Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 1
Cali, Lunes 27 de Marzo de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:________________________
Código:______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **9** páginas; además, deben tener 2 hojas de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciben los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de estas dos universidades. Además, emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que "no existe razones (a priori) para pensar que el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \beta_5 edad_i^2 + \varepsilon_i$ posee problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

b) Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma "el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

c) Después de estimar el modelo $y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t-1} + \varepsilon_t$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

d) En presencia de heteroscedasticidad se puede afirmar que el método de Minimos cuadrados ponderados siempre solucionará el problema de heteroscedasticidad.¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:

a) 4
b) 3
c) 2
d) Ninguno de los anteriores

2.2 ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?:

a) El término de error es homoscedástico
b) El término de error no tiene autocorrelación
c) Ninguno de los anteriores
d) a) y b) son ciertos

2.3 Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al primer} \text{ trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al segundo trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al tercer trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

Ahora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 16,600 + 4,500 \cdot X_{1t} - 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para $t = 1,...,n$ donde S_t corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo t. De acuerdo a este modelo:

a) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $15,600.
b) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $21,100
c) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $11,100.
d) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $63,500.

3 (30 puntos)

Un economista, partiendo de la ecuación cuantitativa del dinero (velocidad X cantidad de dinero = producto * nivel de precios), realiza los cálculos que se reportan al final. La definición de las variables empleadas son: M_i es el crecimiento porcentual de la cantidad de dinero en el año *i* (la cantidad de dinero fue originalmente medida en millones de moneda local), $X_{1,i}$, representa el crecimiento porcentual del PIB real del país (el PIB real originalmente fue medido en millones de dólares para el año *i*, y $X_{2,i}$ denota la inflación (en %) en el año *i*,).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda ***brevemente*** a cada una de las siguientes preguntas:

a) De acuerdo al modelo estimado por el econometrista, ¿qué supuesto teórico ha realizado el investigador al momento de estimar el modelo? ¿Cuál es el valor esperado de los coeficientes según la teoría? **(2 Puntos)**
b) Interprete y explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista.¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso**(8 puntos)**
c) ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? **(6 puntos)**
d) Interprete el significado de cada coeficiente estimado. Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. (**6 Puntos – 2 puntos cada uno**).
e) Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque si o porque no. **(6 puntos)**

4 (35 puntos)

El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del logaritmo de la cantidad vendida y_t (en la firma acostumbran medir las cantidades de cuadernos en miles de cajas de 100 unidades) de su producto estrella es:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ...$$

donde X_{2t} representa el precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t]=0 \qquad Var[\varepsilon_t]=\sigma^2\frac{X_{2t}}{e^{X_{3t}}} \qquad E[\varepsilon_j\varepsilon_i]=0 \quad \forall i\neq j$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(3 puntos)**
b) Claramente en este caso existe heteroscedasticidad, determine cómo podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará? Sea lo más claro posible. **(5 puntos)**
c) Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz X^TX y X^Ty:

$$X^TX=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&5&3\\0&3&5\end{pmatrix} \qquad X^Ty=\begin{pmatrix}4\\16\\32\end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz X^TX. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz X^TX, y así sucesivamente con cada elemento de la dos matriz) **(6 puntos – un punto cada uno)**
d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo. **(10 Puntos)**
e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados.**(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**
f) Dada la experiencia de aumento y disminuciones de precios de los cuadernos durante toda la historia de la compañía, un investigador del departamento de mercadeo cree que el efecto que tiene un aumento en los precios de los cuadernos sobre las ventas no es igual al efecto que tiene una disminución en este. Escriba un modelo lineal que permita probar esta hipótesis y demuestre que el modelo si sirbe para este efecto. **(6 Puntos)**

Resultados de EasyReg.

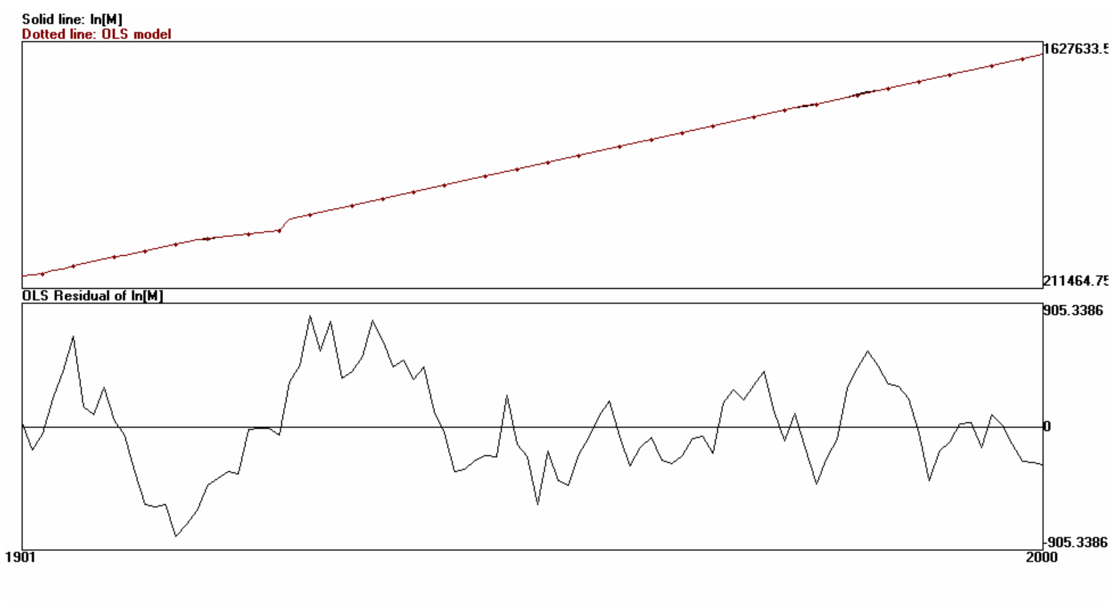
```
Dependent variable:
Y = M

Characteristics:

  First observation = 1(=1901)
  Last observation  = 100(=2000)
  Number of usable observations: 100
  Minimum value: 2.1149950E+005
  Maximum value: 1.6273217E+006
  Sample mean:   9.1317026E+005

X variables:
X(1) = X1
X(2) = X2
X(3) = 1


Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters    Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                          [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)          0.90009   7408.136        9339.346
                        [0.00000]       [0.00000]
b(2)         45.42551      1.324           1.393
                        [0.18561]       [0.16370]
b(3)       -239.37377     -2.540          -2.256
                        [0.01109]       [0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100
Variance of the residuals = 152030.285326
Standard error of the residuals = 389.910612
Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592
Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000
R-square = 0.999999
Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: F(2,97) = 57.95
```

p-value = 0.00000
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 2.36 3.09
Conclusions: reject reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .339159
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.50162
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: accept accept

Breusch-Pagan test = 13.934181
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00094
Significance levels: 10% 5%
Critical values: 4.61 5.99
Conclusions: reject reject



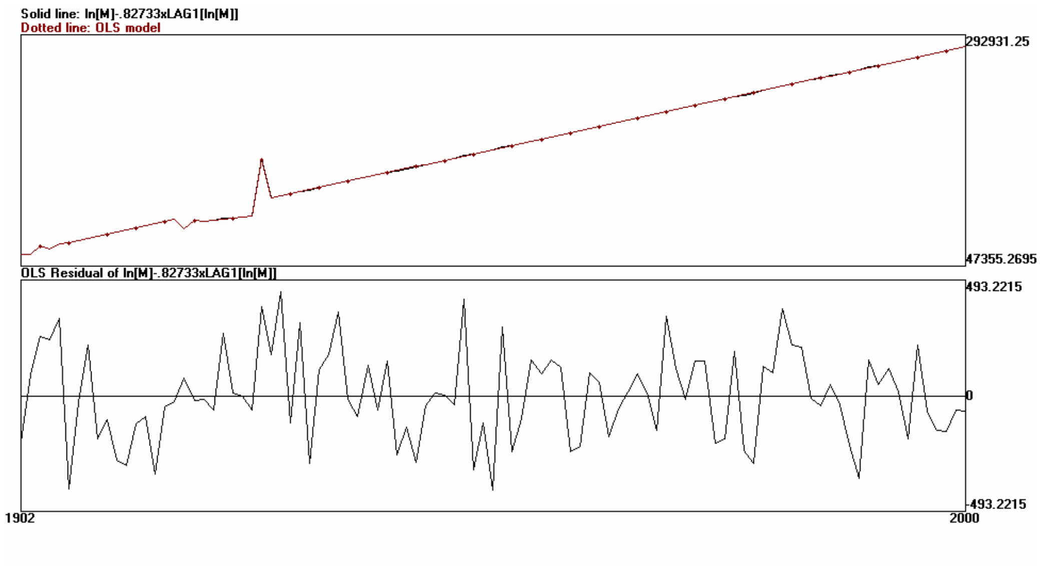
```
Box-Pierce Q statistics for Y(t), t=1(=1901) to 100(=2000), where
Y(t) = OLS Residual of M
Q(1)=68.41
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:          2.71       3.84
    Conclusions:             reject     reject
Q(2)=113.35
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:          4.61       5.99
    Conclusions:             reject     reject
Q(3)=139.09
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:          6.25       7.81
    Conclusions:             reject     reject
Q(4)=153.86
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:          7.78       9.49
    Conclusions:             reject     reject
Q(5)=159.27
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:          9.24      11.07
    Conclusions:             reject     reject
```

```
Dependent variable:
Y = M-.82733xLAG1[M]]

Characteristics:
M-.82733xLAG1[M]
  First observation = 2(=1902)
  Last observation  = 100(=2000)
  Number of usable observations: 99
  Minimum value: 4.7355270E+004
  Maximum value: 2.9285731E+005
  Sample mean:   1.7073276E+005

X variables:
X(1) = X1-.82733xLAG1[X1]
X(2) = X2-.82733xLAG1[X2]
X(3) = 1
```

```
Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters   Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                         [p-value]  [H.C. p-value]
b(1)         0.90011   3035.951        3211.920
                       [0.00000]       [0.00000]
b(2)        31.91444      0.707           0.663
                       [0.47961]       [0.50737]
b(3)       -40.34927     -0.712          -0.706
                       [0.47628]       [0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 99
Variance of the residuals = 47769.880828
Standard error of the residuals = 218.563219
Residual sum of squares (RSS)= 4585908.559485
Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000
R-square = 0.69991
Adjusted R-square = 0.999991
Overall F test: F(2,96) = 53.91
p-value = 0.00000
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          2.36       3.09
Conclusions:             reject     reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = 1.899969
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.


Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151
Null hypothesis:   The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.46763
Significance levels:       10%        5%
Critical values:          4.61       5.99
Conclusions:             accept     accept
```

Breusch-Pagan test = 1.428074
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.48966

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	accept	accept



0Econometría 06216
Examen Parcial #2
Grupo 1
Respuestas Sugeridas
Cali, Lunes 27 de Marzo de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante:________________________
Código:______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener una hoja de fórmulas.
3. El examen consta de 3 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 2 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
8. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

1 Falso o Verdadero (20 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Un investigador desea determinar si existe o no diferencia entre los salarios que perciben los egresados de las dos universidades más importantes de una ciudad. Para esto emplea una muestra de 200 egresados de estas dos universidades. Además, emplea una variable dummy (D_{1i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 1 y cero en caso contrario. También crea una segunda variable dummy (D_{2i}) que toma el valor de 1 si el individuo i es egresado de la universidad 2 y cero en caso contrario. El investigador afirma que "no existe razones (a priori) para pensar que el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{1i} + \beta_3 edad_i + \beta_4 D_{2i} edad_i + \beta_5 edad_i^2 + \varepsilon_i$ posee problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues no existe ningún tipo de correlación lineal entre las variables explicativas del modelo.

b) Continuando con la pregunta anterior, el asistente de investigación afirma "el modelo $salario_i = \beta_1 + \beta_2 D_{2i} edad_i + \beta_3 D_{1i} edad_i + \varepsilon_i$ no presentará problemas de multicolinealidad". ¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Verdadero, pues noten que no existe multicolinealidad dado que no existe una combinación lineal perfecta entre los regresores. Es importante tener en cuenta que en este caso $D_{1i} edad_i + D_{2i} edad_i$ no es igual a otra variable, y por tanto no existe multicolinealidad perfecta.

c) Después de estimar el modelo $y_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1,t} + \beta_2 X_{2,t-1} + \varepsilon_t$, se obtiene un estadístico Durbin-Watson igual a 0.8. El modelo probablemente tiene problemas de autocorrelación negativa.

Falso, un DW<2 es síntoma de autocorrelación positiva.

d) En presencia de heteroscedasticidad se puede afirmar que el método de Mínimos cuadrados ponderados siempre solucionará el problema de heteroscedasticidad.¿Es esta afirmación verdadera o falsa?

Falso, El método de mínimos cuadrados ponderados (MCP) únicamente solucionará el problema de heteroscedasticidad si se conoce la causa de la heteroscedasticidad y la forma funcional adecuada. Cosa que en la realidad no siempre es el caso. Así, existirán casos en los que los MCP no solucionen el problema.

2 Selección Múltiple (15 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1 Entre más fuerte sea la evidencia en favor de autocorrelación serial de primer orden de los errores de una regresión, más cerca estará el estadístico de Durbin-Watson a:

a) 4
b) 3
c) 2
d) Ninguno de los anteriores

Respuesta: a)

2.2 ¿Cuál de los siguientes supuestos sobre el término aleatorio de error es necesario para que los estimadores MCO de un modelo lineal sean insesgados?:

a) El término de error es homoscedástico
b) El término de error no tiene autocorrelación
c) Ninguno de los anteriores
d) a) y b) son ciertos

Respuesta: c)

2.3 Considere una regresión que emplea datos trimestrales y variables dummy estacionales definidas de la siguiente forma

$$X_{1t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al primer} \text{ trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{2t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al segundo trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

$$X_{3t} = \begin{cases} 1, \textit{si} \text{ obs.t } \textit{corresponde al tercer trimestre} \\ 0, \textit{o.w.} \end{cases}$$

Ahora considere la siguiente ecuación estimada:

$$\hat{S}_t = 16,600 + 4,500 \cdot X_{1t} - 300 \cdot X_{2t} + 62,500 \cdot X_{3t}$$

para $t = 1,...,n$ donde S_t corresponden a las ventas (medidas en dólares) de un local de souvenirs en una playa de un Resort en el periodo t. De acuerdo a este modelo:

a) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $15,600.
b) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $21,100
c) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $11,100.
d) las ventas esperadas en el primer trimestre son de $63,500.

Respuesta: b)

3 (30 puntos)

Un economista, partiendo de la ecuación cuantitativa del dinero (velocidad X cantidad de dinero = producto * nivel de precios), realiza los cálculos que se reportan al final. La definición de las variables empleadas son: M_i es el crecimiento porcentual de la cantidad de dinero en el año *i* (la cantidad de dinero fue originalmente medida en millones de moneda local), $X_{1,i}$, representa el crecimiento porcentual del PIB real del país (el PIB real originalmente fue medido en millones de dólares para el año *i*, y $X_{2,i}$ denota la inflación (en %) en el año *i*,).

Usted ha sido contratado para que ayude a los técnicos del Banco Central a responder las siguientes preguntas. Responda ***brevemente*** a cada una de las siguientes preguntas:

a) De acuerdo al modelo estimado por el econometrista, ¿qué supuesto teórico ha realizado el investigador al momento de estimar el modelo? ¿Cuál es el valor esperado de los coeficientes según la teoría? **(2 Puntos)**

El modelo estimado por el investigador es el siguiente: $M_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1,i} + \beta_2 X_{2,i} + \mu_i$

Dado que la teoría cuantitativa implica:

$$\text{velocidad} \bullet \text{ cantidad de dinero} = \text{producto} \bullet \text{ nivel de precios}$$

Esto implica que:

$$\Delta\%\text{velocidad} + \Delta\% \text{ cantidad de dinero} = \Delta\%\text{producto} + \Delta\% \text{ nivel de precios}$$

Así, suponiendo que el cambio en la velocidad del dinero es cero, tenemos que:

$$\Delta\% \text{ cantidad de dinero} = \Delta\%\text{producto} + \Delta\% \text{ nivel de precios}$$

Noten que esto implica que: $\beta_0 = 0$ y $\beta_1 = \beta_2 = 1$

b) Interprete y explique brevemente los cálculos efectuados por el econometrista.¿Qué problema econométrico existía? ¿Qué lo lleva a concluir esto? Sea lo más preciso**(8 puntos)**

En este punto estaba esperando que ustedes identificaran el problema de autocorrelación positiva. Esto lo podían identificar por medio del gráfico de los errores de la primera ecuación, el test formal!! de DW y el test de Box y Pierce.

c) ¿Cómo fue corregido el problema y por qué funciona desde el punto de vista teórico ésta solución? **(6 puntos)**

Esta respuesta se discutió en clase

d) Interprete el significado de cada coeficiente estimado. Además discuta rápidamente la significancia de los coeficientes. (**6 Puntos – 2 puntos cada uno**).

$\hat{\beta}_1$ **=0.9** Un aumento de un punto porcentual en el crecimiento del PIB provocará un aumento del 0.9 puntos porcentuales en la cantidad de dinero. Además note que este coeficiente es significativo. Se puede llegar a esta conclusión observando el correspondiente p-valor.

$\hat{\beta}_2$ **=31.91**Un aumento de punto porcentual en la inflación, provocará un aumento de 31,91% punto porcentual en la cantidad de dinero. El signo es el esperado, pero note que este coeficiente no es significativamente diferente de cero. Así, podemos concluir que este coeficiente es cero.

$\hat{\beta}_0$ = -40.349/(1-.827) es la parte del crecimiento de la cantidad de dinero que no depende del crecimiento del PIB ni de la inflación.

Noten que los coeficientes asociados a pendientes son conjuntamente significativos.

e) Cree usted que el modelo corregido esta libre de problemas? Explique porque si o porque no. **(6 puntos)**

Observen que el modelo corregido tiene DW de 1.89 el cual es muy cercano a 2. Así informalmente podemos concluir que posiblemente no existirá autocorrelación. Ustedes podían hacer el test formal de DW si lo deseaban y llegarían a la misma conclusión. Además el gráfico de los residuos de la regresión corregida también muestra que no existe ningún problema de autocorrelación.

4 (35 puntos)

El departamento de mercadeo de una firma productora de cuadernos ha encontrado que la mejor manera de explicar el comportamiento del logaritmo de la cantidad vendida y_t (en la firma acostumbran medir las cantidades de cuadernos en miles de cajas de 100 unidades) de su producto estrella es:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \varepsilon_t \qquad t = 1, 2, ...$$

donde X_{2t} representa el precio de esa referencia de cuadernos en el periodo t (medido en miles de pesos) y X_{3t} denota el logaritmo del número de avisos en revistas en el periodo t (medido en 100 avisos). Además se sabe que:

$$E[\varepsilon_t] = 0 \qquad Var[\varepsilon_t] = \sigma^2 \frac{X_{2t}}{e^{X_{3t}}} \qquad E\left[\varepsilon_j \varepsilon_i\right] = 0 \quad \forall i \neq j$$

a) ¿Cuáles propiedades que se deben cumplir, para obtener estimadores MELI (BLUE) para los parámetros β por el método de mínimos cuadrados ordinarios (MCO)? **(3 puntos)**

Se debe cumplir:

- Relación lineal entre la variable dependiente y los regresores.
- Los regresores deben ser no estocásticos y linealmente independientes entre si
- Los errores deben:
  - Tener media cero
  - Varianza constante
  - Y no estar autocorrelacionados

b) Claramente en este caso existe heteroscedasticidad, determine cómo podría solucionar el problema y ¿por qué dicha solución funcionará? Sea lo más claro posible. **(5 puntos)**

En este caso se viola el supuesto de homoscedasticidad, es decir, el término de error no tiene varianza constante. El problema se puede solucionar fácilmente empleando los mínimos cuadrados ponderados. Es decir,

$$\frac{y_t\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}} = \beta_1 \frac{\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}} + \beta_2 \frac{X_{2t}\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}} + \beta_3 \frac{X_{3t}\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}} + \frac{\varepsilon_t\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}}$$

Así, tendremos que:

$$Var\left(\frac{\varepsilon_t\sqrt{e^{X_{3t}}}}{\sqrt{X_{2t}}}\right) = \frac{e^{X_{3t}}}{X_{2t}} Var(\varepsilon_t) = \frac{e^{X_{3t}}}{X_{2t}} \frac{\sigma^2 X_{2t}}{e^{X_{3t}}} = \sigma^2$$

Y por tanto el problema de heteroscedasticidad ha sido solucionado.

c) Después de realizar las transformaciones del caso, para los 25 datos recolectados se obtiene las siguientes matrices que corresponden al equivalente de la matriz $X^T X$ y $X^T y$:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 3 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ 32 \end{pmatrix}$$

Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 5 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de la dos matriz) **(6 puntos – un punto cada uno)**

En este caso tenemos que para $X^T X$:

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = 2, \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{2t} \frac{e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = \sum_{i=1}^{n} e^{X_{3t}} = 0, \qquad \sum_{i=1}^{n} X_{3t} \frac{e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = 0$$

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{2t})^2 e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = \sum_{i=1}^{n} X_{2t} e^{X_{3t}} = \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{3t})^2 e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = 5 \text{ y } \sum_{i=1}^{n} \frac{(X_{2t} X_{3t}) e^{X_{3t}}}{X_{2t}} = \sum_{i=1}^{n} (X_{3t}) e^{X_{3t}} = 3,$$

d) Encuentre los estimadores MELI de los coeficientes del modelo. **(10 Puntos)**

En este caso tenemos que:

$$\beta_{hat} = \left(X^T X\right)^{-1} \cdot X^T y$$

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{5}{16} & -\frac{3}{16} \\ 0 & -\frac{3}{16} & \frac{5}{16} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 16 \\ 32 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

Y por tanto:

$$\beta hat = \begin{pmatrix} \beta hat_1 \\ \beta hat_2 \\ \beta hat_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 7 \end{pmatrix}$$

e) Interprete el significado de cada uno de los coeficientes estimados. **(6 Puntos – 2 puntos cada uno)**

$\beta hat_2 = -1$

Un aumento de mil pesos en el precio del cuaderno disminuirán las ventas en un 100%

$\beta hat_3 = 7$

Un aumento del 1% en los avisos de prensa aumentará las ventas un 7%

$\beta hat_1 = 2$

No tiene interpretación económica.

f) Dada la experiencia de aumento y disminuciones de precios de los cuadernos durante toda la historia de la compañía, un investigador del departamento de mercadeo cree que el efecto que tiene un aumento en los precios de los cuadernos sobre las ventas no es igual al efecto que tiene una disminución en este. Escriba un modelo lineal que permita probar esta hipótesis y demuestre que el modelo si sirve para este efecto. **(6 Puntos)**

Esta hipótesis puede ser probada fácilmente empleando variables dummy. Sea

$$D_t = \begin{cases} 1 & si\ precio\ aumento\ en\ t \\ 0 & o.w \end{cases}$$

Así, nuestro nuevo modelo será:

$$y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \beta_4 D_t X_t + \varepsilon_t$$

Noten que tendremos que:

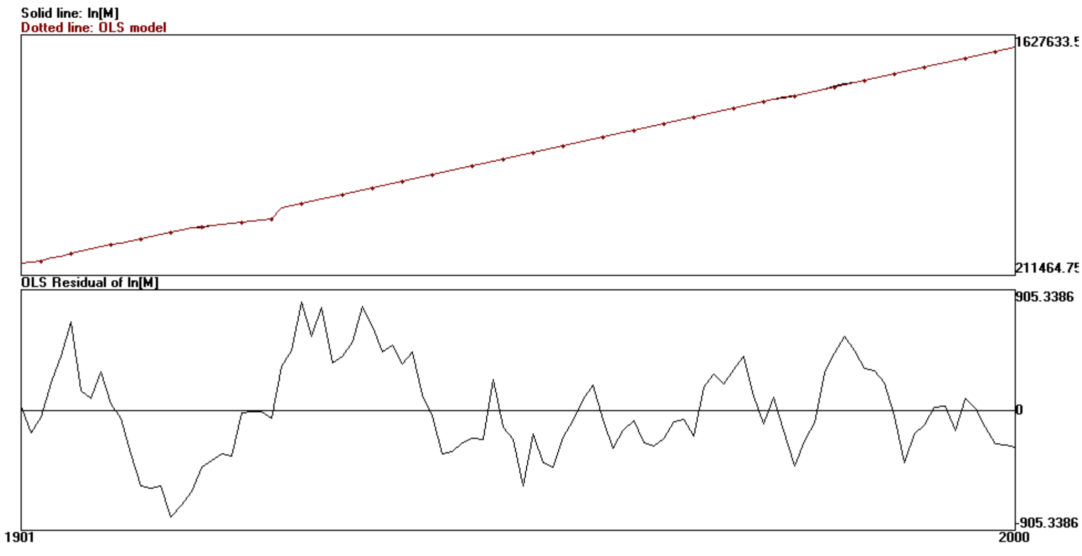
$$E[y_t] = \begin{cases} \beta_1 + (\beta_2 + \beta_4) X_{2t} + \beta_3 X_{3t} & si\ precio\ aumento\ en\ t \\ \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} & o.w \end{cases}$$

Por tanto β_4 *100 recogerá la diferencia entre el cambio porcentual de las cantidades vendidas provocado por un aumento de mil pesos en el precio y una disminución de mil pesos.

Resultados de EasyReg.

```
Dependent variable:
Y = M

Characteristics:

  First observation = 1(=1901)
  Last observation  = 100(=2000)
  Number of usable observations: 100
  Minimum value: 2.1149950E+005
  Maximum value: 1.6273217E+006
  Sample mean:   9.1317026E+005

X variables:
X(1) = X1
X(2) = X2
X(3) = 1


Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3)  + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results
Parameters    Estimate    t-value  H.C. t-value(*)
                          [p-value]   [H.C. p-value]
b(1)          0.90009   7408.136        9339.346
                          [0.00000]      [0.00000]
b(2)         45.42551      1.324           1.393
                          [0.18561]      [0.16370]
b(3)       -239.37377     -2.540          -2.256
                          [0.01109]      [0.02406]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 100
Variance of the residuals = 152030.285326
Standard error of the residuals = 389.910612
Residual sum of squares (RSS)= 14746937.676592
Total sum of squares (TSS) = 17447516841562.300000
R-square = 0.999999
Adjusted R-square = 0.599999

Overall F test: F(2,97) = 57.95
```

```
p-value = 0.00000
Significance levels:      10%       5%
Critical values:        2.36      3.09
Conclusions:           reject    reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = .339159
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.379818
Null hypothesis:   The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.50162
Significance levels:      10%       5%
Critical values:        4.61      5.99
Conclusions:           accept    accept

Breusch-Pagan test = 13.934181
Null hypothesis:   The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.00094
Significance levels:      10%       5%
Critical values:        4.61      5.99
Conclusions:           reject    reject
```



```
Box-Pierce Q statistics for Y(t), t=1(=1901) to 100(=2000), where
Y(t) = OLS Residual of M
Q(1)=68.41
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:         2.71      3.84
    Conclusions:            reject    reject
Q(2)=113.35
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:         4.61      5.99
    Conclusions:            reject    reject
Q(3)=139.09
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:         6.25      7.81
    Conclusions:            reject    reject
Q(4)=153.86
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:         7.78      9.49
    Conclusions:            reject    reject
Q(5)=159.27
    p-value = 0.00000
    Significance levels:      10%        5%
    Critical values:         9.24     11.07
    Conclusions:            reject    reject
```

```
Dependent variable:
Y = M-.82733xLAG1[M]]

Characteristics:
M-.82733xLAG1[M]
  First observation = 2(=1902)
  Last observation  = 100(=2000)
  Number of usable observations: 99
  Minimum value: 4.7355270E+004
  Maximum value: 2.9285731E+005
  Sample mean:   1.7073276E+005

X variables:
X(1) = X1-.82733xLAG1[X1]
X(2) = X2-.82733xLAG1[X2]
X(3) = 1
```

Model:
Y = b(1)X(1) + b(2)X(2) + b(3)X(3) + U,
where U is the error term, satisfying
E[U|X(1),X(2),X(3)] = 0.

OLS estimation results

Parameters	Estimate	t-value [p-value]	H.C. t-value(*) [H.C. p-value]
b(1)	0.90011	3035.951 [0.00000]	3211.920 [0.00000]
b(2)	31.91444	0.707 [0.47961]	0.663 [0.50737]
b(3)	-40.34927	-0.712 [0.47628]	-0.706 [0.48032]

(*) Based on White's heteroskedasticity consistent variance matrix.
[The two-sided p-values are based on the normal approximation]
Effective sample size (n) = 99
Variance of the residuals = 47769.880828
Standard error of the residuals = 218.563219
Residual sum of squares (RSS)= 4585908.559485
Total sum of squares (TSS) = 511195517456.554000
R-square = 0.69991
Adjusted R-square = 0.999991
Overall F test: F(2,96) = 53.91
p-value = 0.00000

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	2.36	3.09
Conclusions:	reject	reject

Test for first-order autocorrelation:
Durbin-Watson test = 1.899969
REMARK: A better way of testing for serial correlation
is to specify ARMA errors and then test the null
hypothesis that the ARMA parameters are zero.

Jarque-Bera/Salmon-Kiefer test = 1.520151
Null hypothesis: The errors are normally distributed
Null distribution: Chi-square(2))
p-value = 0.46763

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	accept	accept

Breusch-Pagan test = 1.428074
Null hypothesis: The errors are homoskedastic
Null distribution: Chi-square(2)
p-value = 0.48966

Significance levels:	10%	5%
Critical values:	4.61	5.99
Conclusions:	accept	accept