Econometría 06216
Examen Parcial #1
Grupo 1
Cali, Lunes 28 de Agosto de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: ________________________
Código: ______________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

****

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Sea A una matriz de dimensiones nxn, entonces siempre será cierto que: $AA^{-1} = I_n$, donde I_n es la matriz identidad de orden n. .

b) La siguiente expresión puede ser estimada por medio del método de MCO: $y_i = X_{3i} + \beta_1 + \beta_2 \dfrac{1}{X_{1i}} + \dfrac{\beta_3}{\beta_4} X_{2i} X_{3_i} + 3\varepsilon_i$. Donde ε_i es un término aleatorio de error.

c) Un estimador lineal eficiente es aquel cuyo valor esperado es igual al valor poblacional que se desea estimar.

d) $E[XY] = E[X]E[Y]$

e) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente. Además suponga que $W = \dfrac{X^2}{c}$ entonces: $Cov(cX, W) = Var(X)$

2 Selección Múltiple (10 puntos en total, 2 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la correlación es ***Falsa?***:

a) La correlación permite obtener una medida de dependencia lineal entre dos variables aleatorias que no depende de las unidades en que están medida.

b) La correlación cuando es igual a 1 (-1) entre dos variables aleatorias implica una relación lineal perfecta positiva (negativa) entre las dos variables.

c) Una correlación igual a cero entre dos variables significa que ***no existe*** relación estadística entre estas.

d) Ninguna de las anteriores

2.2. Si el vector ε, en el modelo $y = X\beta + \varepsilon$ está compuesto por valores aleatorios, entonces:

a) El vector ε sigue una distribución normal.

b) El vector y es estocástico.

c) El vector $\hat{\beta}$ es insesgado.

d) Ninguna de las anteriores.

2.3. Considere el siguiente modelo de regresión estimado:

$$\hat{Y} = \underset{(0.11)}{0.32} + \underset{(0.26)}{1.54} \cdot X_1 + \underset{(0.45)}{2.33} \cdot X_2 - \underset{(1.01)}{1.22} \cdot X_3,$$

donde los números entre paréntesis son los errores estándar. Suponga que la muestral es de tamaño 22 y considere la siguiente prueba de hipótesis:

$H_0: \beta_1 = 1.0$ Vs $H_A: \beta_1 \neq 1.0$

Entonces, el estadístico t (redondeando a tres dígitos) será:
a) 5.923
b) 5.392
c) 2.077
d) 5.178

2.4. Si $Y_t = Y_0(1+r)^t$, donde Y_t es el valor de la variable Y en el período t; Y_0 es el valor inicial de la variable Y; la tasa de crecimiento compuesta de Y. Suponiendo que se cuenta con información para Y_t para $t = 5, 6, .., 100$ ¿Qué se necesita hacer para estimar el valor inicial de la variable Y?
a) No es posible estimar dicho valor
b) Emplear la teoría financiera, pues los métodos econométricos estudiados no permitirían encontrar dicho valor
c) Correr una regresión del logaritmo de Y en función del tiempo.
d) Correr una regresión de Y en función del tiempo

2.5.Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = \left(1/3\right) SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos al cuadrado. Entonces:
a) $R^2 = 1.0$.
b) $R^2 = 0.25$
c) $R^2 = 0.75$
d) $R^2 = 0.33$

3 (35 puntos)
El banco Central de un país latinoamericano está tratando de determinar cuál es la relación que existe entre la tasa de interés interbancaria (i_t) en un periodo t y la tasa de desempleo (u_t) (ambas variables son medidas como porcentaje). Para encontrar dicha relación se dispone de los datos de los últimos 120 meses. En el departamento de investigaciones de dicho banco central se han propuestos diferentes aproximaciones al problema:

(1) $$u_t = \alpha_0 + \alpha_1 i_t + \varepsilon_t$$
(2) $$Log(u_t) = \beta_0 + \beta_1 Log(i_t) + \eta_t$$
(3) $$u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \frac{1}{i_t} + \nu_t$$
(4) $$u_t = \varphi_0 + \varphi_1 i_t^2 + \omega_t$$

Después de recolectar la información relevante, se estiman los 4 modelos obteniendo los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

Tabla 1.Resultados de la estimación de los modelos (1) a (4)

VARIABLE DEPENDIENTE: u_t y $Ln(u_t)$

Estadísticos t entre paréntesis/1

	Ecuación 1	Ecuación 2	Ecuación 3	Ecuación 4
	MCO	MCO	MCO	MCO
constante	20.00	9.9797	19.7	18.60
	(859.37) ***	(1007.00) ***	(8414.89) ***	(109.78) ***
i_t	2.5 **			
	(10.00) ***			
$Ln(i_t)$		1.4000		
		(7.00) ***		
$1/(i_t)$			-0.0827	
			(-2.88) ***	
(i_t)^2				50.001
				(1.87) *
R^2	0.50760	0.60000	0.60000	0.6234
# de Obs.	120	120	120	120

(*) nivel de significancia: 10%
(**) nivel de significancia: 5%
(***) nivel de significancia: 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios

/1. Este t corresponde al que permite comprobar la hipótesis nula de que el coeficiente es estadísticamente diferente de cero.

A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados del modelo (1).**(10 Puntos)**
b) Interprete los coeficientes estimados del modelo (4).**(10 Puntos)**
c) Compare los modelos (1) y (4). ¿Se puede decir que el modelo (1) es mejor? Explique claramente su respuesta **(5 Puntos)**
d) Para el modelo (2), ¿Será unitaria la elasticidad de la tasa de desempleo respecto a la tasa de interés? **(10 Puntos).**

4 (30 puntos)

Una empresa comercializadora desea conocer la disponibilidad de pago de sus clientes por un nuevo servicio para ejecutivos (y_i medido en millones de pesos) por medio de un modelo de regresión simple que emplea los años de educación (X_{1i} medido en años) y los años que faltan para su retiro (X_{2i} medido en años) como variables explicativas. En especial el modelo será : $y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln\left(X_{1i}\right) + \beta_3 X_{2i} + \varepsilon_i$, donde ε_i representa una termino aleatorio de error.

Después de realizar 100 encuestas, reobtiene los siguientes resultados:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 20 \\ 0 & 20 & 10 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 100 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a) ¿ Cuáles son las características estadísticas de los estimadores MELI (BLUE) para los parámetros del vector β (MCO)? **(5 puntos)**

b) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de dicha matriz) **(5 puntos)**

c) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = \begin{pmatrix} \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \end{pmatrix}^T$. **(10 puntos)**

d) Explique el significado de los coeficientes estimados **(10 puntos)**

Prof: Julio César Alonso C

Regresión simple

$$\hat{\beta}_1 = \overline{y} - \hat{\beta}_2\overline{x} \qquad \hat{\beta}_2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})(y_i-\overline{y})}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i x_i - n\overline{yx}}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2 - n\overline{x}^2}$$

$$s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2}{n-2} = \frac{\sum_{i=1}^{n}\hat{\varepsilon}_i^2}{n-2}$$

$$Var\left[\hat{\beta}\right] = \begin{bmatrix} Var\left[\hat{\beta}_1\right] & Cov\left[\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2\right] \\ Cov\left[\hat{\beta}_1,\hat{\beta}_2\right] & Var\left[\hat{\beta}_2\right] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dfrac{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}{n\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 & \dfrac{-\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 \\ \dfrac{-\overline{x}}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 & \dfrac{1}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}\sigma^2 \end{bmatrix}$$

$$SSR = \sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i-\overline{y})^2 \quad SST = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\overline{y})^2 \quad SSE = \sum_{i=1}^{n}(y_i-\hat{y}_i)^2$$

$$r^2 = \frac{SSR}{SST} \qquad \hat{\beta}_i \pm t_{\frac{\alpha}{2},n-k}\, s_{\hat{\beta}_i} \qquad t = \frac{\hat{\beta}_i - c}{s_{\hat{\beta}_i}}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2,n-2}\, s\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{(x_p-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}$$

$$\hat{y} \pm t_{\alpha/2,n-2}\, s\sqrt{\frac{1}{n} + \frac{(x_p-\overline{x})^2}{\sum_{i=1}^{n}(x_i-\overline{x})^2}}$$

Regresión múltiple

$$X^T X = \begin{bmatrix} n & \sum_{i=1}^{n} X_{1i} & \sum_{i=1}^{n} X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{ki} \\ & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{2i} & \cdots & \sum_{i=1}^{n} X_{1i}X_{ki} \\ & & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 & \ddots & \sum_{i=1}^{n} X_{2i}X_{ki} \\ & & & \ddots & \vdots \\ & & & & \sum_{i=1}^{n} X_{ki}^2 \end{bmatrix}$$

$$X^T y = \begin{bmatrix} \sum_{i=1}^{n} y_i \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{1i} \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{2i} \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{n} y_i X_{ki} \end{bmatrix} \qquad y^T y = \sum_{i=1}^{n} y_i^2$$

$$\hat{\beta} = \left(X^T X\right)^{-1} X^T y \qquad s^2 = \frac{SSE}{n-k} = \frac{y^T y - \hat{\beta}^T X^T y}{n-k}$$

Cantidades Importantes

$\sqrt{2} = 1.414$ $\sqrt{3} = 1.732$ $\sqrt{5} = 2.236$ $\sqrt{7} = 2.646$ $\sqrt{10} = 3.162$
$\sqrt{13} = 3.606$

Valores críticos de la distribución t

n	$t_{0.01,n-2}$
120	**2.357**

Econometría 06216
Examen Parcial #1
Grupo 1
Respuestas Sugeridas
Cali, Lunes 28 de Agosto de 2006

Profesor: Julio César Alonso

Estudiante: ______________________
Código: ____________________

Instrucciones:

1. Lea cuidadosamente todas las preguntas e instrucciones.
2. Este examen consta de **5** páginas; además, deben tener 2 páginas de fórmulas.
3. El examen consta de 4 preguntas que suman un total de 100 puntos. El valor de cada una de las preguntas esta expresado al lado de cada pregunta.
4. Escriba su respuesta en las hojas suministradas, marque cada una de las hojas con su nombre. NO responda en las hojas de preguntas.
5. El examen esta diseñado para una hora, pero ustedes tienen 3 horas para trabajar en él.
6. Recuerde que no se tolerará ningún tipo de deshonestidad académica. En especial usted no puede emplear ningún tipo de ayuda diferente a la que se le entrega con este examen.
7. El uso de calculadoras está prohibido
8. Al finalizar su examen entregue sus hojas de respuesta, así como las horas de preguntas.
9. Asigne su tiempo de forma eficiente!

Suerte.

****

1 Falso o Verdadero (25 puntos en total, 5 puntos cada subparte)

Diga si las siguientes afirmaciones son falsas o verdaderas y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

a) Sea A una matriz de dimensiones nxn, entonces siempre será cierto que: $AA^{-1} = I_n$, donde I_n es la matriz identidad de orden n. .

Falso, pues eso será únicamente cierto si y solamente si A^{-1} existe. Es decir si $\det(A) \neq 0$.

b) La siguiente expresión puede ser estimada por medio del método de MCO: $y_i = X_{3i} + \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{1i}} + \frac{\beta_3}{\beta_4} X_{2i} X_{3_i} + 3\varepsilon_i$. Donde ε_i es un término aleatorio de error.

Verdadero, pues

$$y_i = X_{3i} + \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{1i}} + \frac{\beta_3}{\beta_4} X_{2i} X_{3_i} + 3\varepsilon_i$$

$$y_i - X_{3i} = \beta_1 + \beta_2 \frac{1}{X_{1i}} + \frac{\beta_3}{\beta_4} X_{2i} X_{3_i} + 3\varepsilon_i$$

Ahora, reparametrizando se obtiene un modelo lineal

$$w_i = \beta_1 + \beta_2 Z_{1i} + \beta_5 Z_{2i} + \xi_i$$

Donde, $w_i = y_i - X_{3i}$, $Z_{1i} = \frac{1}{X_{1i}}$, $Z_{2i} = X_{2i} X_{3_i}$ $\beta_5 = \frac{\beta_3}{\beta_4}$ y $\xi_i = 3\varepsilon_i$.

c) Un estimador lineal eficiente es aquel cuyo valor esperado es igual al valor poblacional que se desea estimar.

Falso, la definición de estimador eficiente, corresponde a aquel cuya varianza es la mínima posible.

d) $E[XY] = E[X]E[Y]$

Falso, pues estoes únicamente cierto si X y Y son independientes.

e) Sean X y c una variable aleatoria y una constante, respectivamente. Además suponga que $W = \frac{X^2}{c}$ entonces: $Cov(cX, W) = Var(X)$

Falso, pues por definición tenemos que:

$$Cov(cX, W) = Cov(cX, \frac{X^2}{c}) = Cov(X, X^2) = E[X^3] - E[X]E[X^2] \neq Var[X]$$

2 Selección Múltiple (10 puntos en total, 2 puntos cada subparte)

Determine cuál de las siguientes respuestas es la correcta. Escoja la mejor opción y explique en dos o tres líneas su respuesta. (No se dará ningún crédito a respuestas sin justificación.)

2.1.¿Cuál de las siguientes afirmaciones sobre la correlación es ***Falsa?***:

a) La correlación permite obtener una medida de dependencia lineal entre dos variables aleatorias que no depende de las unidades en que están medida.
b) La correlación cuando es igual a 1 (-1) entre dos variables aleatorias implica una relación lineal perfecta positiva (negativa) entre las dos variables.
c) Una correlación igual a cero entre dos variables significa que ***no existe*** relación estadística entre estas.
d) Ninguna de las anteriores

Answer c).

2.2. Si el vector ε, en el modelo $y = X\beta + \varepsilon$ está compuesto por valores aleatorios, entonces:

a) El vector ε sigue una distribución normal.
b) El vector y es estocástico.
c) El vector $\hat{\beta}$ es insesgado.
d) Ninguna de las anteriores.

Respuesta: b)

2.3. Considere el siguiente modelo de regresión estimado:

$$\hat{Y} = \underset{(0.11)}{0.32} + \underset{(0.26)}{1.54}\cdot X_1 + \underset{(0.45)}{2.33}\cdot X_2 - \underset{(1.01)}{1.22}\cdot X_3,$$

donde los números entre paréntesis son los errores estándar. Suponga que la muestral es de tamaño 22 y considere la siguiente prueba de hipótesis:

$H_0: \beta_1 = 1.0$ Vs $H_A: \beta_1 \neq 1.0$

Entonces, el estadístico t (redondeando a tres dígitos) será:

a) 5.923
b) 5.392
c) 2.077
d) 5.178

Respuesta: c)

2.4. Si $Y_t = Y_0(1+r)^t$, donde Y_t es el valor de la variable Y en el período t; Y_0 es el valor inicial de la variable Y; la tasa de crecimiento compuesta de Y. Suponiendo que se cuenta con información para Y_t para $t = 5, 6, .., 100$ ¿Qué se necesita hacer para estimar el valor inicial de la variable Y?

a) No es posible estimar dicho valor
b) Emplear la teoría financiera, pues los métodos econométricos estudiados no permitirían encontrar dicho valor
c) Correr una regresión del logaritmo de Y en función del tiempo.
d) Correr una regresión de Y en función del tiempo

Respuesta: c)

Noten que:

$Y_t = Y_o(1+r)^t \rightarrow LnY_t = LnY_o + t\ln(1+r)$ **entonces si** $\beta_1 = LnY_o$ **y** $\beta_2 = \ln(1+r)$**, entonces** $LnY_t = \beta_1 + \beta_2 t$.

2.5. Para un modelo de regresión estimado suponga que $SSE = (1/3)SSR$ donde SSR representa la suma de los cuadrados explicada por el modelo y SSE corresponde a la suma de los residuos al cuadrado. Entonces:

a) $R^2 = 1.0.$
b) $R^2 = 0.25$
c) $R^2 = 0.75$
d) $R^2 = 0.33$

Respuesta: c)

Recuerden que SST=SSR+SSE. Por tanto, SST=SSR + (1/3)SSR=(4/3)SSR. Dado que R^2=SSR/SST, entonces tenemos que R^2=SSR/SST=SSR /((4/3)SSR)=3/4=0.75.

3 (35 puntos)

El banco Central de un país latinoamericano está tratando de determinar cuál es la relación que existe entre la tasa de interés interbancaria (i_t) en un periodo t y la tasa de desempleo (u_t) (ambas variables son medidas como porcentaje). Para encontrar dicha relación se dispone de los datos de los últimos 120 meses. En el departamento de investigaciones de dicho banco central se han propuestos diferentes aproximaciones al problema:

(1) $u_t = \alpha_0 + \alpha_1 i_t + \varepsilon_t$

(2) $Log(u_t) = \beta_0 + \beta_1 Log(i_t) + \eta_t$

(3) $u_t = \gamma_0 + \gamma_1 \frac{1}{i_t} + \nu_t$

(4) $u_t = \varphi_0 + \varphi_1 i_t^2 + \omega_t$

Después de recolectar la información relevante, se estiman los 4 modelos obteniendo los resultados que se reportan en la siguiente tabla.

Tabla 1.Resultados de la estimación de los modelos (1) a (4)

VARIABLE DEPENDIENTE: u_t y $Ln(u_t)$
Estadísticos t entre paréntesis/1

	Ecuación 1	Ecuación 2	Ecuación 3	Ecuación 4
	MCO	MCO	MCO	MCO
constante	20.00	9.9797	19.7	18.60
	(859.37) ***	(1007.00) ***	(8414.89) ***	(109.78) ***
i_t	2.5 **			
	(10.00) ***			
$Ln(i_t)$		1.4000		
		(7.00) ***		
$1/(i_t)$			-0.0827	
			(-2.88) ***	
(i_t)^2				50.001
				(1.87) *
R^2	0.50760	0.60000	0.60000	0.6234
# de Obs.	120	120	120	120

(*) nivel de significancia: 10%
(**) nivel de significancia: 5%
(***) nivel de significancia: 1%
MCO: Mínimos Cuadrados Ordinarios
/1. Este t corresponde al que permite comprobar la hipótesis nula de que el coeficiente es estadísticamente diferente de cero.

A partir de esta información, responda las siguientes preguntas.

a) Interprete los coeficientes estimados del modelo (1).**(10 Puntos)**

$\hat{\alpha}_1 = 2.5$ Implica que ante un aumento de un punto porcentual en la tasa de interés, habrá un aumento de la tasa de desempleo en 2.5 puntos porcentuales

$\hat{\alpha}_0 = 20.00$ La parte de la tasa de desempleo que no depende de la tasa de interés interbancaria.

b) Interprete los coeficientes estimados del modelo (4).**(10 Puntos)**

En este caso es importante tener en cuenta que para interpretar el coeficiente φ_1 se debe derivar con respecto a i_t:

$$\frac{\partial u_t}{\partial i_t} = 2\varphi_1 i_t$$

Lo cual significa que cuando hay un cambio de un punto porcentual en la tasa de interés, hay un cambio de $2\varphi_1 i_t$ puntos porcentuales en la tasa de desempleo.
(¡El análisis anterior no era requerido!)

Así, $\hat{\varphi}_1 = 50.00$ implica que cuando hay un cambio del 1% en la tasa de interés, la tasa de desempleo aumentará en un punto porcentual..

$\hat{\varphi}_1 = 18.26$, la parte de la tasa de desempleo que no depende de la tasa de interés.

c) Compare los modelos (1) y (4). ¿Se puede decir que el modelo (1) es mejor? Explique claramente su respuesta **(5 Puntos)**

Hasta el momento, la única herramienta que nos ayudaría a tomar esta decisión es el R^2, recordemos que este se define como: $R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}$. En este caso el R^2 del modelo (4) es mayor que aquel del modelo (1). Por tanto el modelo (4) es mejor que el (1)
.

d) Para el modelo (2), ¿Será unitaria la elasticidad de la tasa de desempleo respecto a la tasa de interés? **(10 Puntos).**

Dado que el t calculado reportado en la tabla corresponde a $t = \frac{\hat{\alpha}_1}{s_{\hat{\alpha}_1}}$, entonces tenemos que:

$$7.00 = \frac{1.4}{s_{\hat{\beta}_1}}$$

$$s_{\hat{\beta}_1} = \frac{1.4}{7} = \frac{14}{70} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} = 0.2$$

Así, dado que se desea comprobar la hipótesis nula que $\beta_1 = 1$, versus la alterna que es diferente de uno, entremos que el estadístico de prueba será $t = \frac{\hat{\beta}_1 - c}{s_{\hat{\beta}_1}}$. En este caso:

$$t = \frac{\hat{\beta}_1 - c}{s_{\hat{\beta}_1}} = \frac{1.4 - 1}{0.2} = \frac{.4}{0.2} = 2$$

Este estadístico es menor que el valor crítico (2.357), por tanto no se puede rechazar la hipótesis nula. En otras palabras no se puede rechazar que la elasticidad sea unitaria.

4 (30 puntos)
Una empresa comercializadora desea conocer la disponibilidad de pago de sus clientes por un nuevo servicio para ejecutivos (y_i medido en millones de pesos) por medio de un

modelo de regresión simple que emplea los años de educación (X_{1i} medido en años) y los años que faltan para su retiro (X_{2i} medido en años) como variables explicativas. En especial el modelo será : $y_i = \beta_1 + \beta_2 \ln(X_{1i}) + \beta_3 X_{2i} + \varepsilon_i$, donde ε_i representa una termino aleatorio de error.

Después de realizar 100 encuestas, reobtiene los siguientes resultados:

$$X^T X = \begin{pmatrix} 100 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 20 \\ 0 & 20 & 10 \end{pmatrix} \qquad X^T y = \begin{pmatrix} 100 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix}$$

a) ¿ Cuáles son las características estadísticas de los estimadores MELI (BLUE) para los parámetros del vector β (MCO)? **(5 puntos)**

Las características son::

- Insesgadez, es decir que en promedio el estimador es igual valor poblacional
- Mínima varianza posible, en otras palabras que este estimador tiene la mínima variabilidad alrededor del valor real.

b) Explique claramente a que corresponde cada uno de los elementos de la matriz $X^T X$. (Por ejemplo, explique a partir de que sumatoria sale el 10 que corresponde al último elemento de la matriz $X^T X$, y así sucesivamente con cada elemento de dicha matriz) **(5 puntos)**

En este caso tenemos que:

$n = 100$, $\sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 = \sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 = 0$, $\sum_{i=1}^{n} X_{1i}^2 = 25$, $\sum_{i=1}^{n} X_{2i}^2 = 10$ y $\sum_{i=1}^{n} X_{1i} X_{2i} = 20$.

(son 6 elemento)

c) Calcule los mejores estimadores lineales insesgados del vector $\beta = (\beta_1 \ \ \beta_2 \ \ \beta_3)^T$. **(10 puntos)**

Sabemos que $\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T y$ son MELI si los supuestos del Teorema de Gauss-Markov se cumplen. Entonces:

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{100} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{15} & \frac{2}{15} \\ 0 & \frac{2}{15} & -\frac{1}{6} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 100 \\ 5 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ -\frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

d) Explique el significado de los coeficientes estimados **(10 puntos)**

$\hat{\beta}_1$ No tiene interpretación económica.

$\hat{\beta}_2 = 1/3$, un aumento en un uno por ciento en los años de educación, aumentará en 3333.333 pesos ($\frac{1}{300} 1000000 = \frac{10000}{3}$) la disponibilidad de pagar.

$$\frac{\partial y_t}{\partial X_{2t}} = \beta_2 \frac{1}{(X_{2t})}$$

$$\frac{\partial y_t}{\partial X_{2t}/X_{2t}} = \beta_2$$

$$\frac{\partial y_t}{\Delta\% X_{2t}} = \frac{\beta_2}{100}$$

$\hat{\beta}_3 = -1/6$ un año más cerca del retiro (cuando X_{2i} diminuye) implicará un aumento en la disponibilidad a pagar de 0.166 millones de pesos.