

**Taller #2  
Econometría 06216**

**Profesor: Julio César Alonso C.  
Monitor: Manuel Serna Cortés.**

**Notas:**

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller debe subirse en la plataforma Moodle hasta la 7:10 del 26 de enero de 2009. **Sólo se recibirán talleres en formato pdf.** Cualquier otro formato no será calificado.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

La República de Behelit es un país cuya producción se centra en la cadena textil-confecciones. Usted ha sido asignado como asesor económico del ministro de Industria de dicha nación y su primera tarea es construir un modelo econométrico que le permita determinar el volumen de producción medio de las empresas textiles del país. Para esto usted cuenta con las siguientes series:  $P_t$  es el nivel de producción medio en el año  $t$  y la  $DM_t$  es la demanda textil media en el año  $t$ , medidas en millones de ziones.

Estudios previos han encontrado que la forma funcional más adecuada para el modelo es la siguiente:

$$e^{P_{it}} = \alpha / e^{-\beta DM_t} \tag{1.1}$$

Con una muestra de 30 datos suministrada en el archivo T2-01-09.xls y teniendo en cuenta las conclusiones de los estudios previos, conteste las siguientes preguntas:

1. De acuerdo con lo anterior, conteste:
  - a. El ministro de Industria tiene serios indicios para pensar que la forma funcional (1.1) encontrada por los estudios previos estadísticamente representa una línea recta. Justifique por qué el ministro está en la razón.
  - b. Determine el modelo econométrico por estimar e intérprete *a priori* sus coeficientes, al igual que su signo esperado.
2. Estudios en otros países, muestran que las formas funcionales en las que pueden estar relacionadas la producción y la demanda textil media son diversas. En particular, las siguientes tres:

$$Pn_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln DM_t + \varepsilon_t \tag{1.2}$$

$$\ln Pn_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DM_t} + \mu_t \tag{1.3}$$

$$Pn_t = \gamma_0 + \gamma_1 DM_t^2 + \zeta_t \tag{1.4}$$

Con ánimos de entender mejor las relaciones entre estas dos variables, usted decide analizar estas ecuaciones.

- a. Interprete los coeficientes de la ecuación (1.2) y determine los signos a priori (signos esperados).
  - b. Interprete los coeficientes de las ecuaciones (1.3) y determine los signos a priori (signos esperados).
  - c. Interprete los coeficientes de las ecuaciones (1.4) y determine los signos a priori (signos esperados).
3. Retomando el modelo econométrico que planteó en el literal b del punto 1. a) Estime este modelo, b) Determine la significancia de los coeficientes, c) Su bondad de ajuste y d) reporte su resultados en una tabla (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar resultados en una tabla).

Un compañero universitario, quien es ahora el asesor del ministro de Hacienda, le pregunta sobre la validez de los resultados obtenidos en su estudio econométrico. Para esto, le muestra el modelo que estimó empleando datos anuales para el período 1966 - 1998:

$$B_t = 0.1728 Y_t \tag{1.5}$$

(0.0289)

Donde  $B_t$  y  $Y_t$  representan el rendimiento del índice de la bolsa de valores (medido en puntos porcentuales) y el crecimiento porcentual del PIB (medido en puntos porcentuales), respectivamente. Entre paréntesis se reporta el correspondiente error estándar. Además encontró que:

$$\sum_{t=1966}^{1998} (Y_t)^2 = 335340 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t^2 = 18984.3 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t Y_t = 57937.72 \quad S^2 = 260.18$$

$$B_{1998} = 8\%$$

4. A partir de esta información:
  - a. Interprete el coeficiente estimado
  - b. Determine si dicho coeficiente es significativo o no
5. De acuerdo a la información disponible,
  - a. Construya el máximo número de elementos de la tabla ANOVA
  - b. De ser posible, determine que tan buena es la regresión. Explique en cualquier caso su respuesta.
6. Siguiendo con la información de las preguntas anteriores,
  - a. Calcule cual es el rendimiento promedio que se encuentra en la muestra.
  - b. ¿Cuál sería el rendimiento esperado para un año en el que el crecimiento económico fue un 25% mayor que el último año (1998) Presente estimaciones puntuales y un intervalo de confianza del 99%. Interprete sus resultados.

**Taller #2**  
**Respuestas Sugeridas**  
**Econometría 06216**

**Profesor: Julio César Alonso C.**  
**Monitor: Manuel Serna Cortés.**

**Notas:**

- o Recuerde que tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- o Este taller debe subirse en la plataforma Moodle hasta la 7:10 del 26 de enero de 2009. **Sólo se recibirán talleres en formato pdf.** Cualquier otro formato no será calificado.

**INSTRUCCIONES:**

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

La República de Behelit es un país cuya producción se centra en la cadena textil-confecciones. Usted ha sido asignado como asesor económico del ministro de Industria de dicha nación y su primera tarea es construir un modelo econométrico que le permita determinar el volumen de producción medio de las empresas textiles del país. Para esto usted cuenta con las siguientes series:  $P_t$  es el nivel de producción medio en el año  $t$  y la  $DM_t$  es la demanda textil media en el año  $t$ , medidas en millones de ziones.

Estudios previos han encontrado que la forma funcional más adecuada para el modelo es la siguiente:

$$e^{P_t} = \frac{\alpha}{e^{-\beta DM_t}} \tag{1.1}$$

Con una muestra de 30 datos suministrada en el archivo T2-01-09.xls y teniendo en cuenta las conclusiones de los estudios previos, conteste las siguientes preguntas:

1. De acuerdo con lo anterior, conteste:
  - a. El ministro de Industria tiene serios indicios para pensar que la forma funcional (1.1) encontrada por los estudios previos estadísticamente representa una línea recta. Justifique por qué el ministro está en la razón.

Respuesta sugerida:

El ministro es está en lo correcto, pues podemos reparametrizar la anterior forma funcional de la siguiente manera:

$$e^{P_t} = \frac{\alpha}{e^{-\beta DM_t}}$$

$$e^{P_t} = \alpha e^{\beta DM_t}$$

$$\ln(e^{P_t}) = \ln(\alpha e^{\beta DM_t})$$

$$P_t = \ln(\alpha) + \ln(e^{\beta DM_t})$$

$$P_t = \ln(\alpha) + \beta DM_t$$

Por tanto la forma funcional encontrada es una línea recta con pendiente  $\beta$  e intercepto  $\ln(\alpha)$ .

- b. Determine el modelo econométrico por estimar e intérprete *a priori* sus coeficientes, al igual que su signo esperado.

Respuesta sugerida:

El modelo estadístico tiene tanto una parte determinística como una parte aleatoria, la forma funcional encontrada en el literal a es un modelo matemático, para ser un modelo de regresión lineal se le debe incluir un término error. Es así que nuestro modelo econométrico es:

$$P_t = \delta + \beta DM_t + \varepsilon_t$$

La interpretación de los coeficientes es la siguiente:

$\hat{\delta}$ : en ausencia de la demanda textil media en momento  $t$ , la producción media de textiles es de  $\hat{\delta}$  millones de ziones. Se espera que su signo sea positivo, en caso de acumulación de existencias, o cero.

$\hat{\beta}$ : ante un incremento de 1 millón de ziones de la demanda textil media en el momento  $t$ , el incremento en la producción media será de  $\hat{\beta}$  millones de ziones.

2. Estudios en otros países, muestran que las formas funcionales en las que pueden estar relacionadas la producción y la demanda textil media son diversas. En particular, las siguientes tres:

$$P_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln DM_t + \varepsilon_t \tag{1.2}$$

$$\ln P_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DM_t} + \mu_t \tag{1.3}$$

$$P_t = \gamma_0 + \gamma_1 DM_t^2 + \zeta_t \tag{1.4}$$

Con ánimos de entender mejor las relaciones entre estas dos variables, usted decide analizar estas ecuaciones.

- a. Interprete los coeficientes de la ecuación (1.2) y determine los signos a priori (signos esperados).

Respuesta sugerida:

$\hat{\alpha}_0$  sería la producción textil media en caso de que la demanda textil media sea de 1 millón de ziones, por lo tanto, se esperaría que fuera cero o positivo

$\hat{\alpha}_1/100$  es el número de millones de ziones que aumentaría la producción textil media ante incrementos de 1% en la demanda textil media. Por lo tanto, se esperaría que tuviera signo positivo.

- b. Interprete los coeficientes de las ecuaciones (1.3) y determine los signos a priori (signos esperados).

Respuesta sugerida:

$e^{\hat{\beta}_0}$  sería la producción textil media en caso de que el precio tendiera a infinito, por lo tanto, se esperaría que fuera positivo.

$-\hat{\beta}_1/DM_t$  es el cambio porcentual en la producción textil media, ante incrementos de 1% en la demanda textil media. Por lo tanto, se esperaría que  $\hat{\beta}_1$  tuviera un signo negativo coherente con el hecho de que incrementos en la demanda incrementen la cantidad producción textil.

$$\ln Pn_t = \beta_0 + \beta_1 \frac{1}{DM_t} + \mu_t$$

$$\frac{1}{Pn_t} dPn_t = -\frac{\beta_1}{DM_t^2} dDM_t$$

$$\frac{dPn_t}{Pn_t} \frac{DM_t}{DM_t} = -\frac{\beta_1}{DM_t}$$

- c. Interprete los coeficientes de las ecuaciones (1.4) y determine los signos a priori (signos esperados).

Respuesta sugerida:

$\hat{\gamma}_0$  Sería la producción textil media en caso de que la demanda textil media fuera 0, por lo tanto, se esperaría que fuera igual a 0 o positiva.

$\hat{\gamma}_1 * 2 DM_t$  es el incremento de la producción textil media (en millones de ziones) ante incrementos de 1 millón de ziones en la demanda textil media. Por lo tanto, se esperaría que tuviera signo positivo.

$$Pn_t = \gamma_0 + \gamma_1 DM_t^2 + \zeta_t$$

$$dPn_t = \gamma_1 2 DM_t dDM_t$$

$$\frac{dPn_t}{dDM_t} = \gamma_1 2 DM_t$$

3. Retomando el modelo econométrico que planteó en el literal b del punto 1. a) Estime este modelo, b) Determine la significancia de los coeficientes, c) Su bondad de ajuste y d) reporte su resultados en una tabla (ver talleres de semestres anteriores para ejemplos de cómo presentar resultados en una tabla).

Respuesta sugerida:

Para estimar los coeficientes se utilizan las siguientes fórmulas:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{17} x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum_{i=1}^{17} x_i^2 - n \bar{x}^2} \quad \hat{\beta}_0 = \bar{y} - \hat{\beta}_1 \bar{x}$$

Para determinar su significancia se utilizan las siguientes fórmulas:

Para hallar el error estándar:

$$s_{\hat{\beta}_1}^2 = \frac{s^2}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \quad s_{\hat{\beta}_0}^2 = \frac{s^2 \sum_{i=1}^n (x_i)^2}{17 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

Ahora se puede conocer se puede probar la hipótesis individual de significancia individual de los parámetros:

Para el intercepto, se desea probar:  $H_0 : \beta_0 = 0$  vs.  $H_A : \beta_0 \neq 0$ , el estadístico

$$t_0 = \frac{\hat{\beta}_0}{s_{\hat{\beta}_0}}$$

t será igual a:  $t_0 < t_{\frac{\alpha}{2}, 28}$ , entonces no hay evidencia suficiente para

rechazar la hipótesis nula, por lo tanto, no es posible afirmar que el intercepto sea diferente de 0. Pero si  $t_0 > t_{\frac{\alpha}{2}, 28}$ , hay evidencia para rechazar la hipótesis

nula, y se puede decir que el coeficiente es significativo dentro del modelo.

La hipótesis nula de la pendiente es la misma, y el proceso de cálculo de la significancia también, la única diferencia es que se utilizará la desviación estándar estimada de la pendiente.

Al realizar los respectivos cálculos, se encuentra que el estadístico t correspondiente a la prueba de hipótesis de significancia individual del intercepto es de 10.47, rechazando así  $H_0$ , pues este t es mayor que 2.36845173, el estadístico correspondiente a un nivel de confianza del 99% con 28 grados de libertad. Mientras que para la pendiente, se encuentra que el estadístico t correspondiente a la prueba de hipótesis de significancia individual es de 22.86, rechazando así  $H_0$ , pues este t es mayor que 2.36845173, el estadístico correspondiente a un nivel de confianza del 99% con 28 grados de libertad.

VARIABLE DEPENDIENTE: Pn <sub>t</sub>	
Estadísticos t entre paréntesis	
MCO	
Constante	591.62 (10.47) ***
DM <sub>t</sub>	5.08 (22.86) ***
R <sup>2</sup>	0.9473
# de Obs.	30

(\*) nivel de significancia: 10%

(\*\*) nivel de significancia: 5%

(\*\*\*) nivel de significancia: 1%

Un compañero universitario, quien es ahora el asesor del ministro de Hacienda, le pregunta sobre la validez de los resultados obtenidos en su estudio econométrico. Para esto, le muestra el modelo que estimó empleando datos anuales para el período 1966 - 1998:

$$B_t = 0.1728 Y_t \quad (1.5)$$

(0.0289)

Donde  $B_t$  y  $Y_t$  representan el rendimiento del índice de la bolsa de valores (medido en puntos porcentuales) y el crecimiento porcentual del PIB (medido en puntos porcentuales), respectivamente. Entre paréntesis se reporta el correspondiente error estándar. Además encontró que:

$$\sum_{t=1966}^{1998} (Y_t)^2 = 335340 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t^2 = 18984.3 \quad \sum_{t=1966}^{1998} B_t Y_t = 57937.72 \quad S^2 = 260.18$$

$$B_{1998} = 8\%$$

4. A partir de esta información:  
 a. Interprete el coeficiente estimado

Respuesta sugerida:

Un aumento de un punto porcentual en el crecimiento del PIB provocará un aumento de 0.1728 puntos porcentuales en el rendimiento del índice de la bolsa de valores.

- b. Determine si dicho coeficiente es significativo o no  
 En este caso tenemos que:

$$t = \frac{\hat{\beta}_2}{s_{\hat{\beta}_2}} = 5.979$$

Al comparar este t calculado con el t de la tabla con 31 grados de libertad y un nivel de significancia del 1%, se puede concluir que el coeficiente es estadísticamente diferente de cero.

5. De acuerdo a la información disponible,  
 a. Construya el máximo número de elementos de la tabla ANOVA

Una tabla ANOVA viene dada por:

**Tabla 1. Estructura de la Tabla ANOVA en general**

Fuente de Variación	SS	Grados de Libertad	MS
Regresión	$\sum_{i=1}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2$	1	
Residuo (Error)	$\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2$	n-2	$S^2$
Total	$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2$	n-1	

Además, El SSE será igual a  $(n-2)S^2 = 31 \cdot 260.8$ . Así, la tabla Anova será:

**Tabla 2. Tabla ANOVA calculada**

Fuente de Variación	SS	Grados de Libertad	MS
Regresión	###	1	##
Residuo (Error)	8,084.80	31	260.8
Total	###	32	

## = no existe suficiente información para calcular este número

Noten, que dado que el modelo no tiene intercepto, entonces no se cumple que el  $SSR+SSE=SST$ . Y dado que no existe información directa del valor estimado, por tanto no podemos calcular el SSR ni el MSR.

Aunque lo siguiente no se piensa calificar, noten que si utilizamos el resultado de la pregunta 6ª, podemos encontrar la suma de los cuadrados totales SST, mediante:

$$\sum_{t=1966}^{1998} (B_t - \bar{B})^2 = \sum_{t=1966}^{1998} B_t^2 - n\bar{B}^2$$

$$\bar{B} = 4.56$$

$$\sum_{t=1966}^{1998} (B_t - \bar{B})^2 = 18984.3 - 32 \cdot (4.56)^2 = 18318.9048$$

- b. De ser posible, determine que tan buena es la regresión. Explique en cualquier caso su respuesta.

En este caso no es posible calcular el coeficiente de determinación ( $R^2$ ), pues al no tener intercepto el modelo, será imposible determinar la información necesaria. Así mismo, el coeficiente de determinación no tiene sentido cuando no existe intercepto en el modelo.

6. Siguiendo con la información de las preguntas anteriores,  
 a. Calcule cual es el rendimiento promedio que se encuentra en la muestra. Esta media se puede determinar fácilmente, pues:

$$\hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n (B_i - \bar{B})(Y_i - \bar{Y})}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{\sum_{i=1}^n Y_i B_i - n \cdot \bar{Y} \cdot \bar{B}}{\sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = \frac{57937.72 - 33 \cdot 26.448 \cdot \bar{B}}{312256.798} = 0.1728$$

$$\bar{B} = 4.56$$

- b. ¿Cuál sería el rendimiento esperado para un año en el que el crecimiento económico fue un 25% mayor que el último año (1998). Presente estimaciones puntuales y un intervalo de confianza del 99%. Interprete sus resultados.

En este caso se tiene que:

$$B_{1998} \approx 0.172Y_{1998} = 0.08$$

Luego,

$$Y_{1998} = \frac{0.08}{0.172} = 0.462962963$$

$$Y_{1999} = 0.462962963 * (1.25) = 57.87\%$$

$$\hat{B}_{1999} = 0.1728 * 57.87 = 10\%$$

$$10 \pm t_{0.005;31} 16.13009609 \sqrt{\frac{1}{33} + \frac{(57.87 - 26.869793)^2}{311514.4694}}$$

$$10 \pm 8.087536708 = [1.912463292 - 18.08753671]$$