

Taller # 4
Econometría 06216

Profesores: Julio César Alonso C. – Ana Isabel Gallego

Monitora: Valentina Gatti – Ángela Bermúdez

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 15 de febrero de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El Ministro de economía de una monarquía parlamentaria del continente europeo desea encontrar un modelo que le permita estimar la función de producción de la economía. Para ello cuenta con los datos del archivo T4-01-10.xls; que contiene la siguiente información: Y producto (millones de dólares), X_2 insumo trabajo (en millones de días), X_3 insumo capital (miles de dólares).

Usted como asesor del Ministro propone el siguiente modelo:

$$Y = \beta_1 X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^u \quad \text{Modelo 1}$$

1. Empleando la información anterior, responda las siguientes preguntas:
 - a) Escriba correctamente el modelo que debe estimar
 - b) Interprete los coeficientes a priori y justifique el signo esperado
2. Con base en la información anterior y el archivo T4-01-10.xls:
 - a) Estime el modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla.
 - b) Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta la significancia individual ¿Coinciden los resultados con lo esperado?
 - c) Realice las pruebas de significancia individual. Para esto estime y muestre la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes, plantee las hipótesis pertinentes y muestre el procedimiento (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales).
3. Continuando con el ejercicio anterior.
 - a) Construya la correspondiente tabla ANOVA.
 - b) Calcule el R^2 y el R^2 - ajustado. ¿Presenta un buen ajuste el modelo?

4. Continuando con el ejercicio anterior: El Ministro recuerda de su curso de econometría la importancia de las pruebas de significancia global. Muestre las hipótesis, el procedimiento para calcular el estadístico y concluya.

5. Continuando con el ejercicio anterior: El Ministro insiste en las pruebas de significancia global o (conjunta) y le solicita que contraste las siguientes hipótesis:

a) Restricción:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{No } H_0$$

b) Restricción:

$$H_0: \beta_2 + \beta_3 = 1$$

$$H_1: \text{No } H_0$$

6. Otro economista, igual de prestigioso que usted, no está de acuerdo con el modelo anterior, de hecho, propone un modelo alternativo:

$$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon \quad \text{Modelo 2}$$

- a) Plantee y estime el modelo propuesto por éste economista y reporte los resultados en la tabla 1.
- b) Interprete los coeficientes de acuerdo a su significancia.
- c) A la luz de los resultados anteriores: ¿cuál de los dos modelos (modelo 1 vs modelo 2) es el mejor modelo?

Taller # 4
Respuestas sugeridas
Econometría 06216

Profesor: Carlos Giovanni González Espitia
Monitor: Andres Joachim Pustowka

Notas:

- Recuerde que únicamente tres preguntas, seleccionadas al azar, serán calificadas.
- Este taller deberá subirse a la plataforma Moodle hasta las 7:10 del 15 de febrero de 2010. **Sólo se calificaran talleres en formato pdf. Cualquier otro formato no será tenido en cuenta.**

INSTRUCCIONES:

- Este taller debe ser escrito en computador.
- Cuando sea posible, debe mostrar el procedimiento efectuado para llegar a sus resultados.
- Este taller es un trabajo en pareja. Por tanto el taller debe reflejar **únicamente** el trabajo de la pareja.
- Si bien no es necesario reportar todos los números decimales, sí lo es hacer los cálculos con **todos** ellos.

El Ministro de economía de una monarquía parlamentaria del continente europeo desea encontrar un modelo que le permita estimar la función de producción de la economía. Para ello cuenta con los datos del archivo T4-01-10.xls; que contiene la siguiente información: Y producto (millones de dólares), X_2 insumo trabajo (en millones de días), X_3 insumo capital (miles de dólares).

Usted como asesor del Ministro propone el siguiente modelo:

$$Y = \beta_1 X_2^{\beta_2} X_3^{\beta_3} e^{u_t} \quad \text{Modelo 1}$$

1. Empleando la información anterior, responda las siguientes preguntas:

a) Escriba correctamente el modelo que debe estimar

Para escribir correctamente el modelo que se debe estimar debemos linealizar y reparametrizar el modelo 1. Y saber que el subíndice que acompaña a las variables es (t) debido a que los datos son series de tiempo con frecuencia anual.

$$Y_t = \beta_1 X_{2t}^{\beta_2} X_{3t}^{\beta_3} e^{u_t}$$

$$\ln Y_t = \ln \beta_1 + \beta_2 \ln X_{2t} + \beta_3 \ln X_{3t} + \ln \mu_t$$

Donde $\gamma = \ln \beta_1$; $\ln \mu_t = \varepsilon_t$

$$\ln Y_t = \gamma + \beta_2 \ln X_{2t} + \beta_3 \ln X_{3t} + \varepsilon_t$$

$t = 1995, 1996, \dots, 2009.$

b) Interprete los coeficientes a priori y justifique el signo esperado

γ = No tiene interpretación económica.

β_2 = Representa la elasticidad del producto respecto al insumo de capital. Por tanto, indica que por un aumento de 1% en el insumo de capital, la producción se incrementa en β_2 %.

β_3 = Es la elasticidad del producto con respecto al insumo capital. Por tanto, indica que por un aumento de 1% en el insumo de capital, la producción se incrementa en β_3 %.

2. Con base en la información anterior y el archivo T4-01-10.xls:

a) Estime el modelo (1) y reporte sus resultados en una tabla.

| Tabla 1. Estimaciones del modelo 1 y modelo 2 | | |
|--|---|---|
| | Modelo 1 | Modelo 2 |
| | Variable Dependiente: LnYt Estadístico t entre paréntesis M.C.O | Variable Dependiente: LnYt Estadístico t entre paréntesis M.C.O |
| Constante | -3,2654 (-1,33) | 7,8104 *** (16,35) |
| LnX2 | 1,4867 *** (2,75) | |
| LnX3 | 0,4894 *** (4,80) | |
| X2 | | 0,0065 *** (3,53) |
| X3 | | 0,00001 *** (4,35) |
| R ² | 0,8891 | 0,8730 |
| R ² -Ajustado | 0,8706 | 0,8519 |
| F | 48,09 | 41,25 |
| N° de Obs. | 15 | 15 |

* Nivel de significancia 90%

** Nivel de significancia 95%

*** Nivel de significancia 99%

MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios.

- b) Interprete los coeficientes estimados teniendo en cuenta la significancia individual ¿Coinciden los resultados con lo esperado?

$\hat{\gamma} = -3,2654$ No es significativo. No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_1 = 1,4867$ Es significativo al 99%. Ante un aumento de 1% en el insumo trabajo, el producto aumenta en 1,4867 %.

$\hat{\beta}_2 = 0,4894$ Es significativo al 99%. Es la elasticidad del producto con respecto al insumo capital. Ante un aumento de 1% en el insumo capital, el producto aumenta en 0,4894%.

- c) Realice las pruebas de significancia individual. Para esto estime y muestre la matriz de varianzas y covarianzas de los coeficientes, plantee las hipótesis pertinentes y muestre el procedimiento (no emplee EasyReg, haga los cálculos matriciales en Excel y muestre claramente los resultados parciales).

Para realizar la prueba de significancia individual de los coeficientes en un modelo de regresión lineal múltiple sin usar el EasyReg, hay que tener en cuenta la notación matricial. Las formulas son las siguientes:

$$S^2 = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n - k} \quad ; \quad y^T y = \sum (\ln C_t)^2 \quad ; \quad S^2(X^T X)^{-1} \quad ; \quad t_{calculados} = \frac{\hat{\beta}_j}{S_{\beta_j}}$$

Se debe calcular la varianza y es necesario emplear las siguientes formulas:

Primero calculamos,

$$y^T y = \sum (\ln C_t)^2 = 1529,70$$

Luego reemplazamos en la formula,

$$S^2 = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n - k} = \frac{1529,70 - [-3,2654 \quad 1,4867 \quad 0,4894] \begin{bmatrix} 151,45 \\ 857,24 \\ 1531,72 \end{bmatrix}}{15 - 3} = 0,005$$

La matriz de varianzas y covarianzas será:

$$S^2(X^T X)^{-1} = 0,005 \begin{bmatrix} 1078,09 & -226,74 & 20,30 \\ -226,74 & 52,39 & -6,90 \\ 20,30 & -6,9 & 1,85 \end{bmatrix}$$

Matriz de varianzas y covarianzas:

$$S^2(X^T X)^{-1} = \begin{bmatrix} 6,06 & -1,27 & 0,11 \\ -1,27 & 0,29 & -0,04 \\ 0,11 & -0,04 & 0,01 \end{bmatrix}$$

A continuación calculamos S_{β_j} :

$$S_{\beta_1} = \sqrt{6,06} = 2,4618$$

$$S_{\beta_2} = \sqrt{0,29} = 0,5427$$

$$S_{\beta_3} = \sqrt{0,1021} = 0,1021$$

$$t_{calculados} = \frac{\hat{\beta}_j}{S_{\beta_j}} = \begin{bmatrix} -1,3 \\ 2,7 \\ 4,7 \end{bmatrix}$$

Las hipótesis son:

$$H_0: \gamma = 0 \quad vs. \quad H_1: \gamma \neq 0$$

$$H_0: \beta_2 = 0 \quad vs. \quad H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$H_0: \beta_3 = 0 \quad vs. \quad H_1: \beta_3 \neq 0$$

Al comparar los valores calculados del estadístico t con los valores t críticos de la tabla podemos concluir:

$$H_0: \gamma = 0 \quad vs. \quad H_1: \gamma \neq 0$$

$|-1,33| > 3,05$; el intercepto no es estadísticamente significativo.

$$H_0: \beta_2 = 0 \quad vs. \quad H_1: \beta_2 \neq 0$$

$|2,73| > 2,17$; el parámetro β_2 es estadísticamente significativo al 95%.

$$H_0: \beta_3 = 0 \quad vs. \quad H_1: \beta_3 \neq 0$$

$|4,79| > 1,78$; el parámetro β_3 es estadísticamente significativo al 99%.

3. Continuando con el ejercicio anterior.

- a) Construya la correspondiente tabla ANOVA.

Tabla 2. Tabla ANOVA para el modelo 1

| Fuente de variación | SS | G de L | MS | F |
|---------------------|--------|--------|--------|-------|
| Regresión | 0,5380 | 2 | 0,2690 | |
| Residuos | 0,0671 | 12 | 0,0055 | 48,09 |
| Total | 0,6051 | 14 | 0,0432 | |

- b) Calcule el R^2 y el R^2 - ajustado. ¿Presenta un buen ajuste el modelo?

$$R^2 = 1 - \frac{SSE}{SST} \quad ; \quad R^2 = \frac{SSR}{SST}$$

$$R^2 = 0,8891$$

El 88,91 % de las variaciones del producto están explicadas por este modelo de regresión. Por lo tanto, podemos afirmar que el modelo presenta un buen ajuste.

$$R^2_{ajustado} = 0,8706$$

4. Continuando con el ejercicio anterior: El Ministro recuerda de su curso de econometría la importancia de las pruebas de significancia global. Muestre las hipótesis, el procedimiento para calcular el estadístico y concluya.

Recuerden que en la regresión múltiple lo que queremos es probar la siguiente hipótesis:

$$H_0: \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{al menos un } \beta \neq 0$$

El estadístico:

$$F_{calculado} = \frac{\frac{R^2}{k-1}}{\frac{1-R^2}{n-k}} = 48,09$$

El criterio de decisión:

$$F_{critico} < F_{calculado}$$

$$F(2; 12)_{critico} < 48,09$$

$$19,4 < 48,09$$

Con esta prueba F tenemos que al menos un $\beta \neq 0$, con un nivel de confianza del 5%.

En EasyReg no se puede hacer la prueba F, pero si podemos realizar el Test de Wald que arroja el mismo resultado.

5. Continuando con el ejercicio anterior: El Ministro insiste en las pruebas de significancia global o (conjunta) y le solicita que contraste las siguientes hipótesis:

a) Restricción:

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$$

$$H_1: \text{No } H_0$$

Noten que esta hipótesis no tiene sentido, pues al reparametrizar el modelo el nuevo intercepto corresponde al logaritmo de β_1 así ese parámetro no puede ser cero, pues el logaritmo de 0 no está definido.

b) Restricción:

$$H_0: \beta_2 + \beta_3 = 1$$

$$H_1: \text{No } H_0$$

Las hipótesis a probar son:

$$H_0: \beta_2 + \beta_3 = 1$$

$$H_1: \text{No } H_0$$

Esta hipótesis la podemos probar de la forma $R_{r \times k} \beta_{k \times 1} = C_{r \times 1}$; mediante una prueba F. O si lo hacemos en EasyReg debemos usar el Test de Wald.

Así la restricción sería,

$$[0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} \gamma \\ \beta_2 \\ \beta_3 \end{bmatrix} = [1]$$

Esto implicaría el siguiente F calculado,

$$F_{calculado} = \frac{(C - R \hat{\beta})^T (R (X^T X)^{-1} R^T)^{-1} (C - R \hat{\beta}) / r}{SSE / (n - k)}$$

Y se rechaza la hipótesis nula, si:

$$F_{\alpha, (r, (n-k))} < F_{Calculado}$$

Remplazamos en el F calculado,

$$F_{calculado} = \frac{\begin{bmatrix} 1 - [0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} -3,2654 \\ 1,4867 \\ 0,4894 \end{bmatrix} \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} [0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} 1078,09 & -226,74 & 20,30 \\ -226,74 & 52,39 & -6,90 \\ 20,30 & -6,9 & 1,85 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 - [0 \quad 1 \quad 1] \begin{bmatrix} -3,2654 \\ 1,4867 \\ 0,4894 \end{bmatrix} \end{bmatrix} / r}{SSE / (n - k)}$$

Este estadístico se debe comparar con el F de la tabla con 1 grado de libertad en el numerador y 12 grados de libertad en el denominador y con un nivel de confianza del 5 por ciento ($\alpha = 0,05$). Entonces, $F_{\alpha, (r, (n-k))} < F_{Calculado}$; no se cumple porque $4,74 > 4,21$. Por lo tanto, al 95% de significancia no se cumple la restricción debido a que el F-calculado es mayor que el F-critico:

6. Otro economista, igual de prestigioso que usted, no está de acuerdo con el modelo anterior, de hecho, propone un modelo alternativo:

$$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \epsilon \quad \text{Modelo 2}$$

a) Plantee y estime el modelo propuesto por éste economista y reporte los resultados en la tabla 1.

El modelo que se debe estimar es:

$$\ln Y_t = \beta_1 + \beta_2 X_{2t} + \beta_3 X_{3t} + \epsilon_t$$

$$t = 1, 2, \dots, 15.$$

Ver resultados de la estimación del modelo 2 en la Tabla 1.

b) Interprete los coeficientes de acuerdo a su significancia.

$\hat{\beta}_1 = 7,8184$ Es significativo al 99%. No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_2 = 0,0065$ Es significativo al 99%. Un aumento en un millón de días en el insumo trabajo provocara un aumento en el logaritmo del producto de 0,65%.

$\hat{\beta}_3 = 0,00001$ Es significativo al 99%. Un aumento de mil dólares en el insumo de capital provocara un aumento en el logaritmo del producto de 0,001%.

c) A la luz de los resultados anteriores: ¿cuál de los dos modelos (modelo 1 vs modelo 2) es el mejor modelo?

Los dos modelos tienen la misma variable dependiente por lo que los podemos comparar. Y usamos el criterio del $R^2 - ajustado$.

Modelo 1: $R^2 - ajustado = 0,8706$.

Modelo 2: $R^2 - ajustado = 0,8519$.

Elegimos el modelo 1 que presenta la mejor bondad de ajuste.