) = \beta_0 + \beta_1 \cdot \ln(X_{1,i}) + \beta_2 \cdot \ln(X_{2,i}) + \mu_i$$

donde

$$\beta_0 = \ln(\alpha) \text{ y } \mu_t = \ln(\varepsilon_t)$$

b) Interprete y explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista.¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso**(8 puntos)**

En este punto estaba esperando que ustedes identificaran el problema de autocorrelación positiva. Esto lo podían identificar por medio del gráfico de los errores de la primera ecuación, la prueba formal!! de DW y la prueba de Box y Pierce.

c) ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? **(8 puntos)**

Ustedes debían explicar brevemente que el método de Durbin fue empleado para solucionar el problema. Esto lo hemos hecho en numerosas oportunidades, por tal razón se omitirán los detalles

d) Interprete el significado de cada coeficiente estimado. Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. (**6 Puntos – 2 puntos cada uno**).

$\hat{\beta}_1 = .9$, Un aumento del 1% en el PIB provocará un aumento del 0.9% en la demanda de dinero. El signo de este coeficiente estimado es el esperado. Además note que este coeficiente es significativo. Se puede llegar a esta conclusión observando el correspondiente p-valor.

$\hat{\beta}_2 = 31.91$ $\beta_2 = 31.91$, Un aumento del 1% en la tasas de interés provocará un aumento del 31.91% en la demanda de dinero. El signo no es el esperado, pero note que este coeficiente no es significativamente diferente de cero. Así, podemos concluir que este coeficiente es cero.

$e^{\hat{\beta}_0}$ es la demanda de dinero en millones de moneda local cuando las otras variables son iguales a uno. EasyReg nos da el valor estimado de $\beta_0{*}$ que es igual a $\beta_0 \cdot (1 - \rho\text{hat})$. Así el valor estimado de β_0 se podrá despegar de la anterior ecuación. Pero note que este coeficiente estimado no es significativo. Así β_0 no será significativamente diferente de cero. Noten que esto no tiene mucho sentido!!!

Noten que los coeficientes asociados a pendientes son conjuntamente significativos.

e) ¿Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque sí o porque no. **(4 puntos)**

Noten que el modelo corregido tiene DW de 1.89 el cual es muy cercano a 2. Así, informalmente podemos concluir que posiblemente no existirá autocorrelación. Ustedes podían hacer la prueba formal de DW si lo deseaban y llegarían a la misma conclusión. Además, el gráfico de los residuos de la regresión corregida también muestra que no existe ningún problema de autocorrelación.

4 (35 puntos)
El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del logaritmo de la cantidad vendida y_t (en la firma acostumbran medir las cantidades de cuadernos en miles de cajas de 100 unidades) de su producto estrella es:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, \ldots$$

donde X_{2t} denota el número de avisos en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos)y X_{3t} representa el logaritmo del precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos). Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \qquad Var[\varepsilon_t] = \sigma^2 \frac{(X_{2t})}{sen(X_{3t})} \qquad E[\varepsilon_j \varepsilon_i] = 0 \quad \forall i \neq j$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(3 puntos)**

Se debe cumplir:

- Relación lineal entre la variable dependiente y los regresores.
- Los regresores deben ser no estocásticos y linealmente independientes entre si
- Los errores deben:
  - Tener media cero
  - Varianza constante
  - Y no estar autocorrelacionados

b) Claramente en este caso no existe heteroscedasticidad, determine cómo podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará? Sea lo más claro posible. **(5 puntos)**

En este caso se viola el supuesto de homoscedasticidad, es decir, el término de error no tiene varianza constante. El problema se puede solucionar fácilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados. Es decir,

$$\frac{y_t\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}} = \beta_1 \frac{\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}} + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} \frac{\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}} + \beta_3 \frac{X_{3t}\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}} + \frac{\varepsilon_t\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}}$$

Así, tendremos que:

$$Var\left(\frac{\varepsilon_t\sqrt{sen(X_{3t})}}{\sqrt{X_{2t}}}\right) = \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} Var(\varepsilon_t) = \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} \sigma^2 \frac{(X_{2t})}{sen(X_{3t})} = \sigma^2$$

Y por tanto el problema de heteroscedasticidad ha sido solucionado.

c) Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 4 \\ 0 & 4 & 1 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 22 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la dos matriz) **(6 puntos – un punto cada uno)**

En este caso tenemos que para $X^T X$:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{sen(X_{3t})}{(X_{2t})} = 10, \qquad \sum_{i=1}^{n} \frac{sen(X_{3t})}{(X_{2t})^2} = \sum_{i=1}^{n} X_{3t} \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} = 0,$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{X_{2t}}\right)^2 \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{sen(X_{3t})}{(X_{2t})^3} = 5 \qquad \sum_{i=1}^{n} (X_{3t})^2 \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} = 1 \qquad \text{y}$$

$$\sum_{i=1}^{n} \left(\frac{1}{X_{2t}}\right)(X_{3t}) \frac{sen(X_{3t})}{X_{2t}} = \sum_{i=1}^{n} (X_{3t}) \frac{sen(X_{3t})}{(X_{2t})^2} = 4,$$

d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo. **(10 Puntos)**

En este caso tenemos que:

$$\beta hat = \left(X^T X\right)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{10} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{11} & \frac{4}{11} \\ 0 & \frac{4}{11} & -\frac{5}{11} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 10 \\ 11 \\ 22 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}$$

Y por tanto:

$$\beta hat = \begin{pmatrix} \beta hat_1 \\ \beta hat_2 \\ \beta hat_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}$$

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

$\beta hat_2 = 7$

Noten que

$$y_t = \ln(ventas_t) = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t$$

$$ventas_t = e^{\beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t}$$

$$\frac{\partial ventas_t}{\partial X_{2t}} = -ventas_t \beta_2 \left(\frac{1}{X_{2t}}\right)^2$$
$$\frac{\partial ventas_t / ventas_t}{\partial X_{2t} / X_{2t}} = -\beta_2 \left(\frac{1}{X_{2t}}\right)$$
$$\frac{\Delta\% ventas_t}{\Delta\% X_{2t}} = -\beta_2 \left(\frac{1}{X_{2t}}\right)$$

Así, un aumento del 1% en los avisos de prensa adisminuirá las ventas en un $\frac{7}{X_{2t}}$%. Por tanto, a medida que los avisos aumentan la elasticidad disminuye.

$\hat{\beta}_3 = -6$

Un aumento del uno porciento en el precio del cuaderno disminuirán las ventas en un 6%

$\hat{\beta}_1 = 1$

No tiene interpretación económica.

f) Dada la experiencia de aumento y disminuciones de precios de los cuadernos durante toda la historia de la compañía, un investigador del departamento de mercadeo cree que el efecto que tiene un aumento en los precios de los cuadernos sobre las ventas es dos veces el efecto que tiene una disminución en este. Escriba un modelo lineal que permita probar esta hipótesis y demuestre que el modelo si sirbe para este efecto. Sea lo más claro posible **(6 Puntos)**

Esta hipótesis puede ser probada fácilmente empleando variables dummy. Sea

$$D_t = \begin{cases} 1 & si\ precio\ aumento\ en\ t \\ 0 & o.w \end{cases}$$

Así, nuestro nuevo modelo será:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 D_t X_{3t} + \varepsilon_t$$

Noten que tendremos que:

$$E[y_t] = \begin{cases} \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + (\beta_3 + \beta_4) X_{3t} & si\ precio\ aumento\ en\ t \\ \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{2t}} + \beta_3 X_{3t} & o.w \end{cases}$$

Por tanto β_4 recogerá la diferencia entre la elasticidad precio de las ventas por un aumento en el precio y una disminución en este.

Finalmente debemos comprobar entonces que $H_0 : \frac{1}{2}(\beta_3 + \beta_4) = \beta_3$. Esto equivale a:

$$H_0 : -\frac{1}{2}\beta_3 + \frac{1}{2}\beta_4 = 0$$

Así, esta prueba se puede expresar de la forma $R\beta = c$.

Resultados de EasyReg.

Dependent variable:
Y = ln[M]

Characteristics:
ln[M]
First observation = 1(=1901)
Last observation = 100(=2000)
Number of usable observations: 100
Minimum value: 2.1149950E+005
Maximum value: 1.6273217E+006
Sample mean: 9.1317026E+005

X variables:
X(1) = ln[X1]
X(2) = ln[X2]
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value [p-value]	H.C. t-value(*) [H.C. p-value]
b(1)	0.90009	7408.136 [0.00000]	9339.346 [0.00000]
b(2)	45.42551	1.324 [0.18561]	1.393 [0.16370]
b(3)	-239.37377	-2.540 [0.01109]	-2.256 [0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100

Variance of the residuals = 152030.285326
Standard error of the residuals = 389.910612
Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592
Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000
R-square = 0.999999
Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: F(2,97) = 57.95
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.36	3.09
Conclusions:	reject	reject

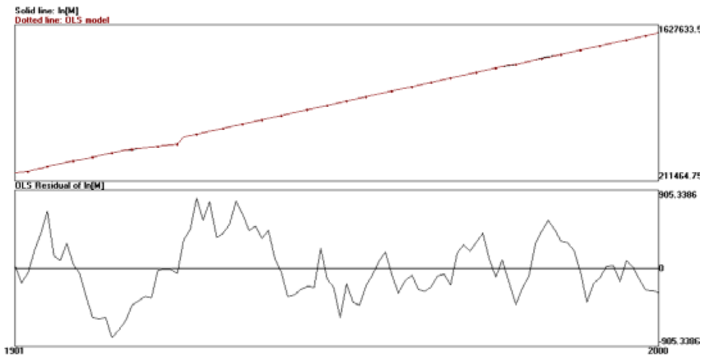
Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .339159
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.50162

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	accept	accept

Breusch-Pagan test = 13.934181
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00094

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject



Box-Pierce Q statistics for Y(t), t=1(=1901) to 100(=2000), where
Y(t) = OLS Residual of ln[M]

Q(1)=68.41
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.71	3.84
Conclusions:	reject	reject

Q(2)=113.35
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	reject	reject

Q(3)=139.09
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	6.25	7.81
Conclusions:	reject	reject

Q(4)=153.86
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	7.78	9.49
Conclusions:	reject	reject

Q(5)=159.27
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	9.24	11.07
Conclusions:	reject	reject

Dependent variable:
Y = ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]

Characteristics:
ln[M]-.82733xLAG1[ln[M]]
First observation = 2(=1902)
Last observation = 100(=2000)
Number of usable observations: 99
Minimum value: 4.7355270E+004
Maximum value: 2.9285731E+005
Sample mean: 1.7073276E+005

X variables:
X(1) = ln[X1]-.82733xLAG1[ln[X1]]
X(2) = ln[X2]-.82733xLAG1[ln[X2]]
X(3) = 1

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value [p-value]	H.C. t-value(*) [H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951 [0.00000]	3211.920 [0.00000]
b(2)	31.91444	0.707 [0.47961]	0.663 [0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712 [0.47628]	-0.706 [0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 99
Variance of the residuals = 47769.880828
Standard error of the residuals = 218.563219
Residual sum of squares (RSS)= 4585908.559485
Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000
R-square = 0.69991
Adjusted R-square = 0.999991

Overall F test: F(2,96) = 53.91
p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.36 3.09
Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = 1.899969
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.46763
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 1.428074
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.48966
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: accept accept